

TÜBİTAK 1. Aşama Deneme Sınavı-1

İbrahim Atakan Çiçek

5 Eylül 2019

Sınav süresi 180 dakikadır, başarılar dileriz.

1

Bir ABC üçgeninde $|AC| > |BC|$ ve $[CM]$ kenarortay ve $[CH]$ yüksekliktir. $m(\widehat{ACM}) = m(\widehat{BCH}) = 17^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{MCH})$ kaç derecedir ?

- a) 11 b) 26 c) 56 d) 41 e) 38

2

k, n negatif olmayan tam sayılar ve p bir asal sayı olmak üzere $5^k - 3^n = p^2$ denklemini sağlayan (k, n, p) için $k + n + p$ toplamının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- a) 3 b) 6 c) 9 d) 12 e) 15

3

$x^6 + 2x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 10x^2 - 10x - 3 = 0$ denklemini sağlayan farklı x reel sayılarının toplamı A , çarpımı B olduğuna göre $A.(B + 1)$ kaçtır?

- a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

4

10 x 10 bir tahta her satır ve sütunda en az 5 farklı renk olacak şekilde en az kaç farklı renkle boyanmalıdır?

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) Hiçbiri

5

$m(\widehat{ACB}) = 90^\circ$ olan bir ABC dik üçgeninde C ye ait yükseklik ayağı D olsun. D noktasının AC ve BC doğrularına göre yansıması sırasıyla E ve F olsun. ECB ve FCA üçgenlerinin çevrel çemberlerinin merkezleri sırasıyla O_1 ve O_2 olmak üzere, $|O_1O_2| = 5$ olduğuna göre $|AB|$ kaçtır?

- a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

6

a, b, c, d pozitif tam sayıları için $ab = cd$ geçerli olduğuna göre, p bir asal sayı olmak üzere $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = p$ eşitliğini sağlayan kaç (a, b, c, d, p) beşlisi bulunur?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

7

İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu için ; $0 \leq P(-1) \leq 1$, $0 \leq P(0) \leq 1$ ve $0 \leq P(1) \leq 1$ eşitsizlikleri sağlanıyor. $x \in [0, 1]$ için $P(x)$ polinomunun alabileceği maksimum değer kaçtır?

- a) 1 b) 2 c) $\frac{9}{8}$ d) $\frac{11}{4}$ e) Hiçbiri

8

$xyz = 27 \cdot 10^8$ eşitliğinin pozitif tam sayılarda kaç çözümü vardır ?

- a) 21270 b) 20750 c) 19500 d) 22500 e) Hiçbiri

9

Bir ABC üçgeninde dış teğet çember uzunlukları 2, 3, 6 olduğu biliniyor. İç teğet çemberin merkezi I ve çevrel çemberin merkezi O olsun. Buna göre $|IO|$ uzunluğu kaçtır?

- a) 4 b) $4\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $\sqrt{15}$ e) $\sqrt{21}$

10

Ardışık iki pozitif tam sayının her ikisinin de rakamları toplamı 11 ile tam bölünüyorsa, bu ardışık sayılardan küçük olanı en az kaç basamaklıdır?

- a) 3 b) 5 c) 7 d) 9 e) 11

11

$\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{15x - 6} = 2x + 2$ denkleminin reel çözümlerinin toplamı kaçtır?

- a) $\frac{11}{3}$ b) 4 c) $\frac{13}{3}$ d) $\frac{14}{3}$ e) Hiçbiri

12

Bir tabanı 2 birim, diğer kenarları 1 birim olan yamuklardan kullanılarak; bir kenarı n birim olan bir eşkenar üçgen kaplanabiliyorsa, $n \in \{2016, 2017, 2018, 2019\}$ değerlerinden kaçını alabilir?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri

13

Bir ABC üçgeninin içinden bir D noktası alınıyor öyle ki $|AB| = |AD|$, $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{DBC}) = 18^\circ$, $m(\widehat{DCB}) = 6^\circ$ olmaktadır. Buna göre $m(\widehat{DAC})$ açısının ölçüsünün değeri kaçtır?

- a) 18 b) 30 c) 36 d) 54 e) 60

14

Ondalık yazımında 0 dan farklı olan ve tüm rakamlarına bölünen pozitif bir tamsayıya 'özel sayı' diyelim. En fazla kaç ardışık özel sayı vardır?

- a) 9 b) 10 c) 12 d) 13 e) 14

15

Her $x, y \in \mathbb{R}$ için $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy(x+y+1)$ denklemini ve $f(1) = \frac{2}{3}$ koşulunu sağlayan sürekli f fonksiyonu için $f(3)$ değeri kaçtır?

- a) 21 b) 24 c) 27 d) 30 e) 36

16

100 öğrenci, öğleden önce 50 tane ikili grup halinde ve öğleden sonra da, yine 50 tane ikili grup halinde ders çalışıyorlar. Öğleden önceki ve sonraki gruplar nasıl oluşturulursa oluşturulsun, herhangi ikisi gün boyunca hiç birlikte çalışmamış n öğrenci bulunabiliyorsa, n sayısı en çok kaç olabilir?

- a) 42 b) 38 c) 34 d) 25 e) Hiçbiri

17

$ABCD$ eşkenar dörtgeninde $m(\widehat{B}) = 60^\circ$ dir. $ABCD$ dörtgeninin iç bölgesinde $m(\widehat{APC}) = 120^\circ$ olacak şekilde alınan bir P noktası için $|BP| = 3$ ve $|DP| = 2$ oluyorsa $|AP| - |CP|$ kaç olur?

- a) $\frac{\sqrt{19}}{3}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{\sqrt{21}}{3}$ d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18

$p^2 + 11$ sayısının 11 den daha az pozitif bölenlere sahip olduğu tüm p asal sayıları için p asallarının toplamı kaçtır ?

- a) 41 b) 42 c) 43 d) 44 e) Hiçbiri

19

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ koşulunu sağlayan tüm a, b, c pozitif gerçel sayıları için

$$(a - 1).(b - 1).(c - 1)$$

ifadesinin minimum değeri kaçtır?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) Hiçbiri

20

Bir kenarı n birim olan kare , n^2 birim kareye bölünüyor ve her kare mavi,kırmızı ya da beyaza boyanıyor. Böyle bir boyamada , bu karenin bir satır veya sütununda aynı renkte en az 3 tane birim kare olmasının kaçınılmaz olması için , n değeri en az kaçtır ?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

21

Merkezleri O ve P olan 2 daire alalım. İki dairenin de merkezinden diğer dairenin çevresine iki tane teğet çiziliyor. O merkezli çemberden çizilen teğetler O merkezli çemberi A ve B noktalarında, P merkezli çemberden çizilen teğetler ise P çemberini C ve D noktalarında kessin. Buna göre

$$\frac{|AB|}{|CD|}$$

değerini hesaplayınız.

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 2 e) Bu oran sabit bir değere sahip değildir.

22

a, b, c, d tam sayıları için $a^2 + b^2 + c^2 + 1 = d^2$ olduğuna göre $a - b$ ifadesi için aşağıdakilerden hangisi alabileceği değerlerden biridir?

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) Hiçbiri

23

$2.(a^2 + 1).(b^2 + 1) = (a + 1).(b + 1).(ab + 1)$ denklemini sağlayan tüm (a, b) reel sayı çözümlerinin sayısı kaçtır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

24

Dalgın bir profesör iki adet kibrit kutusu alıyor ve ikisini de cebine atıyor. Kibrite ihtiyacı olduğu herhangi bir zaman elini cebine atıyor ve iki kutudan birini rastgele (eşit olasılıkla) alıyor. Bir gün profesör daha önce kutudaki son kibriti aldıktan sonra dalgınlıkla tekrar kutuyu cebine atmış olacak ki, eline aldığı kibrit kutusunun boş olduğunu görüyor. Eğer iki kutuda da başlangıçta 7 kibrit çöpü varsa, son durumda diğer kutuda 5 kibrit çöpü bulunma olasılığı kaçtır?

- a) $\frac{9}{128}$ b) $\frac{9}{256}$ c) $\frac{27}{256}$ d) $\frac{3}{128}$ e) Hiçbiri

25

$ABCD$ dörtgeninde $[AB]//[CD]$ dir. P ve Q noktaları sırasıyla $[AB]$ ve $[CD]$ üzerinde $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|DQ|}{|CQ|}$ koşulunu sağlayan noktalardır. $AQ \cap DP = \{K\}$, $BQ \cap CP = \{N\}$ ise $|KN|$ nin $|AB| = 5$ ve $|CD| = 4$ ise $|KN|$ kaçtır?
a) $\frac{20}{9}$ b) $\frac{19}{9}$ c) 2 d) $\frac{17}{9}$ e) Hiçbiri

26

2019 dan küçük kaç n pozitif tam sayısı için , n yi bölen en küçük asal sayı p olmak üzere , $p^2 + p + 1$ sayısı n yi böler?
a) 174 b) 175 c) 176 d) 178 e) 179

27

(a_n) dizisi için , $a_0 = 0$ ve $n \geq 1$ için $|a_n| = |a_{n-1} + 3|$ olmak üzere;

$$|a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2006}|$$

ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

a) 21 b) 22 c) 23 d) 24 e) Hiçbiri

28

$abcd = 10^5$ ve abc çarpımı 100 ile bölünmeyecek şekilde kaç (a, b, c, d) dörtlüsü vardır?

a) 416 b) 448 c) 432 d) 464 e) Hiçbiri

29

$|AB| = |AC|$ olan ikizkenar ABC üçgeninin $[AB]$ kenarı üstünde alınan bir D noktasından BC ye çizilen paralel AC yi E noktasında kesiyor. $m(\widehat{A}) = 20^\circ$,
 $|DE| = 1$, $|BC| = a$ ve $|BE| = a + 1$ ise , $|AB|$ aşağıdakilerden hangisidir ?
a) $2a$ b) $a^2 - a$ c) $a^2 + 1$ d) $(a + 1)^2$ e) $a^2 + a$

30

p , $4p^2 + 1$ ve $6p^2 + 1$ asal sayılar ise p nin alabileceği değerler kaç tanedir?
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

31

$y^4 + 4y^2x - 11y^2 + 4xy - 8y + 8x^2 - 40x + 52 = 0$ denklemini sağlayan tüm (x, y) gerçel sayı ikilileri için $x + y$ toplamının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır ?
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) Hiçbiri

32

Aralarından tam 4 tanesinin adı Mehmet olan 12 öğrenci , her birisi 4 öğrenciden oluşan matematik , satranç ve müzik gruplarına dağıtılmıştır. Her grupta en az bir Mehmet bulunma olasılığı kaçtır?
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{12}{55}$ c) $\frac{24}{55}$ d) $\frac{72}{110}$ e) Hiçbiri