Matematik C-niveau HF
26. maj 2021

Dette er minimale løsningsskitser til HF C-niveau eksamen d. 26/05/21. I dette sæt anvendes GeoGebra og Excel.
NB: Dette er **ikke** en elevbesvarelse. E-mail: `matematikuniverset@hotmail.com`

Delprøve 1.

Opgave 1.

(a) Den lineære funktion f er givet ved

$$f(x) = 2 \cdot x - 1.$$

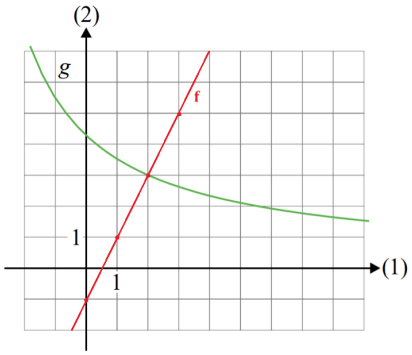
Funktionsværdierne udregnes.

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 \cdot 0 - 1 = -1, \\ f(1) &= 2 \cdot 1 - 1 = 1, \\ f(2) &= 2 \cdot 2 - 1 = 3, \\ f(3) &= 2 \cdot 3 - 1 = 5. \end{aligned}$$

Tabellen udfyldes.

x	0	1	2	3
$f(x)$	-1	1	3	5

(b) Grafen for $f(x)$ tegnes på bilaget. Indsæt punkter på grafen fra tabellen, så det nemmere at tegne den rette linje.



(c) Ligningen $f(x) = g(x)$ løses grafisk. Man aflæser, at løsningen til ligningen $f(x) = g(x)$ er $x = 2$.

Opgave 2.

(a) Rækkefølgen er ligegyldig = kombination og ikke permutation. Antallet af måder man kan vælge to stykker smørrebrød er

$$K(8,2) = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8!}{2 \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{2 \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 4 \cdot 7 = 28.$$

Så der er 28 forskellige måder man kan udvælge to stykker smørrebrød af otte stykker.

Opgave 3.

(a) Forholdet mellem trekanterne ABC og DEF bestemmes. Dette kan lade sig gøre, da trekanterne er ensvinklet.

$$k = \frac{|DF|}{|AC|} = \frac{12}{4} = 3.$$

Omkredsen af trekanten ABC er $O_{ABC} = 6 + 3 + 4 = 13$. Omkredsen af trekanten $O_{DEF} = 3 \cdot O_{ABC} = 3 \cdot 13 = 39$.

Opgave 4.

(a) I det følgende står der **Sandt** eller **Falsk** ud fra forskellige udsagn.

Usagn 1: **Sandt**. Af boksplottet kan man aflæse, at nedre kvartil er 27 år.

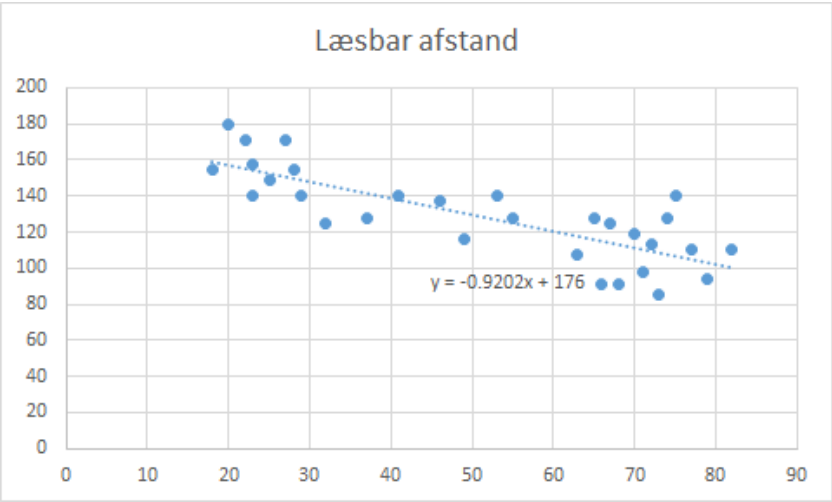
Usagn 2: **Falsk**. Kvartilbredden er $56 - 27 = 29$, hvilket ikke er 13 år.

Usagn 3: **Falsk**. Det vil være 40 år eller under, eller også skal medianen være ved 30 år.

Delprøve 2.

Opgave 5.

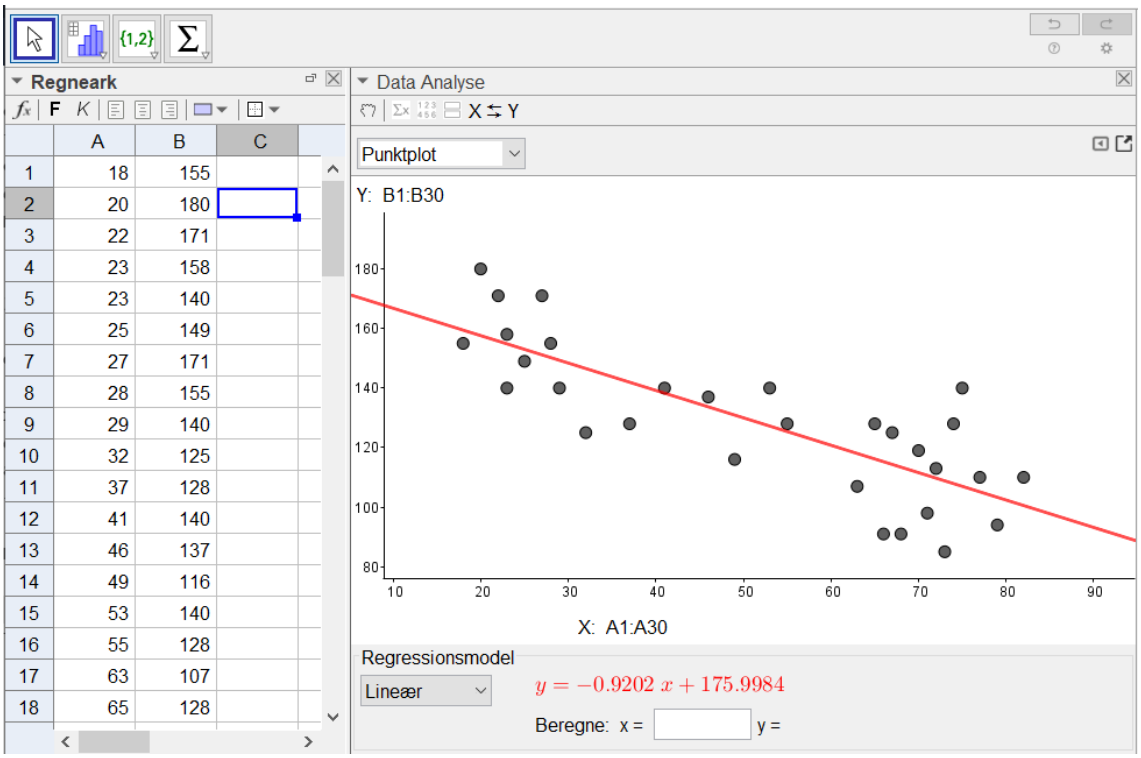
(a) Man bestemmer tallene a og b ved hjælp af lineær regression.
Metode 1: Excel
Excel-filen åbnes og man markerer sine data. Dernæst går man op i "indsæt"og finder "punktdiagram". Vælg nu "punkt"og dit diagram kommer frem med en masse punkter. Højreklik på et tilfældigt punkt og tilføj "tendenslinje". Længere nede finder du "vis ligning". Sæt flueben. Dermed skulle du gerne få følgende:



Man kan aflæse, at $a = -0.9202$ og $b = 176$.

Metode 2: GeoGebra

GeoGebra åbnes op og data fra Excel-bilaget indlæses i GeoGebras regneark, som man finder ved "Vis". Når tallene er indlæst, markeres det hele og man trykker på den lille pil ved "enkeltvariabelanalyse". I drop-down menuen vælges "regressionsanalyse". Så kommer et nyt vindue frem. I bunden kan man vælge en lineær linje. Dermed skulle du gerne få følgende:



	A	B	C
1	18	155	
2	20	180	
3	22	171	
4	23	158	
5	23	140	
6	25	149	
7	27	171	
8	28	155	
9	29	140	
10	32	125	
11	37	128	
12	41	140	
13	46	137	
14	49	116	
15	53	140	
16	55	128	
17	63	107	
18	65	128	

Ikke overraskende kan man aflæse, at $a = -0.9202$ og $b = 175.9984$.

Man opstiller en foreskrift. Man har

$$f(x) = -0.9202x + 176.$$

indsætter $x = 40$ i $f(x)$ og udregner

$$f(40) = -0.9202 \cdot 40 + 176 = 139.1920. \tag{1}$$

Dvs. ved en alder på 40 år, har man ifølge modellen en læseafstand på 139.2m.

Udregn $f(x+10) - f(x)$ eller brug $\Delta y = a\Delta x$. Her er $a = -0.9202$ og $\Delta x = 10$, så er $\Delta y = -0.9202 \cdot 10 = -9.2020$, så derfor er den læsbare afstand ifølge modellen ca. 9.2m kortere for Christian end for Daniel.

Opgave 6.

(a) Den manglende sandsynlighed benævnes p og udregnes på baggrund af tabellens resterende oplysninger og vidnen om, at den totale sum af sandsynligheder altid er 1 (eller 100%). Ligningen er

$$0.20 + 0.12 + 0.18 + 0.14 + 0.14 + p = 1.$$

Eller skrevet pænere (og løses mht. p).

$$\begin{aligned} &0.78 + p = 1, \\ &\Updownarrow \\ &0.78 + p - 0.78 = 1 - 0.78, \\ &\Updownarrow \\ &p = 0.22. \end{aligned}$$

Dvs. den manglende sandsynlighed er $p = 0.22$.

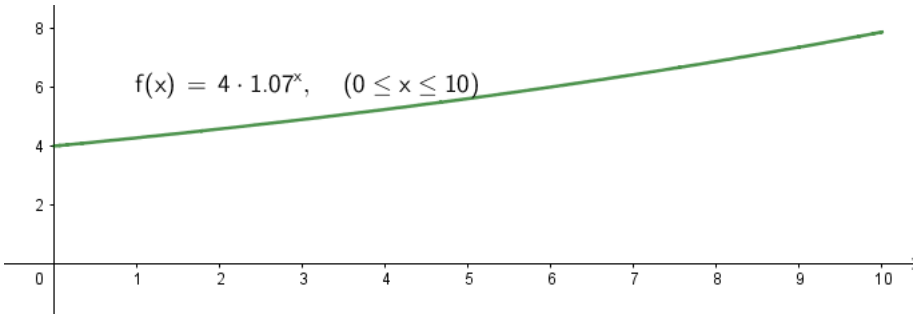
(b) Man lægger sandsynlighederne sammen ud fra de ulige tal. Dermed er

$$P(\text{ulige tal}) = 0.20 + 0.18 + 0.14 = 0.52.$$

Sandsynligheden for et ulige tal er 0.52 eller 52%.

Opgave 7.

(a) I GeoGebra skrives funktionen ind og denne tegnes med de første 10 dage.



(b) Tallet 4.0 fortæller, at 4 tusinde personer var smittet med influenza d. 1 februar.

(c) Nej, det vokser ikke med det samme antal personer hver dag. Så skulle man anvende en lineær model. Modellen fremskriver 1.07 hver dag, svarende til 7% om dagen. ($r = a - 1 = 1.07 - 1 = 0.07$ eller 7%).

Opgave 8.

(a) Nedenfor angives en række trin til, at man kan lave en målfast konstruktion af en trekant. Bemærk, at man kan formulere og danne en på utallige måder. Din metode kan være lige så meget rigtig, som vores metode!

Trin 1. Afsæt et punkt A i origo og et punkt B, 10 enheder fra A.

Trin 2. Dan en cirkel med radius 12 i punktet B.

Trin 3. Vælg vinkel med given størrelse og klik først i B, og dernæst i A.

Trin 4. Indsæt en ret linje igennem A og B'. (IKKE B men B'!!).

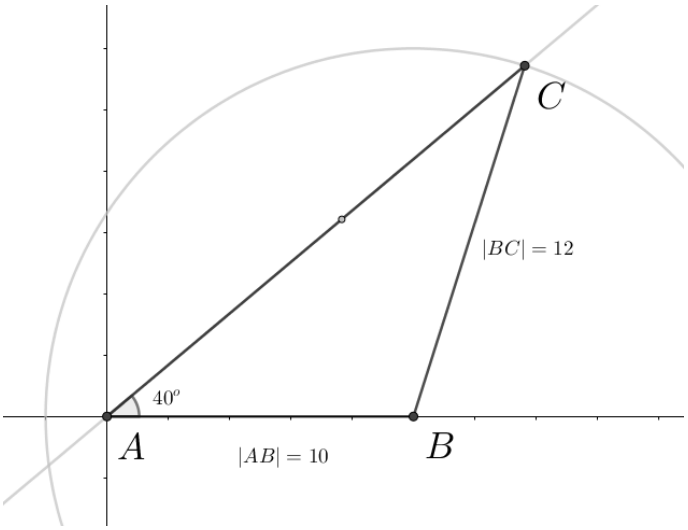
Trin 5. Find skæringspunktet mellem den rette linje og cirklen. Kald denne for C.

Trin 6. Forbind punkterne A, B og C.

Trin 7. Skjul det unødvendige, så din trekant står fremme. (Bemærk, at i vores figur har vi gjort det unødvendige gråt, så trekanten fremstår som en sort figur.).

Trin 8. Navngiv evt. sider og vinkler.

Får du følgende figur?



(b) Denne del kan løses lynhurtigt i GeoGebra, men vi ser på det algebraisk. Først udregnes vinkel C på baggrund af sinusrelationerne.

$$\frac{\sin(40)}{12} = \frac{\sin(C)}{10}.$$

Ligningen kan løses vha. computerprogrammer, men vi løser pr. håndkraft og anvender lommeregner til sidst.

$$\frac{\sin(40)}{12} = \frac{\sin(C)}{10} \Leftrightarrow \sin(C) = \frac{\sin(40)}{12} \cdot 10 \Leftrightarrow C = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(40)}{12} \cdot 10\right) = 32.388434^o.$$

Dermed er $\angle C = 32.388434^o$. Vinkel B kan findes på baggrund af vinkelsummen på 180°. Så,

$$\angle B = 180^o - 40^o - 32.388434^o = 107.611566^o.$$

Vinkelhalveringslinjen medfører, at vinkel C i trekanten BCD er

$$\angle C_{BCD} = \frac{32.388434^o}{2} = 16.194217^o.$$

Man har nu tilstrækkeligt med oplysninger til at finde $|BD|$. Først findes vinkel D i trekanten BCD.

$$\angle D_{BCD} = 180^o - 16.194217^o - 107.611566^o = 56.194217^o,$$

og sinusrelationerne kan atter bruges.

$$\frac{\sin(16.194217)}{|BC|} = \frac{\sin(56.194217)}{12}.$$

Ligningen kan løses vha. computerprogrammer, men vi løser pr. håndkraft og anvender lommeregner til sidst.

$$\begin{aligned}
&\frac{\sin(16.194217)}{|BC|} = \frac{\sin(56.194217)}{12}, \\
&\Updownarrow \\
&\frac{|BC|}{\sin(16.194217)} = \frac{12}{\sin(56.194217)}, \\
&\Updownarrow \\
&|BC| = \frac{12}{\sin(56.194217)} \sin(16.194217).
\end{aligned}$$

som med lommeregner giver $|BC| = 4.027700213$. Den søgte længde mellem B og D er $|BD| = 4.03$.

Opgave 9.

(a) Indsæt $x = 12$ i funktionen og udregn L.

$$L = 123.5 - 20 \cdot \log(12) = 101.916 \approx 102.$$

Dvs. står man 20 meter fra scenen, er lydniveauet 102dB.

(b) Løs følgende ligning,

$$\begin{aligned}
&123.5 - 20 \cdot \log(x) = 91, \\
&\Updownarrow \\
&-20 \cdot \log(x) = 91 - 123.5, \\
&\Updownarrow \\
&-20 \cdot \log(x) = -32.5, \\
&\Updownarrow \\
&20 \cdot \log(x) = 32.5, \\
&\Updownarrow \\
&\log(x) = \frac{32.5}{20}, \\
&\Updownarrow \\
&x = 10^{\frac{32.5}{20}} \approx 42.16965034.
\end{aligned}$$

Dermed skal man stå ca. 42.2 meter fra scenen, hvis lydniveauet skal være 91dB og dermed undgå høreskader.

Bemærk, at hvis du bruger computerprogrammer og tilfældigvis får løsninger som $L = 73.8$ i (a) og $x = 5.078$ i (b), så skyldes det at computerprogrammet genkender log, som den naturlige logaritme og ikke 10-talslogaritme. Derfor skal du i dit computerprogram finde $\log_{10}$ og ikke log eller ln. Læs mere om logaritmer her: logaritmer generelt.