Kiegészítés: A LINGO használatáról

A Lingo szoftver két legalapvetőbb funkciója a ”Solver/Solve” és a ”Solver/Range”.

/Solve megadja a z_0 célfüggvény optimális értékét, illetve az optimális megoldáshoz tartozó megoldáshoz tartozó (egyik) $\overline{x}_0$ koordinátákat, valamint a slack-változók megfelelő értékeit.
Ezen kívül megadja az egyes korlátokhoz tartozó árnyékárakat (dual price), valamint a változókhoz tartozó redukált árakat (reduced cost).

/Range megadja a korlátok ($\overline{b}$) és célfüggvény-együtthatók ($\overline{c}$) egyes komponenseinek lehetséges változtatásait (felső és alsó határral) melyre a bázisváltozók nem változnak meg.
Figyelem: a program csak ”alsó becslést” ad. Az általa megadott intervallum adott esetben átléphető a bázisváltozók megváltozása nélkül.

Ellenőrzés: A gyakorlaton kiszámolt 1/3)-as feladatban

$$z_0 = 280 \qquad \overline{x}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad \text{a slack-változók} \begin{bmatrix} 24 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{az árnyékárak} \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix} \qquad \text{a redukált árak} \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Kérdés: Mekkora lehet $\overline{b}$ egyes komponenseinek variációja, hogy a bázisváltozók ne változzanak?
A gyakorlaton már kiszámolt módon:

$$\mathbf{P} \left[\begin{array}{ccccccc|c} 1 & -60 & -30 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 6 & 1 & 1 & 0 & 0 & 48+\delta_1 \\ 0 & 4 & 2 & 3/2 & 0 & 1 & 0 & 20+\delta_2 \\ 0 & 2 & 3/2 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & 8+\delta_3 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccccccc|c} 1 & 0 & 5 & 0 & 0 & 10 & 10 & 280+10\delta_1+10\delta_2 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 1 & 2 & -8 & 24+\delta_1"2\delta_2-\delta_3 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 2 & -4 & 28+2\delta_2-4\delta_3 \\ 0 & 1 & 5/4 & 0 & 0 & -1/2 & 3/2 & 2-\delta_2/2+3\delta_3/2 \end{array}\right]$$

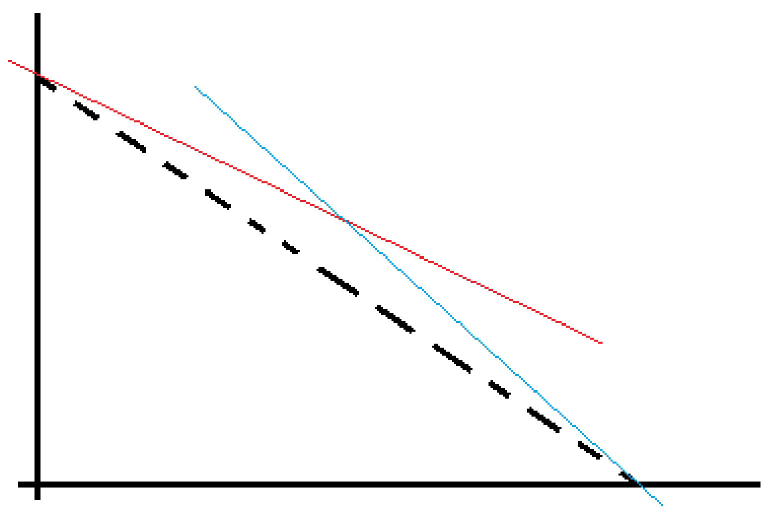
melyről leolvasható, hogy $x_2 = x_5 = x_6 = 0$ nem bázis-változók, és a bázisváltozók addig maradnak optimális megoldások, amíg az alábbi egyenlőtlenségek teljesülnek:

$$
\begin{aligned}
x_4 &= 24 + \delta_1 + 2\delta_2 - \delta_3 \geq 0 \\
x_3 &= 8 + 2\delta_2 - 4\delta_3 \geq 0 \\
x_1 &= 2 - \tfrac{1}{2}\delta_2 + \tfrac{3}{2}\delta_3 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Speciálisan, ha egyszerre csak az egyik együtthatót variáljuk (a LINGO-szoftver alapvetően ezt csinálja) akkor:

$$
\begin{aligned}
-24 &\leq \delta_1 \\
-4 \leq \delta_2 &\leq 4 \\
\tfrac{4}{3} \leq \delta_3 &\leq 2.
\end{aligned}
$$

Megjegyzés: A számítógép nem fog szólni azzal kapcsolatban, hogy egy megoldás degenerált-e vagy sem, hanem csak az egyik megoldást ("csúcsot") adja meg.
Tétel: Alternatív megoldás akkor lehet, ha az alábbi kettő eset valamelyike teljesül:
-valamely változó értéke és redukált költsége is 0.
-valamely korlát slack-változója és árnyékára is 0.
("Valamit nem gyártunk, de gyárthatnánk a bevétel változása nélkül.")
Módszer: Mivel az LP-probléma degenerációja nagyon érzékeny, elég a rendszer célfüggvényén pici változtatásokat végezni, és így feltérképezni a másik csúcso(ka)t.



1. ábra. A módszer szemléltetése.