Matematik B
27. maj 2016
Delprøve 1

Opgave 1 - Ligning

Ligningen løses.

$5x+7=2x-2 \Leftrightarrow 3x=-9 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=-3}}$

Opgave 2 - Lineære funktioner

Der er givet oplysninger og der opstilles en model.

$f(x)=-54x+1512$

Som beskriver faldet af antallet af hustande med et fastnettelefon.

Det falder med 54 hustande pr. år.

Opgave 3 - Reduktion

$2a\cdot(a-b)+(a+b)^2-b^2$

$=2a^2-2ab+a^2+b^2+2ab-b^2$

$=\underline{\underline{3a^2}}$

Dermed har man reduceret udtrykket.

Opgave 4 - Tangenter

Lad funktionen $f(x)$ være givet.

$f(x)=2x^4+x^2-1$ og punktet er givet ved $P(1,f(1))$.

Tangenten findes så.

$f(1)=2\cdot1^4+1^2-1=2+1-1=2$

Funktionen differentieres.

$f'(x)=8x^3+2x$ og så indsættes punktet også der.

$f'(1)=8\cdot1^3+2\cdot1=8+2=10$

Så har man tangentligningen (tallene indsættes).

$y = 10(x-1)+2 \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 10x-8}}$

Opgave 5 - Geometri

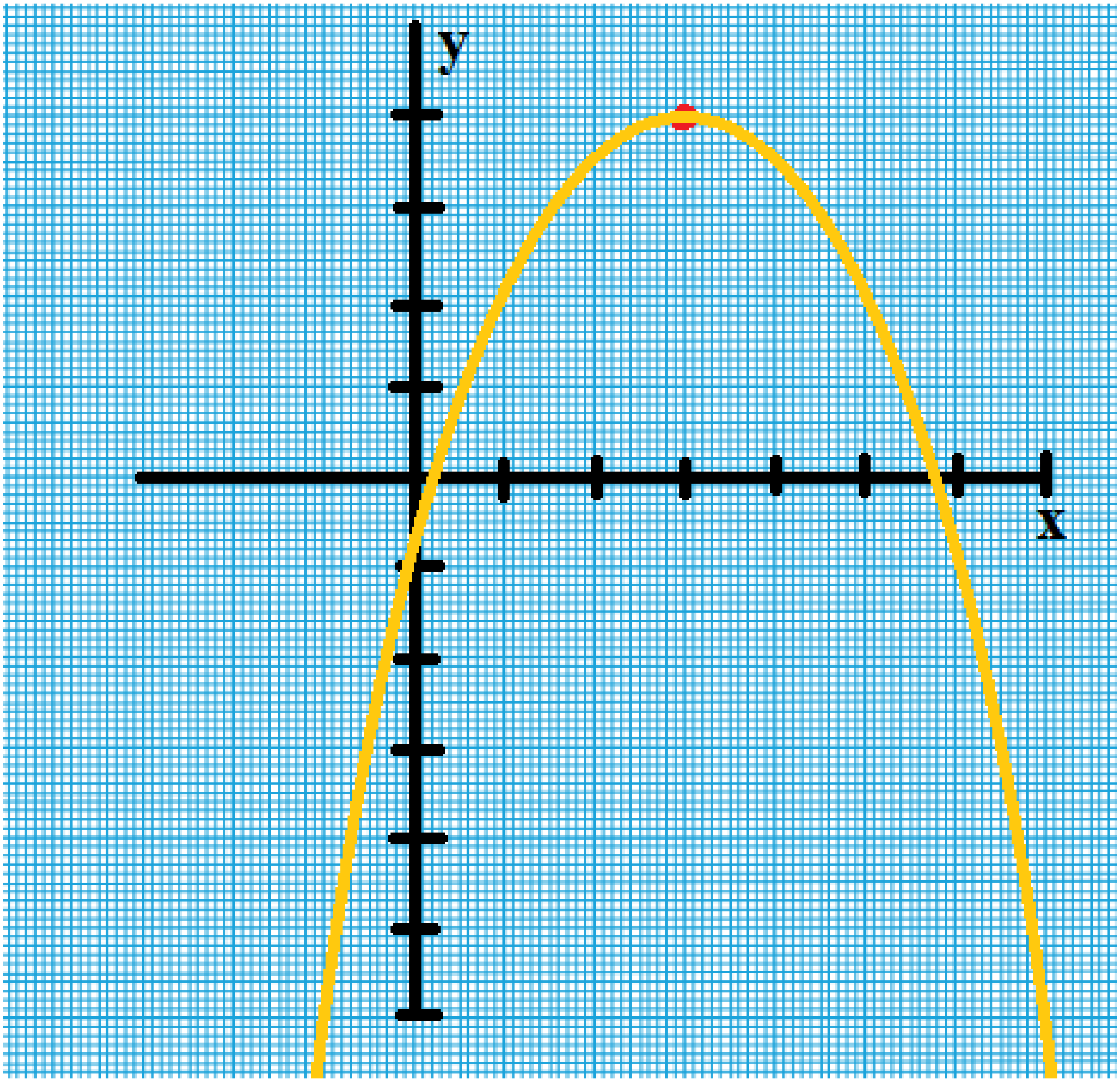
Der anvendes *Pythagoras* først. Bemærk, at der anvendes små bogstaver frem for længder.
$a^2 + b^2 = c^2$
Tallene indsættes.
$a^2 + 8^2 = 10^2 \Leftrightarrow a = \sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$
Derved er $\underline{\underline{|BC| = 6}}$

Man anvender *forstørrelsesfaktoren*.
$K = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2} = 1.5$
Så kan man finde $|DE|$.

$|DE| = k \cdot |AB|$, så indsættes tallene og man har $|DE| = 1.5 \cdot 10 = \underline{\underline{15}}$

Opgave 6 - Andengradspolynomium

Krav: $c < 0$, dvs. at c er mindre end 0. Toppunktet er i $T = (3, 4)$. Bilaget anvendes.
Grafen kan se sådan ud :



Matematik B
27. maj 2016
Delprøve 2

Opgave 7 - Eksponentielle funktioner

restart
with(*Gym*) :
Oplysningerne defineres.
År := [0, 1, 2] :; *Omsætning* := [4.5, 19, 71] :

Delopgave a

Der udføres eksponentiel regression.
$f(x) := ExpReg(År, Omsætning, x)$:

evalf($f(x)$)

$$4.59252896143509\ 3.97212509541127^{x} \tag{7.1.1}$$

Hermed er konstanterne a og b fundet.
$\underline{\underline{a = 3.97212509541127}}$ og $\underline{\underline{b = 4.59252896143509}}$

Delopgave b

Den procentvise stigning regnes.
$3.97212509541127 = 1 + r$

$$3.97212509541127 = 1 + r \tag{7.2.1}$$

$\xrightarrow{\text{solve for r}}$

$$[[r = 2.972125095]] \tag{7.2.2}$$

$2.972125095 \cdot 100$

$$297.2125095 \tag{7.2.3}$$

<u>For hvert år der går, stiger omsætningen med 297.2125095%</u>

Delopgave c

For 2016 er $x = 3$, så er
$f(3)$

$$287.819792652044 \tag{7.3.1}$$

Her er omsætningen <u>287.819792652044 mia kr</u>

Så er fordoblingstiden

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\ln(3.9721)} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} T_2 = 0.50254$$

Fordoblingstiden er så ca. <u>et halvt år.</u>

Opgave 8 - Statistik

restart
with(*Gym*) :
Oplysningerne defineres.

$$obs := \begin{bmatrix} 15..20 & 2206 \\ 20..25 & 4106 \\ 25..30 & 3018 \\ 30..35 & 2541 \\ 35..40 & 2162 \\ 40..45 & 954 \\ 45..50 & 87 \end{bmatrix}:$$

Delopgave a

De kumulerede frekvenser bestemmes vha. *Maple's* gympakke.

kumuleretFrekvens(*obs*)

$$\begin{bmatrix} 15..20 & 0.146 \\ 20..25 & 0.419 \\ 25..30 & 0.619 \\ 30..35 & 0.788 \\ 35..40 & 0.931 \\ 40..45 & 0.994 \\ 45..50 & 1. \end{bmatrix} \qquad \textbf{(8.1.1)}$$

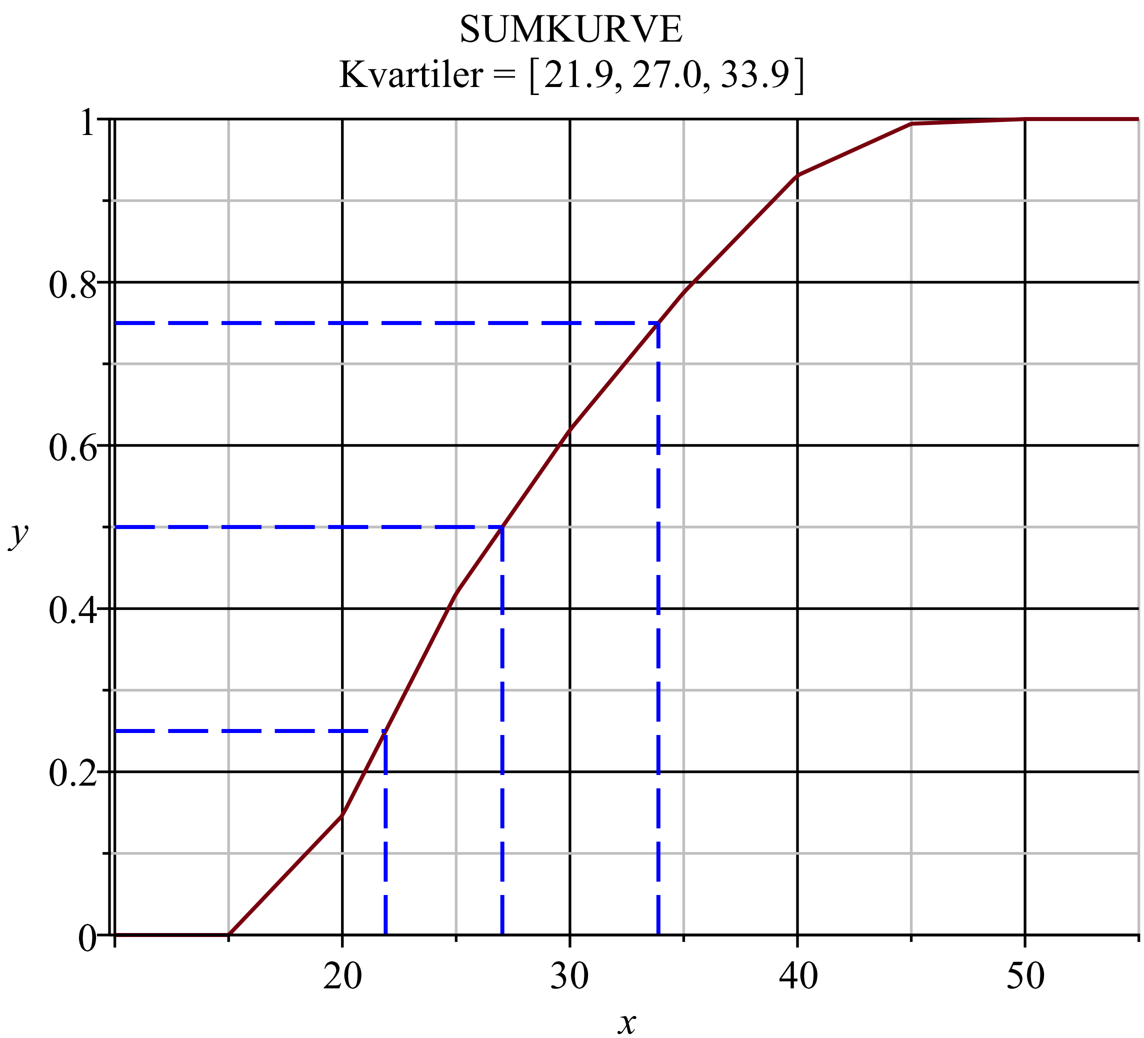
Dette omregnes så det kan ses nemmere i en tabel.

Alder	15 − 20	20 − 25	25 − 30	30 − 35	35 − 40	40 − 45	45 − 50
Antal kvind\ er	14.6 %	41.9 %	61.9 %	78.8 %	93.1 %	99.4 %	100 %

Delopgave b

Man kan bestemme kvartilsættet på baggrund af et plot. (eller en kommando).

plotSumkurve(*obs*)



Her kan man så aflæse det, men da det allerede bestemmes samtidigt, så har man det. Derved er kvartilsættet $\underline{\underline{[21.9, 27, 33.9]}}$.

$100\ \% - 69\ \% = 31\ \%$, dvs. at det er $\underline{\underline{31\ \%}}$ af kvinderne der har en legal abort som er over 32 år. Man kunne også opstille det som en funktion af x, så man har

$f(x) := sumkurve(obs, x)$:

$f(32)$

$$0.686373888815178 \tag{8.2.1}$$

Her fås den præcise position, men ramte (heldigvis) tæt på.

Opgave 9 - Funktioner

restart

$with(Gym)$:

Funktionen defineres

$m(t) := (9 - 0.625 \cdot t)^2$: , grænsen $0 \leq t \leq 14.4$

Delopgave a

Man indsætter 6 ind i modellen.

$m(6)$

$$27.562500 \tag{9.1.1}$$

Så efter 6 timer, er maveindholdet $\underline{\underline{27.5625\, gram}}$.

Delopgave b

Så løses en ligning. Hvis maven er tom, er $m(t) = 0$

$m(t) = 0$

$$(9 - 0.625\, t)^2 = 0 \tag{9.2.1}$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$

$$[[t = 14.40000000], [t = 14.40000000]] \tag{9.2.2}$$

Efter $\underline{\underline{14.4\, timer}}$, vil maven være tom.

Delopgave c

$m'(1)$

$$-10.468750 \tag{9.3.1}$$

Dvs. at for hver time efter første time, vil mængden i maven aftage med $\underline{\underline{10.46\, gram}}$.

Opgave 10 - Geometri

restart

$with(Gym)$:

Delopgave a

Man anvender ½appelsinformlen.

$T = \frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot |AC| \cdot \sin(A)$

Så findes $|AC| = x$

$evalf\left(15 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot x \cdot Sin(35)\right)$

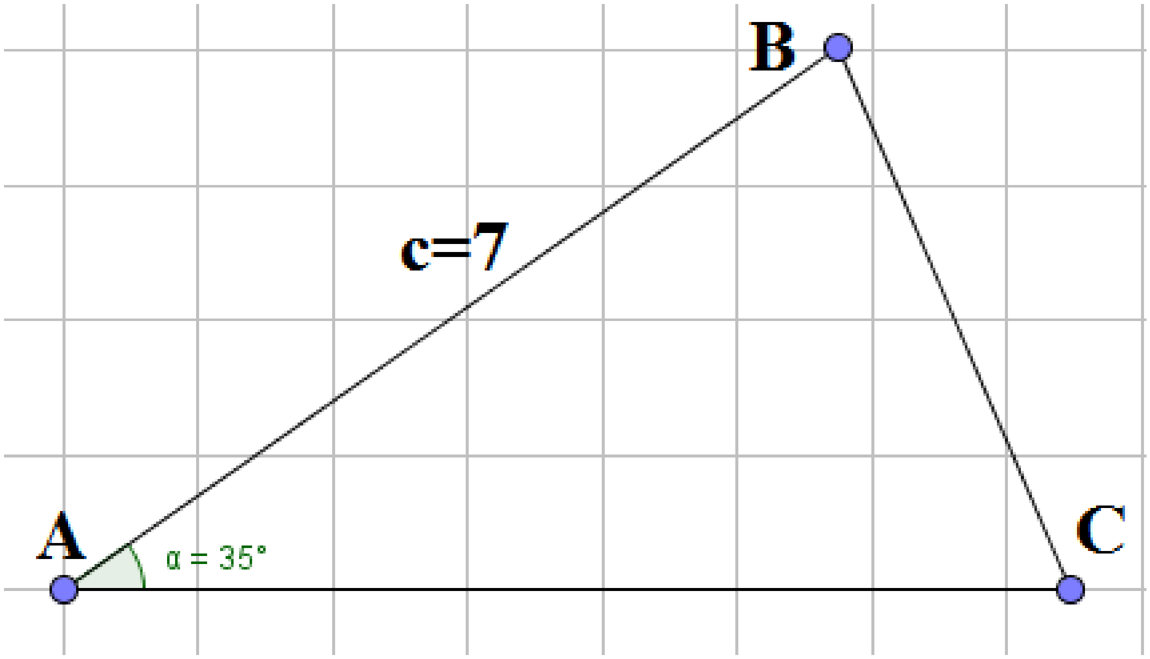
$$15. = 2.007517527\, x \tag{10.1.1}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 7.471914839]] \tag{10.1.2}$$

Derved er længden $x = |AC| = \underline{\underline{7.471914839}}$

Trekanten tegnes.



Delopgave b

Så bestemmes $|BC|$ vha. cosinusrelationerne.

$$|BC| = \sqrt{7^2 + 7.471914839^2 - 2 \cdot 7 \cdot 7.471914839 \cdot Cos(35)}$$

$$|BC| = 4.375000688 \quad \textbf{(10.2.1)}$$

Dermed har man længden $\underline{\underline{|BC| = 4.375000688}}$

Metode 1)

Da man kender alle længder, vil cosinusrelationerne være en god idé.

$$\angle C = invCos\left(\frac{4.375000688^2 + 7.471914839^2 - 7^2}{2 \cdot 4.375000688 \cdot 7.471914839}\right)$$

$$\angle(C) = 66.59531602 \quad \textbf{(10.2.2)}$$

Hermed blev vinkel C bestemt til $\underline{\underline{66.59531602^o}}$

Metode 2)

Man kan også bruge sinusrelationerne.

$\frac{\sin(A)}{|BC|} = \frac{\sin(C)}{|AB|}$, så er

$$\frac{Sin(35)}{4.375000688} = \frac{Sin(C)}{7}$$

$$0.1311031648 = \frac{1}{7}\sin(0.01745329252\,C) \quad \textbf{(10.2.3)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for C}}$

$$[[C = 66.59531576]] \quad \textbf{(10.2.4)}$$

Hermed blev vinkel C bestemt til $\underline{\underline{66.59531602^o}}$

Opgave 11 - Optimering

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a

Først finder man lige ud af, hvad omkredsen af en halv cirkel og et rektangel. Så man har
$Rektangel = 2 \cdot h + 2 \cdot r$
$Halvcirkel = 2 \cdot r \cdot \pi$, så er

$h := 1.4 :; r := 0.7 :$

$Omkreds = (2 \cdot h + 2 \cdot r) + \left(\frac{2 \cdot r \cdot \pi}{2} \right)$

$$Omkreds = 6.399114858 \qquad (11.1.1)$$

Derved har man omkredsen $\underline{\underline{6.399114858\, m}}$

Her bestemmes arealet.
$A_{rektangel} = h \cdot 2\, r$,
$A_{cirkel} = \pi \cdot r^2$, så er

$A_{vindue} = h \cdot 2\, r + \frac{1}{2} \cdot (\pi \cdot r^2)$

$$A_{vindue} = 2.729690200 \qquad (11.1.2)$$

Så er arealet $A = \underline{\underline{2.729690200\, m^2}}$

Delopgave b

restart
with(*Gym*) :
Funktionen defineres.
$A(r) := 6 \cdot r - \frac{1}{2} \cdot (\pi + 4) \cdot r^2 :$
Grænsen $0 < r < 1$.

Arealet er *størst* muligt, differentieres funktionen.
$A'(r) = 0$

$$6 - 2 \left(\frac{1}{2} \pi + 2 \right) r = 0 \qquad (11.2.1)$$

$\xrightarrow{\text{solve}}$

$$0.8401487302 \qquad (11.2.2)$$

evalf($A''(0.8401487302)$)

$$-7.141592654 \qquad (11.2.3)$$

Her er $-7.141592654 < 0$, så dvs. man har et lokal maks. Derved er det maksimale areal

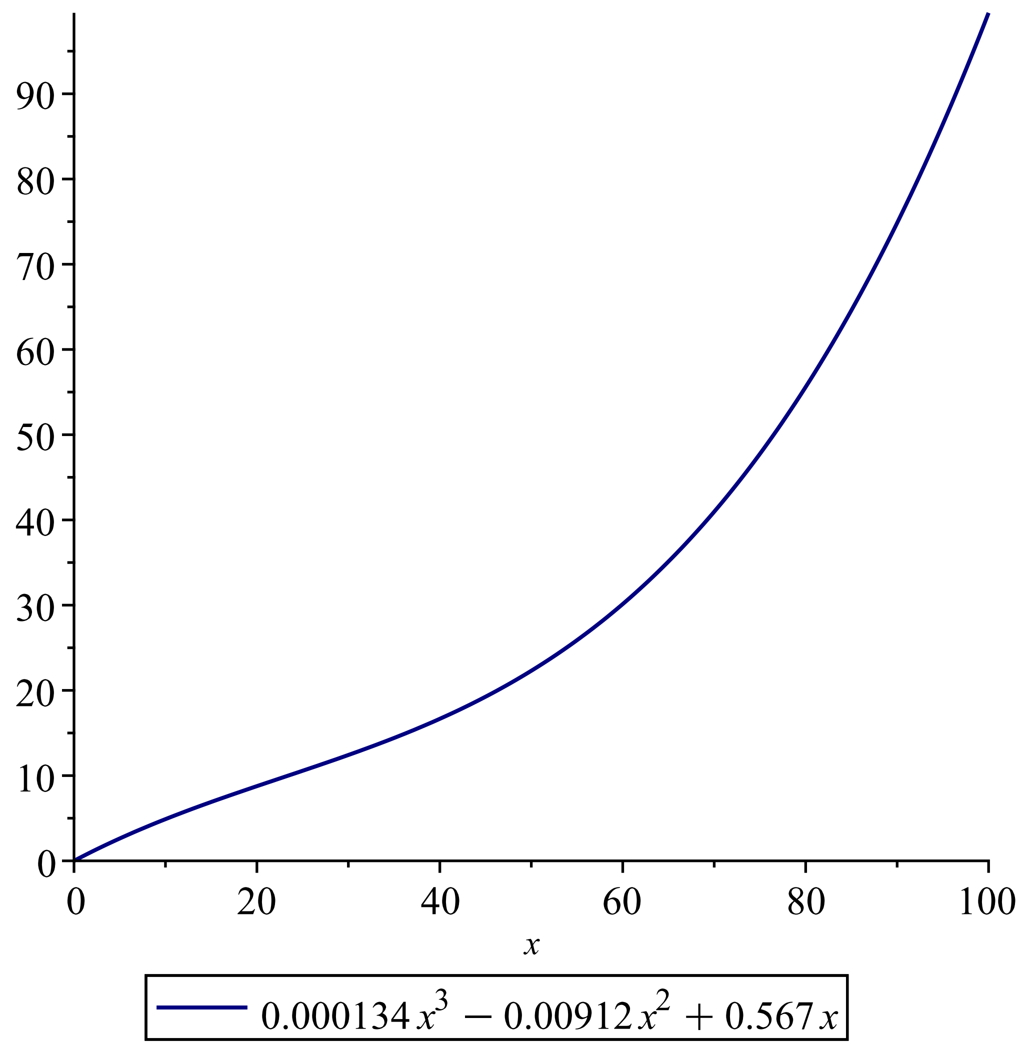
$\underline{\underline{0.8401487302\, m^2}}$

Opgave 12 - Funktioner

restart
with(*Gym*) :
Funktionen defineres.
$f(x) := 0.000134x^3 - 0.00912\,x^2 + 0.567\,x$:
Grænsen; $0 \leq x \leq 100$,

Delopgave a

Grafen tegnes.
plot([*f*(*x*)], *x* = 0 ..100, *legend* = [*f*(*x*)], *color* = ["Navy"])



Så indsætter man 20 i modellen og får
$f(20)$

$$8.764000 \tag{12.1.1}$$

Så de fattigste 20 % tjener altså $\underline{\underline{8.764\ \%}}$ af landets totale indkomst.

Delopgave b

Tallet G er

$$G = 100 - 0.02 \cdot \int_0^{100} f(x)\,\mathrm{d}x$$

$$G = 37.10 \tag{12.2.1}$$

Dvs. at landet i dette tilfælde er $\underline{\underline{G = 37}}$.