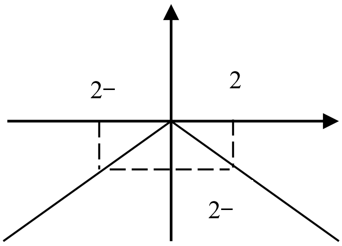
14] د (س) = − $\begin{cases} -\frac{1}{2} \text{س} & \text{لما س} \geq 0 \\ -\frac{1}{2} \text{س} & \text{لما س} < 0 \end{cases}$



الحل: على [0 ، + ∞ [⇐ ص = − $\frac{1}{2}$ س

ضع س = 0⇐ ص = 0 ∴ (0 ، 0)

ضع س= 2 ⇐ ص = − $\frac{1}{2}$ × 2= − 1 ∴ (2 ، −1)

على]− ∞ ، 0]⇐ ص = $\frac{1}{2}$ س

ضع س = 0 ⇐ ص = 0 ∴ (0 ، 0)

ضع س = −2 ⇐ ص = $\frac{1}{2}$ × −2 = −1 ∴ (−2 ، −1)

الاستنتاج : 1) م ت = ح 2) المدى] − ∞ ، 0]

3) (0 ، 0) قيمة عظمى 4) الدالة محدودة من الأعلى

5) على]− ∞ ، 0] تزايدية وعلى [0 ، + ∞[تناقصية

(4)* أثبت أن الدوال التالية محدودة . وأوجد مداها ؟

1] د (س)= س^2+5س−3 في [−1 ، 2] .

الحل: معك فترة (طريقة Δ ≥ 0 لا تنفع لا بد من طريقة البناء .)

ولكن طالما ظهر أكثر من س لا بد من الإكمال إلى مربع كامل

ص = س^2 + 5س + $\frac{25}{4}$ − $\frac{25}{4}$ − 3

= (س + $\frac{5}{2}$)^2 − $\frac{37}{4}$

البناء : −1 ≤ س ≤ 2 ⇐ −1 + $\frac{5}{2}$ ≤ س + $\frac{5}{2}$ ≤ 2 + $\frac{5}{2}$

$\frac{3}{2} \leq (س + \frac{5}{2}) \leq \frac{9}{2}$ ربع

$\frac{9}{4} \leq (س + \frac{5}{2})^2 \leq \frac{81}{4}$ أضف $\frac{-37}{4}$

$\frac{9}{4} - \frac{37}{4} \leq (س + \frac{5}{2})^2 - \frac{37}{4} \leq \frac{81}{4} - \frac{37}{4}$

$\frac{-28}{4} \leq (س + \frac{5}{2})^2 - \frac{37}{4} \leq \frac{44}{4} \Leftarrow -7 \leq د(س) \leq 11$

محدودة والمدى [− 7 ، 11]

2) د (س) = $\frac{1}{س^2+2}$ أوجد المدى ؟

* م ت = ح لأن س^2 + 2 ≠ 0 مجموع مربعين .

البناء : − ∞ < س < ∞ ربع وأطوي 0 ≤ س^2 < ∞

أضف 2 ⇐ $\frac{2}{1} \leq \frac{س^2+2}{1} < \frac{\infty}{1}$ أقلب تقلب علماً أن $\boxed{\frac{1}{\infty} = 0}$

$\frac{1}{2} \geq \frac{1}{س^2+1} > 0$ ∴ محدود و المدى] 0 ، $\frac{1}{2}$]

3) د (س) = $\frac{3}{2س^2+1}$

الحل : م ت = ح لماذا ؟

البناء : − ∞ < س < ∞ ⇐ 0 ≤ س^2 < ∞ ⇐ 0 ≤ 2س^2 < ∞

⇐ 1 ≤ 2س^2 + 1 < ∞ ⇐ $1 \geq \frac{1}{2س^2+1} > 0$

أضرب بـ 3 ⇐ $3 \geq \frac{3}{2س^2+1} > 0$ ⇐

$3 \geq$ د (س) > 0 ∴ محدودة والمدى] 0 ، 3]

4) د (س) = $\frac{\text{2س}^2+1}{\text{3س}^2+1}$ هل محدودة ... ثم أوجد المدى ؟

الحل : م ت = ح   لماذا ؟ $\boxed{\text{انتبه ص} > 0}$

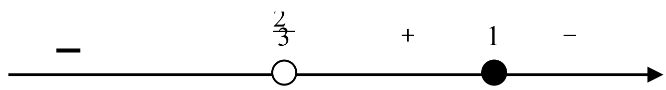
لإيجاد المدى $\frac{\text{ص}}{1} = \frac{\text{2س}^2+1}{\text{3س}^2+1}$ ⇐ 3س^{2}ص + ص = 2س^2+1

3 س^{2}ص − 2س^2 = 1− ص ⇐ س^2 (3ص−2) = 1− ص

⇐ س^2 = $\frac{\text{1− ص}}{\text{3ص−2}}$ ⇐ س = ± $\sqrt{\frac{\text{1− ص}}{\text{3ص−2}}}$ معرفة لما

$\frac{\text{1− ص}}{\text{3ص−2}} \geq 0$ أصفار البسط ص=1

أصفار المقام 3ص−2= 0 ⇐ ص= $\frac{2}{3}$



∴ م ت =] $\frac{2}{3}$ ، 1] ⇐ المدى =] $\frac{2}{3}$ ، 1] ينسجم مع ص > 0

5) د (س) = س2−1

الحل : م ت = ح

ص = س^2−1 ⇐ س2= ص + 1 ⇐ س = ± $\sqrt{\text{ص} + 1}$

معرفة لما ص +1 ≥ 0 ⇐ ص ≥ −1 ⇐ محدودة من الأسفل والمدى [−1،+∞ [

6) ص = $\frac{\text{3س}}{\text{س}^2+1}$

الحل : م ت = ح   لمـاذا ؟!

ص $س^2$ + ص = 3س ⇐ ص $س^2$ − 3 س + ص = 0 ⇐

$$\left.\begin{array}{l} أ = ص \\ ب = -3 \\ جـ = ص \end{array}\right\}$$

شرط وجود س هو $\Delta \geq 0$ ⇐ $ب^2 - 4$أ جـ ≥ 0

$9 - 4 \times$ ص $\times$ ص ≥ 0 ⇐ $9 - 4$ $ص^2 \geq 0$ ⇐ $9 \geq 4$ $ص^2$

⇐ $\frac{3}{2} \geq$ |ص| ⇐ $\frac{3}{2} \geq$ ص $\geq -\frac{3}{2}$ محدودة

⇐ المدى $[-\frac{3}{2} ، \frac{3}{2}]$

7) د (س) = $\frac{1}{2+\text{جاس}}$

الحل : م ت = ح لأن 2 + جا س $\neq 0$

البناء: $-1 \leq$ جا س ≤ 1 ⇐ أضف (2)

$1 \leq 2 +$ جا س ≤ 3 ⇐ $1 \geq \frac{1}{2+\text{جاس}} \geq \frac{1}{3}$ ⇐

$1 \geq$ د (س) $\geq \frac{1}{3}$ محدودة والمدى $[\frac{1}{3} ، 1]$

8) د (س) = $\frac{9}{\sqrt{3س^2+2}}$

الحل: معرفة لما $3س^2+2 > 0$ وهذا محقق دوماً ∀س ∋ ح لأنه مجموع مربعين.

∴ م ت = ح =] −∞ ، ∞ [

البناء : $-\infty <$ س $< \infty$ ربع وأطوي $0 \leq س^2 < \infty$ أضرب بـ 3

⇐ $0 \leq 3$ $س^2 < \infty$ أضف 2

$2 \leq 3س^2+2 < \infty$ أجذر $\sqrt{2} \leq \sqrt{3س^2+2} < \infty$

أقلب تقلب $\frac{1}{\sqrt{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{3س^2+2}} > 0$

أنتبه $\frac{1}{\infty} = 0$

أضرب بـ 9 $\Leftarrow$ $\frac{9}{\sqrt{2}} \geq \frac{9}{\sqrt{3س^2+2}} > 0$

$\frac{9}{\sqrt{2}} \geq$ د (س) > 0 $\therefore$ محدودة والمدى] 0 ، $\frac{9}{\sqrt{2}}$ [.

تمارين عامة (الوحدة الثانية)

الدوال الحقيقية

أ) أوجد مجموعة تعريف كل من الدوال التاليـة :

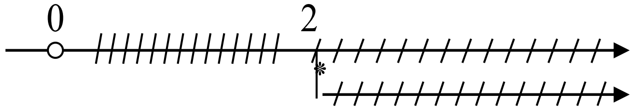
أ- د (س) = $\frac{س^2+1}{س^4+1}$

الحل : م ت = ح لأن س4 +1 $\neq 0$ مجموع مربعين

ب) د (س) = $\sqrt{س} + \sqrt{س - 2}$

أولاً : $\sqrt{س}$ معرفة لما س ≥ 0

ثانياً: $\sqrt{س - 2}$ معرفة لما س $- 2 \geq 0 \Leftarrow$ س ≥ 2



م ت = [0 ، ∞ + [$\cap$ [2 ، ∞ + [= [2 ، ∞ + [

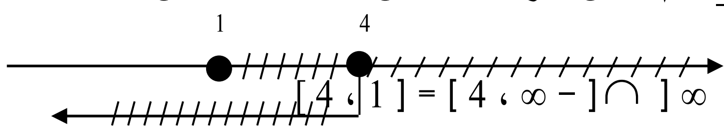
جـ) د (س) = |س| + | س $-$ 2|

الحل : د دالة صحيحة $\longleftarrow$ م ت = ح

د) د (س) = $\sqrt{س - 1} \times \sqrt{4 - س}$

الحل : *أولاً* : $\sqrt{س - 1}$ معرفة لما س $- 1 \geq 0 \Leftarrow$ س ≥ 1

ثانياً : $\sqrt{4 - س}$ معرفة لما 4$-$ س $\geq 0 \Leftarrow 4 \geq$ س



م ت = [1 ، ∞ + [$\cap$] $- \infty$ ، 4] = [1 ، 4]

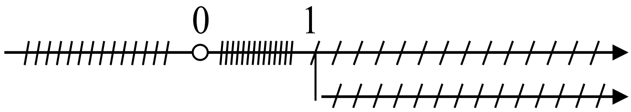
2] لتكن د(س) = $\sqrt{س-1}$ ، هـ (س) = $\frac{1}{س}$ أوجد

مجموعة تعريف الدوال التاليـة :

أ) د (س) + هـ (س)

الحل : د (س) + هـ (س) = $\sqrt{س-1} + \frac{1}{س}$

أولاً : $\sqrt{س-1}$ معرفة لما س $-1 \geq 0$ ⇐ س ≥ 1 ثانياً : $\frac{1}{س}$ معرفة لما س $\neq 0$



م ت = $[1 ، +\infty[\cap ح^* = [1 ، +\infty[$

ب) د (س) − هـ (س)

م ت = $[1 ، +\infty[$ لأن الطرح لا يؤثر على م ت

ج) د (س) × هـ (س) ⇐ م ت = $[1 ، +\infty[$

د) $\frac{د(س)}{هـ(س)} = \frac{\sqrt{س-1}}{\frac{1}{س}}$ = س $\sqrt{س-1}$ بشرط س $\neq 0$

∴ م ت = $[1, +\infty[$

هـ) (هـ o د) (س)

الحل : (هـ o د) (س) = هـ (د (س)) = هـ ($\sqrt{س-1}$) = $\frac{1}{\sqrt{س-1}}$

معرفة لما س − 1 > 0 ⇐ س > 1 ∴ م ت = $]1 ، +\infty[$

3] أوجد مدى كل من الدوال التالية :

أ) د (س) = س^2+1 الحل : م ت = ح

ص = س^2 +1 ⇐ س^2 = ص−1 ⇐ س = $\pm\sqrt{ص-1}$

معرفة لماص −1 ≥ 0 ⇐ ص ≥ 1 ⇐ المدى $[1 ، +\infty[$

ب) د (س) = $\frac{2س+1}{س-1}$

م ت = ح / { 1 } ∴ $\frac{ص}{1} = \frac{2س+1}{س-1}$ ⇐ص س− ص =2س + ⇐1

س (ص−2) = ص+1 ⇐س = $\frac{ص+1}{ص-2}$ ⇐ م ت = ح / { 2 } .

⇐ المدى = ح / { 2 } .

ج) د (س) = س^2− 4 س +11

الحل : ص = س^2 − 4 س +11 الثوابت أ = 1 ، ب = −4 ، جـ = 11− ص

⇐ س^2−4س+11− ص=0

شرط الحل Δ ≥ 0 ⇐ ب2−4 أ جـ ≥ 0

⇐ 16− 4 × 1× (11− ص) ≥ 0 ⇐ 16 − 44 + 4 ص ≥ 0

4 ص ≥ 28 ⇐ ص ≥ 7 ∴ المدى [7 ، ∞ [

د) ص = $\sqrt{س}$ الحل : معرفة لما س ≥ 0

البنـاء س ≥ 0 ⇐ $\sqrt{س} \geq \sqrt{0}$ ⇐ ص ≥ 0 ∴ المدى [0 ، +∞ [

هـ) د (س) = $\frac{1}{2- جتا\ 3\ س}$

م ت = ح لأن 2 − جتا 3 س ≠ 0

البنـاء :−1 ≤ جتا 3 س ≤ 1 أضرب بـ −

1 ≥ − جتا 3 س ≥ −1 أضف 2

3 ≥ 2 − جتا 3 س ≥ 1 أقلب تقلب

$\frac{1}{3}$ ≤ $\frac{1}{2- جتا\ 3\ س}$ ≤ 1 ⇐ $\frac{1}{3}$ ≤ص ≤ 1 ⇐ المدى [$\frac{1}{3}$، 1]

4] أوجد مجموعة التعريف والمدى لكل من الدوال التالية :

أ) د (س) = $\frac{1}{س}$ * م ت = ح / { 0 }

* $\frac{ص}{1} = \frac{1}{س}$ ⇐ بالقلب س = $\frac{1}{ص}$ ⇐ م ت=ح/ {0} ⇐ المدى ح / {0}

ب) د س) = $\frac{س}{5س+3}$ * م ت : المقام ≠ 5⇐0س+3 ≠ 0

⇐ س ≠ − $\frac{3}{5}$ ∴ م ت = ح / {− $\frac{3}{5}$ }

*المدى $\frac{ص}{1}$ = $\frac{س}{5س+3}$ ⇐ 5 س ص + 3 ص = س

5 س ص − س = −3 ص ⇐ س (5ص −1) = −3ص

س = $\frac{-3ص}{5ص-1}$ ∴ م ت = ح / { $\frac{1}{5}$ }   ∴ المدى = ح / { $\frac{1}{5}$ }

جـ) د (س) = 4+ $\sqrt{2س - 5}$

الحل: * م ت معرفة لما 2س − 5 ≥ 0 ⇐2س ≥ 5

⇐ س ≥ $\frac{5}{2}$ ∴ م ت = [$\frac{5}{2}$ ، + ∞ [

د) د (س) = $\sqrt{س-3}$ م ت : معرفة لما س − 3 ≥ 0 ⇐

س ≥ 3 ⇐ م ت = [3 ، + ∞ [

المدى بالبناء : 3≤ س < ∞ ⇐   أضف−3

0 ≤ س -3 < ∞ ⇐ 0 ≤ $\sqrt{س-3}$ < ∞ ⇐ المدى = [0 ، ∞ [

هـ) د (س) = $\begin{cases} 3 & \text{، س > 2} \\ -1 & \text{، س < 2} \end{cases}$

م ت = ح / { 2 }   والمدى = { 3 ، −1}

5] أعد تعريف كل من الدوال التالية ومثلها :

$\frac{2}{54}$

أ) د(س) = | 5س−2|

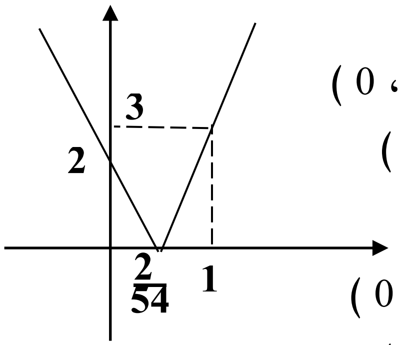
الحل : أصفار – إشارة – إزالة

5س −2= 0 ⇐ 5س=2

⇐ س = $\frac{2}{54}$

+	−
د(س) = 5س−2	− 5س+2

⇐ د(س) = $\begin{cases} 5س - 2 & \text{لما } س \geq \frac{2}{54} \\ -5س + 2 & \text{لما } س < \frac{2}{54} \end{cases}$



على [$\frac{2}{54}$ ، ∞ [⇐ ص = 5 س −2

لما س= $\frac{2}{54}$ ⇐ ص= 5× $\frac{2}{54}$ −2 = 0 ($\frac{2}{54}$، 0)

لما س = 1 ⇐ ص = 5 − 2 = 3 (1 ، 3)

على] − ∞ ، $\frac{2}{54}$ [⇐ ص = −5س+2

ضع س = $\frac{2}{54}$ ⇐ ص = 0 ($\frac{2}{54}$ ، 0)

ضع س = 0 ⇐ ص = 2 (0 ، 2)

ب) د(س) = | س + 5| − 10

صفر المقياس: س+5 = 0⇐ س= − 5

د (س) = $\begin{cases} س - 5 & \text{لما } س \geq -5 \\ -س - 5 & \text{لما } س \leq -5 \end{cases}$

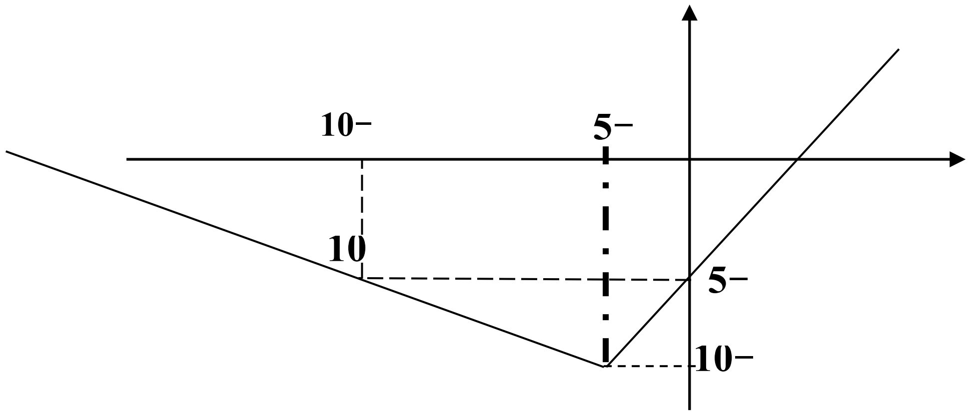
+ −5	−
س+ 5 −10	− س − 5 −10
= س− 5	= − س − 15

أولاً : على س ≥ −5 ⇐ ص= س −5

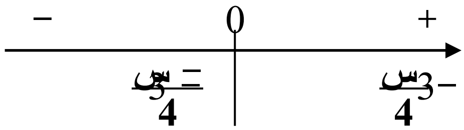
س	−5	−10
ص	−10	−5

ثانياً : على س ≤ −5 ⇐ ص= − س−15

س	−5	−10
ص	−10	−5



جـ) د (س) = $\left|\frac{س}{4}\right| - 3$



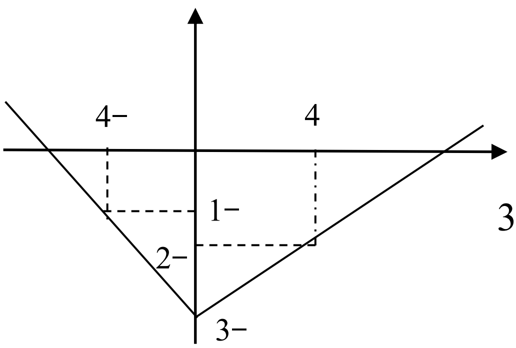
د(س) = $\begin{cases} \frac{1}{4} س - 3 & \text{لما } س \geq 0 \\ -\frac{1}{4} س - 3 & \text{لما } س \leq 0 \end{cases}$

* لما س ≥ 0 ⇐ ص = $\frac{1}{4}$ س −3

س	0	4
ص	−3	−2

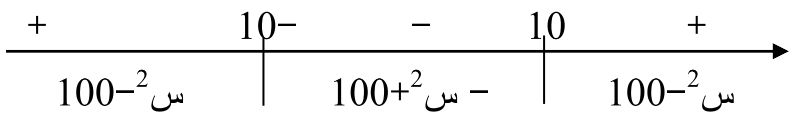
* لما س ≤ 0 ⇐ ص = $-\frac{1}{4}$ س − 3

س	0	−4
ص	−3	−2



د) د(س) = | س^2 − 100|

أصفار المقياس س^2 − 100= 0 ⇐ س^2= 100⇐ $\boxed{س = \pm 10}$



أولاً : لما س ≥ 10 ⇐ ص = س^2 − 100

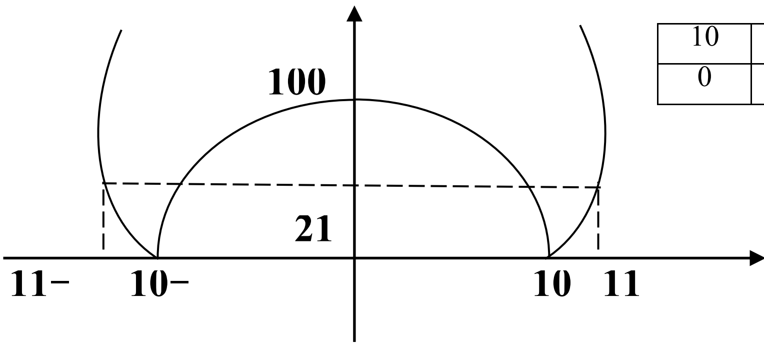
س	10	11
ص	0	21

ثانياً : لماس ≤ − 10 ⇐ ص= س^2−100

س	−10	−11
ص	0	21

ثالثاً : على [−10،10]   ص = − س^2+100

10	0	−10	س
0	−100	0	ص



6] أوجد مجموعة حل المعادلات التاليـة :

أ) | س − 5 | − 7 = 0

الحل : | س − 5 | = 7 ⇐ س − 5 = ± 7

أما س − 5 = 7 ⇐ س = 12   أو س − 5 = −7 ⇐ س= −2

∴ مجموعة الحل = { 12 ، −2 } .

ب) 3 $\sqrt{\text{س}^2}$ − 5 = 0

الحل : 3 | س| −5 0 ⇐ 3 |س| = 5 ⇐

| س | = $\frac{5}{3}$ ⇐ س = ± $\frac{5}{3}$ ⇐ مجموعة الحل = { ± $\frac{5}{3}$ }

جـ) | 2س−5| + 25 = 0

الحل : |2س− 5| = −25 مستحيل ∴ مجموعة الحل = Ø

د) | 5 −4س| = 16

الحل : 5 −4س = ± 16 ⇐ إما 5 −4س = 16 ⇐

−4س = 16−5 ⇐ −4س = 11 ⇐ س= $\frac{-11}{4}$

أو 5 − 4س = −16 ⇐ −4س = −21 ⇐ س = $\frac{21}{4}$

∴ مجموعة الحل = { $\frac{-11}{4}$ $\frac{21}{4}$ }

هـ) $[3س+2] = 0$

الحل : $[3س] + 2 = 0 \Leftarrow [3س] = -2 \Leftarrow$

$-2 \leq 3س < -1 \Leftarrow \frac{-2}{3} \leq س < \frac{-1}{3} \Leftarrow$

∴ مجموعة الحل = $[\frac{-2}{3} ، \frac{-1}{3}[$

و) $[5 - 4س] = -3$

الحل : $5 + [-4س] = -3 \Leftarrow [-4س] = -8 \Leftarrow$

$-8 \leq -4س < -7 \Leftarrow \frac{8}{4} \geq س > \frac{7}{4} \Leftarrow$

$\frac{7}{4} < س \leq 2 \Leftarrow$ مجموعة الحل $]\frac{7}{4} ، 2]$.

ز) $[4س - 1] - 9 = 0$

الحل : $[4س] - 1 = 9 \Leftarrow [4س] = 10$

$10 \leq 4س < 11 \Leftarrow \frac{10}{4} \leq س < \frac{11}{4}$

∴ مجموعة الحل : $[\frac{5}{2} ، \frac{11}{4}[$

حـ) $\frac{[س - 5]}{[س + 3]} = \frac{4}{5}$ الحل : $5[س-5] = 4[س+3]$

$5([س] - 5) = 4([س] + 3) \Leftarrow 5[س] - 25 = 4[س] + 12$

$5[س] - 4[س] = 12 + 25 \Leftarrow [س] = 37 \Leftarrow$

$37 \leq س < 38$ ∴ مجموعة الحل : $[37 ، 38[$.

7] بين نوع الدوال الآتية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غير ذلك .

أ) $د(س) = س^3 - 11س$

الحل: $د(-س) = (-س)^3 - 11(-س) = -س^3 + 11س = -(س^3 - 11س)$

$= -د(س) \Leftarrow$ د (فردية)

ب) $\text{د}(\text{س}) = 3\text{س}^4 - 5\text{س}^2 + 11$

الحل : $\text{د}(-\text{س}) = 3(-\text{س})^4 - 5(-\text{س})^2 + 11$

$= 3\text{س}^4 - 5\text{س}^2 + 11 = \text{د}(\text{س}) \Leftarrow$ د زوجية

ج) $\text{د}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2}{2\text{س}^2 + 1}$

الحل : $\text{د}(-\text{س}) = \dfrac{(-\text{س})^2}{2(-\text{س})^2 + 1} = \dfrac{\text{س}^2}{2\text{س}^2 + 1} = \text{د}(\text{س}) \Leftarrow$ د زوجية

د) $\text{د}(\text{س}) = \text{س}\left(\text{س}^2 - \dfrac{1}{\text{س}}\right) = \text{س}^3 - 1$

الحل : $\text{د}(-\text{س}) = (-\text{س})^3 - 1 = -\text{س}^3 - 1 = -(\text{س}^3 + 1) \neq -\text{د}(\text{س})$

$\text{د}(-\text{س}) = -\text{س}^3 - 1 \neq \text{د}(\text{س}) \Leftarrow$ د لا زوجية ولا فردية .

هـ) $\text{د}(\text{س}) = \text{جا}\, 3\text{س}\ \text{جتا}\, \text{س}$

الحل : $\text{د}(-\text{س}) = \text{جا}(-3\text{س})\ \text{جتا}(-\text{س}) = -\text{جا}\, 3\text{س} \times \text{جتا}\, \text{س}$

$= -\text{د}(\text{س}) \Leftarrow$ د فردية .

و) $\text{د}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}^2 + 5}$

الحل : $\text{د}(-\text{س}) = \sqrt{(-\text{س})^2 + 5} = \sqrt{\text{س}^2 + 5} = \text{د}(\text{س}) \Leftarrow$ د زوجية

ح) $\text{د}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س} + 2 & ،\ \text{س} \geq -2 \\ \text{س} - 2 & ،\ \text{س} < -2 \end{cases}$

الحل : $\text{د}(-\text{س}) = \begin{cases} -\text{س} + 2 & ،\ -\text{س} \geq -2 \\ -\text{س} - 2 & ،\ -\text{س} < -2 \end{cases}$

$= \begin{cases} -\text{س} + 2 & ،\ \text{س} \leq 2 \\ -\text{س} - 2 & ،\ \text{س} > 2 \end{cases}$

لاحظ : $\text{د}(-\text{س}) \neq \text{د}(\text{س})$ ليست زوجية .

د (−س) ≠ − د (س) ليست فردية .

ط) د(س) = $\left(\frac{\text{س}}{3} + \frac{3}{\text{س}} \right)^2$

الحل : د (− س) = $\left(\frac{-\text{س}}{3} + \frac{3}{-\text{س}} \right)^2 = \left(- \left(\frac{\text{س}}{3} + \frac{3}{\text{س}} \right) \right)^2 =$

$\left(\frac{\text{س}}{3} + \frac{3}{\text{س}} \right)^2$ = د (س) ⟸ دالة زوجية .

ي) د (س) = س2+ طا س

الحل : د (− س) = $(-\text{س})^2$ + طا (− س)

= س2 − طا س ≠ − د (س)

أيضاً د (− س) ≠ د (س) ⟸ د لا زوجية ولا فردية

8] أوجد قيمة كل مما يأتي عند س = 4

أ) [س]

الحل : القيمة العددية [4] = 4

ب) [$\frac{1}{4}$ س] = [$\frac{1}{4}$×4] = [1] = 1

جـ) [5 − $\frac{1}{2}$س]

الحل : القيمة العددية = [5 − $\frac{1}{2}$4] = [5−2] = [3] = 3

د) [5 −3س] − س

الحل : العددية : [5 −3×4] −4 = [−7] −4 = −7−4= −11

هـ) [س−4] +3

الحل : القيمة العددية = [4−4] +3 = 3+0 = 3 .

9] إذا كانت [س] ≤ س < [س] + 1

تحقق بمثال عددي

الحل : لو فرضنا س=3.5 ⟸ [س] = [3.5] = 3

⇐ 3 ≤ 3.5 > 3+1 ⇐ 3 ≤ 3.5 < 4 وهذه محققة .

10] أوجد قيمة هـ إذا كانت عدداً صحيحاً

في كل مما يـأتي : أ) [س+هـ] − [س] = 6

الحل : [س] +هـ− [س]= 6 ⇐ هـ = 6

ب) [س + هـ] − [س − هـ] = 8

الحل : [س] + هـ − [س] + هـ= 8 ⇐ 2هـ = 8 ⇐ هـ = $\frac{8}{2}$ =4

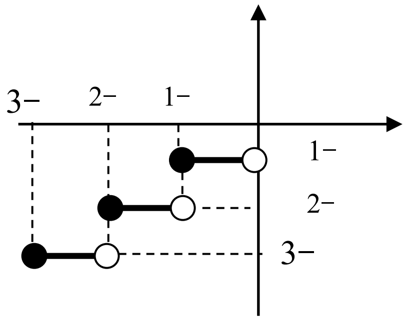
11] مثل الدوال التاليـة بيانياً :

أ) د (س) = [س]   −3 ≤ س<0

الحل : على [−3 ، −2[⇐ص = −3

على [−2 ، −1 [⇐ ص= −2

على [−1 ، 0 [⇐ص = −1



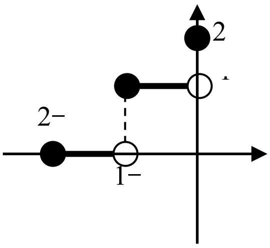
ب) د(س) = [س+2]   −2≤ س≤ 0

الحل : د(س) = [س] +2

على [−2 ، −1[⇐[س]= −2 ⇐ص = −2+2=0

على [−1 ، 0[⇐[س] = −1 ⇐ص=−1+2=1

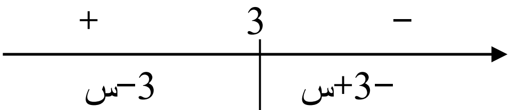
لما س = 0 ⇐ص = [0] +2=2   (0 ، 2)



ج) د (س) =| 3− س|

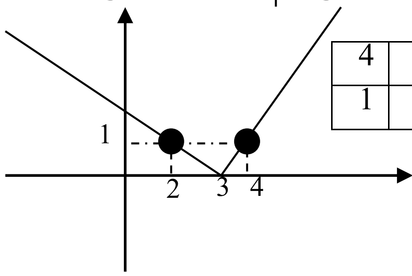
الحل : صفر المقياس : 3− س= 0

س = 3



على [3 ، + ∞ [⇐ص = س−3

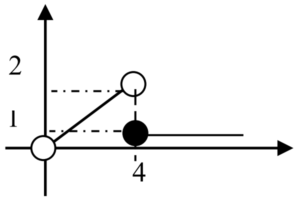
على] − ∞ ، 3 [⇐ص = 3− س



س	3	4
ص	0	1

س	3	2
ص	0	1

د) د(س) = $\begin{cases} 1 & س \geq 4 \\ \sqrt{س} & 0 < س < 4 \end{cases}$



الحـل : على] 0 ، 4 [⇐ص = $\sqrt{س}$

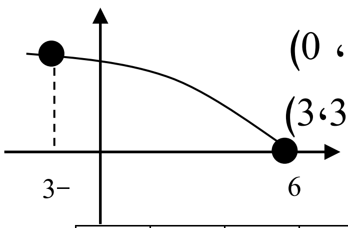
لما س = 0 ⇐ص= $\sqrt{0-0}$ (0 ، 0) مرفوضة ∴ دائرة مفتوحة.

لما س=4 ⇐ ص = $\sqrt{4}$ =2 (4 ، 2) مرفوضة ∴ دائرة مفتوحة.

* على [4 ،+∞ [ص=1 دالة ثابتة .

هـ) د(س) = $\sqrt{6-س}$

الحل : معرفة لما 6− س ≥ 0 ⇐ 6 ≥ س⇐م ت =] −∞ ، 6]



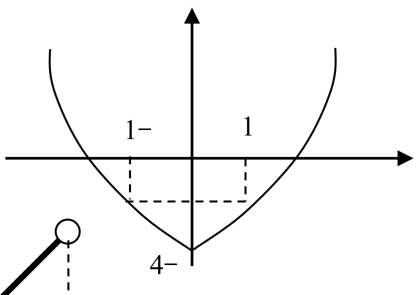
لما س = 6 ⇐ د(س) = $\sqrt{6-6}$ =0 (6 ، 0)

لما س = −3 ⇐ص = $\sqrt{6+3}$= $\sqrt{9}$ =3 (−3،3)

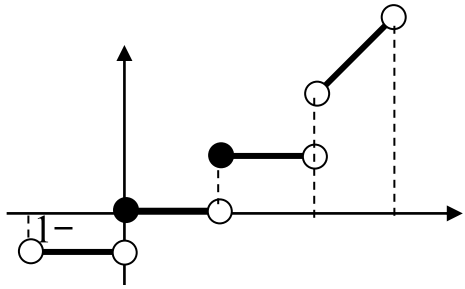
و) د (س) = 2س^2−4

الحل : ص=2س^2−4 الدالة زوجية

1	0	1−	س
2−	4−	2−	ص



ز) د(س) = $\begin{cases} [س] & -1 < س < 2 \\ س+1 & 2 < س < 4 \end{cases}$



الحل: H على] −1، 2 [⇐ ص = [س] 4 2 1

∴ على [−1 ، 0 [⇐ [س] = −1 ⇐ ص = −1 وعلى [0 ، 1[⇐ [س] = 0 ⇐ ص = 0 وعلى [1 ، 2 [⇐ [س] = 1 ⇐ ص = 1

H على] 2 ، 4] ⇐ ص = س+1

س	2	4
ص	3	5

12] أبحث أطراد كل من الدوال التالية :

أ) د(س) = 3س+5

الحل : أ=3 > 0 ⇐ تزايديـة أي أذا كان معامل س (أ) موجب تكون تزايدية

ب) د(س) = 9 الحل : الدالة ثابتة ⇐ لا تزايدية ولا تناقصية

جـ) د(س) = 3 − س

الحل : أ = −1 < 0 ⇐ تناقصيـة لأن معامل س سالب.

د) د(س) = 2س^2+ س+1

الحل : ص=2(س2+ $\frac{1}{2}$س+ $\frac{1}{2}$)

= 2(س^2+ $\frac{1}{2}$ س + $\frac{1}{16}$ − $\frac{1}{16}$ + $\frac{1}{2}$)

=2[(س + $\frac{1}{4}$)^2 + $\frac{-1 + 8}{16}$] = 2 (س + $\frac{1}{4}$)^2 + $\frac{7}{8}$

قاعدة الصفر التربيعي : (س+ $\frac{1}{4}$)^2= 0 ⇐ س+ $\frac{1}{4}$ 0 ⇐

س = − $\frac{1}{4}$ ∋ ح

∴ اقسمها إلى فترتين]− ∞ ، − $\frac{1}{4}$] ، [− $\frac{1}{4}$، + ∞ [

* على] − ∞ ،− $\frac{1}{4}$] بفرض س$_2$ > س$_1$

$\Leftarrow$ $س_2+\frac{1}{4} > س_1+\frac{1}{4}$ ربع وأعكس

$(س_2+\frac{1}{4})^2 < (س_1+\frac{1}{4})^2 \Leftarrow (س_2+\frac{1}{4})^2+\frac{7}{8} < (س_1+\frac{1}{4})^2+\frac{7}{8}$

$\Leftarrow$ د $(س_2) <$ د $(س_1)$ $\Leftarrow$ د تناقصيـة

على $]\frac{-1}{4}$ ، $+\infty[$ بفرض $س_2 > س_1 \Leftarrow (س_2+\frac{1}{4}) > (س_1+\frac{1}{4})$

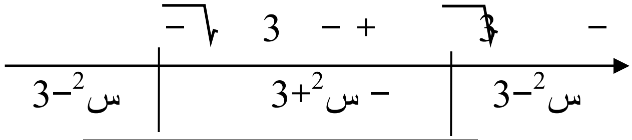
ربع $(س_2+\frac{1}{4})^2 > (س_1+\frac{1}{4})^2 \Leftarrow (س_2+\frac{1}{4})^2+\frac{7}{8} > (س_1+\frac{1}{4})^2+\frac{7}{8}$

$\Leftarrow$ د$(س_2) >$ د $(س_1)$ $\Leftarrow$ د تزايديـة

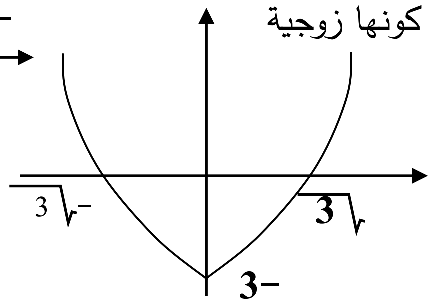
هـ) د(س) = $|-س^2+3|$

الحل : $-س^2+3 = 0 \Leftarrow 3 = س^2 \Leftarrow س = \pm\sqrt{3}$

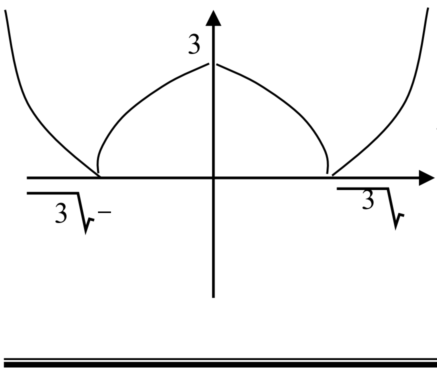
نرسم الدالة ص = $س^2-3$ قبل المقياس بأخذ نقاط وفق الجدول مستفيداً من كونها زوجية



س	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
ص	0	-3	0



وعند رسم الدالة بوجود المقياس نعكس الجزء السالب إلى أعلى ويظهر ذلك في الشكل المقابل



$\therefore$ د(س) = $|-س^2+3| = |س^2-3|$

$\therefore$ على $]-\infty$ ، $-\sqrt{3}]$ $\Leftarrow$ د تناقصية

على $[-\sqrt{3}$ ، $0]$ تزايدية

على $[0$ ، $\sqrt{3}]$ تناقصيـة

على [$\sqrt{3}$ ، +∞ [تزايدية

و) د (س) = 9 − $\frac{1}{\sqrt{س+3}}$

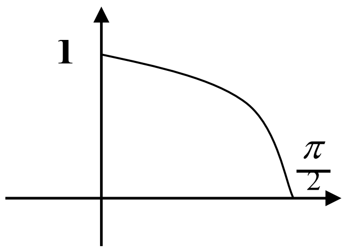
معرفة لما س +3 > 0 ⇐ س > −3 ⇐ م ت =] −3 ، + ∞ [

س$_2$ > س$_1$ ⇐ س$_2$ + 3 > س$_1$+3 ⇐ $\sqrt{س_2+3}$ > $\sqrt{س_1+3}$

$\frac{1}{\sqrt{س_2+3}}$ > $\frac{1}{\sqrt{س_1+3}}$ ⇐ $\frac{-1}{\sqrt{س_2+3}}$ < $\frac{-1}{\sqrt{س_1+3}}$ ⇐

9 − $\frac{1}{\sqrt{س_2+3}}$ < 9 − $\frac{1}{\sqrt{س_1+3}}$ ⇐ د(س$_2$) > د (س$_1$)

⇐ د تزايديـة



ز) د(س) = جتا س ، س ∋ [0 ، $\frac{\pi}{2}$[

⇐ د تناقصيـة

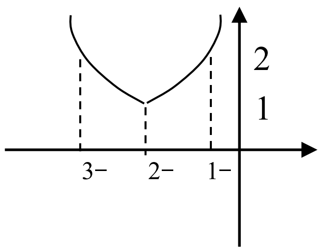
س	0	$\frac{\pi}{2}$
ص	1	0

14] مثل الدوال التالية ومن الرسم أوجد المدى وأبحث أطراد كل منهما وبين القيم العظمى والصغرى – إن وجدت ؟

أ) د(س) = س^2− 4س + 5

الحل: ص = س^2−4س + 4−4+5 = (س+2)^2+1

ضع س = −2 ⇐ ص =1 (−2 ، 1)



س = −3 ⇐ ص= (−2+3)^2+1 = 1+1=2

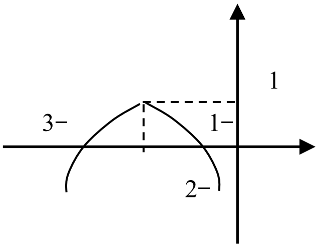
س = −1 ⇐ ص= (−2+1)^2+1 = 1+1=2

الاستنتـاج : المدى = [1 ، + ∞ [

* على] − ∞ ، −2] تناقصية وعلى [−2 ، + ∞ [تزايدية

* (−2 ، 1) نهاية صغرى مطلقة

ب) د(س) $= 1 - ($س$+2)^2$



ضع س $= -2 \Leftarrow$ ص $= 1$

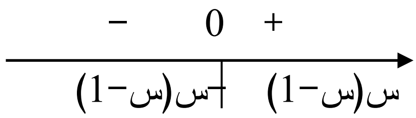
ضع س $= -3 \Leftarrow$ ص $= 1 - (-3+2)^2 = 1 - 1 = 0$

ضع س $= -1 \Leftarrow$ ص $= 0$

* المدى $]-\infty, 1]$ * على $]-\infty, -2]$ تزايدية وعلى $[-2, +\infty[$ تناقصية

* $(-2, 1)$ نهاية عظمى مطلقة .

هـ) د(س) |س| (س−1)



على $[0, +\infty[$ ص = س(س−1)

ص$=0 \Leftarrow$ س$=0$ أو س$=+1 \Leftarrow$ $(0, 0)$ $(1, 0)$

ص$=$س$^2 -$ س$=$ س$^2 -$ س $+ \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = ($س$ - \frac{1}{2})^2 \frac{-1}{4}$ لما س$= \frac{1}{2} \Leftarrow$

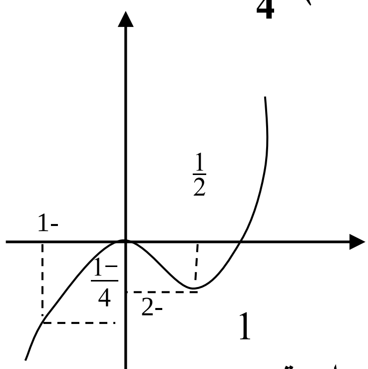
ص $= \frac{-1}{4}$ $(\frac{1}{2}, \frac{-1}{4})$

* على $]-\infty, 0] \Leftarrow$ ص$=-$ س(س−1)

ص$= 0 \Leftarrow -$ س $= 0 \Leftarrow$ س$=0$ $(0, 0)$

س$-1 = 0 \Leftarrow$ س$=1$ مرفوض .

لما س$=-1 \Leftarrow$ ص$=1(-2) = -2$ $(-1, -2)$

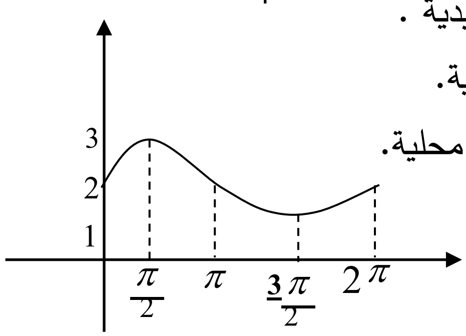


الاستنتاج: (1) المدى =ح (2) على $]-\infty, 0]$ تزايدية .

على $[0, \frac{1}{2}]$ تناقصية وعلى $[\frac{1}{2}, +\infty[$ تزايدية.

(3) $(0, 0)$ عظمى محلية , $(\frac{1}{2}, \frac{-1}{4})$ صغرى محلية.

و) د(س) 2+ جاس على $[0, 2\pi]$



س	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
2+جاس	2	3	2	1	2

∴ المدى [1, 3]

∴ على $[0, \frac{\pi}{2}]$ تزايدية على $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ تناقصية وعلى $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$ تزايدية ∴ $(\frac{\pi}{2}, 3)$ عظمى $(\frac{3\pi}{2}, 1)$ صغرى .

[15] أثبت أن الدالة التالية محدودة , ثم أوجد حديها .

أ) د (س) $= 2$س^2 − س$+1$ في الفترة $[-1, 2]$.

الحل: ص$=2$(س$^2 - \frac{1}{2}$ س$+ \frac{1}{16} - \frac{1}{16} + \frac{1}{2}$)

ص$=2$((س$- \frac{1}{4}$)$^2 + \frac{7}{16}$) $=2$(س$-\frac{1}{4}$)$^2 + \frac{7}{8}$.

البناء: $-1 \leq$ س ≤ 2 أضف $-\frac{1}{4} \Leftarrow -\frac{5}{4} \leq$ س$- \frac{1}{4} \leq \frac{7}{4}$ ربع واطوي.

$0 \leq$ (س$-\frac{1}{4}$)$^2 \leq \frac{49}{16} \Leftarrow \frac{7}{8} \leq$ (س$-$ $)^2 + \frac{7}{8} \leq \frac{63}{16}$

∴ $\frac{7}{8} \leq$ د(س) $\leq \frac{9}{16} \Leftarrow$ المدى $[\frac{7}{8}, \frac{63}{16}]$

الحد السفلي $\frac{7}{8}$ الحد العلوي $\frac{63}{16}$.

هـ) د(س) $= \frac{\text{س}^2}{\text{س}^2+4}$ الحل: $\frac{\text{ص}}{1} = \frac{\text{س}^2}{\text{س}^2+4} \Leftarrow$ ص س$^2+4$ص$=$ س^2

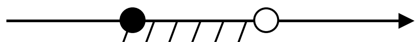
ص س$^2 -$ س$^2 = -4$ص $\Leftarrow$ س^2 (ص-1) $= -4$ص

$\Leftarrow$ س$^2 = \frac{-4\text{ص}}{\text{ص}-1} \Leftarrow$ س$= \pm \sqrt{\frac{-4\text{ص}}{\text{ص}-1}}$.

معرفة لما $\frac{-4\text{ص}}{\text{ص}-1} \geq$. $\Leftarrow \frac{4\text{ص}}{1-\text{ص}} \geq 0$

أصفار البسط = ص$=0$, أصفار المقام ص$=1$

∴ م ت = [0, 1[− 0 + 1 −



∴ المدى [0, 1[الحد السفلي (0) و تصله الدالة ∴ قيمة صغرى

الحد العلوي (1) لا تصله الدالة ∴ ليس قيمة عظمى للدالة .

تماريــن ومسائــل هامـــة

[1] أوجد مجموعة التعريف والمدى لكل من الدوال التالية .

(1) د(س) =6 الحل: م ت = ح والمدى = {6} .

(3) د(س) = $\frac{3}{س-3}$ الحل: ∴ م ت = ح / {3}

المدى: ص= $\frac{3}{س-3}$ ⇐ص س−3ص=3. ⇐ ص س =3+3ص⇐

س= $\frac{3+3ص}{ص}$ ⇐ م ت =ح/{0} ∴ المدى ح / {0}

(5) د(س) =[س]−1 ⇐ م ت = ح

الحل: مدى ص =[س] = {−2, −1, 0, 1, 2, 00000} = ص

مدى ص =[س]−1 = {−3, −2, −1, 0, 1, 2, 00000} = ص

(6) د (س) = س− [س] الحل: م ت= ح

المدى: [س] > س < [س]+1 أضف − [س]

0≤ س−[س] < 1 ⇐ 0≤ ص< 1 ⇐ المدى [0, 1[#.

(7) ص=| س− 8| ∴ م ت = ح

المدى: − ∞ < س< ∞ ⇐ − ∞ < س−8 < ∞ ربع 0

0≤ (س−8)^2 < ∞ أجذر 0≤ | س− 8 | < ∞

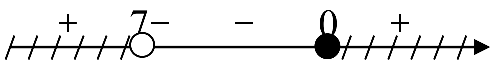
⇐0 ≤ ص< ∞ ∴ المدى [0, ∞ [.

(9) ص= { |س| / س , س ≠ 0 ؛ 0 س=0 } = { 1 س > 0 ؛ 0 س=0 ؛ −1 س < 0 }

∴ ⇐ م ت = ح / {0} . المدى = { 1, 0, −1} .

(12) ص = $\sqrt{\frac{س}{س+7}}$ الحل: معرفة لما $\frac{س}{س+7}$ ≥ 0

م ت =]−∞ ،−7[∪ [0، +∞[



المدى: $\frac{ص^2}{1}$ = $\frac{س}{س+7}$ ⇐ ص^{2}س+ 7ص^2 =س ⇐

ص^{2}س− س=−7ص^2 ⇐ س(ص^2−1) =−7ص^2

س= $\frac{-7ص^2}{ص^2-1}$ ∴ م ت = ح / {−1, 1} .

لكن أنبتة ص ≥ 0 ⇐ المدى [0, +∞ [/ {1} .

(15) ص= $\frac{\sqrt{س}}{\sqrt{س}-3}$ الحل: م ت : $\sqrt{س}$ معرفة لما س ≥ 0

ككسر المقام $\neq 0 \Leftarrow \sqrt{س} - 3 \neq 0 \Leftarrow \sqrt{س} \neq 3 \Leftarrow$ س $\neq 9$

$\therefore$ م ت =[0,+ ∞ [/ {9}.

المدى: $\frac{ص}{1} = \frac{\sqrt{س}}{\sqrt{س}-3} \Leftarrow$ ص $\sqrt{س}$ −3ص= $\sqrt{س}$

ص $\sqrt{س}$ − $\sqrt{س}$ =3ص $\Leftarrow \sqrt{س}$ (ص−1) =3ص .

$\sqrt{س} = \frac{3ص}{ص-1} \Leftarrow$ بالتربيع س= $\frac{9ص^2}{(ص-1)^2} \Leftarrow$ م ت = ح / {1} .

$\therefore$ المدى = ح / {1} .

[2] بيم نوع الدوال التالية من حيث كونها زوجية أو فردية أو غبر ذلك .

(2) د(س) = $\frac{س^4+3}{4س-س^3}$. الحل: د(− س) = $\frac{(-س)^4 + 3}{4(-س)-(-س)^3}$

= $\frac{س^4+3}{-4س+س^3}$ = $\frac{س^4+3}{-(4س-س^3)}$ =− × $\frac{س^4+3}{4س-س^3}$ =− د(س) $\Leftarrow$ د دالة فردية.

(3) د (س) = $\sqrt[3]{س^3 - 8س}$ الحل: د(− س) = $\sqrt[3]{(-س)^3-8(-س)}$

= $\sqrt[3]{-س^3+8س}$ = $\sqrt[3]{-(س^3-8س)}$ =− $\sqrt[3]{س^3-8س}$

$\boxed{−\ د(س) \quad \therefore\ د\ فردية .}$

(4) د(س) = س (س− $\frac{1}{س}$)^3

الحل: د(− س)= − س(− س+ $\frac{1}{\text{س}}$)^3 =− س(− (س− $\frac{1}{\text{س}}$))^3

= +س(س − $\frac{1}{\text{س}}$)^3 = د(س) ⇐ دالة زوجية .

(6) د(س) = (س+1)^2 − (س−1)^2

الحل: د (− س) = (− س+1)^2 −(− س−1)^2 =(−(1− س))^2

− (− (س+1))^2 = (1− س)^2 − (س+1)^2 = − [(س+1)^2 − (1− س)^2]

= − د (س) ⇐ د دالة فردية .

(8) د (س) = س^3 جتاس . الحل: د (− س) = (− س)^3 جتا (− س) .

= −س^3 جتاس =− (س^3 جتاس) =− د(س) ⇐ د دالة فردية .

(11) د (س) = $\begin{cases} \frac{1}{\text{س}-1} & \text{س}>1 \\ \frac{1}{1-\text{س}} & \text{س}<1 \end{cases}$

الحل: د(− س)= $\begin{cases} \frac{1}{-\text{س}-1} & \text{لما } -\text{س}>1 \\ \frac{1}{1+\text{س}} & -\text{س}<1 \end{cases}$

= $\begin{cases} \frac{-1}{\text{س}+1} & \text{لما س}<-1 \\ \frac{1}{1+\text{س}} & \text{لما س}>-1 \end{cases}$ لا زوجية ولا فردية .

[4] أعد تعريف كل من الدوال التالية وعين مداها .

(1) د(س) = | س+3 |

− −3 +

−س −3 | س+3

الحل:أصفار المقياس: س+3=0 ⇐ س=−3

∴ د (س) = { س+3 لما س ≤ −3
−س−3 لما س < −3

المدى: − ∞ < س < ∞ ⇐ − ∞ < س+3 < ∞ ربع واطوي

0≤ (س+3)^2 < ∞ ⇐ 0≤| س+3 | < ∞ ⇐ 0 ≤ ص<∞ ⇐ المدى [0, ∞ [

[5] أوجد مجموعة الحل للمعادلات التالية:

أ) | س|−19=0 ⇐ | س|=19 ⇐ س= ±19 ∴ مجموعة الحل = {± 19}

جـ) | س−2| − س+1=0 | س−2| = س−1 ⇐ س−2 = ± (س−1) إما
س−2 = س−1 ⇐ −2=−1 مستحيل . أو س−2=− (س−1) ⇐

س−2=− س+1 ⇐ 2س=3 ⇐ س= $\frac{3}{2}$ ∴ مجموعة الحل { $\frac{3}{2}$ } .

و) س− [س] = 0 ⇐ س=[س] أنتبة لما داخل الصحيح = خارجه أفهم أن
س ∈ ص . ∴ مجموعة الحل ص .

ز) $\frac{[س-3]}{[س-5]} = \frac{1}{2}$ ⇐ 2[س−3] = [س−5]

2 ([س] − 3) = [س] −5 ⇐ 2[س] −6 =[س] − ⇐ 5 [س] =1 ⇐ 1≥ س < 2 . ⇐ مجموعة الحل [1, 2 [.

[6] مثل الدوال التالية ومن الرسم أوجد مجموعة التعريف والمدى وبين أطراد كل منها وكذلك إن كانت زوجية أو فردية أو غير ذلك .

أ) د(س) =| س |− 1

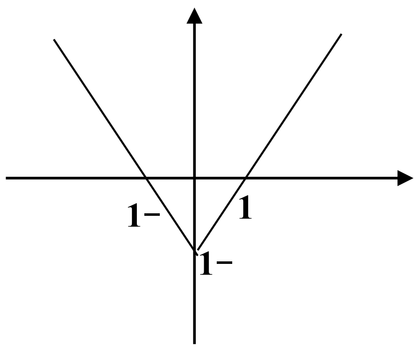
−	0	+
−س−1		س−1

على [0, +∞ [ص=س−1

س	0	1
ص	−1	0

على]− ∞, 0] ص= − س−1

س	0	−1
ص	−1	0



الاستنتاج: ∴ م ت = ح

∴ المدى [−1, +∞ [∴ على]− ∞, 0] تناقصية

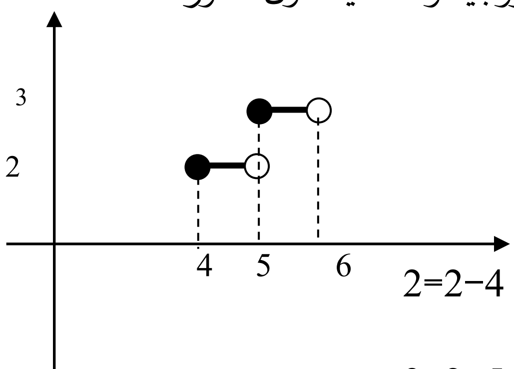
و على [0, +∞ [تزايدية . ∴الدالة زوجية و تماثلية حول محور الصادات .

د) د(س) = [س−2] , 4 ≤ س< 6

الحل: د(س) =[س] −2

على [4, 5[⇐ [س] =4 ⇐ ص= 4−2=2

على [5, 6[⇐ [س] =5 ⇐ ص= 5−2=3

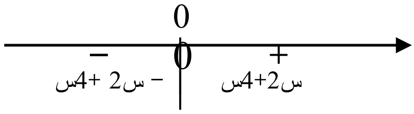


∴ م ت =]4, 6] 0   ∴ المدى = {2, 3 } . ∴ لا زوجية ولا فردية .

الدالة تزايدية .

و) د(س) = $\frac{|س^3|}{س}$ + 4س

الحل: د(س) = $\frac{س^2|س|}{س}$ + 4س = س | س| +4س



∴ م ت = ح / {0} .

على]0, +∞ [. ص = س (س+4)

مضطر أن أكملها إلى مربع كامل .

ص= س^2+4س+4 −4 = (س + 2)^2 − 4   لما س = −2 ⟸ ص = −4

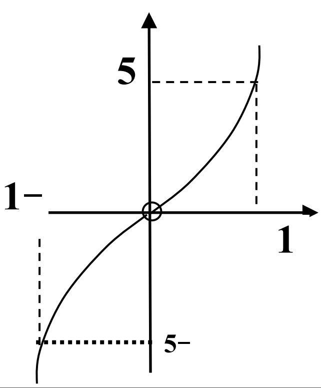
(−2, −4) مرفوضة .   ∴

س	0	1
ص	0	5

على]− ∞ , 0 [ص = − (س^2− 4س + 4 − 4) = − (س−2)^2+4

لما س = 2 ⟸ ص = 4   (2, 4) مرفوضة .

س	0	−1
ص	0	−5



الاستنتاج:

(1) م ت = ح / {0}

(2) المدى $]0, +\infty[$

(3) على $]-\infty , 0[$ تناقصية وعلى $]0 , +\infty[$ تزايدية .

(4) فردية .

[7] أبحث الدوال التالية إن كانت محدودة أم لا .

(أ) , (ب) , (جـ) بالبناء المباشر .

د) د(س) $= \frac{5}{1+\text{س}}$ جتا س , س ≥ 0

الحل: $\therefore$ م ت = ح$^{+}$,

$\therefore -1 \leq$ جتا س ≤ 1 بالضرب بـ ($\frac{5}{1+\text{س}} \geq 0$)

$\frac{-5}{1+\text{س}} \leq \frac{5}{1+\text{س}}$ جتا س $\leq \frac{+5}{1+\text{س}}$.

نأخذ $\frac{5}{1+\text{س}}$ ونحددها $0 \leq$ س $< \infty \Leftarrow 1 \leq 1 +$ س $< \infty$

$1 \geq \frac{1}{1+\text{س}} > 0$ أضرب بـ (5) $\Leftarrow 5 \geq \frac{5}{1+\text{س}} > 0$

وإذا ضربته بـ (− 5) $\Leftarrow -5 \leq \frac{-5}{1+\text{س}} < 0$

نستنتج من الحالتين أن $-5 \leq \frac{5}{1+\text{س}}$ جتا س ≤ 5

$\Leftarrow -5 \leq$ ص ≤ 5 $\therefore$ الدالة محدودة .

و) ص = $\sqrt{\frac{16}{(س+2)^2}}$ الحل: ربع ص^2 = $\frac{16}{(س+2)^2}$

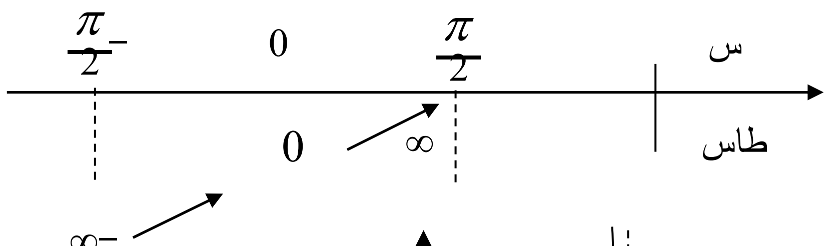
ص^2(س+2)^2=16 $\Leftarrow$ (س+ 2)^2 = $\frac{16}{ص^2}$

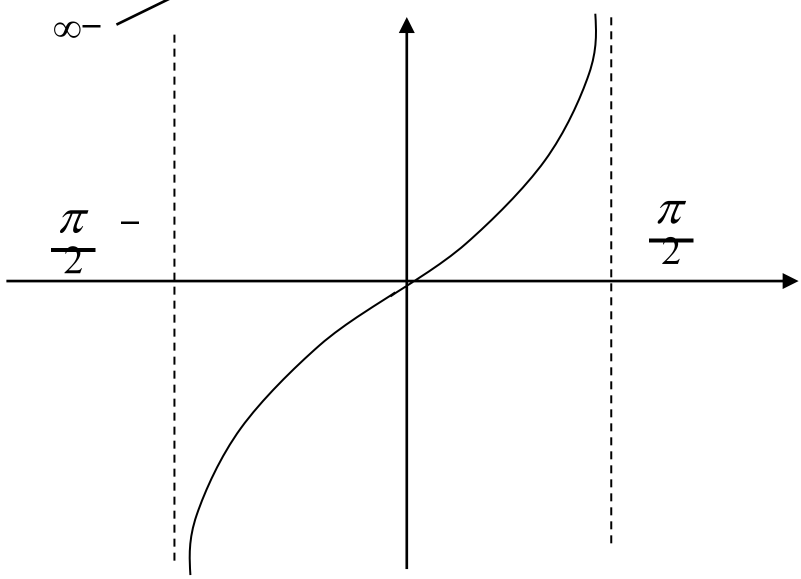
س+2 = $\pm \frac{4}{|ص|}$ $\therefore$ م ت = ح / {0} . ولكن انتبة ص > 0

$\therefore$ المدى]0, +∞[$\therefore$ محدودة من الأسفل .

[8] أرسم الدالة د(س) =طاس ثم بين أنها دورية وعين دورها .

الحل: دورية ودورها π لأن طا (π + س) = طاس





اختبار الوحدة

[1] أ) عرف الدالة الدورية .

ب) أوجد مجموعة تعريف ومدى الدالة د(س)= $\sqrt{س^2 - 25}$

[2] مثل بيانياً الدالة د(س) =2س^2 −2س ومن الرسم بين أطرادها, وأوجد القيم العظمى والصغرى إن وجدت .

[3] بين نوع الدالة التالية د(س) = |س| +3 من حيث كونها زوجية أم فردية أو غير ذلك .

[4] أثبت أن الدالة د(س) = حا2س دورية ثم أوجد دورها .

[5] أثبت أن الدالة د(س) = $\sqrt{\frac{س}{2س^2+1}}$ محدودة وأوجد حديها .

حل اختبار الوحدة

[1] أ) نقول عن د دالة دورية ودورها ر> 0 إذا كان د(س + ر)=د(س)

ب) د(س) = $\sqrt{س^2 - 25}$ معرفة لما $س^2 - 25 \geq 0$

$\Leftarrow$ $س^2 \geq 25$ $\Leftarrow$ $|س| \geq 5$ $\Leftarrow$ $س \geq 5$ أو $س \leq -5$

$\therefore$ م ت = [5 , ∞ [Ú] − ∞ , − 5]

المدى ص= $\sqrt{س^2 - 25}$ $\Leftarrow$ $ص^2 = س^2 - 25$, $ص \geq 0$

∴ ص^2 +25= س^2 ⇐ س = $\pm$ $\sqrt{\text{ص}^2+25}$

معرفة لما ص^2+25 ≥ 0 وهذا محقق لأنه مجموع مربعين ∴ م ت = ح

∴ المدى = [0, +∞ [لأن ص ≥ 0

[2] د(س) =2س^2 − 2س . أكمل إلى مربع كامل .

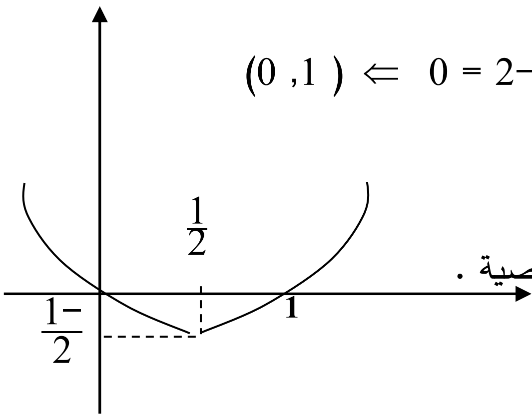
= 2(س^2− س+ $\frac{1}{4}$ − $\frac{1}{4}$) = 2 [(س − $\frac{1}{2}$)^2− $\frac{1}{4}$]

= 2(س− $\frac{1}{2}$)^2 − $\frac{1}{2}$

ضع س = $\frac{1}{2}$ ⇐ ص=2(0)^2 − $\frac{1}{2}$ = $\frac{-1}{2}$ ∴ ($\frac{1}{2}$, − $\frac{1}{2}$)

ضع س = 0 ⇐ ص = 0 ⇐ (0 ,0)

ضع س = 1 ⇐ ص = 2−2 = 0 ⇐ (1, 0)



الاستنتاج :

(1) على]− ∞ , $\frac{1}{2}$ [تناقصية .

على [$\frac{1}{2}$, +∞ [تزايدية .

لولا الأكمال إلى مربع كامل لما عرفت الفترة التي أبحث عليها التزايد والتناقص .

(2) ($\frac{1}{2}$, $\frac{-1}{2}$) نهاية صغرى مطلقة

المدى = [$\frac{-1}{2}$, + ∞ [

[3] الحل: د(س) = |س| +3

د (− س) = |− س| + 3 = | س| + 3 = د (س) دالة زوجية .

[4] د(س) = جا2س دورية ودورها $\frac{2\pi}{2} = \pi$

التحقيق د(س+ π) =جا2 (س+ π) = جا(2س+ 2π)

= جا(2س) =د(س) ∴ بالفعل دورها π

[5] د(س) = $\frac{\text{س}}{2\text{س}^2+1}$ الحل: $\frac{\text{ص}}{1} = \frac{\text{س}}{2\text{س}^2+1}$ ⇐

2س^{2}ص+ص= س ⇐ 2ص س^2− س +ص =0 ⇐

$\Delta \geq 0$ ⇐ب^2−4 أ جـ ≥ 0

⇐ 1−4×2ص×ص ≥ 0 ⇐ 1−8 ص^2 ≥ 0 ⇐

1 ≥ 8 ص^2 ⇐ $\frac{1}{8}$ ≥ ص^2 ⇐ بالجذر .

$\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ≥ |ص| ⇐ $\frac{-1}{2\sqrt{2}}$ ≤ ص ≤ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

∴ الدالة محدودة والمدى = [$\frac{-1}{2\sqrt{2}}$, $\frac{1}{2\sqrt{2}}$]

أ= 2ص

ب= − 1

حـ= ص