Vejledende eksamensopgaver 2012
25. maj delprøve 2
David J. Anders J. Mark K. & Saeid J.

Matematik A-niveau STX
25. maj 2012

Opgave 7 Tabellen viser prisen i danske kroner på en pakke cigaretter i en række lande i juli 2007.

Land	PL	CZ	A	I	NL	DK	FIN	B	D	F	S	IRL	GB	N	GL
Pris	16	19	28	31	31	32	32	34	35	38	38	53	60	61	66

a) Bestem kvartilsættet for cigaretpriserne, og tegn et boksplot for fordelingen.

Opgave 7 - Statistik

restart
with(*Gym*) :

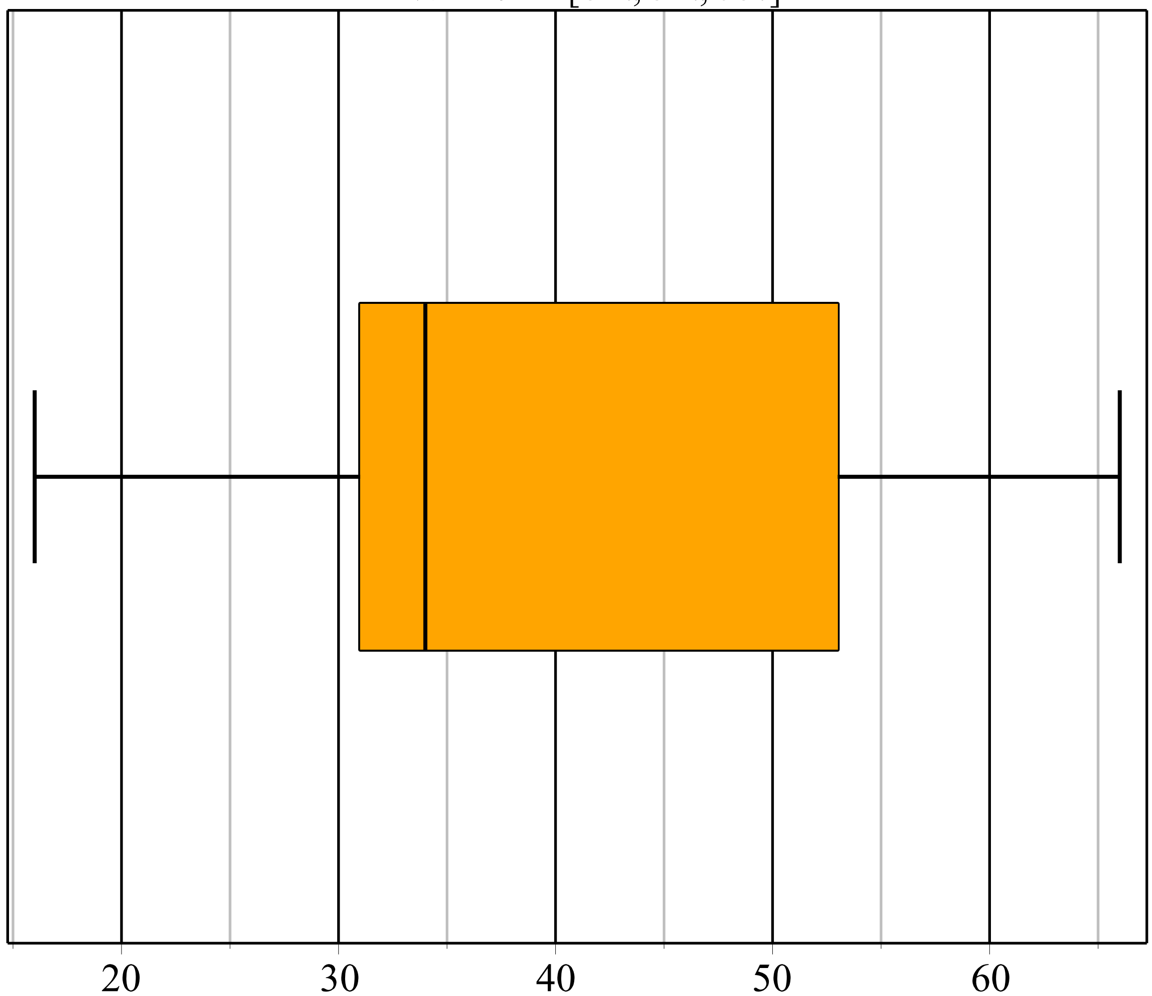
Delopgave a)

obs := [16, 19, 28, 31, 31, 32, 32, 34, 35, 38, 38, 53, 60, 61, 66]

[16, 19, 28, 31, 31, 32, 32, 34, 35, 38, 38, 53, 60, 61, 66] **(35.1.1)**

boksplot(*obs*)

Kvartiler = [31., 34., 53.]



Her blev oplysningerne aflæst og sat ind som obs. Efterfølgende blev boksplot komandoen brugt og her fik vi en tegning samt kvartilsættet bestemt.

Opgave 8 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = (x^3 - 8) \cdot \ln x, \quad x > 0.$$

a) Løs ligningen $f(x) = 0$.

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.

Opgave 8 - Differentialregning

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a)

$f(x) := (x^3 - 8) \cdot \ln(x)$

$$x \rightarrow (x^3 - 8)\ \ln(x) \qquad \textbf{(36.1.1)}$$

$f(x) = 0$

$$(x^3 - 8)\ \ln(x) = 0 \qquad \textbf{(36.1.2)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 1], [x = 2], [x = -1 - I\sqrt{3}], [x = -1 + I\sqrt{3}]] \qquad \textbf{(36.1.3)}$$

Her tages de reelle rødder.

Delopgave b)

Vi bestemmer tangentligningen.

restart

$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0) :$

Vi har punktet $P(1, f(1))$

$f(1)$

$$0 \qquad \textbf{(36.2.1)}$$

$f'(1)$

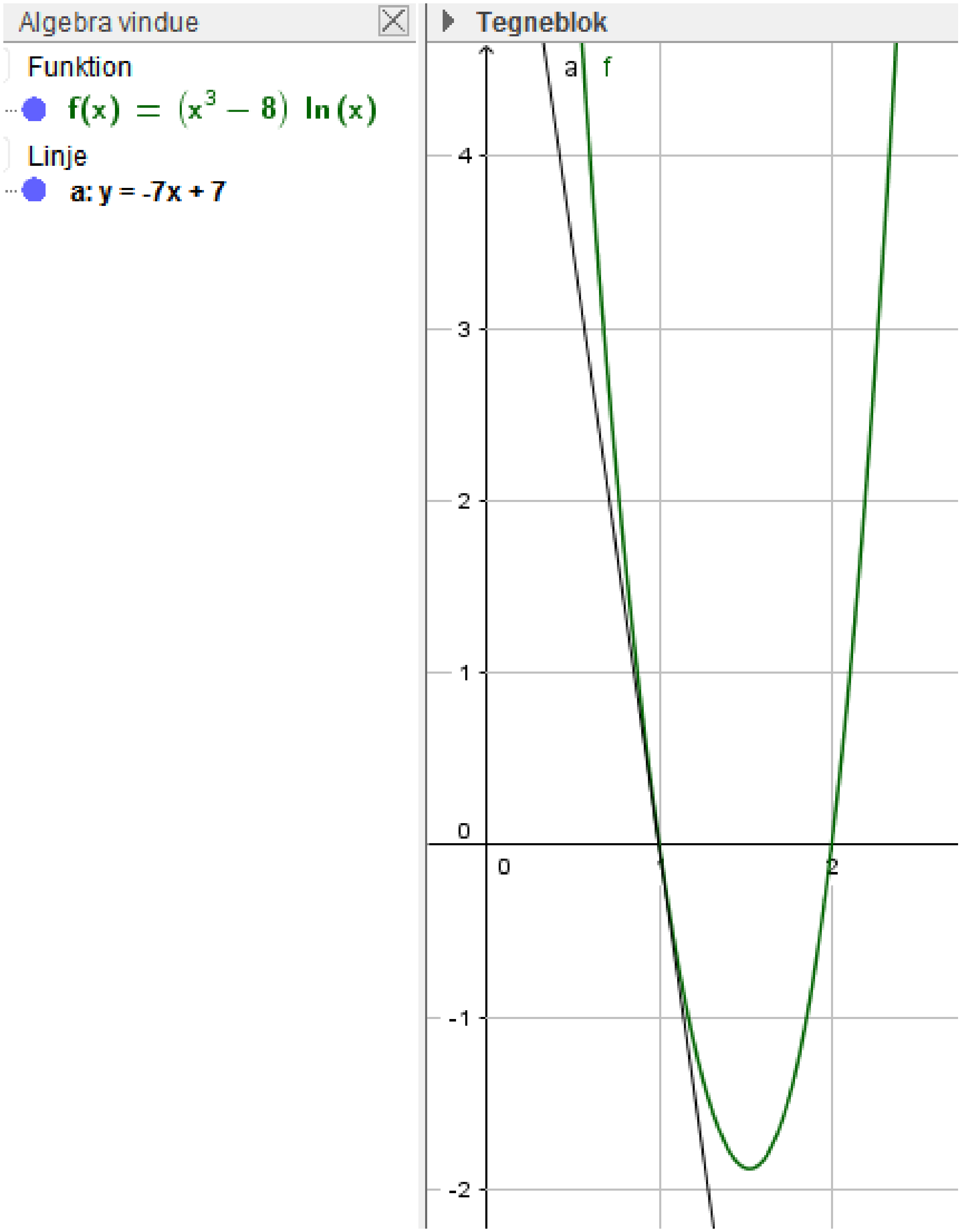
$$-7 \qquad \textbf{(36.2.2)}$$

$y = f'(1) \cdot (x - 1) + f(1)$

$$y = -7\,x + 7 \qquad \textbf{(36.2.3)}$$

Det er tangentligningen.

I GeoGebra vises det grafisk.


Algebra vindue
Funktion
f(x) = (x³ − 8) ln(x)
Linje
a: y = -7x + 7
Tegneblok
a
f
4
3
2
1
0
-1
-2
0
2

Opgave 9 Tabellen viser antallet af Facebook-brugere i hele verden for en række år i perioden $2004-2010$.

Årstal	2004	2005	2006	2009	2010
Antal brugere (mio.)	1	5,5	12	350	600

I en model antages det, at udviklingen i antallet af Facebook-brugere i verden kan beskrives ved en funktion af typen

$$f(t) = b \cdot a^t ,$$

hvor $f(t)$ betegner antallet af Facebook-brugere i verden (målt i mio.) t år efter 2004.

a) Benyt tabellens data til at bestemme tallene a og b.

b) Bestem fordoblingstiden.

c) Benyt modellen til at beregne antallet af Facebook-brugere i 2008, og gør rede for, hvad tallet a fortæller om udviklingen i antallet af Facebook-brugere.

Opgave 9 - Eksponentielle funktioner

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a)

Vi laver regression

$x := [0, 1, 2, 5, 6]$

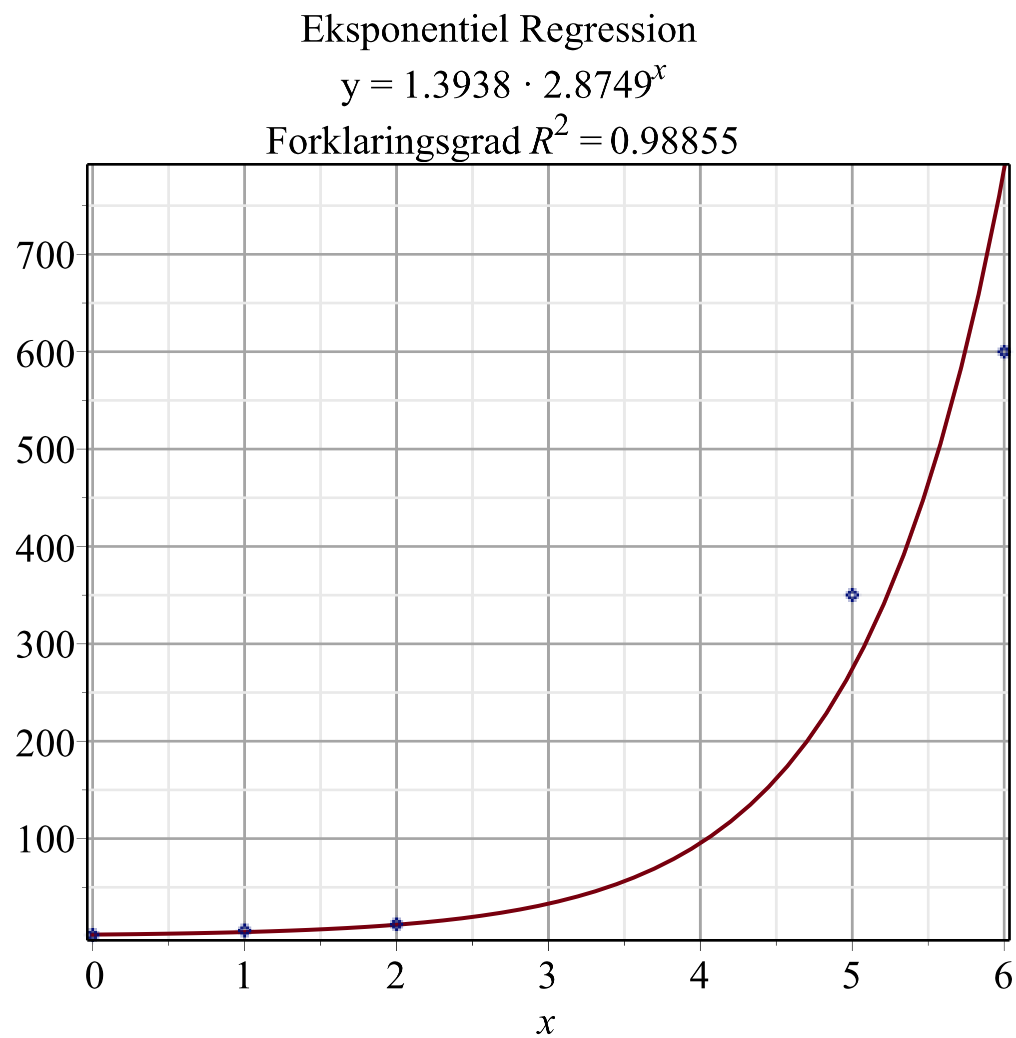
$$[0, 1, 2, 5, 6] \quad \textbf{(37.1.1)}$$

$y := [1, 5.5, 12, 350, 600]$

$$[1, 5.5, 12, 350, 600] \quad \textbf{(37.1.2)}$$

Da det er en eksponentiel funktion $f(x) = b \cdot a^x$

ExpReg(x, y)



Vi fik derfor bestemt tallene a og b.

$f(t) := 1.3938 \cdot 2.8749^t$

$$t \to 1.3938\ 2.8749^t \tag{37.1.3}$$

Delopgave b)

Vi bestemmer fordoblingstiden ved følgende:

$T_2 = \dfrac{\log_{10}(2)}{\log_{10}(2.8749)}$

$$T_2 = \frac{2.180441366 \ln(2)}{\ln(10)} \tag{37.2.1}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$T_2 = 0.65637 \tag{37.2.2}$$

Som er fordoblingstiden. Dvs. efter 0.66 år er antallet af facebook brugere fordoblet.

Delopgave c)

$f(4)$

$$95.21194382 \quad (37.3.1)$$

I år 2008 var antallet af facebook brugere på 95.2 mio.

Vi skal nu forklare *a*, men i eksponentielle funktioner regner vi *a* i procent.

$2.8749 = 1 + r$

$$2.8749 = 1 + r \quad (37.3.2)$$

$\xrightarrow{\text{solve for r}}$

$$[[r = 1.874900000]] \quad (37.3.3)$$

Tallet ganges med 100.

$1.8749 \cdot 100$

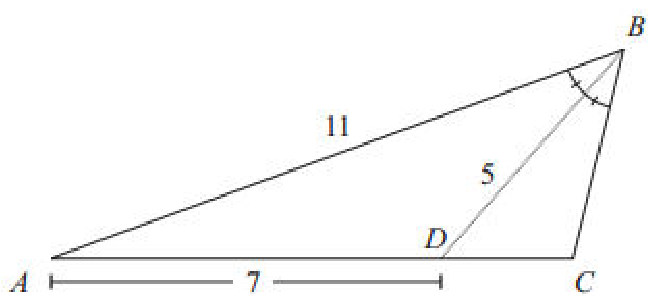
$$187.4900 \quad (37.3.4)$$

Tallet *a* fortæller, at antallet af facebookbrugere vokser med 187.49 % pr. år.

Opgave 10 I trekant *ABC* er punktet *D* skæringspunktet mellem vinkelhalveringslinjen for vinkel *B* og siden *AC*.

a) Bestem $\angle B$ i trekant *ABD*.

b) Bestem $\angle A$ i trekant *ABC*, og bestem $|AC|$.



Opgave 10 - Trigonometri

restart
with(Gym) :

Delopgave a)

Vi bestemmer vinkel B.

$trekantsolve(b = 7, a = 5, c = 11)$

$$\{A = 19.68505482, B = 28.13752657, C = 132.1774186\} \quad (38.1.1)$$

Her skal man forstille sig, at vinkel C er vinkel D, idet Maple ikke kan regne med andre bostaver end a,b og c.

Så vinkel B blev bestemt til 28.137^o.

Delopgave b)

Vinkel A blev bestemt før, dvs. $A = 19.68$. Vi kan beregne AC ved at tage 180^o fra vinkel D.
$180 - 132.177$

$$47.823 \tag{38.2.1}$$

Som er den vinkel D i trekanten DBC. Vi bestemmer vinkel C idet vinkel B er den samme som den anden trekant. Dvs.
$180 - 47.823 - 28.137$

$$104.040 \tag{38.2.2}$$

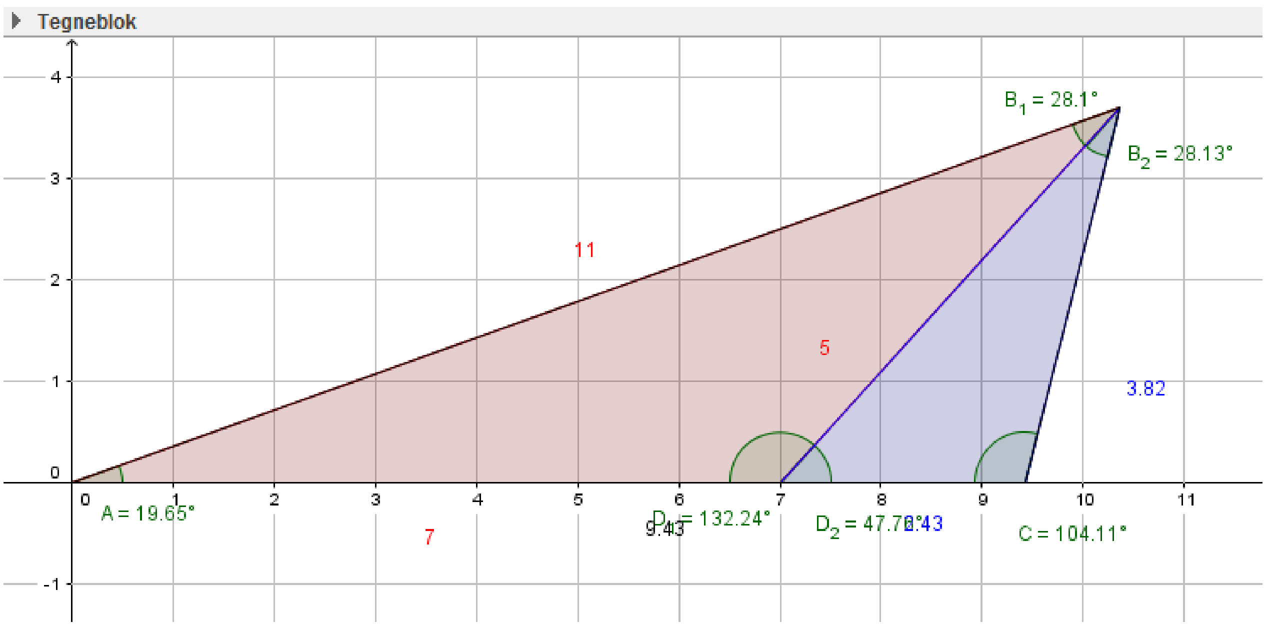
Dette er vinkel C. Vi kan nu finde |AC|.

$\mathit{trekantsolve}(A = 19.68,\ C = 104.040,\ c = 11)$

$$\{B = 56.27999991,\ a = 3.818504365,\ b = 9.431103487\} \tag{38.2.3}$$

Så |AC| blev bestemt til 9.4311 ca.

I GeoGebra kan dette visualiseres.



Opgave 11 En cirkel er givet ved ligningen

$$(x-2)^2+(y+1)^2=100\,,$$

og en linje l er givet ved ligningen

$$3x+4y-7=0.$$

a) Bestem afstanden fra cirklens centrum til linjen l.

Linjen m går gennem cirklens centrum og er vinkelret på l.

b) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem linjen m og cirklen.

Opgave 11 - Analytisk plangeometri

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a)

Vi definerer ligningen.

$C := (x-2)^2+(y+1)^2=100$

$$(x-2)^2+(y+1)^2=100 \tag{39.1.1}$$

Koordinatsættet er
$(2,-1)$ hvor $r=10^2$.

$l := 3\,x+4\,y-7=0$

$$3\,x+4\,y-7=0 \tag{39.1.2}$$

$dist(C,l) = \dfrac{|3\cdot 2+4\cdot(-1)-7|}{\sqrt{3^2+4^2}}$

$$dist(C,l)=1 \tag{39.1.3}$$

Som er afstanden fra cirklens centrum til linjen.

Delopgave b)

Vi bestemmer den ortogonale linje på linjen l, som kaldes m.

Vi omskriver derfor linjen til en parameterfremstilling med linjens koordinater som retningsvektor samt cirklens koordinater som en normalvektor.

$m := \langle x, y\rangle = \langle 2\,,-1\rangle + t\cdot\langle 3, 4\rangle$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+3\,t \\ -1+4\,t \end{bmatrix} \tag{39.2.1}$$

Ved indsættelse af parameterfremstillingen i cirklens ligning fås t, som vi kan bruge til at finde koordinaterne.

$$((2+3\,t)-2)^2+((-1+4\,t)+1)^2=100$$

$$25\,t^2=100$$

$$\xrightarrow{\text{solve for t}}$$

$$[[t=2],[t=-2]] \tag{39.2.3}$$

Vi indsætter t i parameterfremstillingen.

$$\langle x, y\rangle = \langle 2, -1\rangle + 2\cdot\langle 3, 4\rangle$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix} \tag{39.2.4}$$

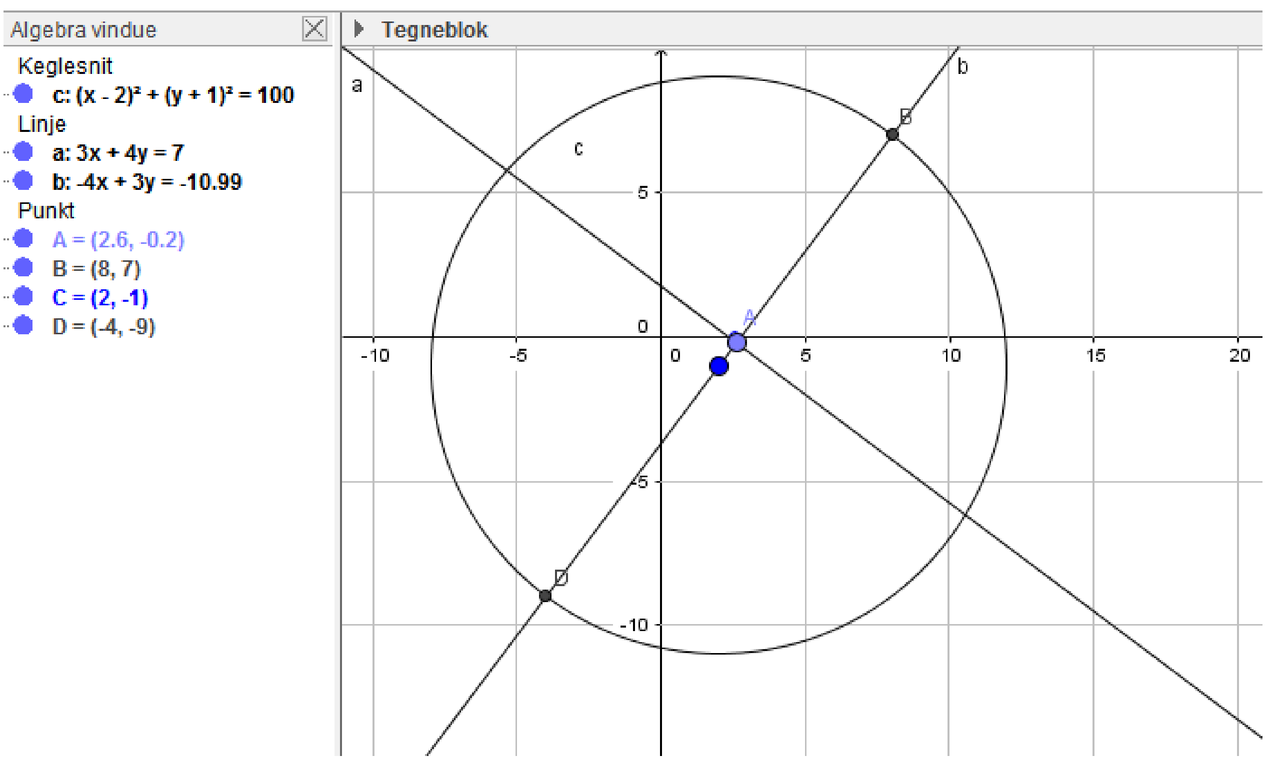
$$\langle x, y\rangle = \langle 2, -1\rangle + (-2)\cdot\langle 3, 4\rangle$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -9 \end{bmatrix} \tag{39.2.5}$$

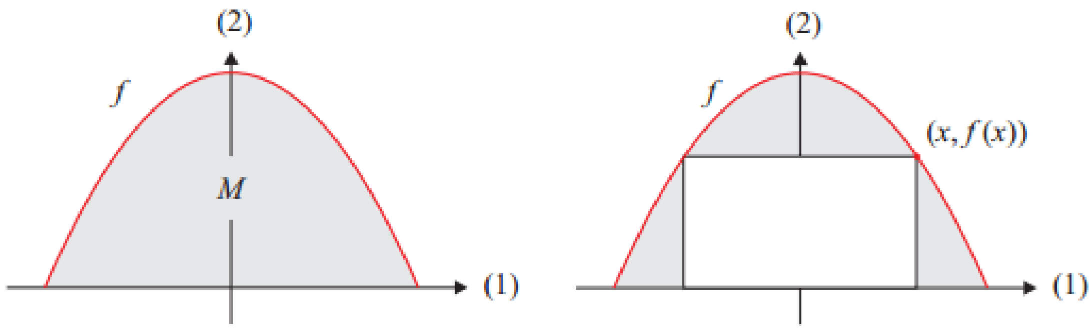
Dvs. koordinaterne til skæringspunkterne er følgende:

$x=8, y=7$ og $x=-4, y=-9$

Vi kan se det i GeoGebra:



Opgave 12



Figur 1 Figur 2

En funktion f er givet ved

$$f(x) = 4 - \frac{x^2}{4}.$$

Grafen for f og førsteaksen afgrænser i første og anden kvadrant en punktmængde M, der har et areal (se figur 1).

a) Bestem arealet af M.

Fra punktmængden M er der udskåret et rektangel (se figur 2).

b) Bestem arealet af det skraverede område på figur 2 udtrykt ved x.

Opgave 12 - Integralregning

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a)

Vi definerer funktionen.

$$f(x) := 4 - \frac{x^2}{4}$$

$$x \rightarrow 4 - \frac{1}{4}x^2 \tag{40.1.1}$$

Vi regner for x og finder grænsepunkterne.

$$f(x) = 0$$

$$4 - \frac{1}{4}x^2 = 0 \tag{40.1.2}$$

$$\xrightarrow{\text{solve for x}}$$

$$[[x = -4], [x = 4]] \tag{40.1.3}$$

Den differentieres og så vil vi regne *M.*

$f'(x)$

$$-\frac{1}{2}\,x \tag{40.1.4}$$

Dette er den afledte. Vi bestemmer arealet af *M.* Grænseværdierne indsættes.

$M=\int_{-4}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$

$$M=\frac{64}{3} \tag{40.1.5}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

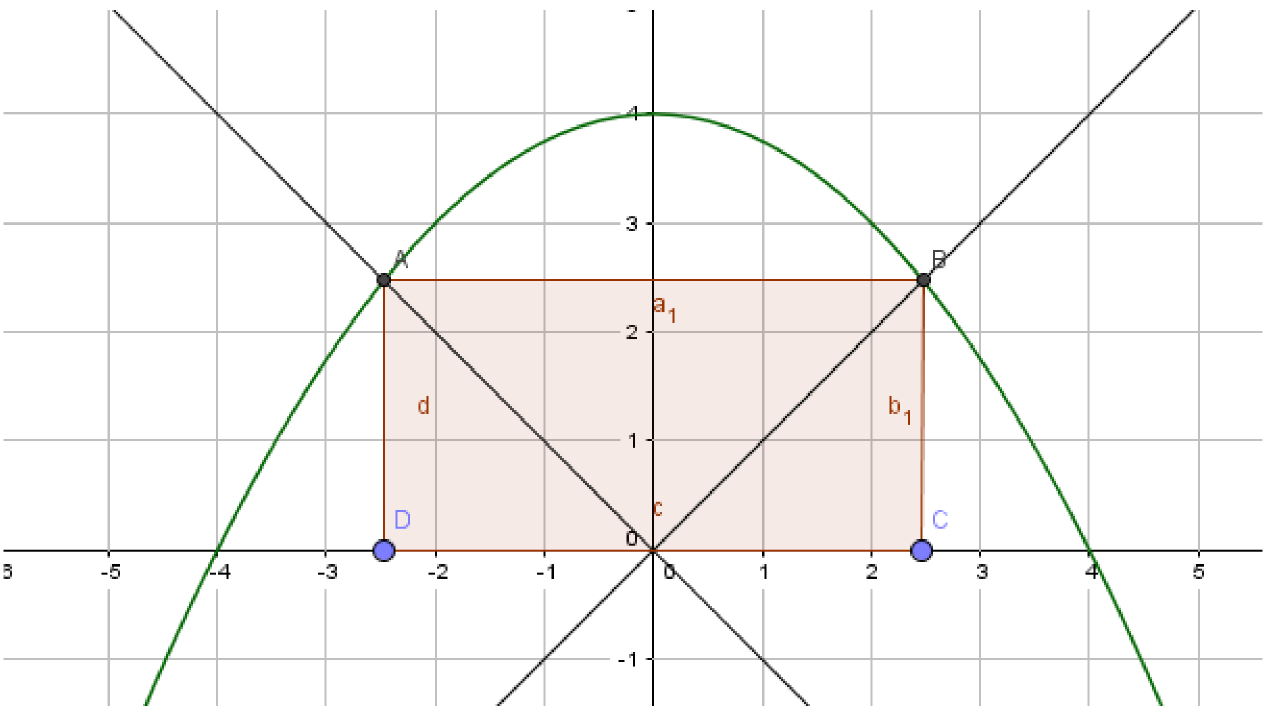
$$M=21.333 \tag{40.1.6}$$

Dette er arealet.

Delopgave b)

Vi skal argumenterer for en kasse i funktionen. Arealet af M var 21.333 ca. Men det trækker vi fra selve kassen. Hvis man indsætter x, fås en lineær linje. Dem skal vi bruge to af.

Derfor $2\,x \cdot f(x)$. Dette vises i GeoGebra.



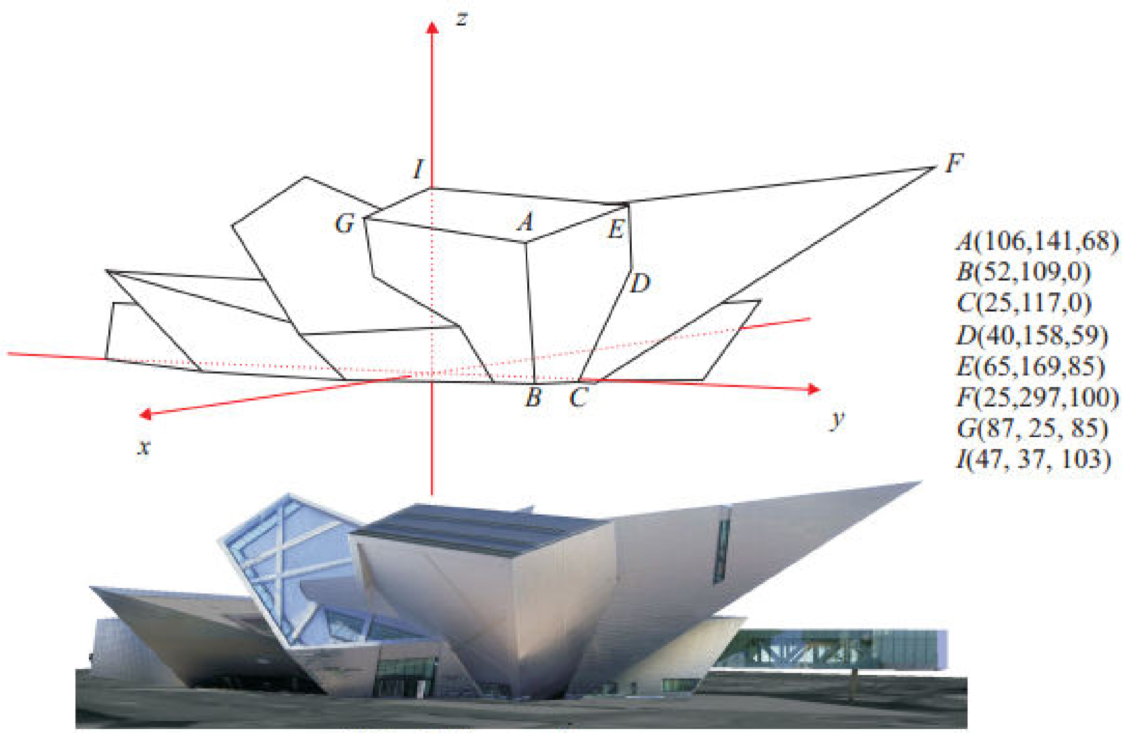
Vi indsætter det i integralet.

$\int_{-4}^{4} (\mathrm{f}(\mathrm{x}))\,\mathrm{d}x - 2\,x \cdot f(x)$

$$\frac{64}{3} - 2\,x\left(4 - \frac{1}{4}\,x^2\right) \tag{40.2.1}$$

Så det må altså være arealet af M.

Opgave 13



Kilde: sketchup.google.com

Figuren viser en model af Denver Museum indtegnet i et koordinatsystem. Alle enheder er i feet.

a) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne A, B og C.

Det oplyses, at planen β, der indeholder punkterne C, D og F, har ligningen

$$326x + 75y - 135z = 16925.$$

b) Bestem vinklen mellem α og β.

c) Undersøg, om $\overrightarrow{AE}$ er parallel med $\overrightarrow{GI}$, og bestem arealet af tagfladen $AEIG$.

Opgave 13 - Analytisk rumgeometri

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a)

Delopgave A
Her arbejder vi med rumgeometri.

Vi definerer A, B og C.

$\vec{A} := \langle 106, 141, 68 \rangle$

$$\begin{bmatrix} 106 \\ 141 \\ 68 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.1.1)}$$

$\vec{B} := \langle 52, 109, 0 \rangle$

$$\begin{bmatrix} 52 \\ 109 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.1.2)}$$

$\vec{C} := \langle 25, 117, 0 \rangle$

$$\begin{bmatrix} 25 \\ 117 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.1.3)}$$

$\vec{B} - \vec{A}$

$$\begin{bmatrix} -54 \\ -32 \\ -68 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.1.4)}$$

$\vec{C} - \vec{A}$

$$\begin{bmatrix} -81 \\ -24 \\ -68 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.1.5)}$$

Vi laver krydsprodukt af tallene. Men først defineres $\overrightarrow{AB}$ *og* $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AB} := \begin{bmatrix} -54 \\ -32 \\ -68 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -54 \\ -32 \\ -68 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.1.6)}$$

$\overrightarrow{AC} := \begin{bmatrix} -81 \\ -24 \\ -68 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -81 \\ -24 \\ -68 \end{bmatrix} \quad (41.1.7)$$

$linalg[crossprod](\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

$$\begin{bmatrix} 544 & 1836 & -1296 \end{bmatrix} \quad (41.1.8)$$

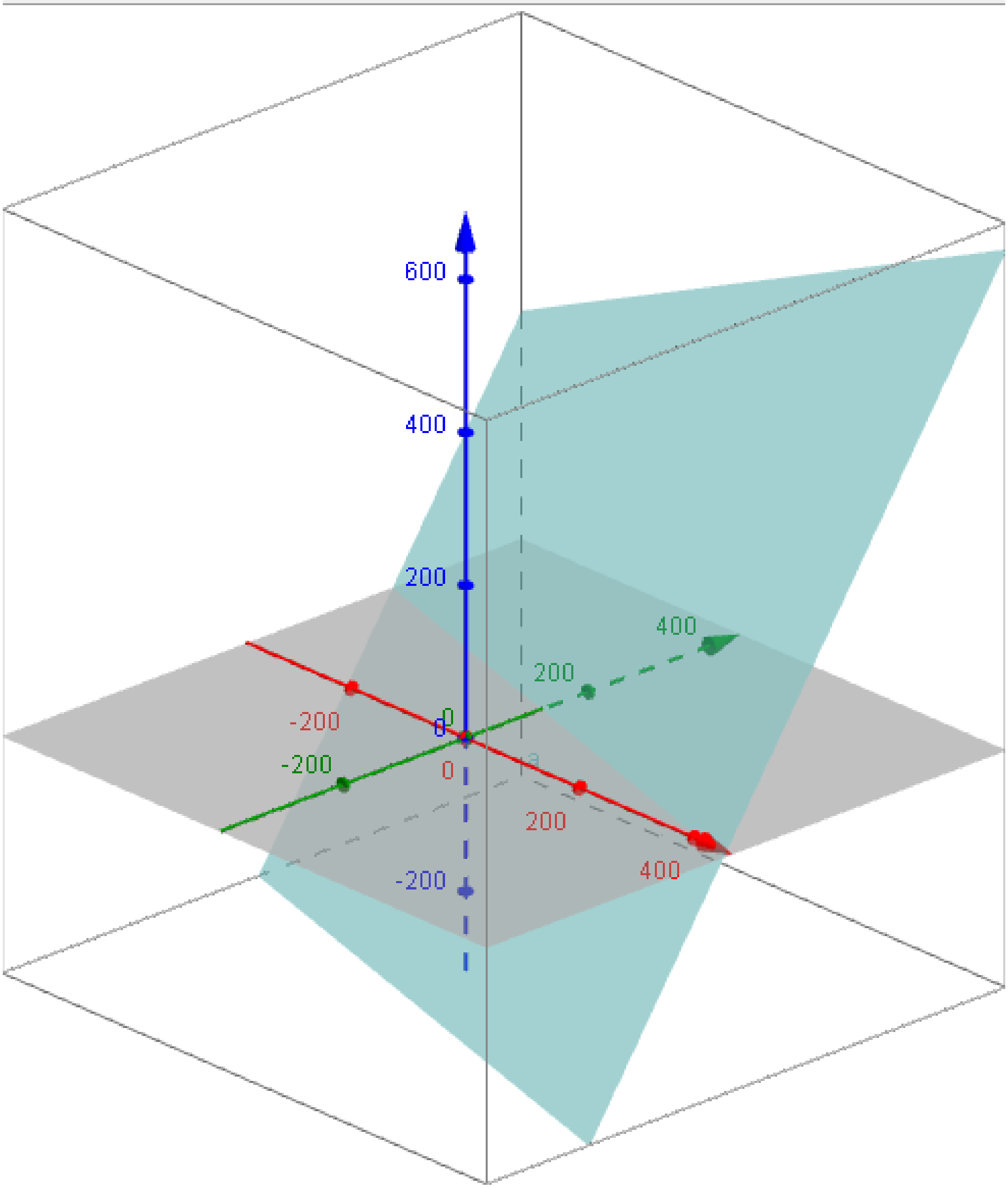
Dette indsættes i planens ligning og vi vælger et punkt.

$\alpha := 544(x - 106) + 1836(y - 141) - 1296(z - 68) = 0$

$$544\, x - 228412 + 1836\, y - 1296\, z = 0 \quad (41.1.9)$$

Som er planens ligning, som indeholder $\vec{A}$, $\vec{B}$ og $\vec{C}$. Vi viser det i GeoGebra.

3D Grafik



Delopgave b)

Planen $\beta := 326\,x + 75\,y - 135\,z = 16925$

$$326\,x + 75\,y - 135\,z = 16925 \tag{41.2.1}$$

Vi bruger formlen:

$$cosv = \frac{\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta}{\left|\vec{n}_\alpha\right| \cdot \left|\vec{n}_\beta\right|}.$$

Vi indsætter tallene fra planerne α pg β's ligning.

$$cosv = \frac{544 \cdot 326 + 1836 \cdot 75 + (-1296 \cdot (-135))}{\sqrt{544^2 + 1836^2 + (-1296)^2} \cdot \sqrt{326^2 + 75^2 + (-135)^2}}$$

$$cosv = \frac{122501}{43481993278} \sqrt{334153} \sqrt{130126} \qquad \textbf{(41.2.2)}$$

$$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$$

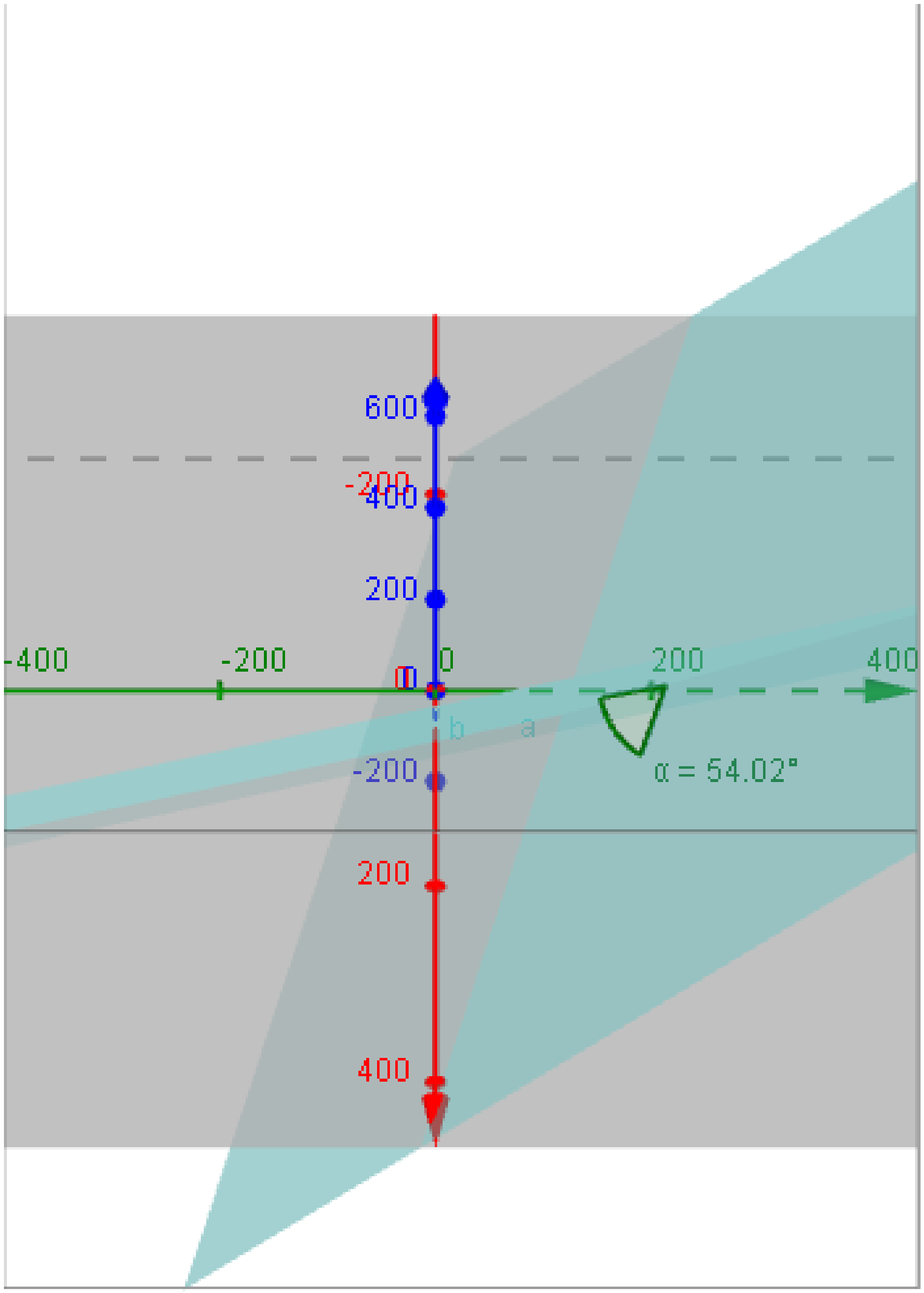
$$cosv = 0.58749 \qquad \textbf{(41.2.3)}$$

Dette regnes i web2.0calc.

$v = 54.020$

$$v = 54.020 \qquad \textbf{(41.2.4)}$$

Som er vinklen mellem planerne α og β. Vi viser det i GeoGebra.



Delopgave c)

Vi definerer $\vec{E}$, $\vec{G}$ og $\vec{I}$. $\vec{A}$ blev defineret tidligere.

$\vec{E} := \langle 65, 169, 85 \rangle$

$$\begin{bmatrix} 65 \\ 169 \\ 85 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.1)}$$

$\vec{G} := \langle 87, 25, 85 \rangle$

$$\begin{bmatrix} 87 \\ 25 \\ 85 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.2)}$$

$\vec{I} := \langle 47, 37, 103 \rangle$

$$\begin{bmatrix} 47 \\ 37 \\ 103 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.3)}$$

$\vec{E} - \vec{A}$

$$\begin{bmatrix} -41 \\ 28 \\ 17 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.4)}$$

$\vec{I} - \vec{G}$

$$\begin{bmatrix} -40 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.5)}$$

Vi definerer $\overrightarrow{AE}$ og $\overrightarrow{GI}$

$\overrightarrow{AE} := \begin{bmatrix} -41 \\ 28 \\ 17 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -41 \\ 28 \\ 17 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.6)}$$

$\overrightarrow{IG} := \begin{bmatrix} -40 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -40 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.7)}$$

$linalg[crossprod](\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{IG})$

$$\begin{bmatrix} 300 & 58 & 628 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.8)}$$

De giver ikke nulvektoren, dvs. de ikke er parallelle.

Vi bestemmer arealet af tagfladen. AEGI, me først defineres to andre vektorer, så to trekanter kan laves, da vi så før, at vektorerne ikke er parallelle.

$\overrightarrow{AI} := \langle 47, 37, 103\rangle - \langle 106, 141, 68\rangle$

$$\begin{bmatrix} -59 \\ -104 \\ 35 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.9)}$$

Tilsvarende for

$\overrightarrow{GA} := \langle 106, 141, 68\rangle - \langle 87, 25, 85\rangle$

$$\begin{bmatrix} 19 \\ 116 \\ -17 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.10)}$$

$linalg[crossprod](\overrightarrow{IG}, \overrightarrow{GA})$

$$\begin{bmatrix} -2292 & -338 & -4868 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.11)}$$

Vi bruger formlen: $T = \frac{1}{2}\left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$,

Vi starter med AGI

$T = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-2292)^2 + (-338)^2 + (-4868)^2}$

$$T = \sqrt{7266233}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$T = 2695.6 \quad \textbf{(41.3.13)}$$

Nu AEI

$linalg[crossprod](\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AE})$

$$\begin{bmatrix} -2748 & -432 & -5916 \end{bmatrix} \quad \textbf{(41.3.14)}$$

$T = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-2748)^2 + (-432)^2 + (-5916)^2}$

$$T = 6\sqrt{296786} \quad \textbf{(41.3.15)}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$T = 3268.7 \quad \textbf{(41.3.16)}$$

Arealet af tagfladen AEIG er $2695.6 + 3268.7$

$$5964.3 \quad \textbf{(41.3.17)}$$

Som er i feet.

Opgave 14 I en model kan udviklingen i et barns højde de første 48 måneder beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dh}{dt} = 5{,}24 - 0{,}045 \cdot h, \quad 0 \le t \le 48$$

hvor t er barnets alder (målt i måneder), og h er barnets højde (målt i cm). I modellen er et barn 50 cm højt ved fødslen.

a) Benyt modellen til at bestemme væksthastigheden, når barnet er 100 cm højt.

b) Bestem en forskrift for h, og benyt denne til at bestemme barnets alder, når det er 100 cm højt.

Opgave 14 - Differentialligning

restart
with(Gym) :

Delopgave a)

Differentialligninger.

Vi løser ligningen

$dsolve([h(0) = 50, h'(t) = 5.24 - 0.045 \cdot h(t)])$

$$h(t) = \frac{1048}{9} - \frac{598}{9} \mathrm{e}^{-\frac{9}{200} t} \quad \textbf{(42.1.1)}$$

$5.24 - 0.045 \cdot 100$

$$0.740 \quad \textbf{(42.1.2)}$$

Dvs. når barnet er 100cm højt, vokser det ca. 0.74 cm pr. måned.

Delopgave b)

$$\frac{1048}{9} - \frac{598}{9}\,\mathrm{e}^{-\frac{9}{200}t} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} 116.44 - 66.444\,\mathrm{e}^{-0.045000\,t}$$

$$h(t) := 116.44 - 66.444\cdot \mathrm{e}^{-0.045000\,t}$$

$$t \rightarrow 116.44 + (-1)\cdot 66.444\,\mathrm{e}^{(-1)\cdot 0.045000\,t} \tag{42.2.1}$$

Hvor t er barnets alder (målt i måneder), og h er barnets højde (målt i cm).

Vi skal bestemme et barns alder efter barnet er vokset 100 cm. Vi gør følgende:

$h(t) = 100$

$$116.44 - 66.444\,\mathrm{e}^{-0.045000\,t} = 100 \tag{42.2.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$

$$[[t = 31.03649107]] \tag{42.2.3}$$

Så ved en højde på 100cm, vil barnet være ca. 31 måneder gammelt.

Opgave 15 En funktion f er givet ved

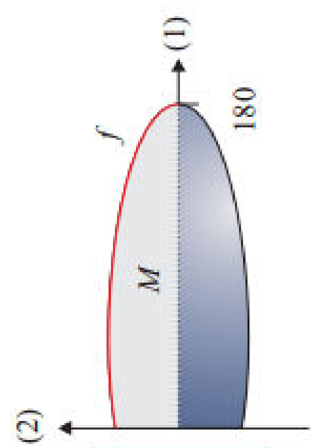
$$f(x) = 19\cdot\frac{\sqrt{-x^2+100x+14400}}{65}, \quad 0 \le x \le 180.$$

Grafen for f afgrænser sammen med koordinatsystemets akser i første kvadrant en punktmængde M. Bemærk, at førsteaksen er lodret på figuren.

Billedet viser en cigarformet bygning. I en model har bygningen form som det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° omkring førsteaksen, og enheden på akserne er meter.

a) Bestem maksimum for f, og benyt dette til at bestemme bredden af bygningen, der hvor den er bredest.

b) Benyt modellen til at bestemme bygningens volumen.



Opgave 15 - Differential & Integralregning

restart
with(*Gym*) :

Delopgave a)

Vi definerer funktionen.

$$f(x) := 19 \cdot \frac{\sqrt{-x^2 + 100\,x + 14400}}{65}$$

$$x \rightarrow \frac{19}{65}\sqrt{-x^2 + 100\,x + 14400} \qquad \textbf{(43.1.1)}$$

Vi differentierer funktionen.

$$f'(x)$$

$$\frac{19}{130}\,\frac{-2\,x + 100}{\sqrt{-x^2 + 100\,x + 14400}} \qquad \textbf{(43.1.2)}$$

Og sætter $f'(x) = 0$.

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{19}{130}\,\frac{-2\,x + 100}{\sqrt{-x^2 + 100\,x + 14400}} = 0 \qquad \textbf{(43.1.3)}$$

$$\xrightarrow{\text{solve for x}}$$

$$[[x = 50]] \qquad \textbf{(43.1.4)}$$

Som er den maksimale værdi for *f*. Vi beregner den maksimale brede.

$$f(50)$$

$$38 \qquad \textbf{(43.1.5)}$$

Dvs. bygningens maksimale brede er 50, og radius er 38. Hvis man regner i diameter, vil det være 76.

Delopgave b)

Vi regner omkredsen.

$$V = \pi \cdot \int_0^{180} f(x)^2 \, dx$$

$$V = \frac{32749920}{169}\,\pi \qquad \textbf{(43.2.1)}$$

$$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$$

$$V = 6.0881\ 10^5 \qquad \textbf{(43.2.2)}$$

Som er rumfanget af bygningen.