

MHN311 AKIŞKANLAR MEKANIĞI

Dr. Osman ÜÇÜNCÜ

MODÜL 1: BOYUTLAR VE BİRİMLER

BOYUTLAR - BOYUT HOMOJENİTESİ - BİRİM SİSTEMLERİ

Primer boyutlar: uzunluk, zaman, kütle (mLT)

: uzunluk, zaman, kütle, kuvvet (FLT)

Sekonder boyutlar: alan, hız, yoğunluk, vb.

Tablo. Boyutlar

	F L T sistemi	m L T sistemi	Notasyon
Uzunluk	L	L	l, h, z, y
Kütle	m	m	m
Zaman	t	t	t
Sıcaklık	T	T	T
Kuvvet	F	mL/t^2	F
Basınç	F/L^2	m/Lt^2	P
Alan	L^2	L^2	A
Hacim	L^3	L^3	V
İş	FL	mL^2/t^2	W
Güç	FL/t	mL^2/t^3	Pow
Enerji	FL	mL^2/t^2	E, H, U
Momentum	Ft	mL/t	M
Yoğunluk	m/L^3	m/L^3	r
Viskozite	Ft/L^2	m/Lt	m
Yüzey gerilimi	F/L	m/t^2	s
Hız	L/t	L/t	u
İvme / yerçekimi L/t^2	L/t^2	L/t^2	a,g
Kayma gerilimi F/L^2	F/L^2	M/Lt^2	t

Tablo. Birim sistemleri

	EE	CGS	SI	
Uzunluk, L	Feet,	ft	Santimetre, cm	Metre, m
Zaman, t	Saat,	h	Saniye, s	Saniye, s
Kütle, m	Pound,	lbm	Gram, g	Kilogram, kg
Kuvvet, F	Pound	force,	lbf,Dyne	Newton, N
Enerji, H	Btu	Kalori,	Cal, Joule,	J (N.m)
Sıcaklık, T	°F	°C	K	

Kuvvet - Kütle ilişkisi

Kuvvet, kütle ve ivmenin çarpımıyla orantılıdır (Newton'un 2. kanunu)

$$F \sim m \cdot g$$

g_c : orantı katsayısı,
 $F \cdot g_c = m \cdot g$

Burada;

F: Kuvvet
m: Kütle
g: Yerçekim ivmesi
 g_c : Orantı katsayısı
 $g_c = m \cdot g / F$

Temel boyutlar cinsinden

MODÜL 2: AKIŞKANLARIN ÖZELLİKLERİ

AKIŞKANLARIN ÖZELLİKLERİ

□ AKIŞKAN

Akışkan, kayma gerilimi etkisiyle (ne kadar küçük olursa olsun) sürekli olarak deforme olan maddelerdir. Akışkanlar akabilir ve içinde buldukları kabın şeklini alırlar. Sıvılar ve gazlar **Akışkanlar Mekaniği** kapsamına girer.

Katılar ile akışkanlar (sıvılar ve gazlar) arasındaki temel fark, üzerlerine uygulanan kuvvet etkisi ile sergiledikleri davranışların farklılığından kaynaklanmaktadır. Kuvvet, katının herhangi bir noktasından katıya uygulanabilir. Oysa akışkanlara kuvvet uygulayabilmek için, kuvvetin belli bir alan üzerinden (F/A) uygulanması gerekir.

Not: Basınç birim alana uygulanan kuvvet! ($P=F/A$)

Katılar, üzerlerine etki eden kuvvetin kalkması ile eski haline dönerken, uygulanan kuvvetin etkisiyle deforme olmuş bir akışkan, kuvvet ortadan kalkınca eski halini almaz.

□ **KÜTLE, m**

□ **Yoğunluk (rho), ρ** $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$ $\left[\frac{\text{m}}{\text{L}^3} \right]$

Akışkanların kütesini ifade eden tipik bir ölçüdür.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{L}^3} \right]$$

□ **Özgül Ağırlık (gamma), γ** $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right]$ $\left[\frac{\text{F}}{\text{L}^3} \right]$

Yoğunluk gibi, akışkanın kütesini ifade eden bir ölçüdür.

$$\gamma = \rho g \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{L}^2 \text{t}^2} \right] \text{ veya } \left[\frac{\text{F}}{\text{L}^3} \right]$$

□ **Relatif yoğunluk, SG**

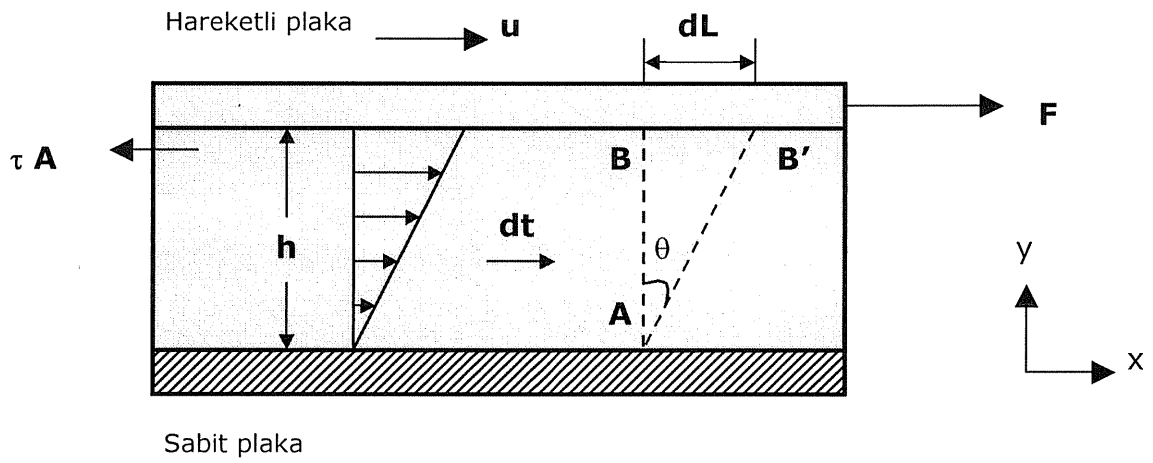
Akışkan yoğunluğunun, suyun yoğunluğuna oranıdır. Yoğunluk gibi, akışkan kütesinin bağıl bir ölçüsüdür.

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}} \quad [\text{boyutsuz}]$$

□ VİSKOZİTE, μ

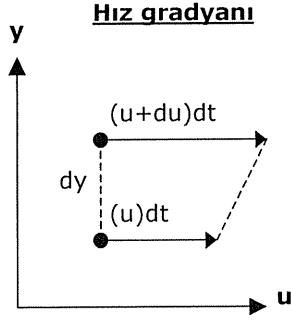
$$\left[\frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s \right] \quad \left[\frac{F \cdot t}{L^2} \right]$$

Yoğunluk, özgül ağırlık ve relatif yoğunluk bir akışkanın "ağırlık" , viskozite ise "akışkanlık" ile ilgili özelliklerini belirtir.



Şekil . İki paralel plaka arasındaki materyalin, F kuvveti etkisiyle deformasyonu ve hız gradyanı oluşumu

$$u=L/t \text{ ise } L=u \cdot t$$



$$\text{Kayma} = \tan \theta \approx \frac{dx}{dy} = \frac{dL}{dy} = \frac{du dt}{dy}$$

$$\text{Kayma oranı} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{du dt / dy}{dt} = \frac{du}{dy}$$

$$\text{Kayma gerilmesi} = \tau \propto \frac{du}{dy}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

Newton's law of viscosity

$$\tau = F_{\text{stress}}/A \text{ veya } F_{\text{stress}} = \tau A \text{ (F'nin aksi yönünde)}$$

Suyun viskozitesi = 1 cP

Elma suyunun viskozitesi ~ 2 cP

□ **SIKIŞTIRILABİLİRLİK, E_v (bulk modulus)** $\left[\frac{N}{m^2} \right]$ $\left[\frac{F}{L^2} \right]$

Belli bir kütleye sahip akışkanın, basınç değişimi ile hacminin değişmesidir. Sıkıştırılabilirlik "bulk modulus (E_v)" ile ters orantılıdır. Akışkanlarda basınç değişimi sonucu meydana gelen değişime elastisite denir.

Doğada gerçek anlamda sıkıştırılamayan bir akışkan yoktur. Ancak sıvılar genellikle sıkıştırılmaz kabul edilebilir.

$$dP = -E_v \frac{dV}{V}$$

$$dP > 0 \text{ ise } \frac{dV}{V} < 0$$

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ ya da } m = \rho V$$

$$dm = \rho dV + V d\rho = 0$$

$$dm = 0 \text{ (sistem için kütle değişimi yok!)}$$

$$-\frac{dV}{V} = \frac{d\rho}{\rho}$$

SIVILAR: SIKIŞTIRILAMAZ (INCOMPRESSIBLE)

$$\rho = \text{sabit} \neq f \{P\}$$

GAZLAR: SIKIŞTIRILABİLİR (COMPRESSIBLE)

$$\rho = f \{P\}$$

Eşitliğin Alternatif Formları

$$E_v = -v \frac{dP}{dv}$$

$$\frac{\Delta v}{v} \approx -\frac{\Delta P}{E_v}$$

E_v (çelik) : 26×10^6 psi

E_v (su) : 0.32×10^6 psi (2.05×10^9 N/m²)

E_v (hava) : 15 psi

□ **YÜZEY GERİLİMİ, σ (sigma)** $\left[\frac{N}{m} \right]$ $\left[\frac{F}{L} \right]$

Sıvı içerisindeki herhangi bir I molekülü, her yönden çekici kuvvetlerin etkisi altındadır. Bu kuvvetlerin vektörel toplamları sıfırdır. Ancak sıvı yüzeyindeki bir S molekülü, yüzeye dik bir şekilde net dahili yapıştırıcı kuvvet etkisi altındadır. Yüzeydeki moleküller, sıvı içindeki moleküllerden daha yüksek enerjiye sahiptir.

Bir sıvının yüzey gerilimi (σ), yeterli sayıda molekülü yüzeye taşıyarak yeni bir birim alan oluşturmak için yapılması gereken iş olarak tanımlanabilir.

$$\sigma = \frac{W}{A} = \frac{J}{m^2} = \frac{Nm}{m^2} = \frac{N}{m}$$

Yüzey gerilimi bir sıvının yüzeyinin, gerilmiş elastik bir membran gibi davranma eğilimidir. Sıvılar doğal olarak yüzey alanlarını minimize etme eğilimindedir. Bu nedenle sıvı damlaları yüzey alanlarını küçültmek için küresel bir şekil alırlar. Küçük bir damlacık

için yüzey gerilimi, yüzeyde etkili kuvveti dengelemek üzere damlacık içerisindeki iç basıncın artmasına neden olur.

Damlacığın içi ile dışı arasındaki basınç farkı, ΔP

$$\Delta P = (P_{iç} - P_{dış}),$$

Yarımküre şeklindeki damlacığa etkiyen yüzey gerilimi, s

Basınç kuvveti sıvı molekülleri dışa doğru hareket ettirmeye çalışırken, yüzey gerilim kuvveti molekülleri bir arada tutmaya çalışır. Net kuvvet sıfırdır.

$$\text{Basınç kuvveti} = \Delta P \cdot A = \Delta P \cdot \pi R^2 \quad (\text{N/m}^2 \cdot \text{m}^2 = \text{N})$$

$$\text{Yüzey gerilim kuvveti} = n \cdot \sigma = 2\pi R \cdot \sigma \quad (\text{m} \cdot \text{N/m} = \text{N})$$

$$2\pi R \sigma = (P_{iç} - P_{dış}) \pi R^2 = (\Delta P) \pi R^2$$

□ KAPİLER ETKİ

Akışkanın molekülleri arasındaki çekim iki şekilde gerçekleşir:

Adhesion : başka bir kitleye tutunmak için

Cohesion : akışkanın molekülleri arasında

Bir sıvının kapiler bir tüp içinde yükselmesi veya alçalması yüzey gerilimi tarafından kontrol edilir ve adhezyon ve kohezyonun büyüklüklerine bağlıdır. Eğer adhezyon > kohezyon ise sıvı tüp içinde yükselir, kohezyon > adhezyon ise sıvı tüp içinde alçalır.

Islatma ve Temas Açısı

Adhezyon > Kohezyon Islatan sıvı

Kohezyon > Adhezyon Islatmayan sıvı

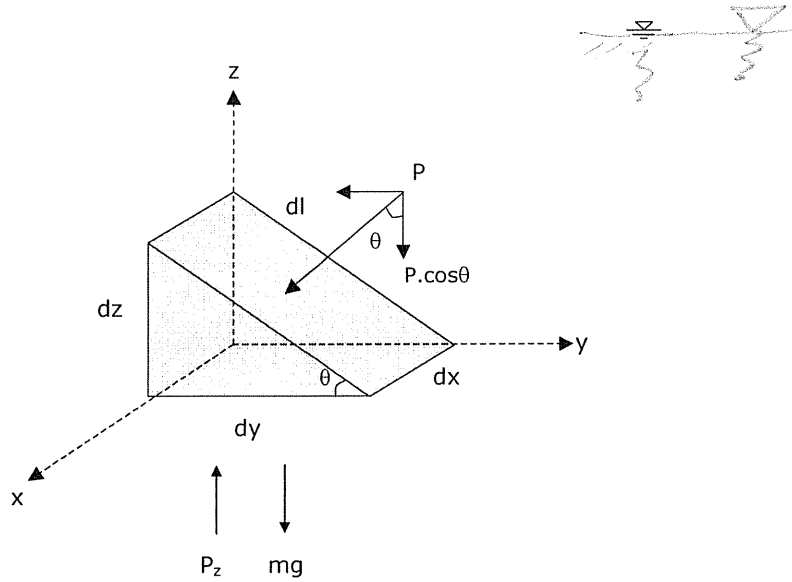
Şekil (a) da katı bir yüzeyi ıslatan, (c) de ise ıslatmayan sıvı örnekleri gösterilmektedir. Buradaki θ açısı temas açısı olarak adlandırılır ve sıvının ıslatma özelliğinin bir ölçüsüdür. Mükemmel bir ıslatma için temas açısının $\theta=0^\circ$ olması gerekir. Bu durumda sıvı katı yüzey üzerine ince bir film halinde yayılır. $\theta=180^\circ$ durumu pratikte gözlenmez. Damla üzerine etki eden yerçekim kuvveti damlayı katı yüzeyine çeker. Teflon üzerinde su, cam üzerinde civa bu duruma örnektir. Eğer $\theta < 90^\circ$ ise sıvının katı yüzeyi ıslattığı, $\theta > 90^\circ$ ise ıslatmadığı söylenebilir. $\theta < 20^\circ$ güçlü bir ıslatma, $\theta > 140^\circ$ ise güçlü bir ıslatmama özelliğini gösterir.

Kontak açısı (θ) sıvı ve katı yüzeyin bir fonksiyonudur. Su için temiz bir cam yüzeyde $\theta \sim 0^\circ$ dir.

MODÜL 3: AKIŞKAN STATİĞİ

Statik Akışkanlarda Basınç-Yön İlişkisi

Statik bir akışkan içerisinde, üçgen kesit yüzeyine sahip sonsuz küçük bir akışkan elemanı ele alalım. Bu akışkan elemanı yüzeyine dik olarak P büyüklüğünde bir basınç varsayalım.



Akışkan elemanı üzerine etki eden kuvvetler

$$\Sigma F = 0 \text{ (statik akışkan)}$$

Akışkan elemanının kütlesi

$$dm = \rho dV$$

$$dV = \frac{dx dy dz}{2}$$

$$dm = \frac{1}{2} \rho dx dy dz$$

Sisteme z yönünde etkiyen kuvvetler;

$$\Sigma F_z = P_z \cdot dx dy - P \cdot dx dl \cdot \cos \theta - \frac{1}{2} \rho \cdot dx dy dz \cdot g = 0$$

$$\cos \theta = \frac{dy}{dl}$$

$$\Sigma F_z = P_z \cdot dx dy - P \cdot dx dl \cdot \frac{dy}{dl} - \frac{1}{2} \rho \cdot dx dy dz \cdot g = 0$$

$$P_z - P - \frac{1}{2} \rho g dz = 0$$

Bu eşitliğin $dz \rightarrow 0$ iken limiti alınır;

$$\lim_{dz \rightarrow 0} (P_z - P - \frac{1}{2} \rho g dz) = 0$$

$$P_z - P = 0$$

$$P_z = P$$

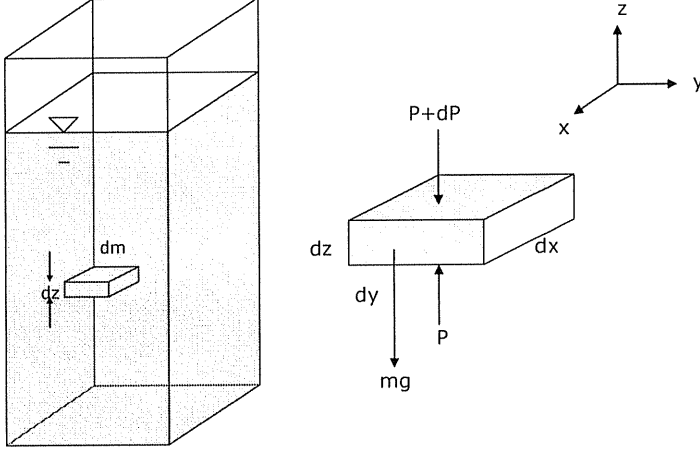
Benzer şekilde x ve y yönlerindeki kuvvetler için çözümlendiğinde

$$P_y = P \quad \text{ve} \quad P_x = P$$

elde edilir.

Sonuç: Basıncın yönü yoktur.

Hidrostatik denge



MANOMETRE DENKLİĞİ

Varsayımlar:

1. $\Sigma F = 0$ (Akışkan statik)
2. $\rho = \text{sabit}$ (Akışkan sıkıştırılmaz)

$$\Sigma F = P \cdot dx dy - (P + dP) \cdot dx dy - \rho \cdot dx dy dz \cdot g = 0$$

$$- dP \cdot dx dy - \rho \cdot dx dy dz \cdot g = 0$$

$$- dP - \rho g dz = 0$$

$$\int_1^2 dP + \rho g \int_1^2 dz = 0$$

$$(P_2 - P_1) + \rho g (z_2 - z_1) = 0$$

$$P_2 - P_1 = \rho g h$$

$$\frac{dP}{dz} = \rho g$$

$$\frac{dP}{dz} = \gamma$$

Manometre eşitliği sıkıştırılmaz akışkanlarda *basınç ölçümünde* kullanılır.

BAROMETRE DENKLİĞİ

Varsayımlar:

1. $\Sigma F = 0$ (Akışkan statik)
2. $\rho \neq \text{sabit}$ (Akışkan sıkıştırılabilir)

$$dP = \rho g dz$$

$$PV = nRT$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$PM = \rho RT$$

$$\rho = \frac{PM}{RT}$$

$$dP = \frac{PM}{RT} g dz$$

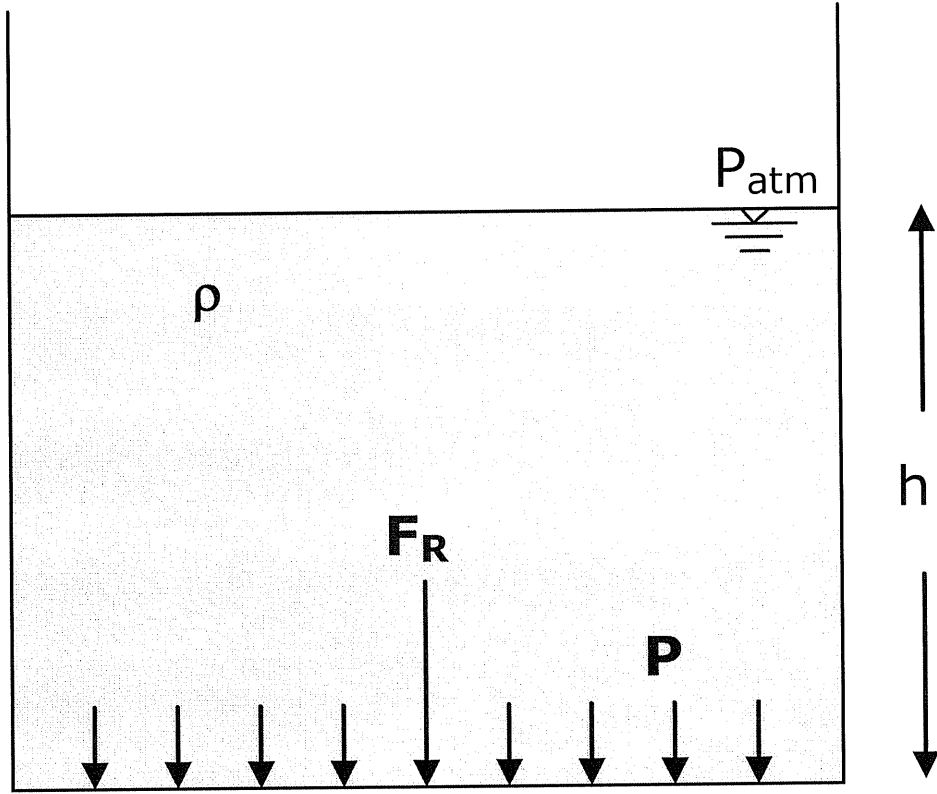
$$\int_1^2 \frac{dP}{P} = \frac{gM}{RT} \int_1^2 dz$$

$$\ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{gM}{RT} (z_2 - z_1)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\frac{gM}{RT} (z_2 - z_1)}$$

Barometre eşitliği sıkıştırılabilir akışkanlarda *basınç ölçümünde* kullanılır.

Daldırılmış Cisimler Üzerine Etki Eden Kuvvetler



Tank alt duvarına etki eden bileşke kuvvet;

$$F_R = P.A$$

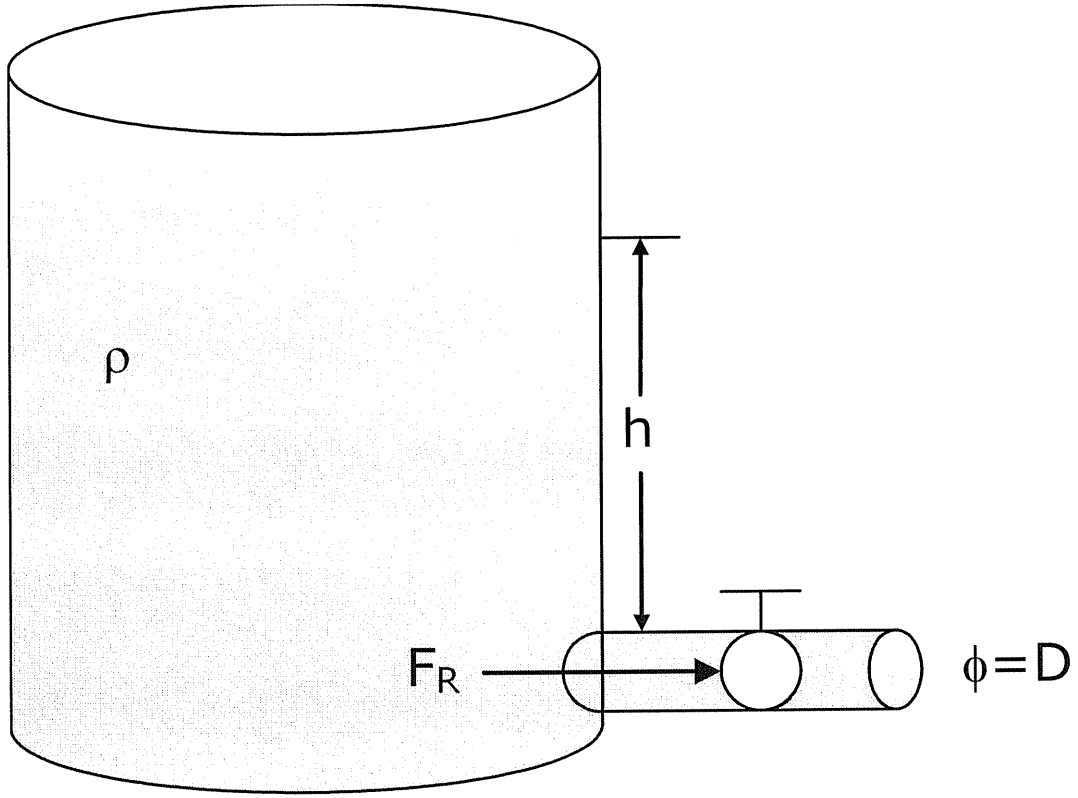
$$P = rgh$$

$$F_R = rgh.A$$

$$h.A = V_{\text{tank}}$$

$$F_R = rg . V_{\text{tank}}$$

$$F_R = g V_{\text{tank}}$$



Vana kesit merkezinde basınç, P

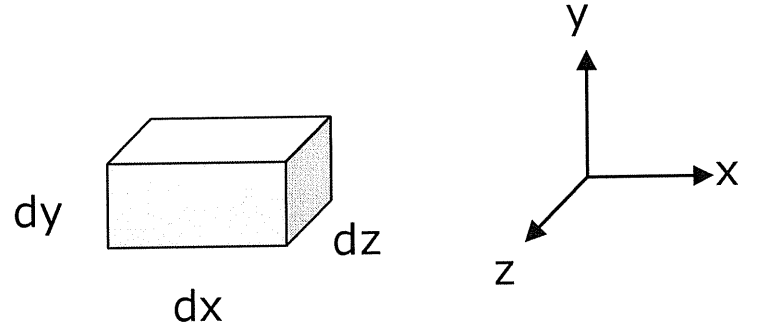
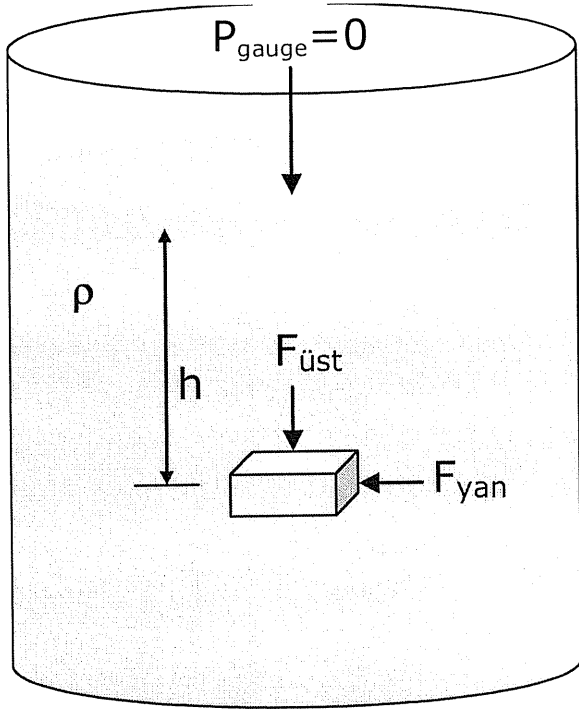
$$P = \rho g \left(h + \frac{D}{2} \right)$$

Vana kesit alanı, A

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

Vana kesit merkezine etki eden kuvvet; F_R

$$FR = \rho g \left(h + \frac{D}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4}$$



Akışkan içindeki cismin üst yüzeyinde hidrostatik basınç; $P_{üst}$

$$P_{üst} = \rho g h$$

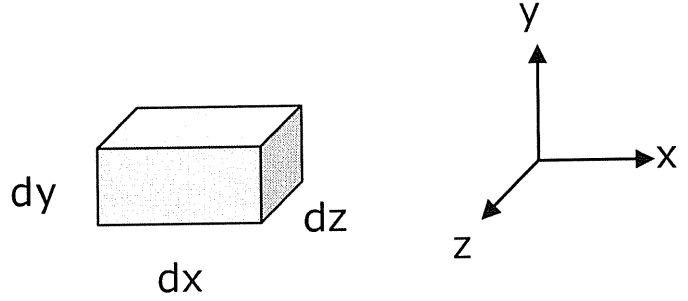
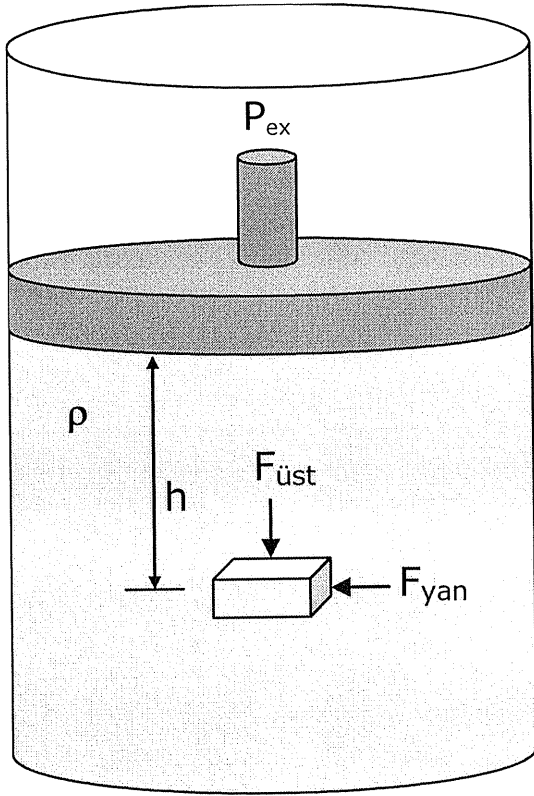
Cisim üst yüzeyine etki eden kuvvet; $F_{üst}$

$$F_{üst} = \rho g h A_{üst}$$

$$F_{üst} = \rho g h (xz)$$

Cisim yan yüzeyine etki eden kuvvet; F_{yan}

$$F_{yan} = \rho g (h + 0.5y) (yz)$$



Akışkan yüzeyinden bir piston ile P_{ex} büyüklüğünde bir basınç uygulandığında;

$$P_{üst} = P_{ex} + \rho gh$$

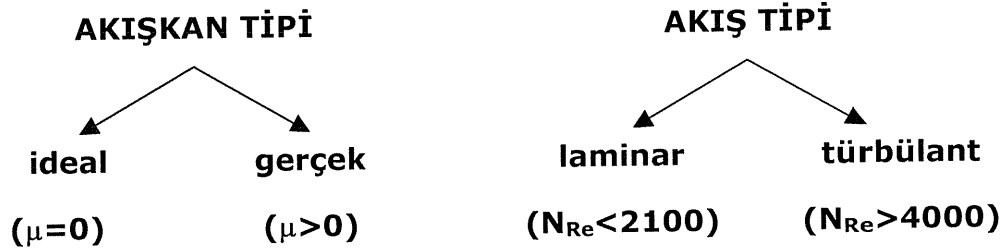
$$F_{üst} = (P_{ex} + \rho gh)(xz)$$

$$F_{yan} = (P_{ex} + \rho gh)(yz)$$

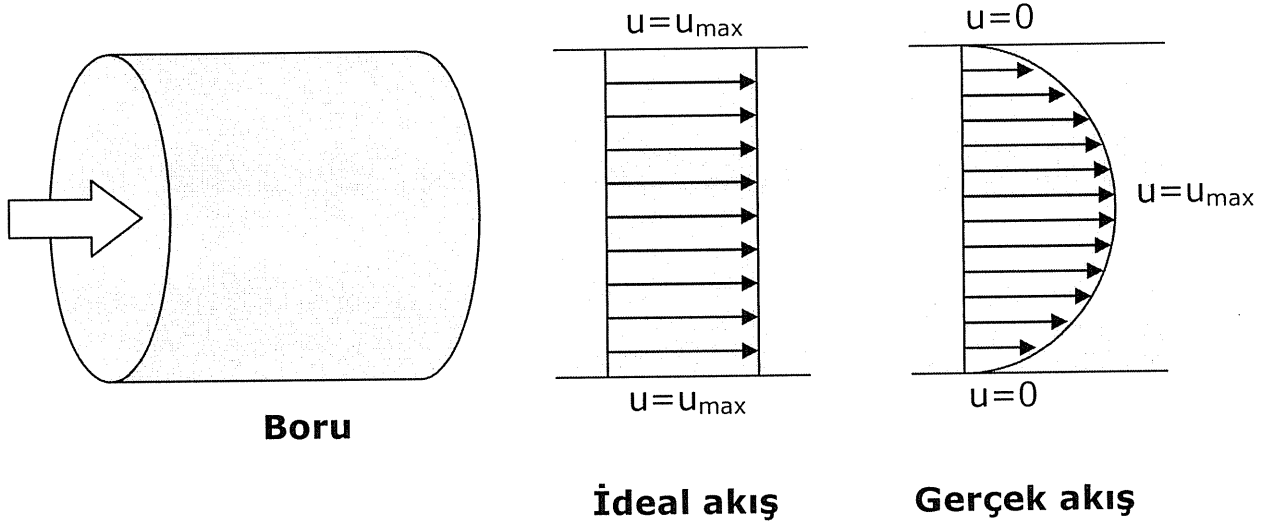
Not: Akışkana uygulanan P_{ex} , cisim üzerine gecikmesiz olarak ve aynı büyüklükte etki eder. Bu durum yüksek hidrostatik basınç ile gıda muhafazasının temelini oluşturmaktadır

MODÜL 4: AKIŞKAN DİNAMIĞI

Akış Sınıflandırması



Boru içinde akış - Hız profili



Basit sınıflandırma

- Ideal (inviscid, potential) / Real (viscous)
- Laminar / Turbulent
- Compressible / Incompressible
- Steady / Unsteady
- Uniform / Nonuniform

Steady Flow (Yatışkın Akış)

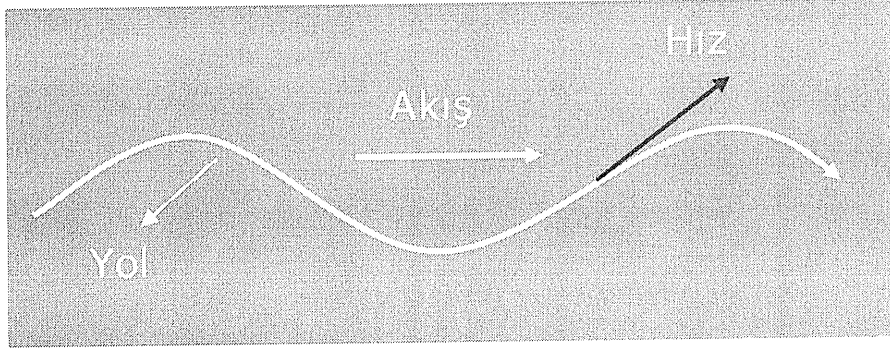
Akım içindeki herhangi bir noktada tüm koşullar zamanla sabittir. Koşullar başka noktalarda farklı olabilir.

Uniform flow (Tekdüze akış)

Hız büyüklük ve yön olarak akışkanın her noktasında aynıdır (Sadece laminar akış için doğrudur!).

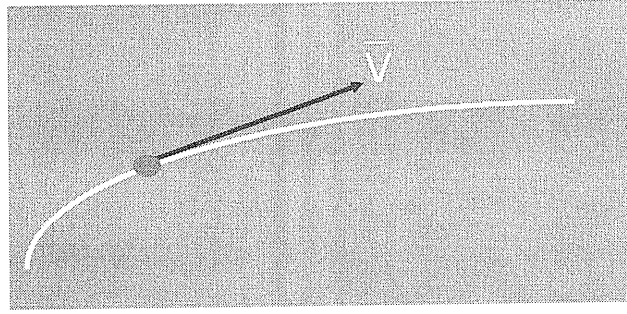
Pathline (Yol çizgisi)

Akışkan içerisinde tek bir partikülün belli bir zaman boyunca izlediği yol.

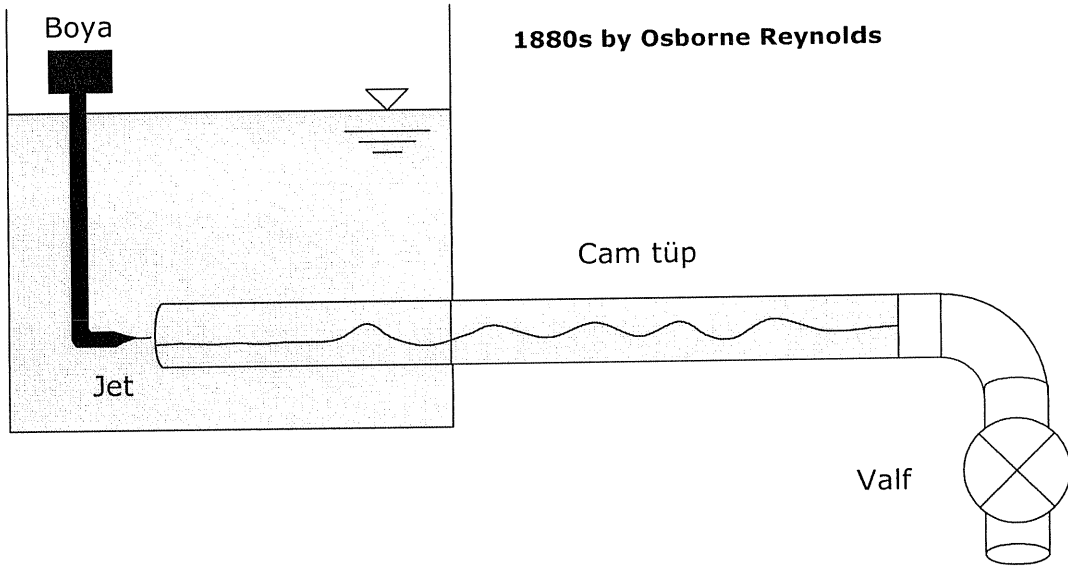


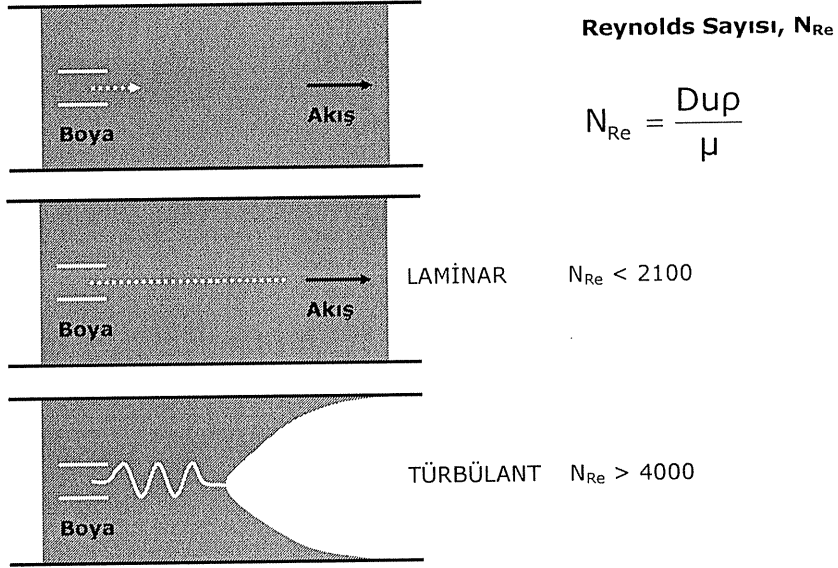
Streamline (Akış çizgisi)

Aynı noktadaki partiküllerin herhangi bir andaki ortalama yönünü gösterir.



O. Reynold Deneyi





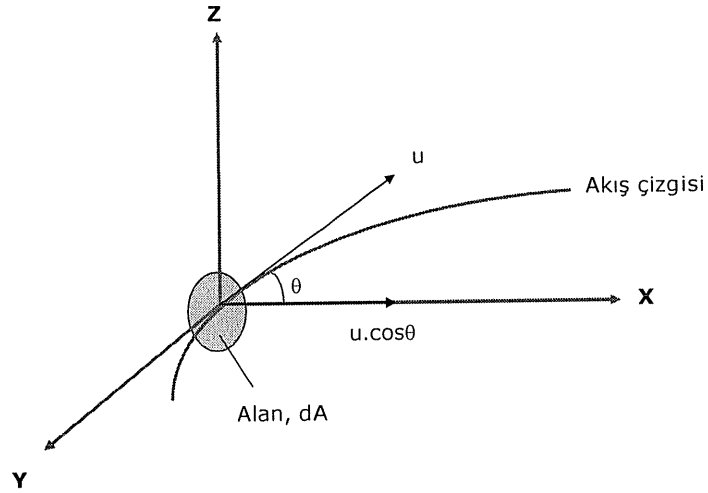
Akış hızı

Birim zamanda akan akışkan miktarı.

Hacimsel (Q): $Q = \frac{V}{t}$ (L^3/t)

Kütleli (m): $m = \frac{m}{t}$ (m/t)

Ağırlık (G): $G = \frac{w}{t}$ (F/t) veya (mL/t^2)



Partiküle ait çizgisel hız, u

$$\vec{u} = \frac{dQ}{dA}$$

Partiküle ait hacimsel akış hızı, u

$$dQ = \vec{u} \cdot d\vec{A}$$