Az ELTE TTK Fizikus Diákköre, az Eötvös Loránd Fizikai Társaság és a Magyar Fizikus Hallgatók Egyesülete

1994 évi, jubileumi, immár

25.
ORTVAY RUDOLF
fizikai feladatmegoldó versenyének

versenyfeladatai

A feladatok nov. 4-én, pénteken 12 órától vehetők át a HALI 1-ben.
Beadási határidő: nov. 14. hétfő 12 óra, ugyanott.

Vidéki versenyzők, illetve műegyetemisták a szegedi és debreceni egyetemen, illetve a BME-n vehetik fel a kapcsolatot a helyi szervezőkkel, és helyben kaphatják meg a feladatokat, majd adhatják le megoldásaikat. Postai beküldés esetén a postabélyegző dátumát vesszük figyelembe, levélcím: ELTE TTK Fizikus Diákkör, Dávid Gyula, Bp. 1088 Múzeum krt. 6–8. Hallgatói Iroda.

A feladatok megoldása során bármilyen segédeszköz használható, és ezekre hivatkozni is lehet.

Egy versenyző max. 10 feladatot adhat be. Egy feladat max. 100 pontot ér. Minden feladatot külön lapra írjatok, név, egyetem, szak és évfolyam feltüntetésével.

Díjazás: Az öt évfolyamnak megfelelő öt kategóriában külön értékeljük a versenyzőket. Kategóriánkénti első díj 5000 Ft, második díj 3000 Ft, harmadik díj 1000 Ft. Egyes feladatok kiemelkedő megoldásáért 1000 – 1000 Ft-os különdíjak adhatók. Szponzorok: az ELTE TTK Hallgatói Alapítvány, a Művelődési Minisztérium és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat.

A 25. évfordulóra való tekintettel a KFKI Részecske- és Magfizikai Kutató Intézete (RMKI) **Jubileumi Különdíjat** ajánlott fel az idei verseny legeredményesebb versenyzőjének. Ennek összege 10 000 Ft.

Az ünnepélyes eredményhirdetésre és a díjak kiosztására előreláthatólag novermber végén, december elején kerül sor. A szervezőbizottság előre felkéri a majdani győzteseket és egyéb résztvevőket, azaz az egyes feladatok legjobb megoldóit, hogy az eredményhirdetéssel egybekötött diákköri ülésen ismertessék a jelenlévőkkel megoldásaikat.

(A zsűri az érdekelteket egyénileg is értesíti majd arról, hogy melyik feladat előadására kéri fel őket.) Egyben arra is felkéri őket, hogy legjobbnak ítélt megoldásaik végsőkig csiszolt változatát írásban (= Winword file-ban) is készítsék el a verseny feladatait és megoldásaikat tartalmazó, 1995 elején megjelenő kiadvány számára.

Versenyzők és egyéb érdeklődők figyelmébe!

Várhatóan 1994 decemberében jelenik meg a MaΦHE kiadásában a 25 év összes Ortvay-feladatát tartalmazó könyv. Ezt tanulmányozva összemérhetitek tudásotokat a feladatokon az elmúlt negyedszázadban izzadó elődeitekével. A könyvet a HALI-ban lehet majd megvásárolni.

1994. ÉVI FELADATOK

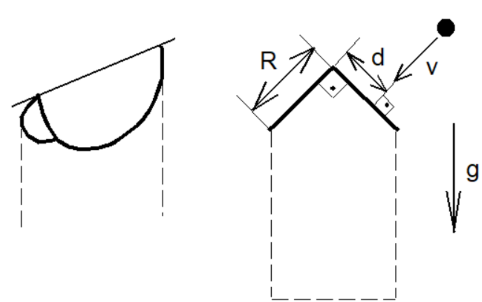
1. Reggel van, mindjárt 8 óra, sietnem kell az egyetemre, mert kezdődik a Nemlineáris forgácsolás című érdekfeszítő előadás. De előbb még reggeliznem kéne. Derék, koránkelő szobatársam jóvoltából 100°C hőmérsékletű forró tea gőzölög a kannában. Én viszont 40 fokosnál melegebb folyadékot képtelen vagyok lenyelni. Ha kiöntöm a csészébe, egy idő után kihűl. Ha csak félig töltöm a csészét, biztosan gyorsabban hűl ki, de fejlődő szervezetemnek egy egész csésze teára van szüksége. Legegyszerűbb lenne több csészébe szétönteni, de ahhoz előbb mosogatnom kellene... Mi lehet az optimális stratégia?

(Major Márton)

2. Tanulmányozzuk egy leejtett papírlap mozgását alkalmas feltételezésekkel, mint pl. összenyomhatatlan közeg, merev lap, kétdimenziós mozgás (de nem légüres tér!)!

(Czirók András)

3. A szemétkosár fedele két mereven, egymásra merőlegesen összeerősített vékony, R sugarú, ρ tömegsűrűségű műanyag félkör, amely vízszintes tengely körül súrlódás nélkül foroghat.



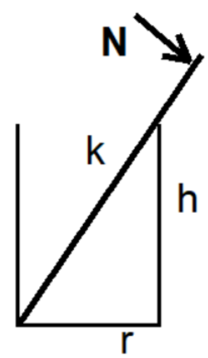
A tetőre a tengelytől d távolságban, egyik síkjára merőlegesen v sebességgel rádobunk egy m tömegű, pontszerűnek tekinthető almacsutkát. Az ütközési szám k.

Milyen v és d értékek esetén kerül be az almacsutka a szemétbe?

Mekkora a szemetesfedél rezgésideje, ha vízszintes lapra állítva kissé kitérítjük egyensúlyi helyzetéből?

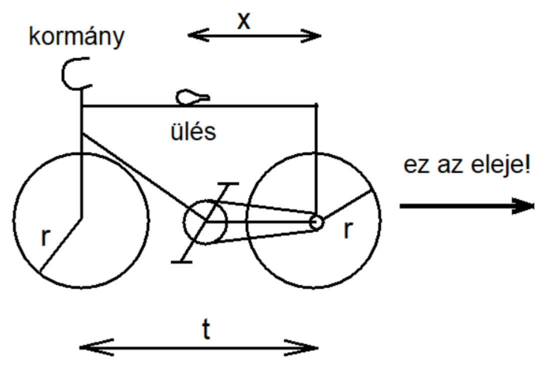
(Veres Gábor)

4. Egy pohárban egy kanál áll. A kanál tömege m, a poháré 0. A kanál hossza k, a pohár sugara r, magassága h. Mennyi vizet töltsünk a pohárba, hogy az N nyomóerő hatására a pohár ne billenjen fel? (A súrlódástól tekintsünk el.) Mi történik?



(Sass Balázs)

5. Az ábrán egy hipotetikus elsőkerék-meghajtású – hátsókerék-kormányzású bicikli modellje látható (a tengelyek t távolsága és a kerekek r sugara adott). Hogyan függ a bicikli sebessége az ülés x helyzetétől, ha megköveteljük, hogy egyenesen haladva az egyensúlyi helyzet stabilizálható legyen? Merre és hogyan kell kormányozni?



(Sass Balázs)

6. A vitorlázó-repülőgépeket kb. 1 km hosszú drótkötél segítségével indítják. A repülőtérnek a starthellyel szemközti szélén helyezik el a csörlőberendezést. A csörlés során a gép kb. 700 m-t tesz meg a csörlő irányába, ezalatt 400 m magasra emelkedik. Ekkor a pilóta kioldja a vontatókötelet. A csörlő motorja továbbra is dolgozik, állandó

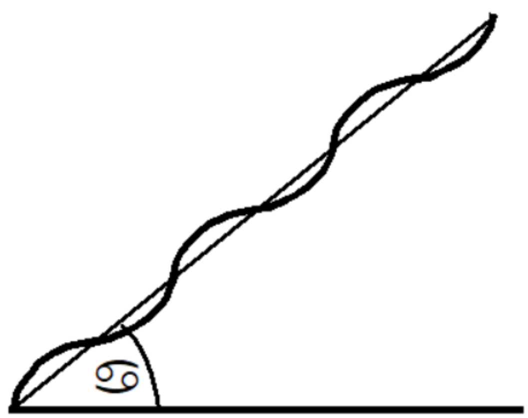
sebességgel tekeri fel a drótkötelet. Írjuk le a zuhanó kötél mozgását! (Újabban a kötél felső végére kis ejtőernyőt is erősítenek. Miért? Mennyiben befolyásolja ez a vizsgált mozgást?

(Mészáros András)

7. Vizsgáljuk meg a Plusssz tablettás doboz kupakjának fizikáját! Ha az asztalra helyezve lenyomom, a műanyag bordák speciális módon deformálódnak. Megfelelő ütemben nyomkodva a kupak forgásba jön. Miért?

(Bajnok Zoltán)

8. Egy α hajlásszögű csúszdán körív alakú hullámok vannak. A csúszda tetejéről kezdősebesség nélkül lecsúszik egy gyerek. A súrlódási együttható a csúszda és a gyerek között μ . Hogyan függ a csúszda fékezőereje a gyerek sebességétől, ha feltesszük, hogy a hullámok igen sűrűn vannak? Hogyan mozog a gyerek ebben a közelítésben? Adjuk meg a gyerek mozgását közelítések nélkül is, és hasonlítsuk össze az eredményt a közelítő megoldás eredményével! (Feltételezzük, hogy a gyerek mozgás közben végig a lejtőn marad, nem emelkedik a levegőbe.) (Bihary Zsolt)

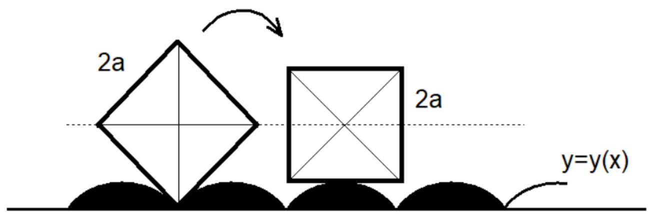


9. Az autóipar tökéletlensége felett érzett bánatunk arra ösztökélhet bennünket, hogy saját eszközeinkkel próbáljunk kereket gyártani, még ha csak négyszögleteset sikerül is. Ez a – látszólag hamvába holt – ötlet meglepő módon valóban kivitelezhető a gyakorlatban is, feltéve, hogy a neki megfelelő útfelületet is megtervezzük. Gördüljön kerekünk csúszás nélkül tapadva a hozzá illeszkedő simulógörbén az ábra szerint. A tengely (TKP) végig vízszintesen mozog; a súrlódásos veszteségektől tekintsünk el.

Adjuk meg a talajgörbe egyenletét!

Sikerünkön bevadulva vizsgáljuk meg az kváziklasszikus határesetet; a szögek számával (itt n=4) a végtelenbe tartva visszakapjuk-e a kör alakú kereket és a sima útfelületet?

Talán nem meglepő, hogy a kerék dinamikája is némileg eltér a megszokottól, hiszen a pillanatnyi forgástengely és a TKP távolsága nem állandó. Milyen összefüggés lép a megszokott $v = r\omega$ helyébe? Adjuk meg a TKP sebességét a kiinduló függőleges helyzettől mért elfordulás szögének függvényében!



(Amerikai feladat. Ollózta: Magyar Péter)

10. Vizsgáljuk meg a Föld – Hold rendszer librációs pontjaiba helyezett űrállomások pályájának stabilitását! Tanulmányozzuk az analóg elektromos feladatot is (a hidrogénatom körül keringő "űrállomások" stabilitási viszonyait)! Vigyázat, csalok!

(Dávid Gyula)

11. Három termosz mindegyikében 1 – 1 liter víz van. A víz hőkapacítása mindegyik termoszban 4,2 kJ/K. A víz hőmérséklete az egyikben 0°C, a másikban 100°C, a harmadikban ismeretlen. Mekkora legyen itt a hőmérséklet, ha azt akarjuk, hogy az egész rendszerből a lehető legtöbb munkát lehessen kivenni? Mennyi ez a maximális munka?

(Radnai Gyula)

12. Műanyag rudat szőrmével megdörzsölve negatív töltésű lesz, ezt az általános iskolából tudjuk. Azt is, hogy az üvegrúd meg pozitív lesz. Magyarázzuk meg a jelenséget! Mi történik, ha két fémet dörzsölünk össze? Esetleg fémet és egy szigetelőt? (Haladóknak: félvezető – fém, félvezető – szigetelő...)

(Csahók Zoltán)

13. Homogén elektromos és mágneses térben ponttöltés mozog. Írjuk le a mozgását! Vizsgáljuk meg a $B \to \infty$ határesetet!

(Tichy Géza)

14. Milyen a szappanbuborék alakja nagy elektromos térben? (A szappanhártyát tekintsük dielektrikumnak.)

(Tichy Géza)

15. A digitális világban felnőtt ember undorral fordul el a folytonos, mi több, mindenütt differenciálható függvényektől, ezért méla megvetéssel néz a Fourier-analízisre is. Ehelyett megpróbálja a függvényeket digitális jelek segítségével kifejezni.

Legyen tehát:

$$s(t)=\begin{cases} -1, & \text{ha} \quad t\in\,]-T/2;0[\\ +1, & \text{ha} \quad t\in\,]0;T/2[\\ 0, & \text{ha} \quad t=0 \;\text{ és }\; t=T/2 \end{cases} \qquad \begin{matrix} s(t+T)=s(t) & c(t)=s(t-T/4) \\ s_n(t)=s(nt) & n\in\mathbb{N}^+ \\ c_0(t)=1 \quad c_n(t)=c(nt) & n\in\mathbb{N}^+ \end{matrix}$$

Lássuk be, hogy tetszőleges (?), T szerint periodikus függvény kifejezhető a c_0, c_n, s_n függvények lineáris kombinációjaként! Vizsgáljuk meg az alapfüggvények ortogonalítási tulajdonságait! Adjuk meg a kifejtési együtthatókat!

Speciális esetként számítsuk ki a fűrészfogfüggvény: $f(t)=t/T$; $t\in\,]0;T[$ kifejtési együtthatóit, számítsuk ki és ábrázoljuk a sor első néhány részletösszegét!

Definiáljuk a komplex exponenciális függvény megfelelőjét, és írjuk fel a "szögletes" Fourier-sor, valamint a kifejtési együtthatók komplex alakját! Tartsunk T-vel ∞-hez, és próbáljuk meg eljárásunkat nem periodikus függvények esetére is kiterjeszteni! Írjuk fel a szögletes Fourier-transzformáció és megfelelően definiált inverzének képletét! A fizika és alkalmazásainak mely területén hasznosíthatnánk a feladatban definiált fogalmakat?

(Megjegyzés: Bár ez itt a D épület analitikus kiterjesztése, a bátrabbak megpróbálkozhatnak a konvergenciaproblémák vizsgálatával is.)

(Csekő Árpád – Dávid Gyula)

16. Feynman "A fizikai törvények jellege" című könyvében találkozhatunk a newtoni gravitációs törvény alábbi, alternatív megfogalmazásával: "Egy kicsiny gömbön belül a (gravitációs) potenciál a külső viszonyok ismerete nélkül is meghatározható. Ha meg akarjuk határozni a potenciált e kicsiny gömb középpontjában, ehhez ismernünk kell a potenciált a gömb felületén. Vagyis nem kell messzebbre kitekintenünk, csupán a kérdéses pont egy parányi környezetében kell ismernünk a potenciál értékét, továbbá azt kell még tudnunk, hogy e kicsiny gömb belsejében összesen mekkora tömeg található. Ha mindezt ismerjük, a szabály a következő: a potenciál a középpontban egyenlő az átlagos potenciál a gömb felületén, mínusz a G gravitációs állandó osztva a kis gömb sugarának (amit a-val jelölök) kétszeresével, és szorozva a gömb belsejében levő tömeggel:

"potenciál a középpontban$=$átlagos potenciál a felületen – $G/2a\cdot$(a belül levő tömeg)."

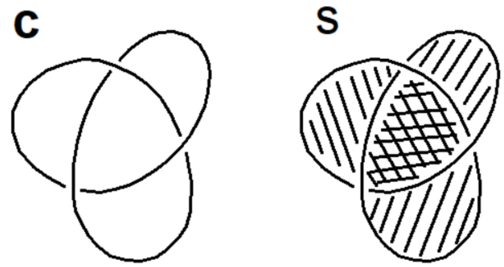
Mutassuk meg, hogy ez tényleg a gravitációs törvény egy egyenértékű megfogalmazása!

(Fülöp Tamás)

17. Vegyük a C háromlevelű csomót:

Legyen S az a kétdimenziós irányítható felület, amelynek a határa a C csomó: $\partial S=C$.

Tekintsük ennek az S felületnek a belsejét, vagyis a $T = S \setminus \partial S = S \setminus C$ halmazt mint 1 + 1 dimenziós téridőt! Hány véges energiájú megoldása van a forrásmentes Maxwell-egyenleteknek a T "téridőn"?



(Etesi Gábor)

18. Zseni Zsiga és Tudó Tódor vitatkoznak.

Zseni Zsiga: Egy relativisztikusan mozgó űrhajóból mérve a Nap hőmérsékletét alacsonyabbnak találnánk, mint a Földről nézve. Ugyanis tudjuk, hogy a nyomás és az entrópia relativisztikusan invariáns [lásd. M. Planck: Sitz. D. kgl. Preuss. Acad. Wissensch. pp. 542 – 570, 1907]. Az energia-impulzus négyesvektorral könnyen megkapjuk a hőmennyiség Lorentz-transzformációs szabályát: $dQ = dQ_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Ezután az abszolút hőmérsékletet a szokásos módon reverzibilis körfolyamatokkal bevezetve az adódik, hogy a mozgó rendszerből nézve a hőmérséklet alacsonyabb lesz.

Tudó Tódor: Téves. Ha eltérés lenne a két hőmérséklet között, akkor ez azt jelentené, hogy ha mindketten ráülünk egy nyugalomban azonos hőmérsékletű labdára, majd eltérő sebességre kapcsolunk, akkor én azt látnám, hogy a te labdád hidegebb, tehát hőáram indul meg tőlem feléd. Te azonban az én labdámat tartanád hidegebbnek, és tőled felém induló hőáramot várnál. Ez nyilvánvalóan ellentmondás: a hő csak egyik irányba áramolhat. Tehát egyező hőmérsékletet kell mérnünk.

Okos Ottó is csatlakozik a vitához: Mindketten tévedtek. Minden fizikus hallgató képes azt is megmutatni, hogy a mozgó rendszerből magasabb hőmérsékletet mérünk.

Mutassátok meg, hogy O. O. állítása mellett is lehet érveket felhozni! Mi az oka a három eltérő eredménynek? Tudsz-e (elvileg) végrehajtható kísérletet javasolni a kérdés eldöntésére?

(Gombos Gábor)

19. Zseni Zsiga és Tudó Tódor ismét vitatkoznak. Zs. Zs.: Már a kisiskolások is tudják, hogy ha egy szilárdtest egyik sávja teljesen be van töltve, a következő sáv pedig teljesen üres, és közöttük gap van, akkor az elektronok nem gerjeszthetők, és így nincs vezetés. Tehát a minta ellenállása végtelen. T.T.: Lehetetlenségeket beszélsz. Lehet, hogy a kisiskolások így tudják, de a nagyobbak tanulták, hogy a kvantált Hall-effektusban, ha a sávvá kiszélesedett Landau-nívók egyike teljesen be van töltve, a

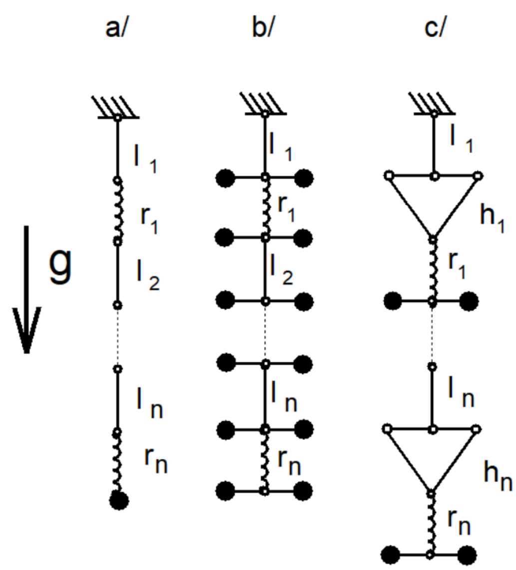
következő, gap-pel elválasztott viszont teljesen üres, akkor nincs disszipáció, hiszen nem léteznek üres állapotok, melyekbe elektronok szóródhatnának. Tehát a minta ellenállása zérus. Hogyan egyeztethető össze a két vélemény?

(Gombos Gábor)

20. Határozzuk meg az ideális gáz hőmérsékletét mint integráló osztót, azaz azt a $T(p,V)$ függvényt, amellyel a termodinamika első főtételének $\delta Q = dE + pdV$ alakját leosztva egy $S(p,V)$ függvény teljes differenciálját kapjuk! A megoldás egy tetszőleges egyváltozós függvény erejéig határozatlannak bizonyul. Hogyan rögzíti a fizika ezt a határozatlanságot?

(Fülöp Tamás)

21. Adjunk alsó becslést (minél jobbat) az ábrán látható egyszerű, homogén gravitációs térben lógó szerkezetek instabil nyugalmi helyzeteinek számára! A rajzon a folytonos vonalak "végtelenül vékony" merev rudakat, a hullámosak "végtelenül vékony" rugókat, a karikák pontszerű gömbcsuklókat ábrázolnak. A gömbcsukló körül az illető elem az előző tagtól függetlenül a tér bármelyik irányába elfordulhat. A tömör pontok súlygolyók. Hogyan lehet osztályozni az instabil nyugalmi helyzeteket? Általánosítsuk a feladatot N dimenziós térben lógó szerkentyűkre!



(Etesi Gábor)

22. Tekintsünk egy háromdimenziós, nematikus fázisban levő folyadékkristályt (hosszú, merev láncmolekulákat tartalmazó kristály).

Tartalmazhat-e egy ilyen kristály egydimenziós kristályhibákat? Mi történik, ha két ilyen kristályhiba "összetalálkozik"?

Mi a helyzet 2, illetve n>3 dimenziós folyadékkristályok esetén? (A kérdés kissé elméleti jellegű.)

(Etesi Gábor)

23. A Munkavédelmi Ûrfelügyelőség közleménye:

A Felügyelőség azonnali hatállyal betiltja a bármilyen elven működő foton- és egyéb relativisztikus rakéták, mint visszavonhatatlan egészségi károsodást okozó, és ezzel a munkavédelmi szabályokat súlyosan sértő eszközök emberi személyzettel történő üzemeltetését (ha ilyen eszközök még nem léteznek, akkor a kifejlesztésüket is).

Indoklás: Mint tudjuk, a fénysebességet megközelítő test tömege az $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ képlet szerint megnő. Ugyanakkor hosszirányú mérete, ezzel együtt térfogata pedig $l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$ szerint csökken, sűrűsége tehát rohamosan nő, egyre nagyobb tömeg koncentrálódik egyre kisebb térfogatba. Ezért egy kritikus, de a fénysebességnél kisebb sebesség átlépésekor az űrhajó bekerül saját Schwarzschild-zónájába, azaz fekete lyukká alakul. Mivel jelenlegi ismereteink és a vonatkozó törvények szerint fekete lyukból nincs visszatérés, ez a körülmény megakadályozná, hogy a személyzet részt vegyen az évente esedékes kötelező munkavédelmi továbbképzésen. A munkavédelmi szabályok eme súlyos megsértését megelőzendő hoztuk a fenti intézkedést.

Jelen határozatunk ellen 10 napon belül írásbeli kifogás nyújtható be.

(Dávid Gyula)

24. Reprezentáljuk a téridőt (nemrelativisztikusan) $\mathbb{R}^4$-gyel! Jelölje $\mathbb{V}(1) = \left\{u \in \mathbb{R}^4 \middle| u^0 = 1\right\} \subset \mathbb{R}^4$ a négyes sebességek halmazát! Rögzítsük a $o \in \mathbb{R}^4$ és $u \in \mathbb{V}(1)$ tetszőleges elemeket! Legyen a téridő $T_{ou} := \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ leképezése és a négyes sebességek megfelelő leképezése a következő:

$$T_{ou}x := (x - o) - 2(x^0 - o^0) \cdot u \qquad x \in \mathbb{R}^4 \tag{1}$$

$$T'_{ou}u' := 2u - u' \qquad u' \in \mathbb{V}(1) \tag{2}$$

(Ezt nevezhetjük az o középpontú, u meghatározta időtükrözésnek.)

Mikor egyenlő T_{ou} és $T_{o'u'}$ $\quad \big(o, o' \in \mathbb{R}^4 \quad u, u' \in \mathbb{V}(1)\big)$?

Milyen transzformáció lesz $T_{ou}oT_{o'u'}$ és $T'_{ou}oT'_{o'u'}$?

Legyen az $\mathbf{r} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^4$ egy folytonosan differenciálható függvény úgy, hogy $\forall t \in \mathbb{R}$ $\big(r(t)\big)^0 = t$. (A ^{0} felső index a vektor első komponensét jelöli $\mathbb{R}^4$ standard bázisán.) Mutassuk meg, hogy $\mathbf{r}' : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^4$ tulajdonképpen egy $\mathbf{r}' : \mathbb{R} \to \mathbb{V}(1)$ függvény!

Adjunk fizikailag (és matematikailag!) értelmes definíciót egy $\big(\mathbf{r}, \mathbf{r}'\big) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}^4 \times \mathbf{V}(1)$ úgynevezett folyamat időtükrözöttjére!

(Antal Tamás)

25. Vizsgáljunk egy etánmolekulát kristályos környezetben! A molekulát a környezet oly módon rögzíti, hogy a szénatomok nem mozdulhatnak el, csak a metilgyökök foroghatnak a σ-kötés körül. A metilgyökök szimmetriatengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka Θ.

Mi lesz a rendszer energiaspektruma a következő esetekben?

A/ A környezet csak rögzíti a molekulát, annak forgását nem akadályozza; és

a/ a molekula merevnek tekinthető;

b/ a két metilgyök függetlenül foroghat;

c/ a két metilgyök forgását egy V potenciál csatolja:

$$V(\varphi_1, \varphi_2) = V(\varphi_1 - \varphi_2) = V(\Delta\varphi) = V_0\big[\delta(\Delta\varphi) + \delta(\Delta\varphi + \tfrac{2\pi}{3}) + \delta(\Delta\varphi + \tfrac{4\pi}{3})\big]$$

B/ A környezet erősen kölcsönhat mindkét gyökkel az $U_{1,2} = U_0 \cos(3\varphi_{1,2})$ potenciálokkal leírható módon; és

a/ a molekula merevnek tekinthető;

b/ a két metilgyök forgása nincs csatolva.

(Bihary Zsolt)

26. Két fizikai mennyiség térszerű szeparáció esetén sem kommutál. Hogyan vehetjük fel a kapcsolatot az Androméda-köddel?

(Siklér Ferenc)

27. Mennyi a négydimenziós hidrogénatom energiaszintjeinek elfajultsága? Milyen lehet a négydimenziós periódusos rendszer?

(Dávid Gyula)

28. Egy hidrogénmolekula két elektronját a Hubbard-modellben a következő Hamilton-operátorral írjuk le :

$$H = E_0 \sum_k \sum_\sigma N_{\sigma k} + V \sum_\sigma \left(c^\dagger_{\sigma 1} c_{\sigma 2} + c^\dagger_{\sigma 2} c_{\sigma 1}\right) + U \sum_k N_{\uparrow k} N_{\downarrow k}$$

$$\big(k = 1, 2; \qquad \sigma = \uparrow, \downarrow; \qquad N_{\sigma k} = c^\dagger_{\sigma k} c_{\sigma k} U > 0\big)$$

Taglaljuk a sajátállapotokat!

(Bihary Zsolt – Jakovác Antal)

29. Tegyük fel, hogy a teljes $]-\infty; \infty[$ intervallumon ismerjük a $H\Psi_o(x) = E_o\Psi_0(x)$, $H = -\hbar^2/2m + V(x)$ egydimenziós Schrödinger-egyenlet megoldását. Valamilyen sokkhatást követően egy rossz pillanatunkban $x = L/2$-nél végtelen magas potenciálgátakat helyezünk el. Ha L – valamilyen értelemben – nagy, akkor azt várhatjuk, hogy az új perturbált (vigyázat: nem közönséges értelemben!) $\Psi(x)$ az előző hullámfüggvénynek valamilyen sima $f(x)$ függvénnyel modulált változata lesz, az új E energia pedig csak kevéssé tér el E_0-tól.

Határozzuk meg a $\Delta E = E - E_0$ eltolódást vezető rendig! A tanult aszimptotikus, stb. viselkedések alapján lehetséges tetszőleges Ψ-re is zárt alakú (persze közelítő) megoldást adni, de az egyszerűség, na meg a gyalogosok kedvéért szorítkozzunk a jól ismert állatorvosi ló, azaz a harmonikus oszcillátor alapállapotához tartozó hullámfüggvény esetére.

(Magyar Péter)

30. Dirac találta ki és Feynman fejlesztette ki a kvantummechanika ún. pálya-integrálos formalizmusát, mely egyenértékű a Schrödinger-egyenlettel. A formalizmust az egydimenziós szabad pontrészecske példáján bemutatva, a hullámfüggvény időfejlődését a

$$\Psi(x', t') = \int_{\infty}^{\infty} dx K(x', t', x, t)\Psi(x, t)$$

képlettel adjuk meg, ahol

$$K(x', t', x, t) = \lim_{N\to\infty} \int_{\infty}^{\infty} \int_{\infty}^{\infty} L \int_{\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 L dx_{N-1} K_1 K_2 L K_{N-1}$$

$$K_k = \sqrt{\frac{m}{ih(t_{k+1} - t_k)}} \cdot \exp\left[\frac{im}{2\hbar}\frac{(x_{k+1} - x_k)^2}{(t_{k+1} - t_k)}\right] \qquad k = 1, 2; L; N-1$$

$$x_N = x'; \qquad t_0 = t; \qquad t_k = t + k\epsilon; \qquad t_N = t'; \qquad \epsilon = \tfrac{t' - t_0}{N}$$

m a részecske tömege, h a Planck-állandó.

a/ Számítsuk ki $K(x', t', x, t)$ -t!

b/ Bizonyítsuk be, hogy az eredmény nem változik, ha a t_k osztópontok nem egyenletesen osztják fel a $[t; t_k]$ intervallumot!

A számítások elvégzését megkönnyíti a következő képlet használata:

$$\int_{\infty}^{\infty} dy e^{a(x-y)^2} \cdot e^{b(y-z)^2} = \sqrt{\frac{-\pi}{a+b}} e^{\frac{ab}{a+b}(x-z)^2}; \qquad \Re(a), \Re(b) \leq 0$$

(Fülöp Tamás)

31. Egy ideális mikrohullámú üregbe egy apró lyukon keresztül egy nagyon lassú atomot küldünk be. Az atom egy adott elektronátmenetének ($g \to e$) frekvenciája (ω_0) közel esik az üreg alapmódusának frekvenciájához ($\omega = \omega_0 + \delta$), ezért elegendő ennek a módusnak és az atom ezen $e \to g$ átmenetének a kölcsönhatását figyelembe venni, amit az ún. forgóhullámú közelítésben a következő Hamilton-operátor ír le:

$$H = \hbar\omega_0 D_3 + \hbar\omega\left[a^\dagger a + \tfrac{1}{2}\right] - \hbar\Omega(r)\left[a D_3 + D_3 a^\dagger\right]$$

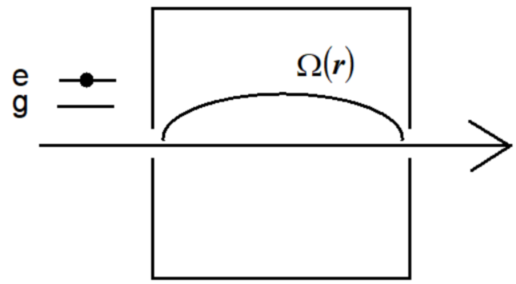
ahol a és $a^\dagger$ a szokásos léptető operátorok, továbbá

$$D_3 = \frac{1}{2}\left[|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|\right]; \qquad D^+ = |e\rangle\langle g|; \qquad D^- = (D^+)^\dagger = |g\rangle\langle e|;$$

$\Omega(r)$ pedig a helytől függő csatolási Rabi-frekvencia:

$$\Omega(r) = \frac{|d_{eg}E(r)|}{\hbar}$$

ahol $d_{eg} = er_{eg}$ a dipólmátrix-elem, $E(r)$ pedig az elektromágneses tér.



a/ Vizsgáljuk meg, mi történik a $\delta > 0, \delta < 0$ és a $\delta = 0$ esetekben, ha az üregben vákuum van, az atom pedig gerjesztett $|e\rangle$ állapotban lép be az üregbe!

b/ Miért kell mikrohullámú üreg, megfelelne-e pl. egy optikai rezonátor is?

Útmutatás: Alkalmazd az adiabatikus közelítést (Born–Oppenheimer közelítésként is ismerheted) az atom mozgásának leírására!

(Domokos Péter)

32. Vizsgáljuk meg egy üregbeli elektromágneses módus bomlását! Ha az üreg jósági tényezője nem végtelen, akkor a disszipáció – fluktuáció tétel értelmében "zajt visz be" a rendszerbe. Ezért ha a módus kezdetben tiszta állapotban volt, átmegy kevert állapotba. Mi történik egy koherens állapottal? Ennek definíciója:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

Az irreverzibilis folyamatot leíró master-egyenlet:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\kappa}{2}\left(a^\dagger a\rho + \rho a^\dagger a\right) + \kappa a\rho a^\dagger$$

ahol ρ az állapot sűrűségmátrixa, a és $a^\dagger$ pedig a szokásos léptető operátorok az elektromágneses módus Hilbert-terén.

(Domokos Péter)

33. Tekintsünk egy "kétfenekű" potenciálgödröt, amelynek két degenerált minimuma $x = \pm x_0$-ban van. Ezeken a helyeken legyen a potenciál második deriváltja ω^2. A közbenső potenciálhegy maximuma legyen V_0, és e pontbeli második deriváltja $-\omega^2 < 0$.

Adjunk ezen adatok segítségével közelítő kifejezést annak időegységre jutó valószínűségére, hogy T hőmérsékleten az eredetileg a bal oldali gödörben tartózkodó részecske termikus gerjesztéssel – klasszikusan! – átjut a jobboldali gödörbe.

Útmutatás: A tetszőleges impulzusú és helyzetű részecskék halmazából vegyük ki azokat az eseteket, amikor a részecske a vizsgálódás pillanatát követően biztosan átjut az egyik térfélről a másikra. Ezeknek adjuk össze a valószínűségi áramát. A fellépő Boltzmann-tényezőkre vonatkozó integrálokat közelítsük a potenciál parabolikus illesztésével (Gauss-közelítés).

Megjegyzés: A feladat könnyen általánosítható olyan esetre, ahol a rendszer további szabadsági fokaiban az potenciál minimuma az origóban van. Kiegészítve a feladatban vizsgált rendszert végtelen szabadsági fokúvá, a termikus alapállapot-váltás térelméletekben is érvényes képletéhez lehet jutni.

(Patkós András)

34. D dimenziós térben d dimenziós házibuli zajlik. A résztvevők iszogatnak, beszélgetnek. Mindenki csak annyira emeli fel a hangját, hogy a beszélgetőpartnere értse, amit mond, azaz hogy a háttérzajt túlharsogja. Hangos vagy halk lesz a házibuli? Hogyan függ ez a résztvevők sűrűségétől és a dimenzióktól? Vizsgáljuk meg a terem méretének és a falak visszaverőképességének hatását is!

(Bihary Zsolt)

35. Amikor dr Absoluto Zero, Gumipart tudományok iránt igencsak érdeklődő diktátora 1994. november 8-án kedden du. 1/2 4-kor a magyar TV 1. csatornáján a Repeta című műsorban meghallotta, sőt meglátta a Fizikus indulót, úgy érezte, mintha szíven ütötték volna. Hiszen ez pont őrá vonatkozik! Mint tudjuk, szuperpozícióban van, magát kiváló, sőt szupravezetőnek tekinti, integrálni ő sem tud, ellenben van ceruzája és világnagy esze is, szereti a joghurtot, lova nincs, az erkölcsről nem is beszélve... Már csak a harmonikus oszcillátor és a hidrogénatom hiányzik ahhoz, hogy Gumipart (és ezzel az egész világ) legnagyobb fizikusának nevezhesse magát.

Dr Ali Tudde Mynek udvari főfizikusnak viszonylag gyorsan sikerült oszcillátort keríteni a diktátor számára egy udvari dáma személyében, aki harmonikus külseje mellett arról is híres, hogy a periodikus mozgások specialistája, és állandóan gerjesztett állapotban van, bár már látszik rajta, hogy előbb-utóbb szétfolyik (ekkor valószínűleg hullámcsomagként végzi). Annál több gondot okozott a hidrogénatom.

Amikor a főfizikus egy hidrogénnel feltöltött lufit hozott, a diktátor nem ismerte fel annak atomos szerkezetét. A lerajzolt atommodellt nem találta eléggé dinamikusnak. A Planetáriumból elhozatott és kissé átalakított naprendszermodell pedig nem tükrözte a hidrogénatom gömbszimmetrikus felépítését. Végül a főfizikus a gömbfüggvények képletével próbálkozott, de a második Legendre-polinom után felhangzó üvöltés meggyőzte arról, hogy nem ez a helyes út.

Dr Absoluto Zeronak emberi léptékű, működő, a hidrogénatom tulajdonságait jól tükröző modell kell. Dr Ali Tudde Mynek annakidején az egyetemen megtanulta, hogy egyméteres hidrogénatom a kvantummechanika szerint nem létezhet, node egy diktátor nem ismeri és nem tolerálja a bizonytalansági relációt. (A főfizikus emlékezett arra, milyen sok nehézséget okozott Gumipart népének az a korábbi eset, amikor dr Absoluto Zero a politikai mellett az elektromos és a légellenállást is hatályon kívül helyezte.)

A gumiparti főfizikus ezért ezennel világszerte működő kollégáihoz fordul segítségért: legkésőbb november 14-én délig legalábbis a működő hidrogénatom-modell elvi leírásának birtokába kell jutnia. Szegény, lassan azt sem tudja, részecske-e vagy hullám. Világ fizikusai, segítsetek! Hiszen tudjuk: ti vagytok mindenki közt...

(Dávid Gyula)

TARTALOM

27 8 négydim H atom (dgy)
28 12 Hubbard modell (Bihary-Jakó)
29 35 egydim schr (Magyar P)
30 26 pályaintegrál (Fülöp Tamás)
31 2 atom az üregben (Domokos)
32 3 üregrezonátor (Domokos)
33 28 Negyedfokú potenciál klasszikusan (Patkós)
34 32 Házibuli D dimenzióban Bihary
35 absoluto zero dgy

MÉG HIÁNYZIK

41 Bontják a potenciálgátat dgy
42 permanens napfogyatkozás dgy

MAJD JÖVÔRE
36 tt trafó (Horváth Á)
37 nóvakitörés(Gombos Gábor)
40. forgó pohár forgó vízzel Bihary
44 udvari pék
22 bicikli a kanyarban (Sass Balázs)
18 Plusszt abletta (Norbi)
9 gleccser színe (Cyni)
17 Locsoló hiszterézise (Bajnok)
13 fotongáz (Tichy)

Digitalizálta Gombkötő Ákos