

Ryzyko kontrahenta – modelowanie ekspozycji kredytowej i CVA

Olga Bączkowska
Credit Valuation Methodology Specialist



Agenda

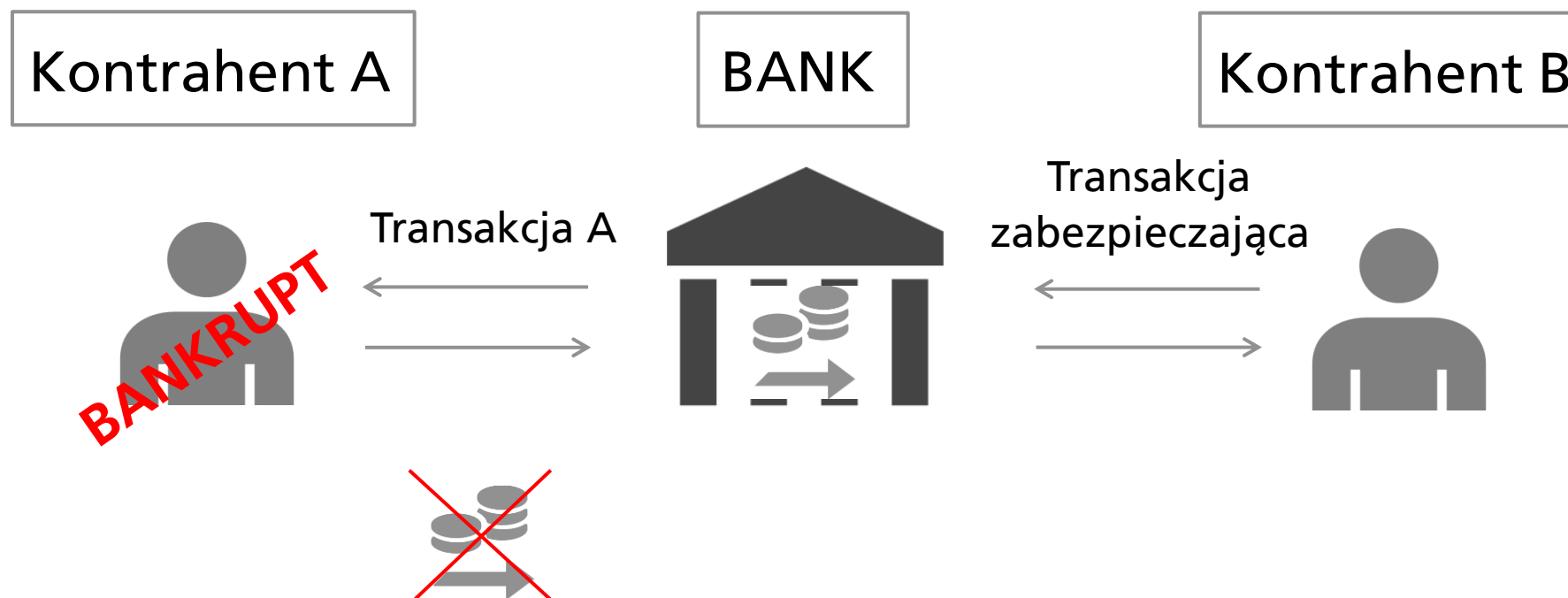
- Ryzyko kredytowe kontrahenta i ekspozycja kredytowa
 - definicje i przykłady
 - modelowanie
 - sposoby redukcji ekspozycji kredytowej
- Korekta wartości kredytowej (CVA)
 - definicja
 - estymowanie prawdopodobieństw bankructwa i recovery rate
 - przykłady
 - CVA dla portfela transakcji
- Powiązane zagadnienia

Część 1

Ryzyko kontrahenta i ekspozycja kredytowa

Ryzyko kredytowe kontrahenta

Ryzyko kredytowe kontrahenta – ryzyko, że kontrahent nie będzie w stanie wypełnić zakontraktowanych zobowiązań finansowych.



Ryzyko kredytowe kontrahenta (cd.)

Ryzyko kontrahenta różni się od ryzyka kredytowego obligacji/pożyczek.

- Wysokość straty jest nieznana, zależy od momentu bankructwa.
- Ryzyko jest dwustronne, obie strony kontraktu biorą na siebie ryzyko.

Instrumenty generujące ryzyko kontrahenta:

Derywaty OTC

- forwardy
- swapy
- CDSy

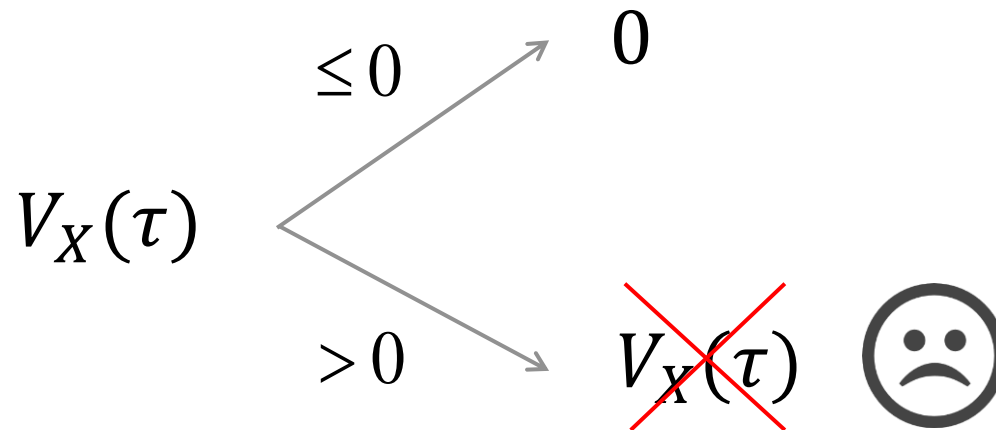
Transakcje finansujące

- repo
- reverse repo
- pożyczki papierów wartościowych

W instytucjach finansowych to ryzyko wpływa w szczególności na dwa obszary: wycenę pozycji i wymogi kapitałowe.

Ekspozycja kredytowa

- Mamy instrument X o wartości $V_X(t)$ w chwili t ,
- Kontrahent bankrutuje w chwili τ
- Nasza strata:

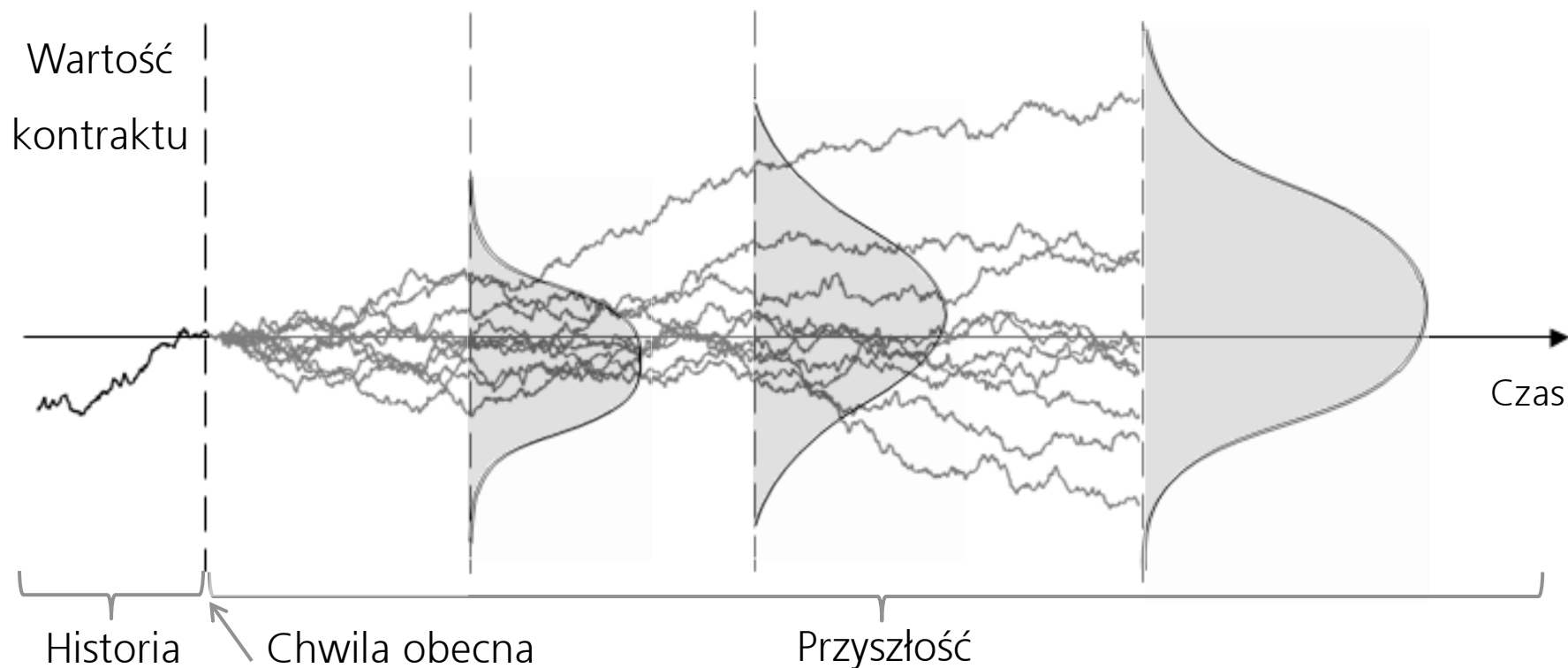


Ekspozycja kredytowa w chwili t , to wartość kosztów zastąpienia kontraktu, o ile jest ona dodatnia.

$$E_X(t) = \max(V_X(t), 0)$$

Ekspozycja kredytowa – cd.

Nie znamy przyszłej wartości $V_X(t) \Rightarrow E_X(t)$ jest zmienną losową!



Symulowanie ekspozycji kredytowej sprowadza się do:

- Generowania scenariuszy
- Rewaluacji kontraktu

Oczekiwana Ekspozycja i Potencjalna Przyszła Ekspozycja

Najpopularniejsze miary ekspozycji:

EE - Oczekiwana ekspozycja (ang. *expected exposure*) w chwili t to wartość oczekiwana ekspozycji kredytowej w t :

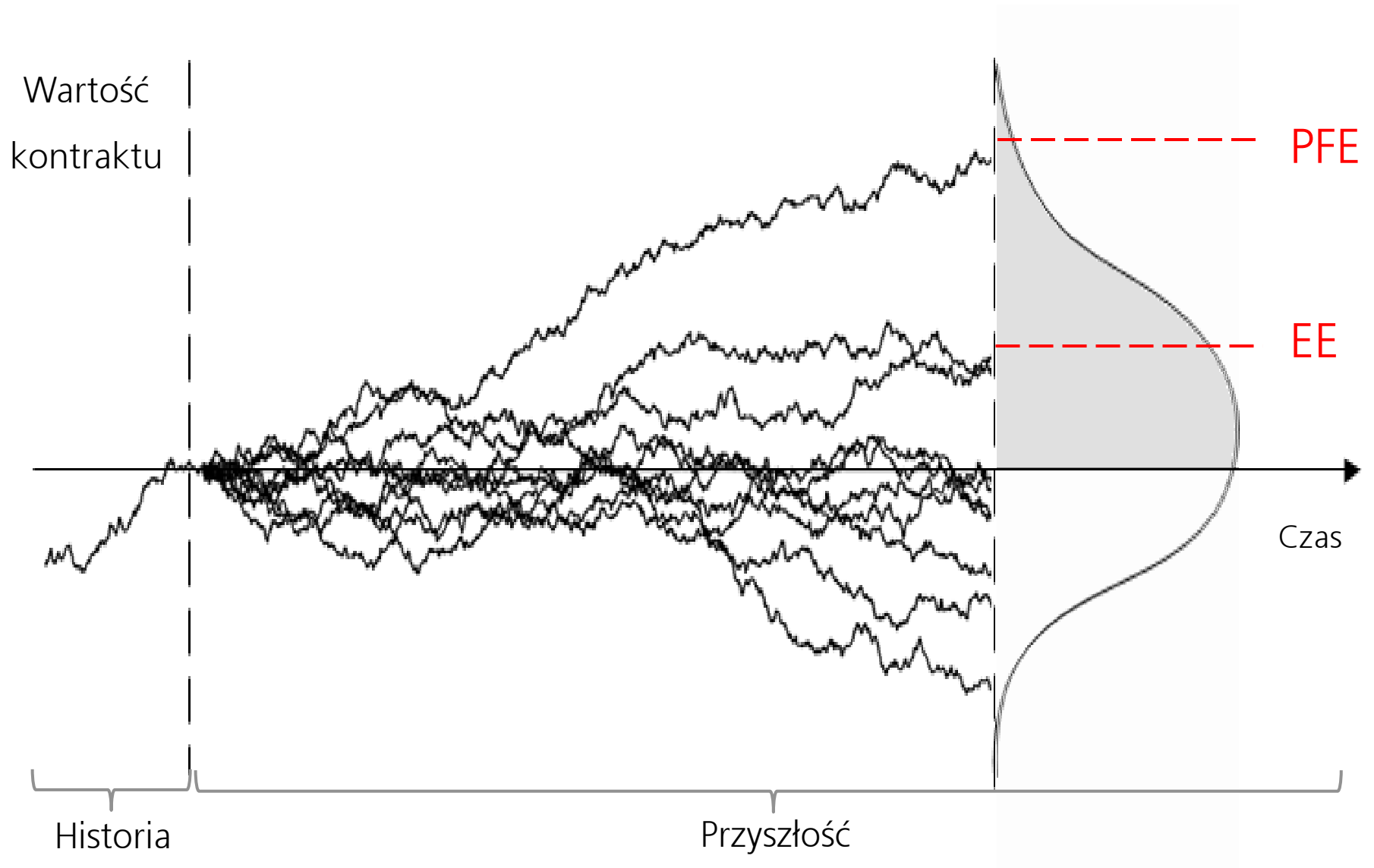
$$EE_X(t) = \mathbb{E}(E_X(t))$$

Profilem ekspozycji nazywamy odwzorowanie: $t \rightarrow \mathbb{E}(E_X(t))$

PFE - Potencjalna przyszła ekspozycja (ang. *potential future exposure*) w chwili t na poziomie ufności q to maksymalna ekspozycja jaka może mieć miejsce w chwili t z prawdopodobieństwem q

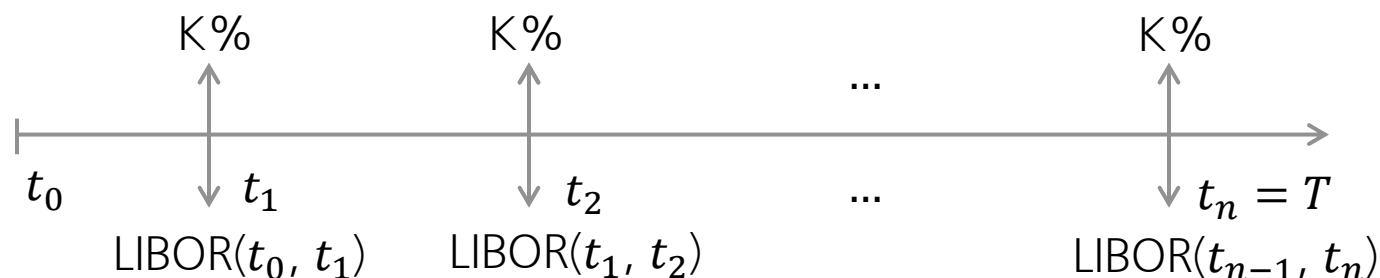
$$PFE_X(t) = x: \mathbb{P}(E_X(t) \leq x) \geq q$$

Oczekiwana Ekspozycja i Potencjalna Przyszła Ekspozycja (cd.)



Oczekiwana ekspozycja kredytowa - przykład

- Swap stopy procentowej jest kontraktem, w którym dwie strony zobowiązują się wymieniać przyszłe płatności odsetkowe.



K – stopa swapowa jest ustalana na początku kontraktu, tak aby wartość początkowa $V_{swap}(0) = 0$.

$V_{swap}(t) = \sum_{i=t+1}^T DF(i)(K - F(t))$, gdzie $DF(i)$ to czynnik dyskonta,

$F(t)$ - przyszła stopa swapowa swapa (start w t i maturity w T).

- Swapcja to opcja dająca w momencie wygaśnięcia możliwość wejścia w swapa z ustaloną stopą stałą (stopą wykonania).

Oczekiwana ekspozycja kredytowa – przykład (cd.)

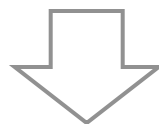
W przypadku swapa oczekiwana ekspozycja to:



$$\mathbb{E}(\max(V_X(t), 0)) = \mathbb{E}(\max(\underbrace{\sum_{i=t+1}^T DF(i)(K - F(t))}_{\text{cena opcji na pozostałą część swapa}}, 0))$$

cena opcji na pozostałą część swapa

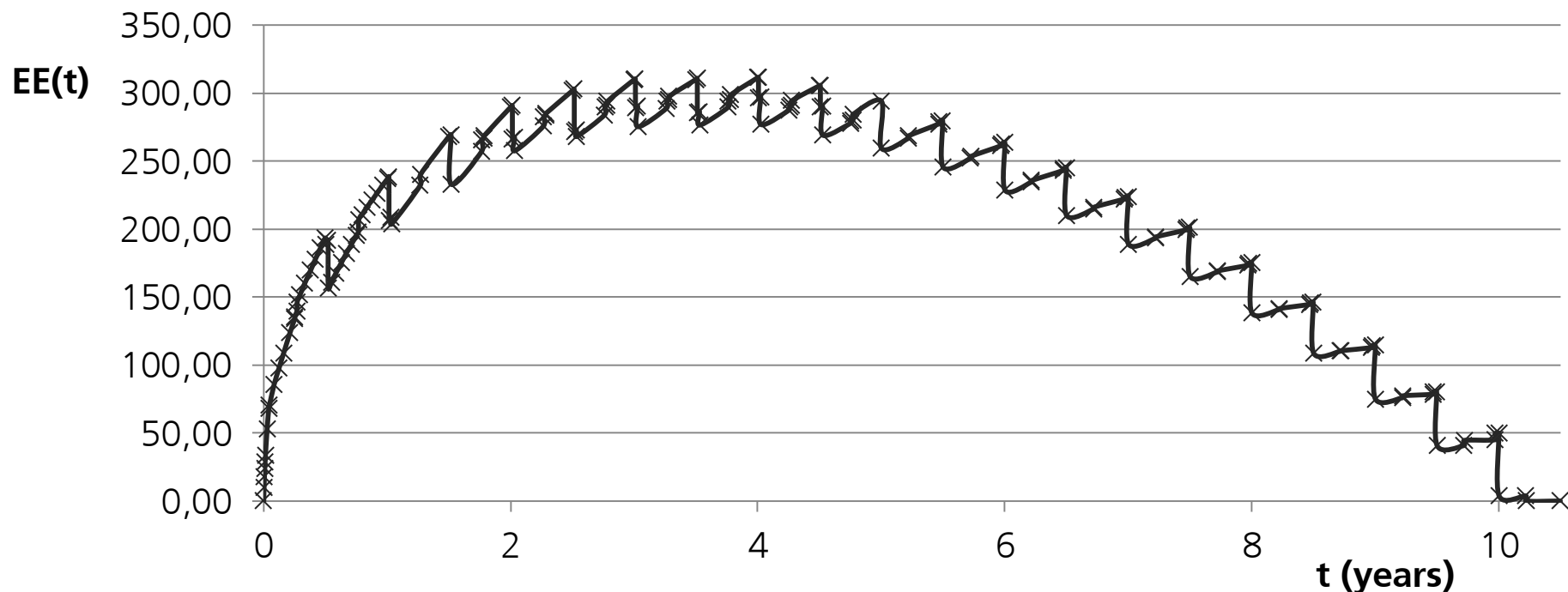
Wyznaczenie profilu oczekiwanej ekspozycji swapa sprowadza się do wyznaczenia cen swapcji. Żeby je policzyć musimy wybrać model i znać zmienności stóp swapowych forward.



Nawet dla najprostszych instrumentów kalkulacja ekspozycji
wiąże się z ryzykiem modelu!

Oczekiwana ekspozycja kredytowa – przykłady (cd.)

Dla 10Y swapa, gdzie otrzymujemy stałe przepływy profil ekspozycji:

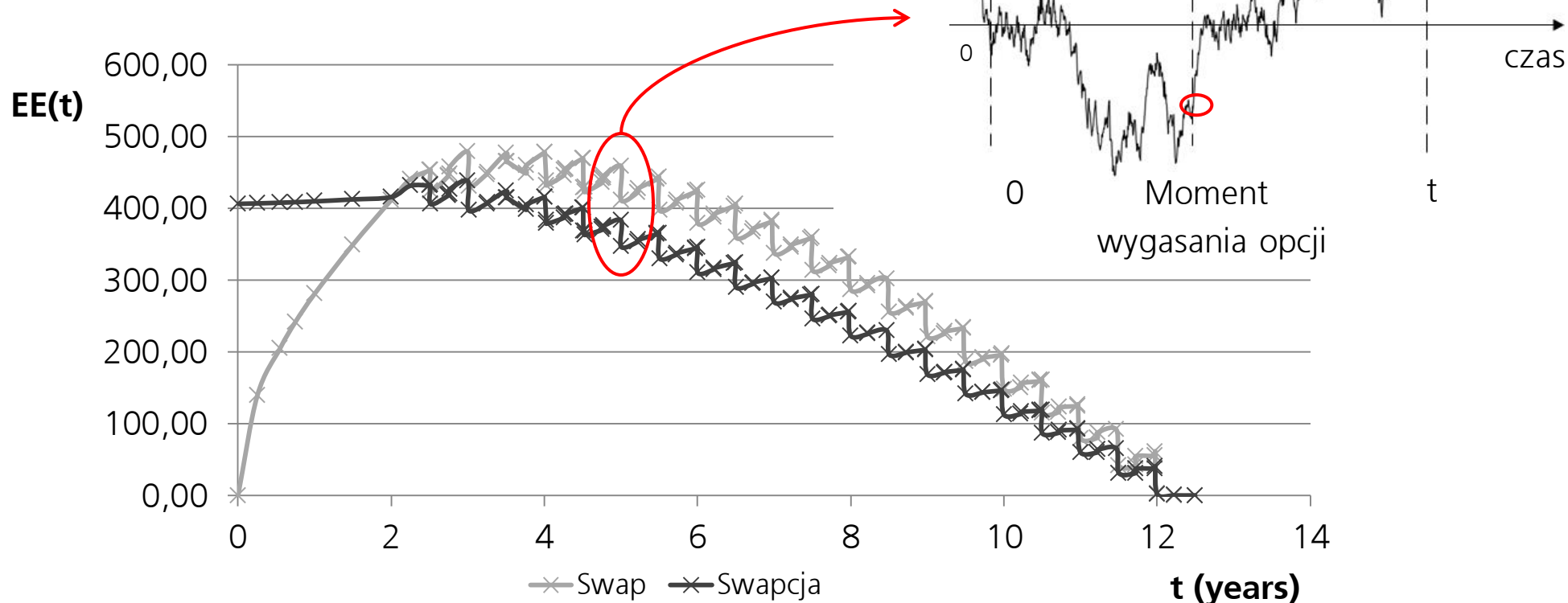


Kształt profilu to wynik nakładania się dwóch efektów:

- rosnąca niepewność związana z przyszłymi przepływami,
- zmniejszająca się z czasem liczba przyszłych przepływów.

Przykłady cd.

Profil ekspozycji swapcji 2Yx10Y i bazowej



- Do momentu wygaśnięcia opcji jej wartość jest co najmniej taka jak wartość zobowiązania.
- Po wygaśnięciu w części scenariuszy opcja nie zostanie wykonana.

Metody redukowania ekspozycji kredytowej

Często aby zredukować ekspozycję kredytową stosuje się zabezpieczenia transakcji (ang. collateral).

Strona transakcji mająca dodatnią ekspozycję otrzymuje od swojego kontrahenta pieniądze lub aktywa zabezpieczające (np. obligacje).

Wówczas

$$E_X(t) = \max(V_X(t) - C(t), 0)$$

Gdzie $C(t)$, to wartość zabezpieczenia w chwili t .

Ponieważ ekspozycja może zmieniać się z dnia na dzień, zabezpieczenie może przepływać między stronami, co dzieje się na podobnej zasadzie jak mechanizm mark-to-market na rynkach giełdowych.

Warunki rozliczania zabezpieczeń muszą być zapisane w kontrakcie.

Metody redukowania ekspozycji kredytowej (cd.)

Zwykle bank ma wiele transakcji z jednym kontrahentem.

Jeśli to możliwe podpisywane są umowy pozwalające na netowanie transakcji w przypadku bankructwa, przed ich rozliczeniem.

Wtedy:

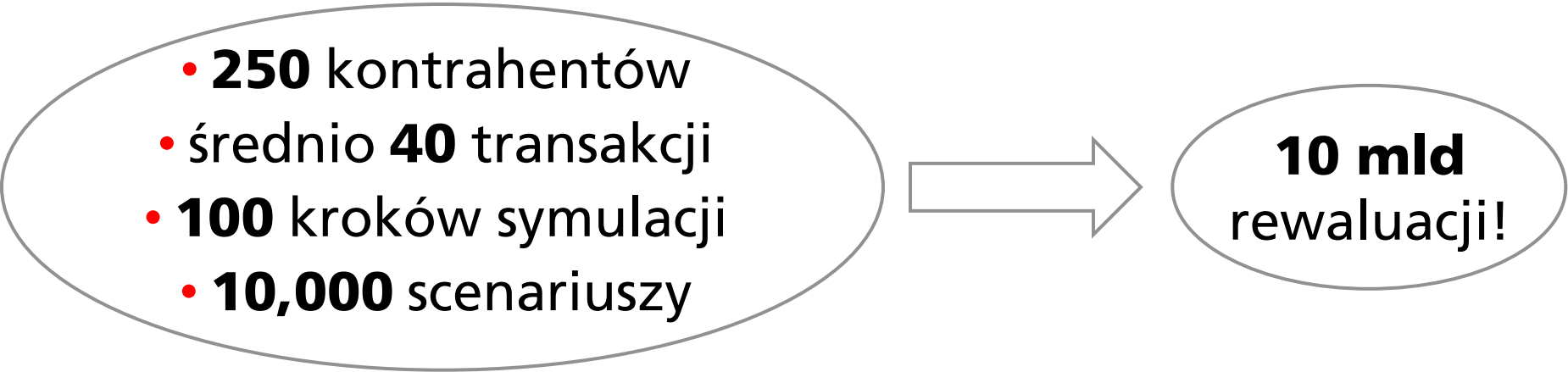
$$E_{\text{kontrahenta}}(t) = \max\left(\sum_i V_{X_i}(t), 0\right)$$

| | Przyszła wartość | | Całkowita ekspozycja | | Korzyść z netowania |
|--------------|------------------|------------|----------------------|---------------|---------------------|
| | Kontrakt 1 | Kontrakt 2 | Netowanie | Bez netowania | |
| Scenariusz 1 | -20 | 25 | 5 | 25 | 20 |
| Scenariusz 2 | -15 | 5 | 0 | 5 | 5 |
| Scenariusz 3 | -15 | -5 | 0 | 0 | 0 |

Modelowanie ekspozycji kredytowej

Sformułowanie problemu wyznaczania przyszłej potencjalnej ekspozycji wydaje się analogiczne do kalkulacji Value-at-Risk, ale może być znacznie bardziej skomplikowane ze względu na:

- znacznie dłuższy horyzont czasowy
- skutki ograniczania ryzyka (netowanie i zabezpieczenia)
- zastosowania

- 
- **250** kontrahentów
 - średnio **40** transakcji
 - **100** kroków symulacji
 - **10,000** scenariuszy

10 mld
rewaluacji!

wydajność obliczeniowa jest bardzo istotna!

Modelowanie ekspozycji kredytowej

Żeby móc efektywnie wyznaczać profile ekspozycji potrzebne są:

- Modele pozwalające na szybkie generowanie scenariuszy
- Metody umożliwiające szybką rewaluację

Dla egzotycznych, zależnych od ścieżek instrumentów wyceny przy pomocy Monte Carlo i metod różnicowych stają się zbyt wolne.

Alternatywne metody:

- Aproksymacje
- Siatki i interpolacja
- American Monte Carlo oparte na regresji

Część 2

Korekta wartości kredytowej

Korekta wartości kredytowej - CVA

Korekta wartości kredytowej – CVA (ang. *credit valuation adjustment*) to różnica pomiędzy wartością portfela wolnego od ryzyka a realną wartością portfela, obejmującą możliwość braku spłaty zobowiązań przez kontrahenta.

Formalnie:

$$CVA = \mathbb{E}\left[(1 - RR)\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}}DF(\tau)E(\tau)\right],$$

gdzie

- RR (recovery rate) – wskaźnik odzyskania należności; w przypadku bankructwa kontrahenta pewna część zostanie odzyskana,
- DF (discount factor) – czynnik dyskontujący (wolny od ryzyka),
- E – ekspozycja kredytowa (niedyskontowana).

Korekta wartości kredytowej (cd.)

Upraszczające założenia:

- Nasza instytucja nie może zbankrutować,
- Wskaźnik odzyskania należności (RR) jest deterministyczny,
- Ekspozycja kredytowa i moment bankructwa są niezależne.

Wtedy: $CVA = (1 - RR) \int_0^T EE(t) dPD(t)$, $PD(t) = \mathbb{P}(\tau > t)$

Po dyskretyzacji mamy:

$$CVA = (1 - RR) \sum_{i=1}^n EE(t_i) PD(t_{i-1}, t_i),$$

gdzie $PD(t_{i-1}, t_i) = \mathbb{P}(\tau > t_{i-1}) - \mathbb{P}(\tau > t_i)$

Miara rzeczywista czy miara wolna od ryzyka?

Względem jakiej miary powinniśmy liczyć wartości oczekiwane i kwantyle w definicjach EE, PFE i CVA?

Skąd powinny pochodzić dane do obliczeń?



- dane historyczne \Rightarrow miara rzeczywista
- dane pochodzące z cen rynkowych \Rightarrow miara wolna od ryzyka

Do kalkulacji CVA stosuje się dane rynkowe ze względu na:

- zgodność z wyceną - neutralną wobec ryzyka
- hedging
- preferencje regulatorów

Estymacja prawdopodobieństw bankructwa ze spreadów CDSów

W standardowym modelu zredukowanym:

λ - stopa hazardu procesu bankructwa, $\lambda = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}(\tau \leq t + h | \tau \geq t)}{h}$

Przy założeniach, że

- Spread CDS płacony jest w sposób ciągły
- Struktura terminowa spreadów jest płaska

$$\lambda \approx \frac{\text{spread}}{1 - RR} \Rightarrow PD(t) \approx 1 - \exp\left(-\frac{\text{spread}}{1 - RR} t\right)$$

Żeby w estymacji prawdopodobieństw uzzględnić strukturę terminową spreadów potrzebne są metody numeryczne (bootstrap).

Estymacja Recovery Rate

Nie ma danych pochodzących z cen rynkowych.

Wskaźniki odzyskania należności są estymowane na podstawie danych historycznych w zależności od sektora, ratingu i ustalonej kolejności spłaty zobowiązań.

| Kolejność spłaty | Liczba obserwacji | Średnia RR (%) | Odchylenie standardowe (%) |
|---------------------|-------------------|----------------|----------------------------|
| Senior secured | 82 | 56.31 | 23.61 |
| Senior unsecured | 225 | 46.74 | 25.57 |
| Subordinated | 174 | 35.35 | 24.64 |
| Junior subordinated | 142 | 35.03 | 22.09 |
| Total | 623 | 42.15 | 25.42 |

Ponieważ historyczne średnie cechują się dużym odchyleniem, często stosuje się wskaźnik odzyskania RR = 40%.

Korekta wartości kredytowej - przykład

| | | | |
|-------------------|-------|--------------------|-------|
| notional | 10000 | swap rate K | 1.64% |
| T | 10Y | volatility | 45% |
| CDS spread | 500 | RR | 40% |

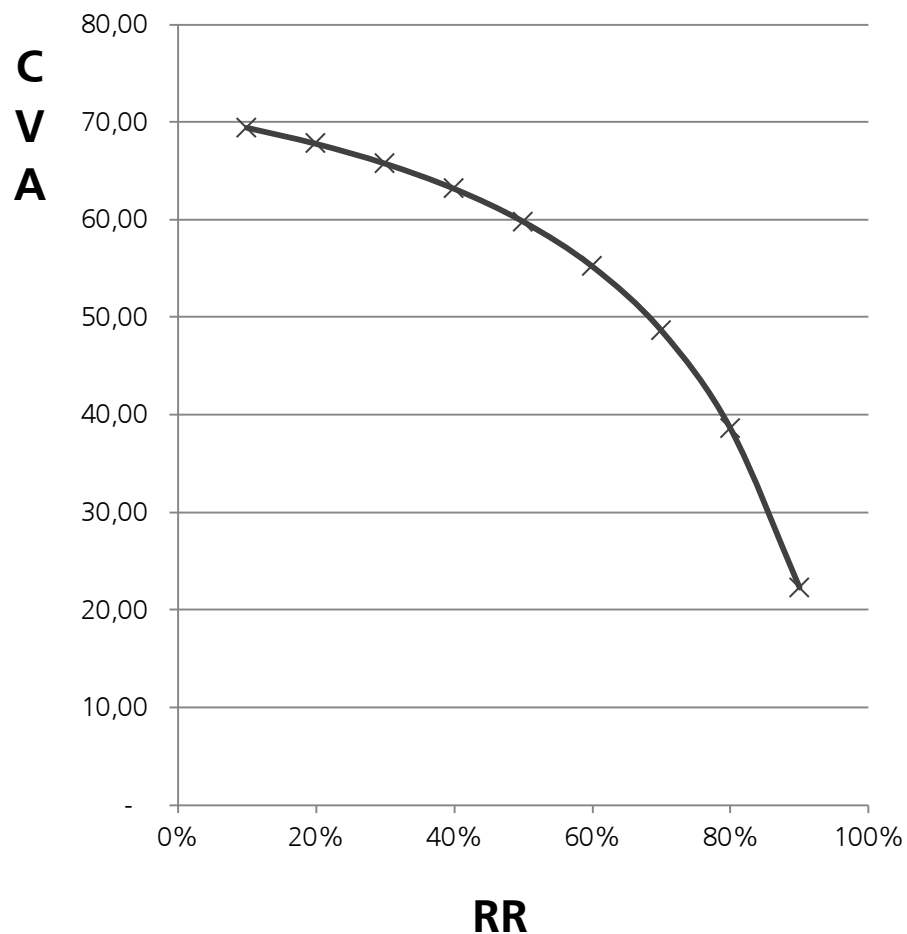
| year | remaining swap life | discount factor | forward swap rate | d1 | d2 | EE | survival prob. | |
|------|---------------------|-----------------|-------------------|------|-------|--------|----------------|-------|
| 0 | 10 | 1.00 | 1.64% | - | - | - | 100% | - |
| 1 | 9 | 0.99 | 1.75% | 0.36 | -0.09 | 208.82 | 92% | 10.02 |
| 2 | 8 | 0.98 | 1.85% | 0.51 | -0.13 | 248.10 | 85% | 10.95 |
| 3 | 7 | 0.97 | 1.95% | 0.61 | -0.17 | 255.67 | 78% | 10.38 |
| 4 | 6 | 0.96 | 2.05% | 0.69 | -0.21 | 245.69 | 72% | 9.18 |
| 5 | 5 | 0.94 | 2.13% | 0.76 | -0.24 | 223.71 | 66% | 7.69 |
| 6 | 4 | 0.92 | 2.20% | 0.82 | -0.29 | 193.10 | 61% | 6.11 |
| | | | | | | | 56% | 4.50 |
| | | | | | | | 51% | 2.92 |
| | | | | | | | 47% | 1.41 |
| | | | | | | | 43% | - |
| | | | | | | | CVA | 63.16 |

$$EE = (1 - RR)EE(t)(\mathbb{P}(\tau > t - 1) - \mathbb{P}(\tau > t))$$

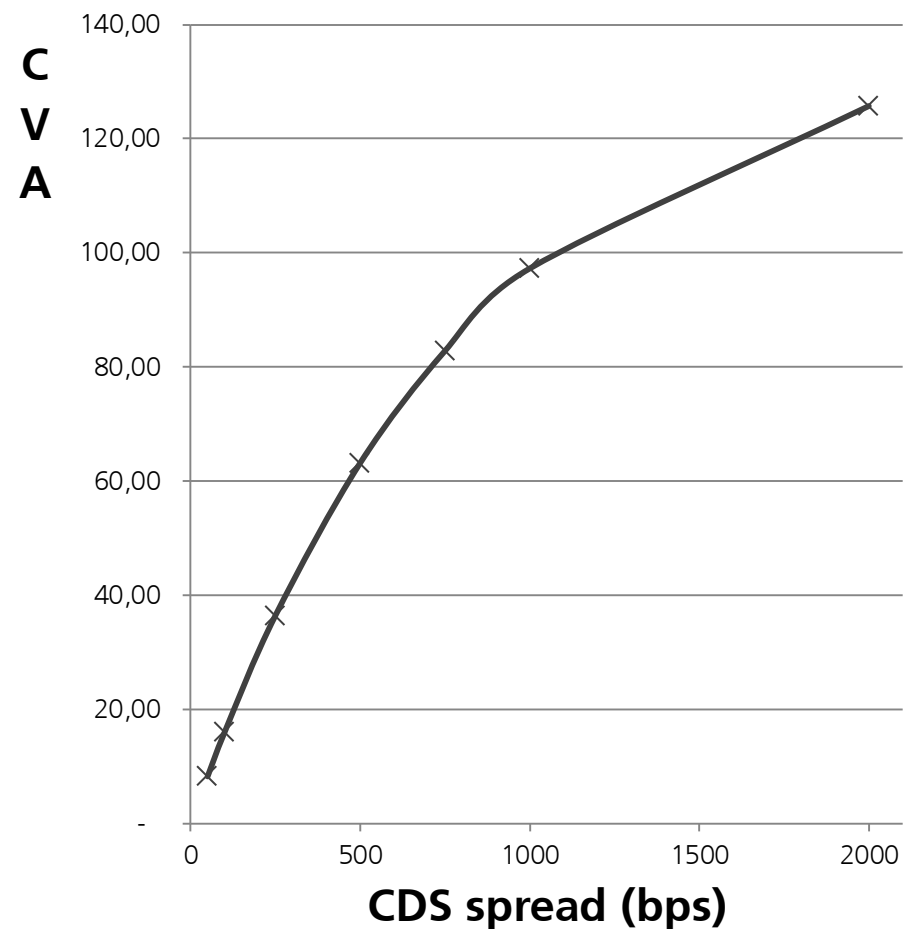
CVA ≈ 63.16 ≈ 0.63% nominalu transakcji.

Korekta wartości kredytowej - przykład (cd.)

Wpływ Recovery Rate



Wpływ spreadu CDS



Korekta wartości kredytowej dla portfela instrumentów

Korekta wartości kredytowej jest liczona nie dla pojedynczych instrumentów, ale na poziomie kontrahenta.

Trzeba uwzględnić wszelkie warunki umowy mogące mieć wpływ na całkowitą ekspozycję np. netowanie i zabezpieczenia.

Kalkulacja CVA dla portfela instrumentów jest złożonym zadaniem:

- trudności związane z wyceną (opcje na portfele mogące zawierać opcje),
- system musi być w stanie uwzględniać różnorodne warunki prawne w kontraktach,
- kalkulacja musi być możliwie szybka.

Pytania



Olga Bączkowska

UBS Business Solutions Center
Credit Valuation Methodology

Tel. +48 12 334 66 43

olga.glowka@ubs.com

ubs.com/polandcareers

Powiązane zagadnienia

- Wrong Way Risk – ryzyko związane z niekorzystną korelacją pomiędzy ekspozycją a prawdopodobieństwem bankructwa
- DVA (debit value adjustment) / Dwustronne CVA
- LIBOR/OIS discounting – jaką stopą należy dyskontować?
- FVA (Funding Valuation Adjustment) – korekta ze względu na przyszłe potencjalne koszty finansowania pozycji
- Inne korekty:
 - KVA – capital valuation adjustment
 - MVA – margin valuation adjustment
 - TVA – tax valuation adjustment

Bibliografia

- D. Brigo, M. Morrini, A. Pallavicini – *Counterparty Credit Risk, Collateral and Funding with Pricing Cases for All Asset Classes*, Wiley Finance, 2013
- A. Green – *XVA, Credit, Funding and Capital Valuation Adjustments*, Wiley Finance, 2016
- J. Gregory – *Counterparty credit risk and credit value adjustment*, 2nd edition, Wiley Finance, 2012
- J. Gregory – *The XVA Challenge, Counterparty Credit Risk, Funding, Collateral and Capital*, 3rd edition, Wiley Finance, 2015