2018/10. Feladat

A gépjárművek haladása, mint tudjuk, veszteségekkel jár - ezt a közegellenállás és a gördülési ellenállás fizikai fogalmainak segítségével szokták tárgyalni. Ezért - Newton első törvényével ellentétben - az autók egyenes vonalú egyenletes mozgatásához a jármű motorjának állandó teljesítményt kell kifejtenie.

Esőben haladó autók esetében azonban további fizikai jelenségek is fellépnek, amelyek szintén növelik a jármű állandó sebességű mozgatásához szükséges teljesítményt, hiszen az energiát az autó motorjától vonják el.

Milyen extra jelenségek fékezik az esős úton haladó autót? Becsüljük meg az egyes jelenségek által elvont energiát a jármű sebességének függvényében!

Nem kell figyelembe venni azt, hogy a rossz látási viszonyok miatt a sofőr eleve lassabban vezet, illetve hogy az úton a járművek összetorlódnak. Egyetlen magányos, üres úton állandósebességgel haladó autó esetét vizsgáljuk!

(Härtlein Károly)

Szerkesztette: Máth Benedek Huba, Gombkötő Ákos **A versenyre beküldött megoldások közül felhasználásra került:**
Máth Benedek Huba beküldött megoldása
A megoldást ellenőrizte: -

A gördülési ellenállás és a közegellenállás minden esetben szerepet játszik. Esős időjárás esetén további jelenségek:

I. Az autóra eső víz által kifejtett nyomóerő miatt nagyobb gördülési ellenállás alakul ki.
II. Az autó szélvédőjére eső vizet az autó felgyorsítja a saját sebességére.
III. A kerék által az útról feldobott víz a mozgási energiáját az autótól nyeri, így fékező erőt gyakorol rá.
IV. A nedvesség miatt módosul a gördülési ellenállás.

Ebben sorrendben válnak a hatások egyre jelentősebbé, ugyanakkor egyre nehezebben számíthatóvá.

Éljünk a továbbiakban a következő feltételezésekkel:
- Legyenek az esőcseppek gömb alakúak, átmérőjük pedig $d = 3mm$. [1]
- Az esőcseppek sűrűsége $\rho = 1000kg/m^3$.
- A cseppek számának térfogatra vonatkoztatott sűrűsége legyen $n = 1000/m^3$ talaj közeli levegőben (statisztikailag egyenletes eloszlást követve). [2]
- Az esőcseppek $v_{cs} = 9m/s$ sebességgel érkeznek az autóra. [3]
- Az autó keresztmetszete a haladás irányára merőlegesen $A = 2m^2$, felső felülete $B = 8m^2$, tömege $1500kg$.
- A gördülési ellenállás a száraz út és a kerék között $\mu_g = 0,01$. [4]

Megjegyzés:
A "jelenségek által elvont energia" helyett a megoldás során a jelenségek által időegységenként elvont energiát, vagyis a hozzájuk rendelhető teljesítményt fogjuk becsülni.

I. Az eső nyomóereje

Ha Δt ideig függőleges v_{cs} sebességgel csapódnak a B felületű autóra az esőcseppek, akkor az eső által az autónak átadott impulzus függőlegesen lefelé irányuló komponense könnyen megbecsülhető. Az esők ütközése jó közelítéssel rugalmatlannak tekinthető, vagyis:

$$\Delta I = \rho \frac{4\pi}{3} \frac{d^3}{8} n B v_{cs} \Delta t v_{cs}. \tag{1}$$

A differenciális impulzusmegváltozás és a kifejtett erő kapcsolata természetesen $\Delta I = F \Delta t$, így az eső által az autóra kifejtett F_n nyomóerő:

$$F_n = \rho \frac{4\pi}{3} \frac{d^3}{8} n B v_{cs}^2 = 9,16N. \tag{2}$$

Így a gördülési ellenállás megnövekedése:

$$F_g = \mu_g F_n \approx 0.1N,$$

így az autó által kifejtendő többlet-teljesítmény, amit ennek az effektusnak tulajdoníthatunk:

$$P = F_g v \approx 0.1v, \tag{3}$$

ahol a teljesítmény Wattban van megadva, ha v a sebesség m/s egységben megadott értéke. Gyakorlati esetekben ez nem fog néhány Wattnál nagyobb többletterhelést jelenteni.

II. Az eső közegellenállása

Az autó Δt idő alatt hozzávetőlegesen

$$\Delta V = A v \Delta t$$

térfogatot súrol. Ebben

$$\Delta N = n \Delta V = n A v \Delta t$$

darab esőcsepp van. Az ebben lévő esőcseppekkel az autó jó közelítéssel rugalmatlanul ütközik, azokat a saját v sebességére gyorsítja fel. Így az autó többlet-munkavégzése:

$$\Delta W = \rho \Delta N V_{csepp} \frac{v^2}{2} = \rho n A v \Delta t \frac{4\pi}{3} \frac{d^3}{8} \frac{v^2}{2}. \tag{4}$$

Az a többlet-teljesítmény amit ezen jelenségnek tulajdoníthatunk:

$$P = \rho n A \frac{\pi}{12} d^3 v^3 \approx 0.014 v^3. \tag{5}$$

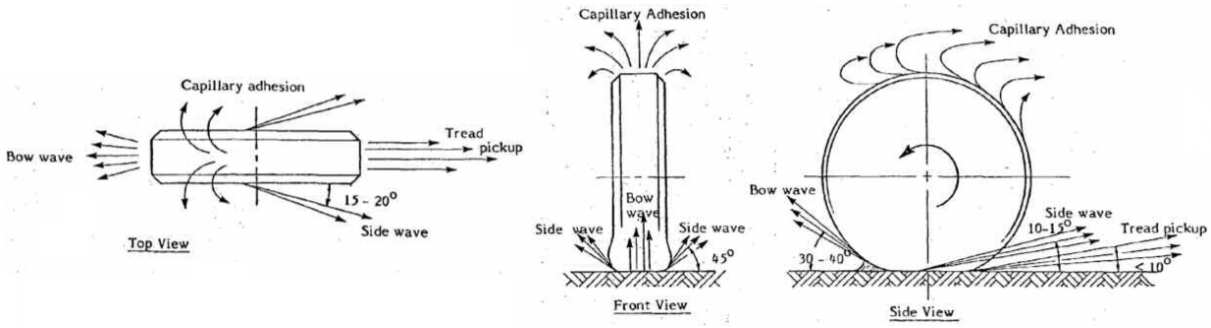
ahol a formula az előző fejetben lévővel azonos módon értelmezendő. Gyakorlati esetekben ez egy $100W$ nagyságrendbe eső többletteljesítményt jelent.

III. A fröcskölő víz visszahatása

A nedves úton legyen h vastagságú vízréteg. Ahogyan az autó halad az úton, a folyadékréteg és a kerékgumi bonyolult kölcsönhatásba lép egymással:
-A víz egy része a gumi futófelületéhez tapad, és később, a centrifugális erő miatt válik le róla. (Kapilláris adhézió)
-Más része a futófelületről nem a centrifugális erő miatt válik le, hanem a kerék szinte azonnal hátraveti. (Felületi felkapás)

-Az a vízfölösleg, melynek nincs kapacitása a gumi futófelületéhez csatlakozni, előre vagy oldalirányba lesznek kényszerítve. (Orrhullám, Oldalhullám)

A részletek bonyolult módon függenek a sebességtől, a vízréteg vastagságától, a gumi belső nyomásától, mintázatától...stb. Mindazonáltal a keréktől elszakadó vízrészecskék többségére első közelítésben az írható, hogy v nagyságú sebessége lesz.



1. ábra. A kerekek által okozott fröcskölés sematikus ábrázolása, az egyes részfolyamatok esetén a vízrészecskék trajektóriáján keresztül. Vetületek rendre felülről, szemből, és oldalról. [5]

Mivel célunk csak becslés, kövessük a következő gondolatmenetet: A kocsi által egységnyi idő alatt megzavart folyadéktömeget úgy tekintjük, mintha azonnal v tömegre tenne szert. Ezt a folyadékmennyiséget úgy becsüljük, hogy azonosnak tekintjük az autó két kerekének útjában lévő összes folyadékkal.

Ha a kerekek l széles nyomot hagynak, és az úton h vastagságú vízréteg van, akkor infinitezimális idő alatt az autó $v\Delta t$ hosszú, $2l$ szélességű, és h magasságú térfogatban lévő vizet fog v sebességre gyorsítani.

$$\Delta E = 2lhv\Delta t\rho\frac{v^2}{2} \tag{6}$$

Realisztikus értékekként legyen $l \approx 10cm$, $h \approx 0.5mm$. Ekkor a jelenséghez rendelhető teljesítmény:

$$P = lh\rho v^3 \approx 0.05v^3, \tag{7}$$

mely a korábbiak mintájára értelmezett. Gyakorlati esetekben $\approx 500W$ teljesítmény-többletet adhat.

IV. Gördülési ellenállás vizes úton

Nedves utakon a gördülési ellenállás bonyolult módon függ a vízréteg vastagságától, a sebességtől, és a gumi pontos szerkezetétől is. $0.5mm$ vastag vízréteget, és $80km/h$ sebességet feltételezve $\mu_g = 0.014$, vagyis 40%-al nagyobb lehet! [6]

Megjegyezzük, hogy a gördülési ellenállás növekedése többek között termikus hatásoknak (a gumi lehűlésének) köszönhető, tehát a gördülési ellenállás megváltozása jó közelítéssel függetlennek tekinthető az előzőleg tárgyalt jelenségektől.

A [6]-ban található adatok alapján elfogadhatónak tűnik lineáris függvénnyel közelíteni μ_g sebességfüggését:

$$\mu_g = 0.01 + 0.001\frac{v}{20km/h}$$

az út nedvességéhez közvetlenül rendelhető többletteljesítmény

$$P = mg\Delta\mu_g v = 2.7v^2, \tag{8}$$

amely formula az korábbi hasonlóakkal azonosan értelmezendő. Gyakorlati esetekben $1500W$ többletteljesítményt jelenthet.

Az esőnek tulajdonítható extra fékezőerő

A fentiekben figyelembe vett jelenségek együttesen

$$P_{es} = 0.1v + 2.7v^2 + 0.064v^3$$

többlet-teljesítményt tesznek szükségessé (természetesen itt sem jeleztük az együtthatók erő-dimenzióját). Ekvivalensen a jelenséghez rendelhetünk egy:

$$F_{es} = 0.1N + 2.7\left(\frac{s}{m}\right)vN + 0.064\left(\frac{s^2}{m^2}\right)v^2N \tag{9}$$

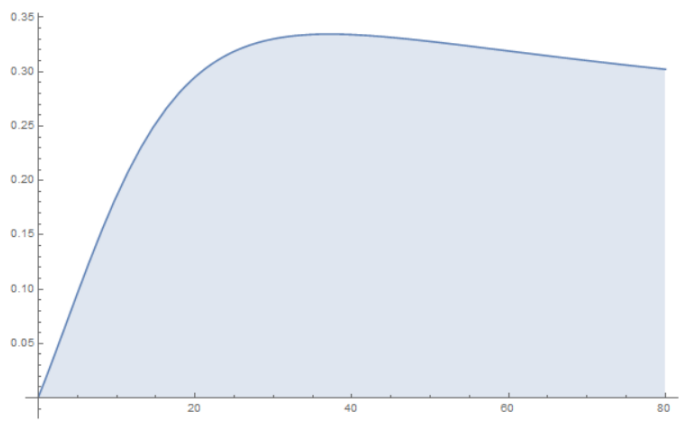
nagyságú fékezőerőt is.

Nagyságrendek összehasonlítása

Ha esőmentes környezetben haladó autó esetén csak a közegellenállás (a közegellenállási tényezőt 0.25-nek feltételeztük, Toyota Prius adatai alapján) és a gördülési ellenállás fékezi, akkor az állandó sebességű haladáshoz

$$F_0 \approx \mu_g mg + \frac{\rho_{lev}v^2A}{8} = 150N + 0.3\left(\frac{s^2}{m^2}\right)v^2N$$

Az egyszerű modellünk alapján, kis sebességek esetén az eső hatása elhanyagolhatóan kis mértékben akadályozza az autó haladását, míg nagy sebességek limeszében mintegy 20%-al növeli a közegellenállást. Gyakorlatban még előforduló nagy sebességek ($130km/h$) esetén azonban F_{es}/F_0 arány elérheti az 1/3-at is.



2. ábra. F_{es}/F_0, mint v függvénye.

Hivatkozások:

[1] https://hypertextbook.com/facts/2001/IgorVolynets.shtml
[2] https://www.britannica.com/science/rain
[3] https://www.dmcinfo.com/latest-thinking/blog/id/206/geek-challenge-rain-drop-density
[4] https://en.wikipedia.org/wiki/Rolling_resistance
[5] G. Flintsch, H. Viner, F. Coyle, K. Nesnas, D. Hargreaves, T. Parry: Development of a Prediction Model for Splash and Spray
[6] Jerzy Ejsmont, Leif Sjögren, Beata Świeczko-Żurek, Grzegorz Ronowski: Influence of Road Wetness on Tire-Pavement Rolling Resistance