

Akvizicija i obrada eksperimentalnih podataka u fizici

Drugi test - Maj 2019.

Zadatak 1

Posmatrajmo slučaj matematičkog klatna dužine l u homogenom gravitacionom polju. Oscilovanje klatna je opisano diferencijalnom jednačinom:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -g/l \sin\theta.$$

Za vrlo male uglove ($\sin\theta \approx \theta$) analitičko rješenje ima oblik $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$, gdje je θ_0 početni ugao za $t = 0$, a $\omega = \sqrt{g/l}$. Koristeći Eulerov metod, numerički odrediti vrijednost ugla u funkciji vremena t . Posmatrati dva slučaja: $\theta_0 = 13^\circ$ i $\theta_0 = 50^\circ$ (uzeti da je, $T = 10s$).

Zadatak 2

Koristeći funkciju `rand()` generirati 4 slučajne tačake u intervalu $[0, 1]$, a zatim koristeći kubni spline¹ interpolirati vrijednosti u 100 ekvidistantnih tačaka iz istog intervala. Rezultat prikazati odgovarajućim grafikonom.

¹ Koristiti funkciju `spline()` u Matlabu.

Zadatak 3

U ovom zadatku ćemo koristiti fit metodom najmanjih kvadrata na eksperimentalnim rezultatima mjerjenja aktivnosti radioaktivnog izotopa Ba-137m.² Svako mjerjenje je trajalo 10 sekundi, a rezultati su dati u obliku dva vektora. Prvi vektor daje broj zabilježenih impulsa za svaki interval, a drugi trenutke kada je brojanje počelo (0. sekunda, 12. sekunda,...):

$A = [80412., 76400., 73071., 69203., 65735., 62529., 59948., 56926., 54243., 51490., 49255., 46256., 44152., 42339., 40003., 38525., 36419., 35059., 33011., 31439., 29971., 28300., 27179., 25554., 24475., 23143., 22187., 21279., 19845.]$

$t = [0., 12., 23., 34., 45., 57., 68., 79., 91., 102., 113., 124., 136., 147., 158., 169., 181., 192., 203., 214., 226., 237., 248., 259., 271., 282., 293., 305., 316.]$

² Kao detektor korišten je NaI scintilator čiji kristali absorbuju gama čestice proizvedene radioaktivnim raspadom u izvoru zračenja. Kristal apsorbuje kvant zračenja i emituje foton čija energija odgovara energiji apsorbovanog zračenja. Emitovani foton u uređaju zatim generira električni impuls. Mjerjenje se sastoji u određivanju broja impulsa (aktivnost) tokom određenog vremena.

Kako ćemo raditi sa linearnom regresijom, zgodno je izraz za aktivnost³ radioaktivnog izvora napisati u obliku:

$${}^3 A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\ln A(t) = \ln A(t=0) - \lambda t$$

tako da je konstanta raspada⁴ data kao:

$${}^4 \lambda = 0.693/T$$

$$\lambda = 1/t \ln \left(\frac{A(t=0)}{A(t)} \right)$$

odnosno vrijeme poluraspada:

$$T = -\frac{0.693 \cdot t}{\ln \left(\frac{A(t)}{A(t=0)} \right)} \quad (1)$$

Koraci:

- a) Nacrtati eksperimentalne tačke na grafiku, tako da na ordinati budu vrijednosti $\ln(A/A_0)$, a na apscisi vrijeme t .
- b) Izvršiti fit metodom najmanjih kvadrata (izračunati koeficijente a i b)⁵
- c) Nacrtati pravu $y = ax + b$ na grafu⁶ iz a).
- d) Iz dobijenog oblika funkcije $y = ax + b$ izabrati proizvoljnu vrijednost t (npr. $t=10$ s) i izračunati $\ln(A/A_0)$.
- e) Izračunati vrijeme poluraspada radioaktivnog izotopa **Ba-137m**, koristeći jednačinu (1).

⁵

$$a = \frac{\sum_i^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i^N (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}.$$

⁶ U našem slučaju $y = \ln(A/A_0)$, a $x = t$.



RJEŠENJA:



RJEŠENJA:

