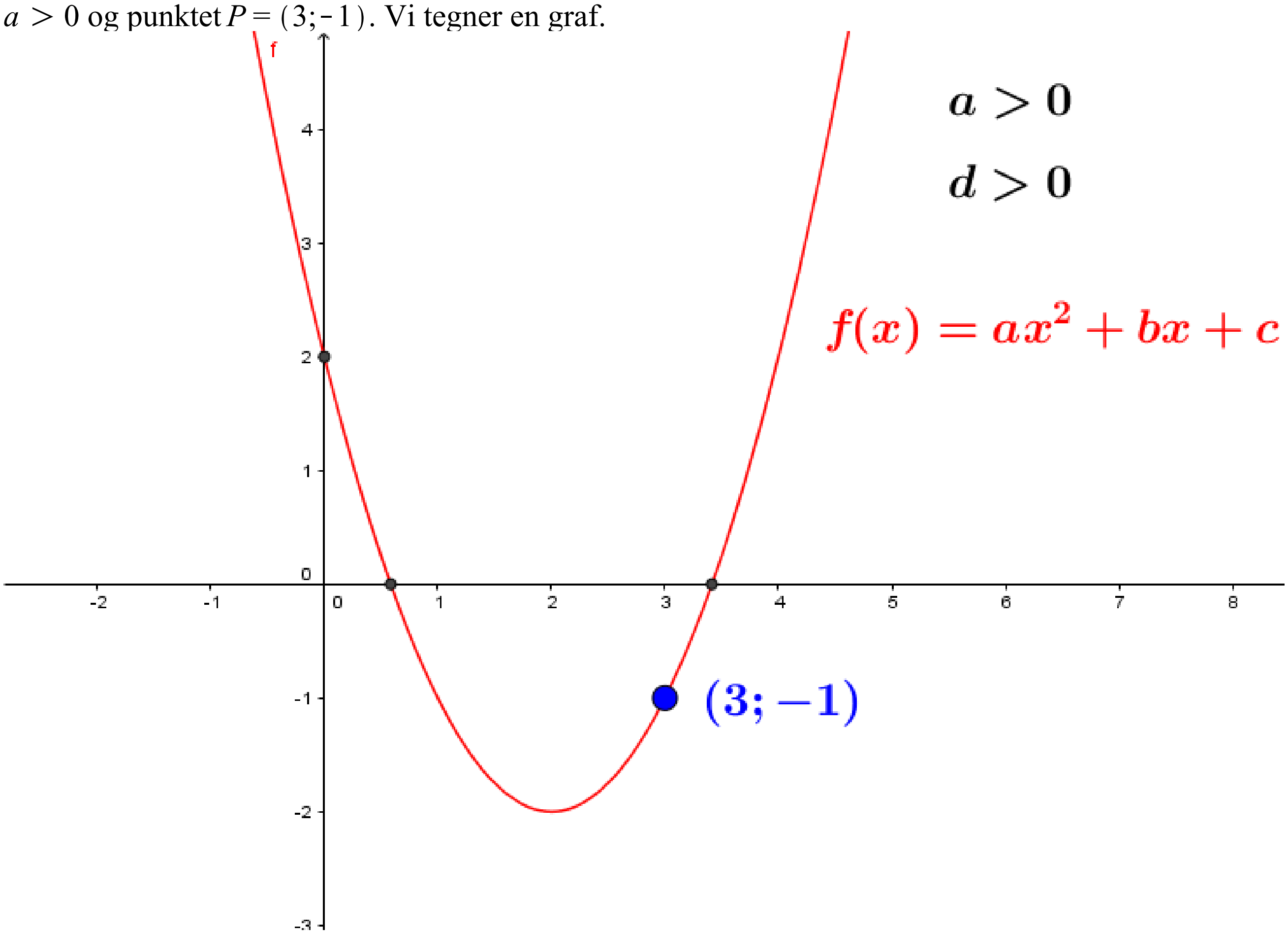
Matematik B HFE 31. august 2012
Vejledende løsning
www.matematikhfsvar.page.tl

De første 6 opgaver løses **uden** hjælpemidler

Opgave 1

Givet andengradspolynomiet
$f(x) = ax^2 + bx + c$
Vi har, at
$a > 0$ og punktet $P = (3;-1)$. Vi tegner en graf.



Opgave 2

Vi betegner alderen med x og maksimalpuls med y.
Vi skal altid gange alderen med $\frac{2}{3}$
Vi skal altid trække resultatet fra 220, modellen er:
$y = 220 - \frac{2}{3}x$
Denne er en lineær model hvor

$a = -\frac{2}{3}$ og $b = 220$

Opgave 3

Trekanterne er givet. Begge trekanter er ensvinklede, så vi bestemmer forstørrelsesfaktoren.

$$k = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{12}{4} = 3$$

Vi bestemmer:

$$BC = \frac{B_1C_1}{k} = \frac{18}{3} = 6$$

$$A_1B_1 = AB \cdot k = 5 \cdot 3 = 15$$

Opgave 4

Givet andengradsligningen.

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

Vi bruger diskriminantmetoden.

$$d = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1$$

Nu bestemmes x.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm 1}{6} = \begin{cases} 1 \\ \frac{2}{3} \end{cases}$$

Opgave 5

Givet funktionen $f(x) = 10x^4 + 8x^2 - 4x$

Givet stamfunktionen $F(x) = 2x^5 + 4x^3 - 2x^2 + 9$

Spørgsmålet er, om $F(x)$ er stamfunktion til $f(x)$. Vi undersøger.

$$F'(x) = 10x^4 + 12x^2 - 4x$$

$$\int f(x)\,dx = 2x^5 + \frac{8}{3}x^3 - 2x^2 + k$$

Vi kan slutte, at $F(x)$ ikke er en stamfunktion til $f(x)$.

Man behøves ikke at vise begge, blot den ene vej.

Opgave 6

To betingelser:

$f(0) = 8$

$T_{\frac{1}{2}} = 3$

Vi kan eliminere grafen for B eftersom denne har skæring i (0;3)

Grafen for A er voksende, og dermed kan man ikke tale om en halveringskonstant, dermed er grafen for C den søgte. (Man kan også se, at $f(3) = 4$).

De resterende opgaver løses **med** hjælpemidler

Opgave 7

Opgave 8

$restart :; with(Gym) :$
Alle længder defineres.
$AB := 44 :; AC := 65 :; BC := 62 :$

Spgm. a

Vi bestemmer vinkel A via cosinusrelationerne.

$$A := invCos\left(\frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}\right)$$

$$66.10449056 \qquad \textbf{(8.1.1)}$$

Så vinkel A er 66.104^o.

Spgm. b

Arealet af trekanten bestemmes ved ½-appelsinformlen.

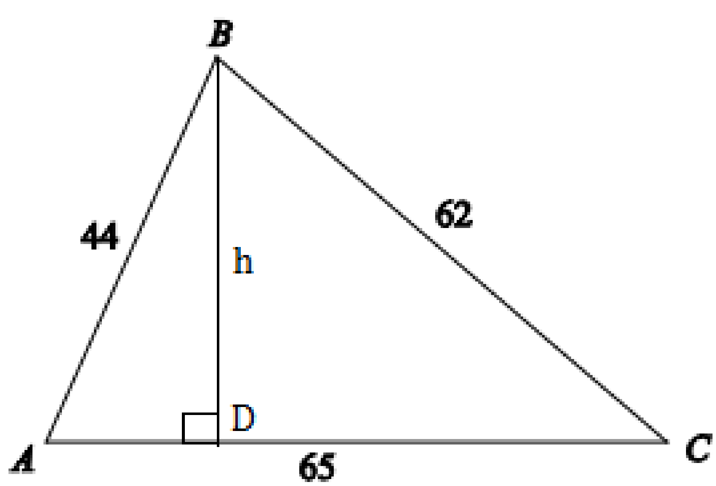
$$T = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot Sin(A)$$

$$T = 1307.428559 \qquad \textbf{(8.2.1)}$$

Sådan bestemte vi arealet.

Spgm. c

vi tegner en skitse



Vi har vinkel A og AB
Formlen:
$h = AB \cdot Sin(A)$

bruges.

Vi har:
$h = AB \cdot Sin(A)$

$$h = 40.22857105 \quad \mathbf{(8.3.1)}$$

Så højden må være 40.229.

Opgave 9

restart :; *with*(*Gym*) :
Tabellens oplysninger defineres.
$E1 := [22, 48, 67, 80, 100, 154, 240]$:
$E2 := [137, 391, 625, 787, 1251, 2211, 4024]$:

Spgm. a

Vi bruger potensregression til at bestemme konstanterne a og b.
$f(x) := PowReg(E1, E2, x)$:
$f(x)$

$$1.56425429546972\, x^{1.43440693507205} \quad \mathbf{(9.1.1)}$$

Så konstanterne kan aflæses ovenfor.

Spgm. b

Vi løser ligningen
$f(x) = 3000$

$$1.56425429546972\, x^{1.43440693507205} = 3000 \quad \mathbf{(9.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve}}$

$$194.3663347 \quad \mathbf{(9.2.2)}$$

Så personen der vil samlet et puslespil skal benytte sig af 194 brikker ifølge modellen.

Spgm. c

OBS: Vi ønsker ikke resultatet i procent, så udregningen er:
$\frac{f(2x)}{f(x)}$

$$2.70271040400276 \quad \mathbf{(9.3.1)}$$

Så det tager ca. 3 gange længere tid at samle A end B.

Opgave 10

restart :; *with*(*Gym*) : funktionen defineres
$f(x) := 2x - \exp(x) + 3$:

Spgm. a

Vi bestemmer $f'(x)$.
$f'(x) = 2 - e^x$.

I Maple:
$f'(x)$

$$2 - e^{x} \quad \textbf{(10.1.1)}$$

Spgm. b

Vi bestemmer en ligning for tangenten i punktet $(0, 2)$, så

$f'(0)$

$$1 \quad \textbf{(10.2.1)}$$

Så tangentligningen er:
$y = 1 \cdot (x - 0) + 2 \Leftrightarrow x + 2$

Spgm. c

Vi bestemmer monotoniforholdene:
$f'(x) = 0$

Dvs.
$2 - e^{x} = 0 \Leftrightarrow -e^{x} = -2 \Leftrightarrow e^{x} = 2 \Leftrightarrow x = \ln(2)$

I Maple:
$f'(x) = 0$

$$2 - e^{x} = 0 \quad \textbf{(10.3.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = \ln(2)]] \quad \textbf{(10.3.2)}$$

$evalf[10](\textbf{(10.3.2)})$

$$[[x = 0.6931471806]] \quad \textbf{(10.3.3)}$$

Så vi bestemmer funktionens dobbelte afledede for at afgøre grafens forløb.
$f''(\ln(2))$

$$-2 \quad \textbf{(10.3.4)}$$

Da outputtet er negativt, så har vi et globalt maksimum. Dvs. funktionen er:
vokende i intervallet $]-\infty; \ln(2)]$ og aftagende i intervallet $[\ln(2); \infty[$.

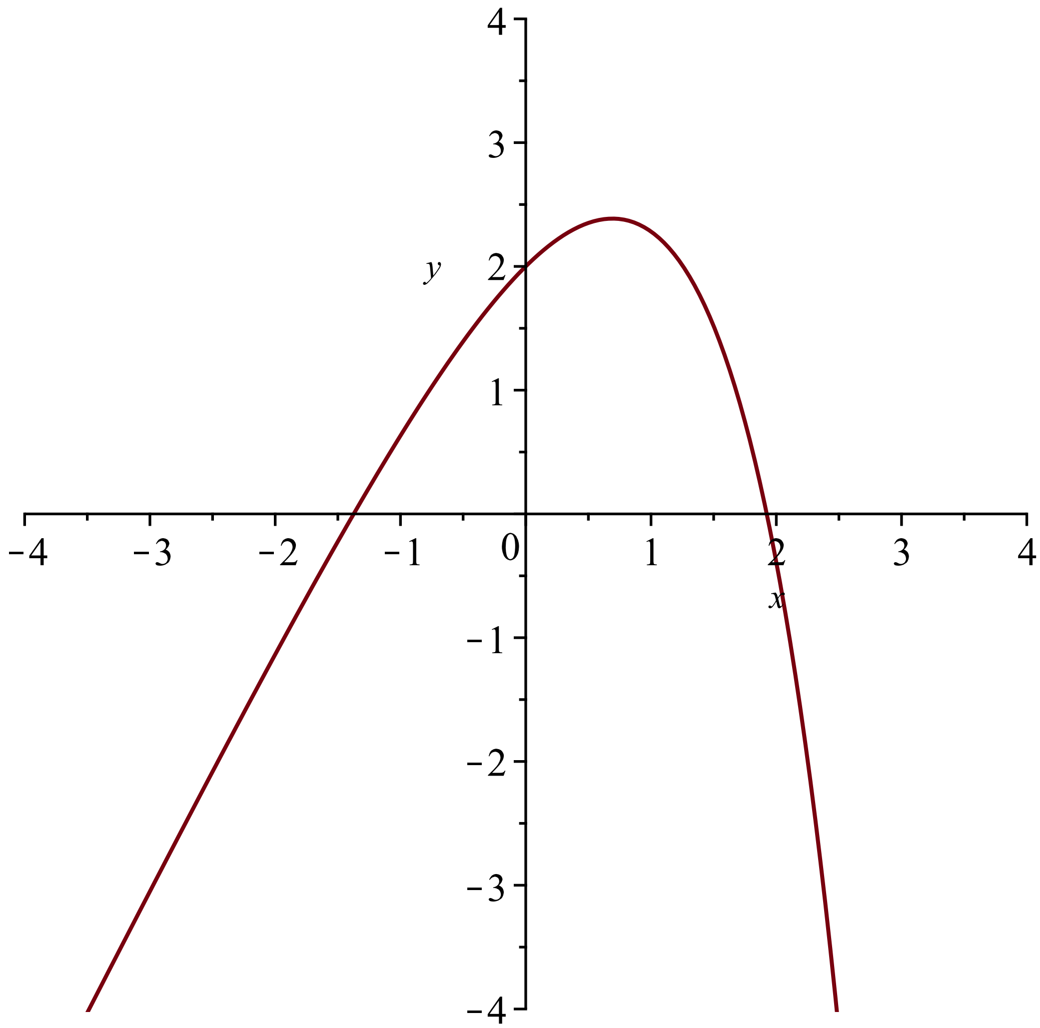
Da vi fandt ud af, at $\ln(2)$ er $x -$ værdien hvor $f(x)$ er maksimal, så er
$f(\ln(2))$

$$2\ln(2) + 1 \quad \textbf{(10.3.5)}$$

$evalf[10](\textbf{(10.3.5)})$

$$2.386294361 \quad \textbf{(10.3.6)}$$

Så den maksimale $f(x)$ værdi er 2.386. Vi kan tegne det.
$plot(f(x), x = -4..4, y = -4..4)$



Opgave 11

restart :; *with*(*Gym*) :

Begge funktioner defineres.

$g(x) := 0.00013 \cdot x^3 - 0.018 \cdot x^2 + 0.46 \cdot x + 60$:

$h(x) := -0.24 \cdot x + 54$:

Begge i intervallet $x \in [0; 100]$.

Spgm. a

Vi bestemmer arealet af sandstranden.

$$A_{sandstrand} := \int_0^{100} g(x)\, \mathrm{d}x$$

$$5550. \tag{11.1.1}$$

Arealet af sandstranden er 5550 m^2.

Spgm. b

Vi bestemmer arealet af det nye sandområde:

$$A_{ny\,sandstrand} := \int_0^{100} h(x)\,\mathrm{d}x$$

$$4200. \tag{11.2.1}$$

Vi bestemmer nu arealet af det forsvundet område:

$A_{forsvundet} = A_{sandstrand} - A_{ny\,sandstrand}$

$$A_{forsvundet} = 1350. \tag{11.2.2}$$

Så der er forsvundet et areal på 1350 m^2.

Man kan også regne det sådan her:

$$A = \int_0^{100} g(x) - h(x)\,\mathrm{d}x$$

$$A = 1350. \tag{11.2.3}$$

Fordi $g(x)$ ligger over $h(x)$ og begge afgrænset af samme område.