Προτεινόμενα Θέματα - Φυσική

Μάιος 2022

ΘΕΜΑ Α

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμίας από τις παρακάτω ερωτήσεις **Α1-Α4** και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Α1. Ορθογώνιο μεταλλικό πλαίσιο βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο και στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα των δύο απέναντι πλευρών του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης:

α. Εξαρτάται από το υλικό του πλαισίου.
β. Διπλασιάζεται όταν υποδιπλασιαστεί το εμβαδό του πλαισίου.
γ. Μειώνεται όταν αυξάνεται ο αριθμός των σπειρών.
δ. Μειώνεται όταν αυξάνεται η περίοδος περιστροφής του πλαισίου.

Α2. Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση.

α. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση που μηδενίζεται η επιτάχυνση του το σώμα έχει την ελάχιστη κινητική ενέργεια ταλάντωσης .
β. Όταν το σώμα διέρχεται από θέση που το σώμα έχει τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται με το μέγιστο ρυθμό .
γ. Η κινητική ενέργεια ταλάντωσης του σώματος μεταβάλλεται με το μέγιστο ρυθμό σε τυχαία θέση και όχι σε θέση πλάτους ή στη θέση ισορροπίας .
δ. Στις θέσεις πλάτους η δυναμική ενέργεια μεγιστοποιείται με το μέγιστο ρυθμό .

Α3. Σε λάστιχο ποτίσματος εμβαδού διατομής Α το νερό εξέρχεται με ταχύτητα υ .Για να τετραπλασιάσουμε την ταχύτητα υ χωρίς να αυξηθεί η παροχή του νερού ,μπορούμε με το χέρι μας να:

α. Μειώσουμε το εμβαδό διατομής κατά 25% .
β. Μειώσουμε το εμβαδό διατομής κατά 50%.
γ. Μειώσουμε το εμβαδό διατομής κατά 75%.
δ. Δεν υπάρχει τρόπος να το πετύχουμε.

Α4. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί συνισταμένη ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση τριών ταλαντώσεων οι οποίες έχουν διαφορετικά πλάτη, ίσες συχνότητες και εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι χρονικές εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι: $x_1 = A\eta\mu\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$, $x_2 = 2A\eta\mu\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$ και $x_3 = A\eta\mu\left(\omega \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right)$.

Το πλάτος Α' της σύνθετης ταλάντωσης θα είναι :

α. $A' = A$
β. $A' = 2A$
γ. $A' = 3A$
δ. $A' = 4A$

Μονάδες 20

Α5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η εξίσωση Bernoulli αποτελεί έκφραση της αρχής διατήρησης της ύλης, ενώ η εξίσωση της συνέχειας εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

β. Στη μετωπική ελαστική κρούση δύο σφαιρών με διαφορετικές μάζες η κινητική ενέργεια κάθε σφαίρας μεταβάλλεται με τη μεγαλύτερη κατ' απόλυτη τιμή μεταβολή να την έχει η μικρή σφαίρα .

γ. Αν ένα υλικό σημείο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας r, η στροφορμή του ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της τροχιάς και είναι κάθετη στο επίπεδό της έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο $p \cdot r$ όπου p το μέτρο της ορμής του υλικού σημείου .

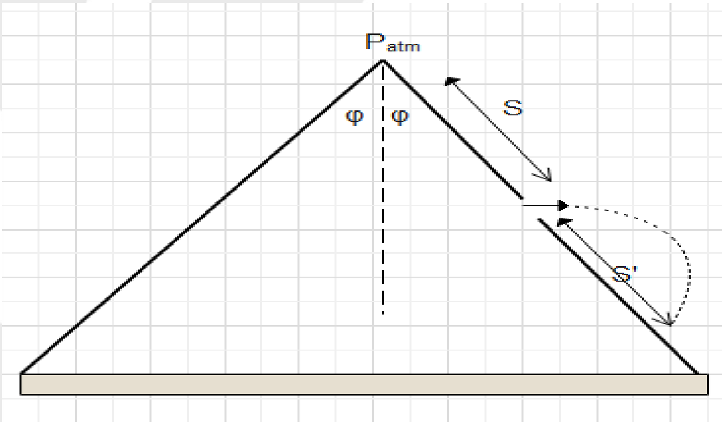
δ. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού μάζας m μειώνεται αν μειωθεί η γωνιακή ταχύτητα του σώματος .

ε. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση όπου η δύναμη των αντιστάσεων είναι της μορφής $F = -b\upsilon$ το ποσοστό μείωσης της ενέργειας αυξάνεται με το χρόνο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δεξαμενή νερού έχει κωνική επιφάνεια και οι κεκλιμένες επιφάνειες σχηματίζουν με την κατακόρυφο γωνίες φ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η δεξαμενή είναι γεμάτη και στην κορυφή της υπάρχει μικρή τρύπα. Αν μια άλλη μικρή τρύπα ανοιχθεί στο τοίχωμα της δεξαμενής σε απόσταση S από την κορυφή η φλέβα του νερού που σχηματίζεται ξαναπέφτει στην κεκλιμένη επιφάνεια σε απόσταση S' από την τρύπα δηλαδή σε απόσταση $S + S'$ από την κορυφή της δεξαμενής. Αν ισχύει $S = S'$ τότε η εφαπτομένη της γωνίας φ είναι ίση με:



Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

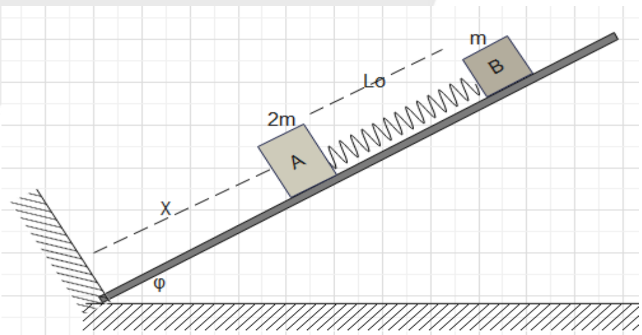
α. $\varepsilon\varphi\varphi = 1$ **β.** $\varepsilon\varphi\varphi = 2$ **γ.** $\varepsilon\varphi\varphi = 4$

Μονάδες 2

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

Β2. Τα σώματα $2m$ και m συγκρατούνται ώστε το ελατήριο σταθεράς k να έχει το φυσικότου μήκος. Τα αφήνουμε να κινηθούν σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ. Όταν το σώμα $2m$ φτάνει στον τοίχο, χτυπάει στον τοίχο και ηρεμεί ακαριαία. Η αρχική απόσταση του τοίχου με το σώμα $2m$ είναι $x = \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{k}}$.



Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος m θα είναι:

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

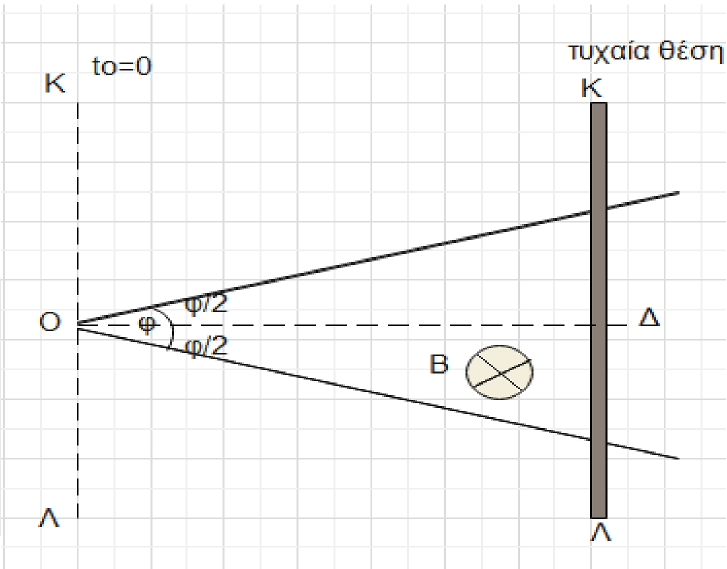
α. $\frac{mg}{k} \cdot \sqrt{ημφ \cdot (2 + ημφ)}$ **β.** $\frac{mg}{k} \cdot \sqrt{2συνφ \cdot (2 + ημφ)}$ **γ.** $\frac{mg}{k} \cdot \sqrt{2ημφ(2 + συνφ)}$

Μονάδες 2

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

Β3. Δύο μεταλλικοί αγωγοί μεγάλου μήκους ενώνονται στο άκρο τους O και σχηματίζουν γωνία $φ$. Μαγνητικό πεδίο B είναι κάθετο στο επίπεδο των δύο αγωγών, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αγωγός $ΚΛ$ μεγάλου μήκους την $t = 0$ βρίσκεται στην κορυφή της γωνίας και αρχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ$. Ο αγωγός κινείται έτσι ώστε να είναι συνεχώς κάθετος στη διχοτόμο της γωνίας $φ$ και σε συνεχή επαφή με τις πλευρές της γωνίας .Όλοι οι αγωγοί παρουσιάζουν αντίσταση ανά μονάδα μήκους R'.



Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α. $I = \frac{B \cdot υ \cdot ημ\frac{φ}{2}}{R'\left(1+ημ\frac{φ}{2}\right)}$ **β.** $I = \frac{B \cdot υ \cdot ημ\frac{φ}{2}}{R'\left(1+συν\frac{φ}{2}\right)}$ **γ.** $I = \frac{B \cdot υ \cdot}{R'}$

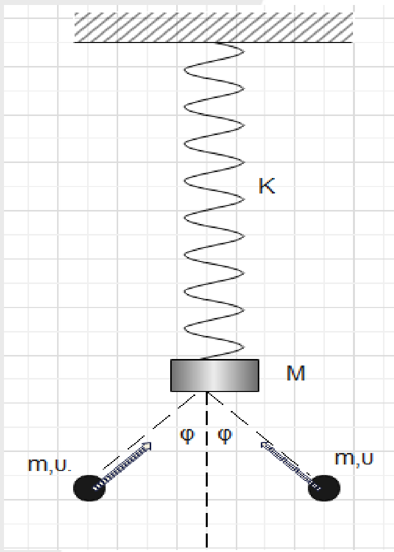
Μονάδες 2

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα μάζας $M = 2kg$ είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στην οροφή και ισορροπεί. Δύο βλήματα ίδιας μάζας $m_1 = m_2 = 1kg$ και ίδιου μέτρου ταχύτητας $υ_1 = υ_2 = υ = 2\sqrt{2}\ m/s$ συγκρούονται με το σώμα πλαστικά με ταχύτητες οι οποίες σχηματίζουν γωνίες $φ = 45^0$ με την κατακόρυφο όπως φαίνεται στο σχήμα . Δίνεται $g = 10\frac{m}{s^2}$.



Γ1. Να βρείτε την κινητική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 5

Γ2. Να βρείτε την σταθερά K του ελατηρίου αν η ενέργεια της ταλάντωσης που προκύπτει είναι $E = 10J$.

Μονάδες 5

Γ3. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου $U_{ελατηρίου}$ στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Μονάδες 5

Γ4. Να βρείτε τις τιμές του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος όταν η απομάκρυνση της ταλάντωσής είναι $x = 0{,}4m$.
(Σημείωση: θετική φορά προς τα πάνω)

Μονάδες 5

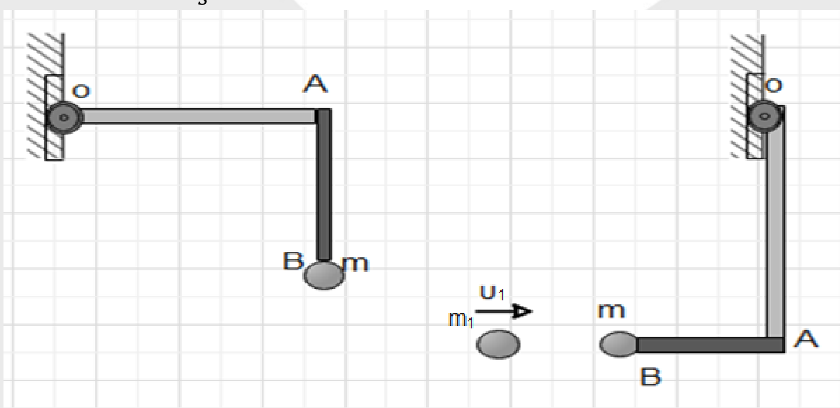
Γ5. Να βρείτε ποια θα έπρεπε να είναι η σταθερά k του ελατηρίου ώστε αμέσως μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος να είναι ίση με την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δύο ομογενείς και ισοπαχείς ράβδοι είναι συγκολλημένες στο σημείο A σχηματίζοντας ορθή γωνία. Στο σημείο B της ράβδου AB είναι στερεωμένη ακλόνητη σημειακή μάζα m.Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα- στερεωμένο κατάλληλα σε τοίχο- που διέρχεται από σημείο O της ράβδου OA.

Η μάζα της ράβδου OA είναι $M_{0A} = 2kg$ και το μήκος της $L_{0A} = 2m$, η μάζα της ράβδου AB είναι $M_{AB} = 1kg$ και το μήκος της $L_{AB} = 1m$ και η σημειακή μάζα $m = 1kg$. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του άξονα που διέρχεται από το μέσο της ράβδου και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$.



Δ1. Να βρείτε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδοι-μάζα m ως προς τον άξονα περιστροφής O.

Μονάδες 5

Δ2. Αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί την $t = 0$. Να βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση $a_{γων}$ του συστήματος την στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο.

Μονάδες 5

Δ3. Να βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος όταν η ράβδος OA γίνει κατακόρυφη για πρώτη φορά και τη γραμμική ταχύτητα της σημειακής μάζας m την ίδια στιγμή.

Μονάδες 5

Δ4. Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σημειακής μάζας m στη θέση που η ράβδος OA γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά.

Μονάδες 5

Δ5. Αν στη θέση όπου η ράβδος OA γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά σώμα μάζας $m_1 = 1kg$ το οποίο κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1 = 6 \cdot \sqrt{7{,}5}\ m/s$ συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με το σύστημα ράβδοι-σώμα όπως φαίνεται στο σχήμα να βρείτε την ταχύτητα του σώματος m_1 και την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά την ελαστική κρούση.

Μονάδες 5

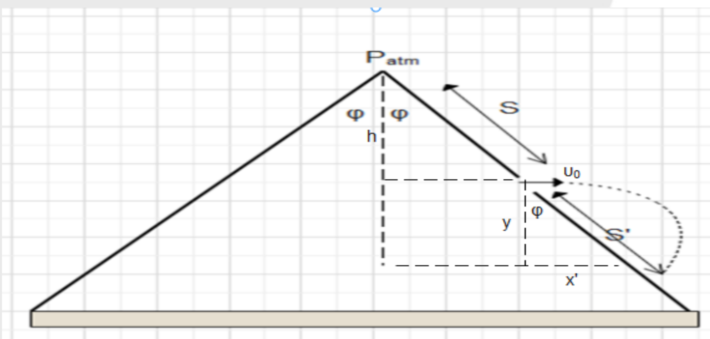
Ενδεικτικές Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ
Α2. γ
Α3. γ
Α4. β

Α5.
α. Λάθος
β. Λάθος
γ. Σωστό
δ. Λάθος
ε. Λάθος

ΘΕΜΑ Β
Β1.
Α. Σωστή απάντηση το **β.**
Β.
Η ταχύτητα εξόδου από την οπή δίνεται από το θεώρημα Toricceli: $\upsilon_0 = \sqrt{2gh}$,
ενώ για το χρόνο της οριζόντιας βολής που εκτελείται ισχύει: $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$.



Για το βεληνεκές της βολής ισχύει :

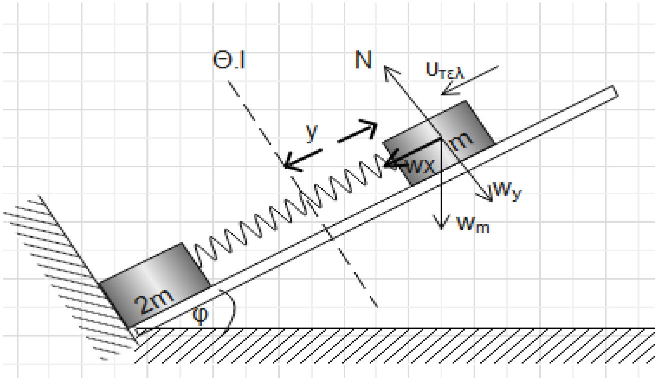
$x' = \upsilon_0 \cdot t \Longrightarrow x' = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \cdot \sqrt{\frac{2y}{g}} \Longrightarrow$

$x' = \sqrt{4 \cdot h \cdot y} \Longrightarrow x' = \sqrt{4 \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot S' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi} \Longrightarrow S'\eta\mu\varphi = \sqrt{4 \cdot S'^2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\varphi} \Longrightarrow$
$S'^2\eta\mu^2\varphi = 4 \cdot S'^2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2\varphi \Longrightarrow \varepsilon\varphi^2\varphi = 4 \Longrightarrow \varepsilon\varphi\varphi = 2$ αφού φ οξεία γωνία.

Β2.

Α. Σωστή απάντηση το **α.**

Β.



Από το Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το σώμα 2m από την αρχική του θέση μέχρι να χτυπήσει στον τοίχο μάζας έχουμε:

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολικό}$,

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{βάρους} \Longrightarrow$

$\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot υ_{τελ}^2 - 0 = 2m \cdot g \cdot ημφ \cdot x \Longrightarrow$

$\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot υ_{τελ}^2 - 0 = 2m \cdot g \cdot ημφ \cdot \frac{mg}{K} \Longrightarrow υ_{τελ} = g \cdot \sqrt{\frac{2mgημφ}{K}}$ (1)

και την ίδια ταχύτητα θα έχει και το σώμα μάζας m αφού τα σώματα κινούνται με κοινή επιτάχυνση $g \cdot ημφ$. Το μήκος l_0 παραμένει σταθερό μέχρι το σώμα μάζας $2m$ να χτυπήσει στον τοίχο.

Το σώμα μάζας m θα εκτελέσει ταλάντωση. Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης θα βρίσκεται σε απόσταση y από τη Θ.Φ.Μ. όπως φαίνεται στο σχήμα και την βρίσκουμε:

Στη Θέση Ισορροπίας: $ΣF = 0 \Longrightarrow F_{ελ} - w_x = 0 \Longrightarrow K \cdot y = mgημφ \Longrightarrow y = \frac{mgημφ}{K}$ (2)

Από την αρχή διατήρησης ενέργειας ταλάντωσης:

$E_{ολική} = K + U \Longrightarrow \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_{τελ}^2 + \frac{1}{2} \cdot K \cdot y^2$.

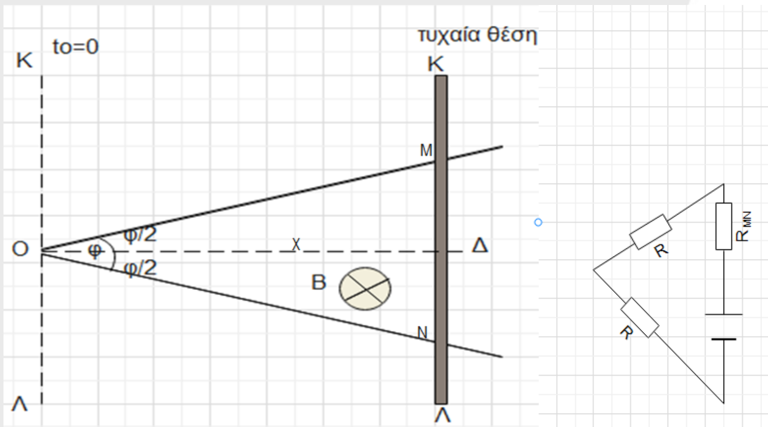
Με αντικατάσταση στη παραπάνω σχέση με τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$A = \frac{mg}{k} \cdot \sqrt{ημφ \cdot (2 + ημφ)}$.

Β3

Α. Σωστή απάντηση το **α.**

Β.



Στην τυχαία θέση:

$E_{επ} = Bυ(MN)$ με $(MN) = 2(MΔ)$.

Είναι: $εφ\frac{φ}{2} = \frac{MΔ}{x} \Longrightarrow$

$(MΔ) = x \cdot εφ\frac{φ}{2}$

άρα: $(MN) = 2 \cdot x \cdot εφ\frac{φ}{2}$ και επειδή $συν\frac{φ}{2} = \frac{x}{(OM)}$ προκύπτει:

$$(OM) = \frac{x}{συν\frac{φ}{2}} = (ON)$$

Άρα η συνολική αντίσταση (σε σειρά όλες οι αντιστάσεις) του τριγώνου που σχηματίζεται θα είναι:

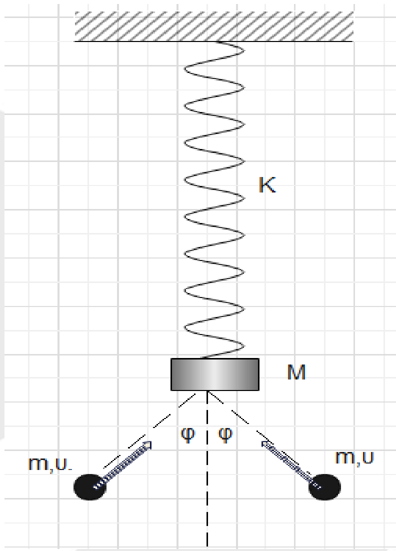
$$R_{ολικό} = R'\frac{2x}{συν\frac{φ}{2}} + R'\frac{2x}{εφ\frac{φ}{2}} = R'\frac{2x}{συν\frac{φ}{2}} + R'\frac{2xημ\frac{φ}{2}}{συν\frac{φ}{2}} = R'\cdot 2x\left(\frac{1}{συν\frac{φ}{2}} + \frac{ημ\frac{φ}{2}}{συν\frac{φ}{2}}\right)$$

Επομένως:

$$I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολικό}} = \frac{Bυ(MN)}{R_{ολικό}} = \frac{B\cdot υ\cdot 2\cdot x\cdot\ εφ\frac{φ}{2}}{R'\cdot 2x\left(\frac{1}{συν\frac{φ}{2}} + \frac{ημ\frac{φ}{2}}{συν\frac{φ}{2}}\right)} = \frac{B\cdot υ\cdot ημ\frac{φ}{2}}{R'\left(1+ημ\frac{φ}{2}\right)}$$

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα μάζας $M = 2kg$ είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στην οροφή και ισορροπεί. Δύο βλήματα ίδιας μάζας $m_1 = m_2 = 1kg$ και ίδιου μέτρου ταχύτητας $υ_1 = υ_2 = υ = 2\sqrt{2}\ m/s$ συγκρούονται με το σώμα πλαστικά με ταχύτητες οι οποίες σχηματίζουν γωνίες 45^0 με την κατακόρυφο όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται $g = 10\frac{m}{s^2}$.



Γ1. Να βρείτε την κινητική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την πλαστική κρούση.

Από διατήρηση ορμής για την πλαστική κρούση έχουμε:

$\vec{P}_{αρχΣΥΣΤ} = \vec{P}_{τελικήΣΥΣΤ} \Longrightarrow$

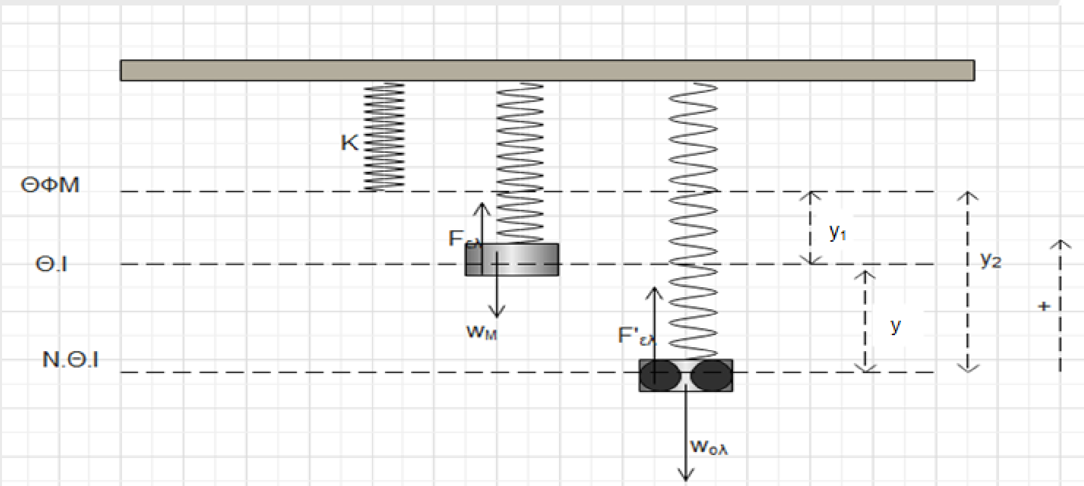
$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{ΣΥΣ} \Longrightarrow \sqrt{{P_1}^2 + {P_2}^2} = P_{ΣΥΣ} \Longrightarrow \sqrt{2{P_1}^2} = P_{ΣΥΣ} \Longrightarrow$

$\sqrt{2}\cdot m_1\cdot υ = (m_1 + m_2 + M)\cdot V_{ΣΥΣ} \Longrightarrow \sqrt{2}\cdot 2\cdot\sqrt{2} = 4V_{ΣΥΣ} \Longrightarrow V_{ΣΥΣ} = 1m/s.$

Απώλεια:

$K_{αρχσυστ} - K_{τελσυστ} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot υ_1^2 + \frac{1}{2}\cdot m\cdot υ_2^2 - \frac{1}{2}\cdot(m+m+M)\cdot V_{ΣΥΣ}^2 = 4+4-2 = 6\,J$

Γ2. Να βρείτε την σταθερά K του ελατηρίου αν η ενέργεια της ταλάντωσης που προκύπτει είναι $E = 10J$.



Στη Θ.Ι. έχουμε: $\Sigma\vec{F} = 0 \Longrightarrow \vec{F}_{ελ} = \vec{w}_M \Longrightarrow k\cdot y_1 = Mg \Longrightarrow y_1 = \frac{M\cdot g}{K}$ (1)

Στη νέα Θ.Ι.: $\Sigma\vec{F}=0 \Longrightarrow \vec{F}'_{\varepsilon\lambda}=\vec{w}_{o\lambda\iota\kappa\acute{o}} \Longrightarrow k\cdot y_2=(M+m+m)\cdot g \Longrightarrow y_2=\frac{(M+m+m)\cdot g}{k}$ (2)

Η απόσταση Θ.Ι. και νέας Θ.Ι. y από τις (1) και (2): $y=y_2-y_1=\frac{(m+m)\cdot g}{k}$ (3).

Από Α.Δ.Ε.Τ. στη Θ.Ι. :

$E_{o\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}=K+U \Longrightarrow E_{o\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}=\frac{1}{2}\cdot(M+m+m)\cdot V_{\Sigma\Upsilon\Sigma}^2+\frac{1}{2}\cdot k\cdot y^2 \Longrightarrow k=25\frac{N}{m}$

Γ3. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου $U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\acute{\iota}o\upsilon}$ στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Είναι: $T=2\pi\sqrt{\frac{M+m+m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2\pi 2}{5}=\frac{4\pi}{5}s$

Στη Νέα Θέση Ισορροπίας: $\Delta l=y_2=\frac{(M+m+m)g}{k}=\frac{40}{25}m$

Επομένως: $U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau\eta\rho\acute{\iota}o\upsilon}=\frac{1}{2}\cdot k(\Delta l)^2=\frac{1}{2}\cdot k\cdot y_2^2=\frac{1}{2}\cdot 25\cdot\left(\frac{40^2}{25^2}\right)=32J$

Γ4. Να βρείτε τις τιμές του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος όταν η απομάκρυνση της ταλάντωσής είναι $x=0{,}4m$. (θετική φορά προς τα πάνω).

Είναι: $\frac{dk}{dt}=\frac{dW_{\Sigma F}}{dt}=\frac{\Sigma F\cdot d\chi}{dt}=\Sigma F\cdot v=-D\cdot x\cdot v=-k\cdot x\cdot v$

θα βρούμε την ταχύτητα στη θέση $x=0{,}4m$.

Αρχή διατήρησης ενέργειας ταλάντωσης:

$E_{o\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}=K+U \Longrightarrow$

$E_{o\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}=\frac{1}{2}\cdot(M+m+m)\cdot V_{\Sigma\Upsilon\Sigma}^2+\frac{1}{2}\cdot k\cdot x^2 \Longrightarrow 10=2V_{\Sigma\Upsilon\Sigma}^2+2 \Longrightarrow V_{\Sigma\Upsilon\Sigma}=\pm 2\,\frac{m}{s}$.

Επομένως: $\frac{dk}{dt}=-k\cdot x\cdot V_{\Sigma\Upsilon\Sigma}=-25\cdot 0{,}4\cdot 2=\pm 20\frac{J}{s}$.

Γ5. Να βρείτε ποια θα έπρεπε να είναι η σταθερά k του ελατηρίου ώστε αμέσως μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος να είναι ίση με την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

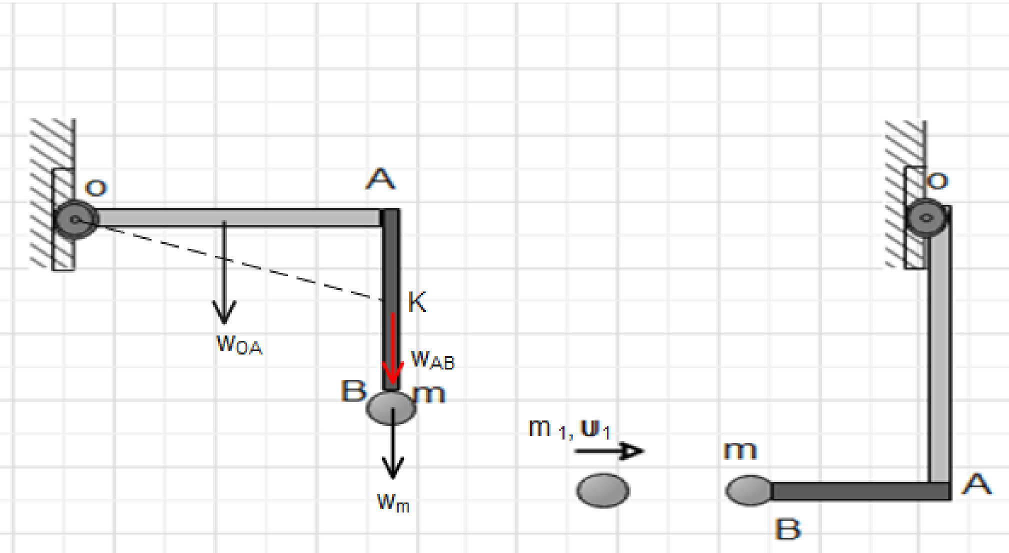
Είναι: $K=U \Longrightarrow \frac{1}{2}\cdot(M+m+m)\cdot V_{\Sigma\Upsilon\Sigma}^2=\frac{1}{2}\cdot k\cdot y^2$, όπου για την απομάκρυνση y από τη Θ.Ι. ισχύει: $y=\frac{m_1+m_2+M}{k}-\frac{M\cdot g}{k}=\frac{20}{k}$

άρα: $\frac{1}{2}\cdot(M+m+m)\cdot V_{\Sigma\Upsilon\Sigma}^2=\frac{1}{2}\cdot k\cdot y^2 \Longrightarrow k=100\frac{N}{m}$

ΘΕΜΑ Δ

Δύο ομογενείς και ισοπαχείς ράβδοι είναι συγκολλημένες στο σημείο A σχηματίζοντας ορθή γωνία . Στο σημείο Β της ράβδου ΑΒ είναι στερεωμένη ακλόνητη σημειακή μάζα m .Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα-στερεωμένο κατάλληλα σε τοίχο που διέρχεται από σημείο O της ράβδου OA .

Η μάζα της ράβδου OA είναι $M_{OA}=2kg$ και το μήκος της $L_{OA}=2m$, η μάζα της ράβδου AB είναι $M_{AB}=1kg$ και το μήκος της $L_{AB}=1m$ και η σημειακή μάζα $m=1kg$. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του άξονα που διέρχεται από το μέσο της ράβδου και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ και $g = 10\frac{m}{s^2}$.



Δ1. Να βρείτε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδοι-μάζα m ως προς τον άξονα περιστροφής Ο.

Από Πυθαγόρειο Θεώρημα είναι:

$$OK = \sqrt{(OA)^2 + (AK)^2} = \sqrt{\frac{17}{4}}m$$

$$OB = \sqrt{(OA)^2 + (AB)^2} = \sqrt{5}m$$

Επιπλέον:

$$I(o)_{ΣΥΣΤ} = I_{(0A)} + I_{(AB)} + I_m =$$

$$\frac{1}{12}\cdot M_{0A}\cdot L_{OA}^2 + M_{0A}\left(\frac{L_{(0A)}}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\cdot M_{AB}\cdot L_{AB}^2 + M_{AB}\cdot (OK)^2 + m\cdot (OB)^2 = 12kgm^2$$

Δ2. Αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί την $t = 0$. Να βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση $α_{γων}$ του συστήματος την στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο.

Από θεμελιώδη νόμο στροφικής κίνησης:

$$Στ(o) = I(o)_{ΣΥΣΤ}\cdot α_{γων} \Longrightarrow w_{OA}\cdot\frac{L_{(0A)}}{2} + w_{AB}\cdot L_{OA} + w_m\cdot L_{OA} = I(o)_{ΣΥΣΤ}\cdot α_{γων} \Longrightarrow$$

$$20 + 20 + 20 = 12\cdot α_{γων} \Longrightarrow α_{γων} = 5\frac{rad}{s^2}$$

Δ3. Να βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος όταν η ράβδος OA γίνει κατακόρυφη για πρώτη φορά και τη γραμμική ταχύτητα της σημειακής μάζας m την ίδια στιγμή.

Από διατήρηση μηχανικής ενέργειας για την αρχική και την τελική θέση:

$$E_{μηχαρχική} = E_{μηχτελική} \Longrightarrow$$

$$K_{αρχική} + U_{αρχική} = K_{τελική} + U_{τελική} \Longrightarrow$$

$$w_{OA}\cdot L_{OA} + w_{AB}\cdot\left(L_{OA} - \frac{L_{(AB)}}{2}\right) + w_m\cdot\left(L_{OA} - \frac{L_{(OA)}}{2}\right) = \frac{1}{2}\, I(o)_{ΣΥΣΤ}\cdot ω^2 + w_{OA}\frac{L_{(OA)}}{2} \Longrightarrow$$

$\omega^2 = \frac{45}{6} \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{45}{6}} = \sqrt{7{,}5}\ \frac{rad}{s}$

και για τη γραμμική ταχύτητα της σημειακής μάζας m:

$\upsilon_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\iota\kappa\acute{\eta}\ m} = \omega \cdot (OB) = \frac{\sqrt{150}}{2}\ m/s$

Δ4.Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της σημειακής μάζας m στη θέση που η ράβδος ΟΑ γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά.

$\Sigma\tau(o) = I(o)_{\Sigma Y\Sigma T} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Longrightarrow$

$w_{AB} \cdot \frac{L_{(AB)}}{2} + mg(AB) = I(o)_{\Sigma Y\Sigma T} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Longrightarrow$

$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{5}{4}\frac{rad}{s^2}$

Επιπλέον:

$\frac{dL_{(m)}}{\mathrm{dt}} = I_m \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = 5 \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{4} kg \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 6{,}25 kg \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$

Δ5. Αν στη θέση όπου η ράβδος OA γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά σώμα μάζας $m_1 = 1kg$ το οποίο κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1 = 6 \cdot \sqrt{7{,}5}\ m/s$ συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με το σύστημα ράβδοι-σώμα όπως φαίνεται στο σχήμα να βρείτε την ταχύτητα υ_1' του σώματος m_1 και την γωνιακή ταχύτητα ω' του συστήματος μετά την ελαστική κρούση .

Από αρχή διατήρησης στροφορμής για την ελαστική κρούση ως προς το O έχουμε.

Σχόλιο: Θεωρούμε θετική φορά αριστερόστροφα.

$\vec{L}_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}} \Longrightarrow$

$\vec{L}_{m\pi\rho\iota\nu} + \vec{L}_{\sigma\upsilon\sigma\tau\pi\rho\iota\nu} = \vec{L}_{m\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} + \vec{L}_{\sigma\upsilon\sigma\tau\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Longrightarrow$

$m_1 \cdot \upsilon_1 \cdot (OA) - I(o)_{\Sigma Y\Sigma T} \cdot \omega = m_1\upsilon_1' + I(o)_{\Sigma Y\Sigma T} \cdot \omega'$ (1).

Από αρχή διατήρησης κινητικής ενέργειας για την ελαστική κρούση:

$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I(o)_{\Sigma Y\Sigma T} \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot I(o)_{\Sigma Y\Sigma T} \cdot \omega'^2$ (2)

Λύνοντας το σύστημα των (1) και (2) προκύπτει:

$\upsilon_1' = -6 \cdot \sqrt{7{,}5}\,\frac{m}{s} \quad \kappa\alpha\iota\ \ \omega' = \sqrt{7{,}5}\ \frac{rad}{s}$

Ευχόμαστε επιτυχία!

Υπολογισμός Μορίων Πανελλαδικών 2022

Χρησιμοποιήστε την Εφαρμογή για να **υπολογίσετε Μόρια** για κάθε Πανεπιστημιακό Τμήμα / Σχολή!

Υπολογίστε Μόρια, δείτε τα **Τμήματα Επιτυχίας** (με τις περσινές βάσεις), τις **Ελάχιστες Βάσεις Εισαγωγής** για κάθε Ειδικό Μάθημα και για κάθε Πανεπιστημιακό Τμήμα

μέσα από την ιστοσελίδα του ΜΕΘΟΔΙΚΟΥ
ή την Android Εφαρμογή: mobile app