Matematik FP9

December 2015

Løsningsforslag med hjælpemidler

<u>Opgave 1:</u>

a) Kunden skal have

$$200kr - 132.50kr = 67.50kr$$

Tilbage.

b) Mie skal indtaste $725.50kr + 500kr = 1225.50kr$ ind på dankortterminalen.

c) Der er 20% rabat, så

$$189.95kr \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 151.96kr$$

Så kunden skal betale $151.96kr$.

d) Man kan tage udgangspunkt i eksemplet ovenfor. Benyt, at varen koster $189.95kr$, så er

$$189.95kr \cdot 0.80 = 151.96kr$$
$$189.95kr - 189.95kr \cdot \frac{20}{100} = 151.96kr$$
$$189.95kr - \frac{189.95kr \cdot 100}{20} = -759.80kr$$
$$\frac{189.95kr \cdot 80 - 20}{100} = 151.76kr$$

Dvs. det er altså kun formlerne a. og b. der vil fungere. Man kan alternativ omskrive formlerne, så de passer til det direkte udtryk, nemlig a.

<u>Opgave 2:</u>

a) Arealet beregnes ved $side \cdot højde$, så

$$A = 1.40m \cdot 7m = 9.80m^2$$

b) Der skal bruges 66 mursten pr. m^2, så

$$2 \cdot 66 \cdot 9.80 = 1293.6 \approx 1294$$

Så der skal benyttes 1294 mursten.

c) Kaj skal bruge

$$25kg_{cement} \cdot 8 = 200kg_{kalkmørte}$$

d) Man udregner den mængde kalkmørtel der skal være pr. liter cement.

$$\frac{15L}{6} = 2.5L_{cement}$$

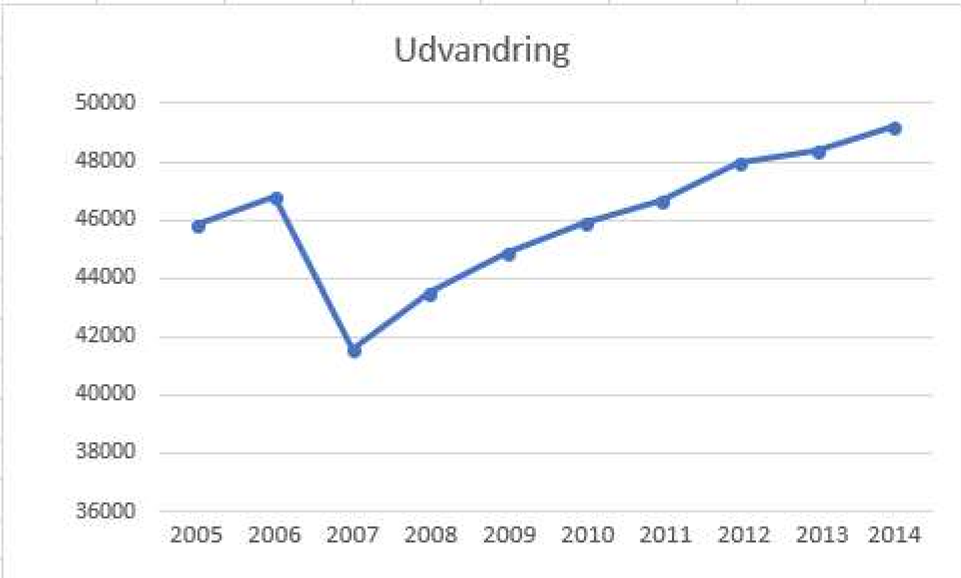
1 liter cement vejer $\frac{1}{0.9} \approx 1.11kg$, så der skal bruges $2.5 \cdot 1.11 = 2.78kg$ Cement.

Opgave 3:

a) Man aflæser tabellen og ser, at år 2014 er størst. Dvs.
$$86683 - 49218 = 37465$$

b) Linda og Marianne har begge to korrekte diagrammer. Det ses, at førsteakserne er begge ens, men andenakserne er forskellige. Linda starter ved 0 og op til 90000 personer, hvoraf Marianne starter fra 50000 til 90000 personer

c) Modellen skal gælde fra år 2005 til 2014.



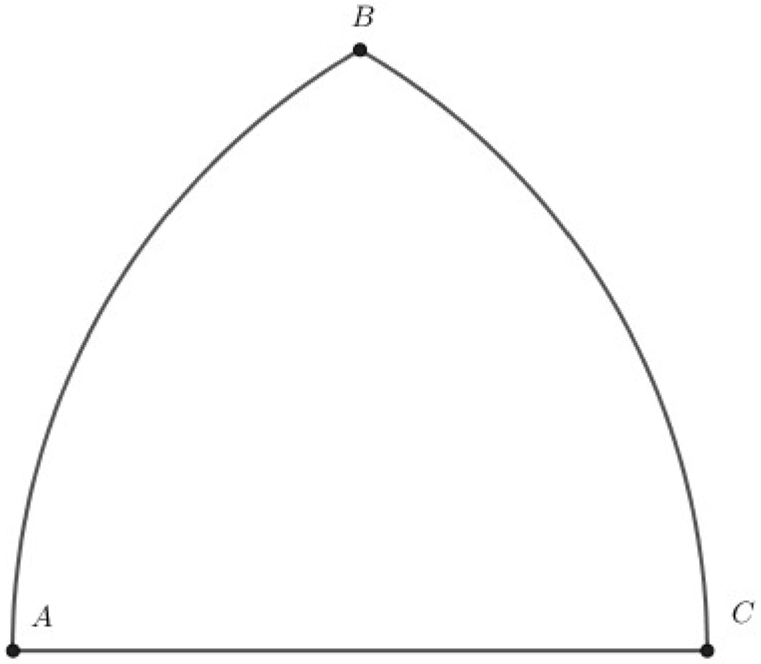
Her repræsenterer førsteaksen antal år efter år 2005, frem mod 2014, og andenaksen repræsenterer antal personer.

d) Man ser på diagrammerne, er der er en generel stigning af indvandrere fra år 2005 til år 2008, man ser derefter et fald fra 2008 til 2009, hvorved dette efterfølgende steg igen. I perioden 2005-2014 er indvandringen steget med ca. 65.2%.

Fra det nye diagram kan man se, at der er en stigning af udvandring fra år 2005 til 2006, hvorved det faldt drastisk i år 2006 til år 2007, fremadrettet fra år 2007 til 2014 er tendensen for udvandring steget. Procentmæssigt fra år 2005 til 2014 er der steget med 7.3%.

Opgave 4:

a) GeoGebra benyttes.



b) Hvis portens bredde er $3m$, så er afstanden fra A til midtpunktet, hvor h står projekteret er $1.5m$, tilsvarende fra midtpunktet til B.

$$h = \sqrt{3^2 - 1.5^2} = 2.598$$

Så højden er $2.6m$

c) Højden er $4m$, så lad bredden være x

$$4 = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \Leftrightarrow x = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4.619$$

Så er bredden $4.62m$.

Opgave 5:

Skribenten opstiller en formel for omkredsen på forhånd for a) og b).

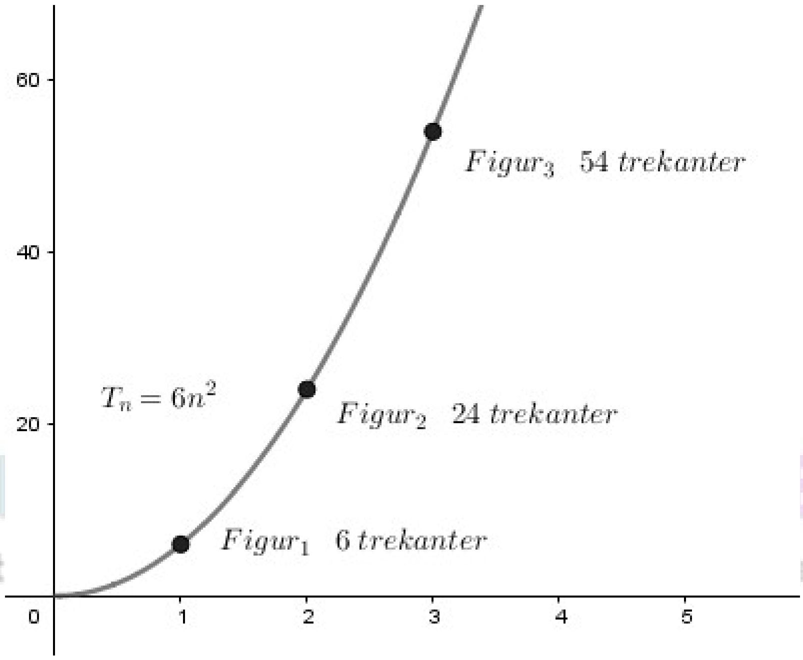
$$O_{figur\ x} = 6x$$

Her er x længdeenheden.

a) Omkredsen af figur 5 er $O_{figur\ 5} = 6 \cdot 5 = 30$

b) Omkredsen er $O_{figur\ n} = 6 \cdot n$

c) Grafen laves i GeoGebra:



d) Figur 9 har

$$T_9 = 6 \cdot 9^2 = 486$$

Enhedstrekanter.

e) Man løser andengradsligningen, for $n \in \mathbb{Z}_+$, så

$$6n^2 = 1000 \Leftrightarrow n^2 = \frac{500}{3} \Leftrightarrow n^2 = \sqrt{\frac{500}{3}} \approx 12.91$$

Så fra og med $n = 13$ kan man få sekskanter der har mere end 1000 enhedstrekanter.

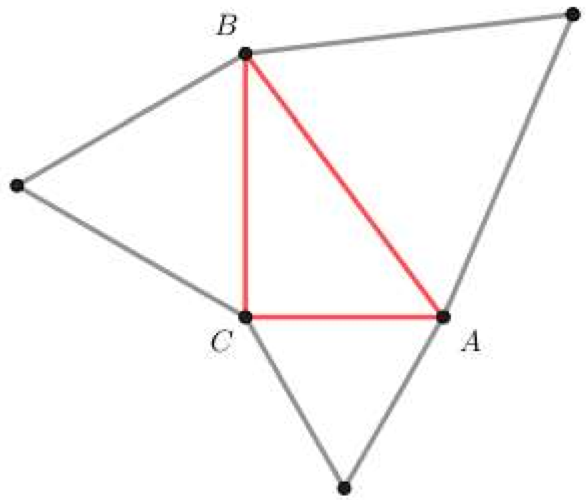
Opgave 6:

OBS: $\sin(60^o) = \sqrt{3}/2$.

a) Pythagoras læresætning anvendes.

$$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$

b) GeoGebra benyttes igen.



c) Den mindste ligesidet trekant har længde 3, den næste mindste ligesidet trekant har længde 4, og den største ligesidet trekant har længde 5, så

$$T_{lille} = \frac{1}{2} \cdot 3^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.897$$

$$T_{mellem} = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6.928$$

$$T_{stor} = \frac{1}{2} \cdot 5^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10.825 = 3.897 + 6.928 = T_{lille} + T_{mellem}$$

Så det er korrekt, at $T_{lille} + T_{mellem} = T_{stor}$.

d) Man kan lave et modeksempel, antag, at $d = 4$, $e = 9$ og $f = 13$, så er

$$T_{lille} = \frac{1}{2} \cdot s^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6.928$$

$$T_{mellem} = \frac{1}{2} \cdot s^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 35.074$$

$$T_{stor} = \frac{1}{2} \cdot s^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 73.179$$

Det er nemt at se, at $T_{lille} + T_{mellem} \neq T_{stor}$. Dermed virker formlen ikke for en hver trekant.

e) Lad $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, så gælder der, at

$$T_{lille} = \frac{1}{2} \cdot b^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$T_{mellem} = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$T_{stor} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ved at udlede formlerne fås:

$$T_{lille} + T_{mellem} = \frac{1}{2} \cdot b^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{(a^2 + b^2)\sqrt{3}}{4}$$

Tilsvarende for

$$T_{stor} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{(a^2 + b^2)\sqrt{3}}{4}$$

Da begge sider er identiske, da kvadratroden ophæves, så følger det, at formlen gælder for enhver retvinklet trekant, altså er

$$T_{lille} + T_{mellem} = T_{stor}$$