De første 6 opgaver løses **uden** hjælpemidler

## Opgave 1

a) Givet udtrykket:

$$\begin{aligned}&(a+3b)^2+b(a-9b)-7ab\\&=a^2+6ab+9b^2+ab-9b^2-7ab\\&=a^2+7ab-7ab+9b^2-9b^2\\&=a^2\end{aligned}$$

Dermed har vi altså fået reduceret udtrykket. Bemærk, at første kvadratsætning blev anvendt ved det første led.

## Opgave 2

a) Betragt andengradsligningen:

$$2x^2-5x-3=0$$

Vi løser denne ligning ved hjælp af diskriminantformlen, en formel som alle 2.g'ere burde kende.

$$d=b^2-4ac=(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-3)=25+24=49, \qquad d>0$$

Dernæst bestemmes rødderne:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{d}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{49}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm 7}{4}=\begin{cases}3\\-1/2\end{cases}$$

Dermed er rødderne:

$$x=-\frac{1}{2}\vee x=3$$

## Opgave 3

a) Det oplyste integral bestemmes. Da det nu er arealet under grafen, afgrænset af $0$ og $1$, så tillader vi os at kalde det for $M$.

$$\begin{aligned}M&=\int_0^1 8x^3+\mathrm{e}^x\,dx=\left[2x^4+\mathrm{e}^x\right]_0^1=2\cdot 1^4+\mathrm{e}^1-(2\cdot 0^4+\mathrm{e}^0)=2+\mathrm{e}+0-1\\&=1+\mathrm{e}\end{aligned}$$

Som altså er arealet af $M$.

## Opgave 4

a) Givet to støttepunkter for en potensfunktion. Vi har:

$$P(2,1); Q(6,27)$$

Vi kan bruge formlerne for $a$ og $b$.

$$a = \frac{\ln\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}{\ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{27}{1}\right)}{\ln\left(\frac{6}{2}\right)} = \frac{\ln(27)}{\ln(3)} = \frac{3 \cdot \ln(3)}{\ln(3)} = 3$$

$$b = \frac{y_1}{x_1^a} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

Så forskriften er:

$$f(x) = \frac{x^3}{8}$$

Alternativt kunne man løse ligningerne:

$$\begin{matrix} 27 = b \cdot 6^a \\ 1 = b \cdot 2^a \end{matrix} \Leftrightarrow \frac{27}{1} = \left(\frac{6}{2}\right)^a \Leftrightarrow 27 = 3^a \Leftrightarrow 3^3 = 3^a \Leftrightarrow 3 = a$$

Og så regner vi $b$.

$$1 = b \cdot 2^3 \Leftrightarrow 1 = 8b \Leftrightarrow b = \frac{1}{8}$$

Og så kan man opstille en forskrift.

*(Overbevis dig om, at man kan skrive $\mathbf{3 \cdot ln(3) = ln(27)}$.)*

## Opgave 5

a) Vi bestemmer forholdet mellem begge trekanter, dvs. størrelsesfaktoren.

$$k = \frac{|AB|}{|A_1B_1|} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Vi bestemmer $|AC|$.

$$|AC| = |A_1C| \cdot k = 4 \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Så afstanden $|AC|$ er altså **6.**

## Opgave 6

a) Betragt funktionen $f(x) = x \cdot \ln(x) - x + 1$ og differentialligningen:
$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + x - 1}{x}$$
Vi skal undersøge, om $f(x)$ løser differentialligningen, og derfor begynder vi at differentiere funktionen $f(x)$.
$$f'(x) = x \cdot \frac{1}{x} + 1 \cdot \ln(x) - 1 = 1 + \ln(x) - 1 = \ln(x)$$
Vi har nu den afledede. Vi indsætter $f(x)$ i $y$ i differentialligningen:
$$\ln(x) = \frac{x \cdot \ln(x) - x + 1 \ + x - 1}{x}$$
$$\ln(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{x}$$
$$\ln(x) = \ln(x)$$
Og da begge er identiske på lighedstegnet, så er $f(x)$ en løsning til differentialligningen. Bemærk, at produktreglen blev anvendt.

De resterende opgaver løses **med** hjælpemidler.
Bemærk endvidere, at vektorer ikke har pil, men er skrevet med fed. Eks. $\boldsymbol{p} = \vec{p}$

## Opgave 7

a) Vi starter hårdt ud med at bestemme vinklen mellem de to angivende vektorer fra opgavesættet. De består af:

$$\boldsymbol{a} = \binom{1}{3}; \boldsymbol{b} = \binom{-2}{1}$$

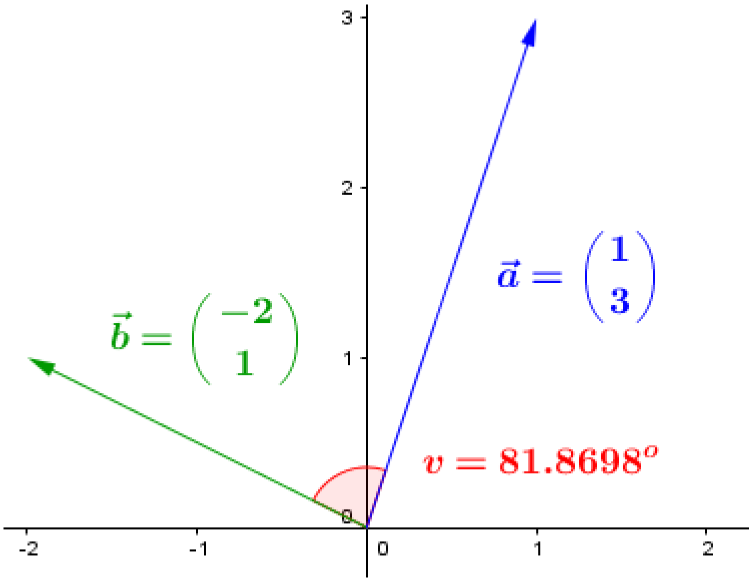
Vi bestemmer vinklen mellem disse vektorer vha. formlen:

$$\cos(v) = \frac{\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}|}$$

Og vi indsætter tallene:

$$v = \arccos\left(\frac{1 \cdot (-2) + 3 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 3^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2}}\right) = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}}\right) = 81.8698^o$$

I GeoGebra ser det så galt ud:




Vi kunne også benytte os af Maple:

$with(Gym):$
$\boldsymbol{a} := \langle 1, 3 \rangle :; \boldsymbol{b} := \langle -2, 1 \rangle :$
$vinkel(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$

$$81.86989763$$

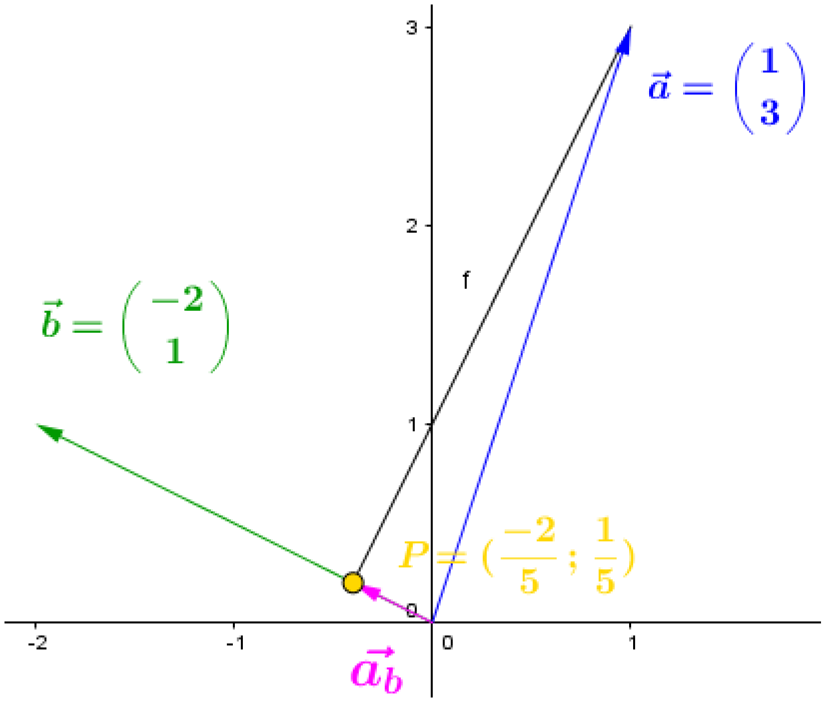
b) Vi fortsætter med de samme vektorer fordi nu bestemmes projektionen af vektor $\boldsymbol{a}$ på $\boldsymbol{b}$. Formlen er:

$$\boldsymbol{a_b} = \frac{\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|^2} \cdot \boldsymbol{b}$$

Vi bruger skalarproduktet fra spgm a) som var $1$. Endelig ved vi, at normen af $\boldsymbol{b}$ er $\sqrt{5}$

$$a_b = \frac{1}{\sqrt{5}^2} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2/5 \\ 1/5 \end{pmatrix}$$

Og hermed fik vi bestemt koordinatsættet. Vi kan tegne hele pivtøjet i GeoGebra:




Ligesom i spgm a) kan vi også bruge Maple her:

```
with(Gym) :
a := ⟨1, 3⟩ :; b := ⟨−2, 1⟩ :
proj(a, b)
```

$$\begin{bmatrix} -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

## Opgave 8

a) Vi opstiller to vektorer ud fra punkterne.

$$\boldsymbol{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{AC} = C - A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

I Maple bruges krydsproduktet.

```
with(Gym) :
AB := ⟨−6, 2, 0⟩ :; AC := ⟨−6, 0, 3⟩ :
AB × AC
```

$$\begin{bmatrix} 6 \\ 18 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Ved hjælp af Maple fik vi lige sparet et hav af minutter. Vi har nu vores normalvektor for $\boldsymbol{AB}$ og $\boldsymbol{AC}$. Ligningen for planen $\alpha$ opskrives og vi indsætter punktet $A$, så planens ligning er:

$$6(x-6) + 18(y-0) + 12(z-0) = 0 \Leftrightarrow 6x + 18y + 12z - 36 = 0$$

Bemærk, at vi ikke direkte har kaldt den for $\alpha$ for ellers er notationen en hel jungle. Men ovenstående ligning ER for $\alpha$.

b) Arealet af trekanten $ABC$ bestemmes uden de store problemer. Da vi har krydsproduktet fra $\boldsymbol{AB}$ og $\boldsymbol{AC}$, så kan vi bruge længden af normalvektoren og gange med en halv.

$$T = \frac{1}{2} \cdot |\boldsymbol{AB} \times \boldsymbol{AC}|$$

Vi indsætter tallene:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6^2 + 18^2 + 12^2} = 11.224$$

Man kunne også bruge en mere besværlig måde, nemlig at bestemme vinklen mellem $\boldsymbol{AB}$ og $\boldsymbol{AC}$ samt længden af $\boldsymbol{AB}$ og $\boldsymbol{AC}$ og derfra bruge ½-appelsinformel. Man kan jo - hvis man vil hygge sig - prøve det.

c) Der er oplyst en kugle med centrum i $D(0; 10; 5)$ og radius $11$, så ligningen for kuglen er:

$$(x-0)^2 + (y-10)^2 + (z-5)^2 = 11^2$$

Vi kan bruge dist formlen og hvis den værdi vi får er større end radius, så skærer den ikke. Får vi en værdi der er lig med radius, så er planen tangent til kuglen. Får vi en værdi der er mindre end radius, så skærer planen kuglen, men er ikke tangent. Vi indsætter tallene og har:

$$dist(D, \alpha) = \frac{|ak_1 + bk_2 + ck_3 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

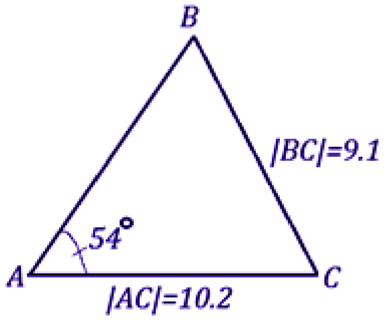
Dvs.

$$dist(D, \alpha) = \frac{|6 \cdot 0 + 18 \cdot 0 + 12 \cdot 0 - 36|}{\sqrt{6^2 + 18^2 + 12^2}} \approx 9.0871$$

Da $9.0871 < 11$ så er der tale om en *skæringcirkel* og dermed er $\alpha$ ikke tangentplan.

## Opgave 9

a) Vi gør livet lettere for os selv ved at tegne trekanten med de ønskede oplysninger.




Vi bestemmer vinkel $B$ ved hjælp af sinusrelationerne.

$$\frac{\sin(A)}{|BC|} = \frac{\sin(B)}{|AC|} \Leftrightarrow \sin(B) = \frac{\sin(A) \cdot |AC|}{|BC|} \Leftrightarrow \angle B = \arcsin\left(\frac{\sin(A) \cdot |AC|}{|BC|}\right)$$

Vi indsætter vores tal:

$$\angle B = \arcsin\left(\frac{\sin(54) \cdot 10.2}{9.1}\right) = 65.068^o$$

b) Vi bestemmer vinkel $C$.

$$\angle C = 180^o - \angle A - \angle B = 180^o - 54^o - 65.068^o = 60.931^o$$

Så kan vi bruge cosinusrelationerne til at bestemme $|AD|$ (kig i din bog).

$$|AD| = \sqrt{|AC|^2 + |CD|^2 - 2 \cdot |AC| \cdot |CD| \cdot \cos(C)}$$

Og tallene indsat er:

$$|AD| = \sqrt{10.2^2 + 6^2 - 2 \cdot 10.2 \cdot 6 \cdot \cos(60.931)} = 8.976$$

Så længden $|AD|$ er bestem til at være $8.976$

## Opgave 10

a) I Maple indskrives oplysningerne og vi benytter os af de fantastiske kommandoer for at få tegnet et boksplot over hele pivtøjet. Efterfølgende vises det, hvordan WordMat bruges (Excel-ark). Af de ugrupperede observationer, defineres det hele i en matrix. Dernæst benyttes kommandoerne $kvartiler(obs1)$ og $boksplot(obs1)$.

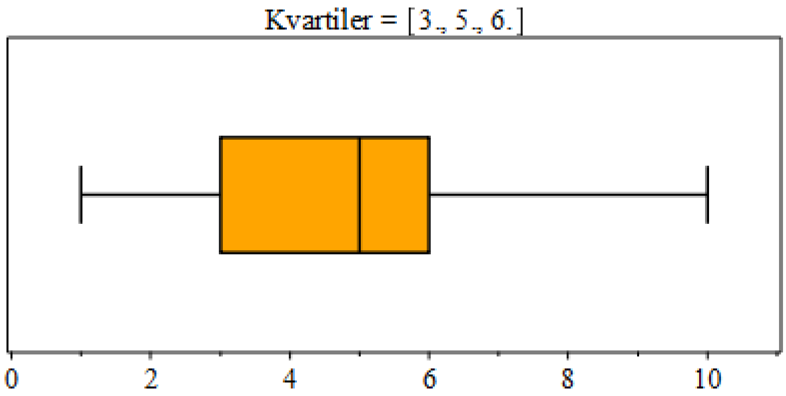
$restart :; with(Gym) :$

$obs1 := \langle\langle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 | 2, 3, 4, 4, 7, 6, 0, 2, 1, 2\rangle\rangle :$

$kvartiler(obs1)$

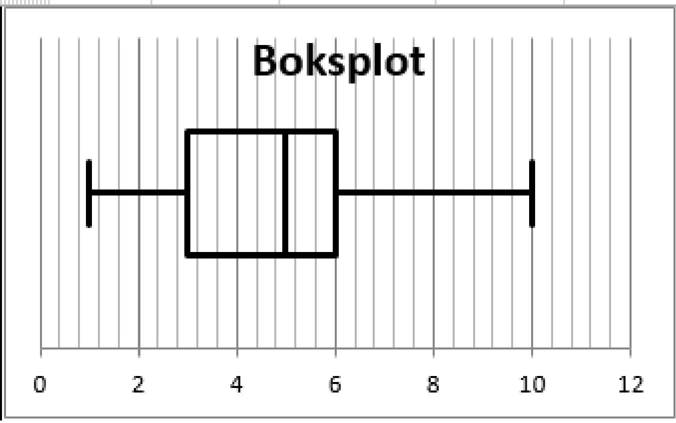
$$[3., 5., 6.]$$

$boksplot(obs1)$




I Excel indskrives oplysningerne og man får det hele serveret:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Ugrupperede Observationer | | | | Deskriptorer | |
| 2 | Obs. | Hyp. | Frekvens | Kum. Frekv | Kvartilsæt | |
| 3 | 1 | 2 | 6% | 6% | Nedre | 3 |
| 4 | 2 | 3 | 10% | 16% | Median | 5 |
| 5 | 3 | 4 | 13% | 29% | Øvre | 6 |
| 6 | 4 | 4 | 13% | 42% | Obs. | Fraktil |
| 7 | 5 | 7 | 23% | 65% | | |
| 8 | 6 | 6 | 19% | 84% | | |
| 9 | 7 | 0 | 0% | 84% | Middeltal | 4,9 |
| 10 | 8 | 2 | 6% | 90% | Spredning | 2,33 |
| 11 | 9 | 1 | 3% | 94% | | |
| 12 | 10 | 2 | 6% | 100% | | |
| 13 | | | | | | |




Hvilket var det, som ønsket.

## Opgave 11

a) Der benyttes regression for en lineære funktion. Oplysningerne defineres i Maple.

$restart :; with(Gym) :$

$L1 := [0, 5, 10, 14, 15, 16, 17] :$

$L2 := [11073, 11575, 12492, 12887, 12922, 12865, 13000] :$

$f(x) := LinReg(L1, L2, x) :$

$f(x)$

$$118.561475409836\,x + 11097.8237704918$$

Og hermed blev der bestemt en forskrift (se ovenstående) for funktionen $f(x)$ på baggrund af de oplyste tal.

b) Den ”lille” klamamse aflæses og man har derfor $r = 6\%$ og $b = 2244$ mio. Man har:

$$a = 1 + \left(\frac{6}{100}\right) = 1.06$$

Og derfor er forskriften for den eksponentielle model for Kina altså:

$$g(x) = 2244 \cdot 1.06^x$$

Hvis man antager at modellen holder til år $2030$, svarende til $x = 40$ så er udslippet:

$$g(40) = 2244 \cdot 1.06^{40} = 23081.151$$

Dvs. ifølge modellen er $CO_2$ udslippet i år $2030$ ca. $23081.151\ mio\ tons$

c) Der skal nu løses en ligning for $f(x) = g(x)$. I Maple løses ligningen.

$f(x) := 118.561475409836\,x + 11097.8237704918 :$

$g(x) := 2244 \cdot 1.06^x :$

$g(x) = f(x)$

$$2244\ 1.06^x = 118.561475409836\,x + 11097.8237704918$$

$$\xrightarrow{\text{solve for x}}$$

$$[[x = -93.52260181], [x = 32.55529291]]$$

Dvs. $1990 + 32.555 = 2022.555 \approx 2022.5$ så vil Kina overstige OECD-landenes $CO_2$ udslip, halvvejs igennem år $2022$

## Opgave 12

a) Givet modellen over antallet af individer i en population er:
$$N(t) = \frac{4200}{1 + 10 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t}}$$
Funktionen differentieres, men først omskrives funktionen:
$$N(t) = 4200 \cdot (1 + 10 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t})^{-1}$$
Vi definerer den indre funktion som $M(t) = 1 + 10 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t}$. Vi differentierer så den ydre:
$$N'(t) = -1 \cdot 4200 \cdot \left(M(t)\right)^{-2}$$
Og dernæst differentierer vi den indre funktion:
$$M'(t) = -1 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t}$$
$M'(t)$ ganges på den ydre funktion og den indre funktion $M(t) = 1 + 10 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t}$ indsættes igen. Vi har:
$$N'(t) = -1 \cdot 4200 \cdot (1 + 10 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t})^{-2} \cdot (-1) \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t}$$
Vi omskriver det hele:
$$N'(t) = \frac{4200 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t}}{(1 + 10 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot t})^2}$$
Hvilket er den afledede funktion af $N(t)$. Undervejs har vi anvendt kædereglen. (Grunden til denne gennemgang er at flere har ønsket at se hvordan sådan en funktion differentieres.)

Vi kan også se det i Maple:

$restart :; with(Gym) :$

$$N(t) := \frac{4200}{1 + 10 \cdot \exp(-0.1 \cdot t)}$$
$$t \rightarrow \frac{4200}{1 + 10\, \mathrm{e}^{(-1) \cdot 0.1\, t}}$$
$N'(t)$
$$\frac{4200.0\, \mathrm{e}^{-0.1\, t}}{\left(1 + 10\, \mathrm{e}^{-0.1\, t}\right)^2}$$
Vi indsætter nu 20 i $N'(t)$:
$$N'(20) = \frac{4200 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot 20}}{(1 + 10 \cdot \mathrm{e}^{-0.1 \cdot 20})^2} = 102.6328141 \approx 103$$
Dvs. da $t$ måles i døgn, så kan man slutte, at efter 20 døgn fra begyndelsestidspunktet, så er væksthastigheden 103 antal individer pr. døgn.

## Opgave 13

a) Givet andengradsfunktionen $f(x) = x^2 - 6x + 9$. Vi bestemmer arealet af $M$.

$$M = \int_0^3 x^2 - 6x + 9\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x\right]_0^3 = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 - 0 = 9$$

I Maple kunne det også bestemmes:

$restart :; with(Gym) :$

$f(x) := x^2 - 6x + 9 :$

$$M = \int_0^3 f(x)\,dx$$

$$M = 9$$

b) Tangentligningen bestemmes. Vi benytter os af den velkendte tangentligning:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Først bestemmes $f(0)$ og $f'(0)$.

$$f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 9 = 9$$
$$f'(0) = 2 \cdot 0 - 6 = -6$$

Så

$$t = -6(x - 0) + 9$$

Dvs.

$$t = -6x + 9$$

Som ønsket.

c) For at bestemme hvert areal, så betegner vi arealet under $t$ som $M_1$ og vi betegner arealet under $f(x)$ og over $t$ som $M_2$, hvoraf $M_1 + M_2 = M$ som er et samlede areal. Vi løser ligningen $t = 0$, dvs. $-6x + 9 = 0 \Leftrightarrow -6x = -9 \Leftrightarrow x = \frac{-9}{-6} = \frac{9}{6} = 3/2$, så vi har:

$$M_1 = \int_0^{3/2} -6x + 9\,dx = [-3x^2 + 9x]_0^{3/2} = -3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 9 \cdot \frac{3}{2} - 0 = 27/4$$

Så da vi har $M_1 = 27/4$ og $M = 9$, så finder vi $M_2$ ved at bruge formlen:

$$M_2 = M - M_1$$

Dvs.

$$M_2 = 9 - 27/4 = 9/4$$

Hermed slutter vi, at:

Arealet under tangenten $t$, som er $M_1$ er regnet til at være $27/4$.

Arealet under $f(x)$ og over $t$, betegnes $M_2$ og er regnet til at være $9/4$.

*(Overbevis dig om, at det passer.)*

## Opgave 14

a) Der er givet differentialligningen

$$\frac{dL}{dt} = k \cdot (100 - L)$$

Og den fuldstændige løsning (ved hjælp af separation af de variable) er:

$$L(t) = c \cdot e^{-k \cdot t} + 100$$

Dernæst bestemmes $c$ i hånden og $k$ i Maple:

$$0.4 = c \cdot e^{-k \cdot 0} + 100 \Leftrightarrow c = -99.6$$

Og festen fortsættes i Maple:

$restart :; with(Gym) :$

$11 = -99.6 \cdot \exp(-k \cdot 1) + 100$

$$11 = -99.6\,\mathrm{e}^{-k} + 100$$

$\xrightarrow{\text{solve for k}}$

$$[[k = 0.1125257949]]$$

Så forskriften er:

$$L(t) = -99.6 \cdot e^{-0.1125257949 \cdot t} + 100$$

b) Der løses nu to ligninger. Begge løses i Maple:

$restart :; with(Gym) :$

$L(t) := -99.6\,\mathrm{e}^{-0.1125257949 \cdot t} + 100 :$

$solve(L(t) = 40); solve(L(t) = 60)$

$$4.504012638$$

$$8.107320737$$

Så aldersintervallet for fiskene med længderne fra 40cm til 60cm er:

$$4.50 \le t \le 8.11$$

Så alderen for fiskene skal være mellem $4½$ år og $8$ år for, at man får længderne fra ca. $40$ cm til $60$ cm, som er det ønskede.

## Opgave 15

a) Givet to funktioner:

$$f(x) = x^2 - 4x + 8$$

Og

$$g(x) = 3x \cdot \mathrm{e}^{-x}$$

I Maple løses ligningen $f'(x) = g'(x)$, dvs. vi har:

*restart* :; *with*( *Gym* ) :

$f(x) := x^2 - 4x + 8$ :; $g(x) := 3 \cdot x \cdot \exp(-x)$ :

$f'(x) = g'(x)$

$$2x - 4 = 3\,\mathrm{e}^{-x} - 3\,x\,\mathrm{e}^{-x}$$

*fsolve*( % )

$$1.801564133$$

Da vi nu får $x = 1.801564133$ som indikerer på, at det er i det område, at afstanden fra $f(x)$ og $g(x)$ er mindst, så tjekker vi de dobbelte afledede.

$f''(1.801564133)$

$$2$$

$g''(1.801564133)$

$$-0.0982498884$$

Da $2 > 0$ er er et lokalt minimum (det kan ses at $f(x)$ ligger øverst). Og da $-0.098 < 0$ så er der et lokalt maksimum for $g(x)$ (som altså ligger nederst), så må man kunne finde den difference mellem $f(x)$ og $g(x)$ ved at indsætte roden fra $f'(x) = g'(x)$ i $f(x)$ subtraheret fra $g(x)$. Det laves i Maple:

$f(1.801564133) - g(1.801564133)$

$$3.147383436$$

Så den korteste lodrette afstand fra $f(x)$ og $g(x)$ er $y = 3.147383436$.

*(Overbevis dig om, at afstanden y=3.147383436 passer.)*

## Opgave 16

a) Der opstilles en matematisk formel. Vi har ingredienserne:
- Kvadratisk bund og låg.
- Pris for låg er $10kr/m^2$ og pris for bund + sider er $8kr/m^2$.
- Rumfanget er $1m^3$.

Rumfanget er $1m^3$ og formlen for volumen er:

$$V = l \cdot b \cdot h$$

Vi ved, at længden og bredden er kvadratisk og dermed er formlen $V = x^2 \cdot h$ og da vi kender $V$, så kan vi isolere $h$. Den skal vi bruge senere.

$$1 = x^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{1}{x^2}$$

I en kasse findes arealet. Arealet af bunden er: $A_{bund} = x \cdot x = x^2$ og arealet af toppen er $A_{top} = x \cdot x = x^2$. Arealet af siderne er muligvis ikke kvadratiske og vi mangler derfor højden, men den fandt vi før. Derfor har vi fire sider og arealet af disse er

$$A_{sider} = 4 \cdot x \cdot h = 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x^2}$$

Så arealet er:

$$A_{total} = A_{top} + A_{bund} + A_{sider} = x^2 + x^2 + \frac{4}{x}$$

Vi ved, at siderne samt bunden har en materialepris på $8kr/m^2$ og toppen har en materialepris på $10/m^2$, så den samlede pris som funktion af $x$ må være:

$$P(x) = 10 \cdot x^2 + 8 \cdot \left(x^2 + \frac{4}{x}\right) = 18x^2 + \frac{32}{x}$$

*(Overbevis dig om, at det passer.)*