در این متن کوشش می‌کنم به کمک کتاب دینامیک جو در عرض میانه معنای تاوایی را تا اندازه‌ای روشن کنم.

تاوایی از ویژگی‌های جنبش‌شناختی شاره‌ها است. منظور از شاره هر ماده‌ای است که روان شود مانند مایعات و گازها. شاره‌ها (*fluid*) همان موادی هستند که در عربی به آن‌ها سیّال گفته می‌شود. شاره‌ها بر خلاف جامدات شکل معینی ندارند. واژه‌ی شاره همان است که در آبشار یا سرشار هم می‌بینید و به معنی روان‌شونده یا چیزی که روان می‌شود است. منظور از ویژگی‌های جنبش‌شناختی، بررسی حرکات ماده است بدون آن که به نیروهای پدیدآورنده‌ی این حرکات توجه کنیم. در این صورت تنها به چگونگی حرکت می‌پردازیم و به نیروهای پدیدآورنده‌ی حرکت توجه نمی‌کنیم. یعنی مثلاً می‌خواهیم بدانیم آیا شاره در مسیری راست‌خط حرکت می‌کند یا در مسیری منحنی؟ آیا شاره جمع‌شونده است مثل وقتی که آب از راه‌آبه‌ی وان حمام تخلیه می‌شود یا باز شونده‌است مانند زمانی که از فواره‌ی میان حوض خانه به بیرون می‌پاشد؟ یا چرخنده است مانند زمانی که در گرداب‌های درون رودخانه در حرکت است؟

اگر به تصاویر ماهواره‌ای پیاپی یا آسمان بالای سرتان نگاه کنید حرکت ابرها به زبان بی زبانی به شما می‌گویند که تندی و جهت جریان هوا پیوسته در تغییر است. به بیان دیگر با تغییر طول جغرافیایی، عرض جغرافیایی، ارتفاع و با گذشت زمان تندی و جهت باد تغییر می‌کند.

اگر طول و عرض و ارتفاع و زمان را با نمادهای x و y و z و t و باد را با نماد w نشان دهیم به زبان ریاضی می‌توان نوشت:

$$W = f(x, y, z, t)$$

این عبارت ریاضی یعنی باد (w) تابعی (f) از زمان (t) و مکان (x,y,z) است. یعنی با تغییر زمان و مکان باد هم تغییر می‌کند؛ گرچه هنوز شکل این تابع (f) یعنی مقدار تغییری که به سبب تغییر زمان و مکان در باد پدید می‌آید برای ما روشن نیست.

برخی از کمیت‌های فیزیکی مانند دما تنها دارای بزرگی هستند. به این کمیت‌ها کمیت نرده‌ای می‌گوییم. دما از این گونه کمیت‌ها است. مثلاً می‌گوییم دما ۲۰ درجه‌ی سلسیوس است. اما برخی از کمیت‌های فیزیکی گذشته از بزرگی دارای جهت هم هستند. باد کمیتی برداری است یعنی گذشته از بزرگی (*magnitude*) دارای جهت (*direction*) هم هست. اگر بگویید باد سه متر بر ثانیه در وزش است تـنـــها تندی (*speed*) باد را بیان کرده‌اید و آگاهی کاملی به شنونده نداده‌اید چون او هنوز نمی‌داند این باد از چه جهتی در وزش است. هنگـامی که می‌گویید باد سه متر بر ثانیه از شمال در وزش است سرعت (*velocity*) باد را بیان کرده‌اید و آگاهی کاملی درباره‌ی این کمیت برداری به شنونده داده‌اید.

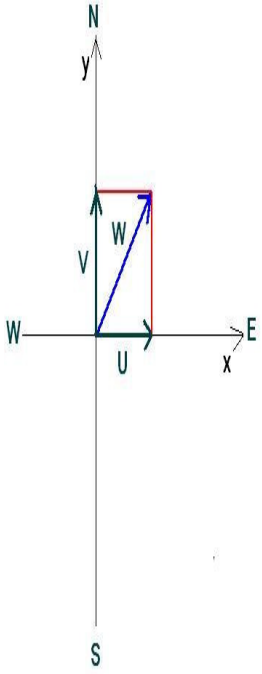
برای ساده شدن بحث بیایید بردار باد را تنها در بعد افقی (x و y) در نظر بگیریم و فعلاً از بعد ارتفاع (z) چشم‌پوشی کنیم. به بیان دیگر تنها به بررسی باد افقی بپردازیم. از این گذشته از تغییرات زمانی باد نیز چشم‌پوشی می‌کنیم. از این بابت اصلاً نگران نباشید چون این گونه ساده‌سازی‌ها در دانش تجربی بسیار رایج است و تنها برای درک بهتر موضوع انجام می‌گیرد. در چنین شرایطی باد تنها تابعی از طول و عرض خواهد بود. یعنی

$$W = f(x, y)$$

اگر اکنون هم معنی عبارت بالا برای شما روشن نیست بهتر است ادامه ندهید؛ برگردید و دوباره متن را از آغاز و با دقت دوباره بخوانید.

خوب اینک فرض کرده‌ایم که باد تنها تابعی از طول و عرض است. یعنی اگر شما به چپ و راست یا جلو و عقب حرکت کنید که در این صورت طول و عرض شما تغییر خواهد کرد، باد هم تغییر خواهد کرد. اما باد کمیتی برداری است یعنی دارای بزرگی و جهت است. هنگامی که میگوییم با تغییر طول و عرض باد تغییر می‌کند معنای آن این است که تندی باد، جهت باد و یا هر دوی آن‌ها دستخوش تغییر می‌شوند. برای ساده شدن موضوع بیایید خود را از دست جهت برهانیم. اما چگونه؟

اگر بردار باد را روی یک دستگاه مختصات نشان دهیم می‌بینید که بردار باد را می‌توان به دوبردار مستقل یکی بر روی محور طول (X) و دیگری بر روی محور عرض (Y) تجزیه کرد.

باد (W) به دو مولفه بخش شده است. مولفه‌ی مداری بر روی محور طول است و باد مداری (U) نامیده می‌شود. مولفه‌ی نصف‌النهاری بر روی محور عرض است و باد نصف‌النهاری (V) نامیده می‌شود. با جمع این دو مولفه به روش برداری دوباره می‌توان باد را به دست آورد. مزیت باد مداری و نصف‌النهاری این است که جهت هر یک از این دو باد همواره ثابت است و تنها تندی آن دو تغییر می‌کند. به این ترتیب از دست تغییرات جهت رها می‌شویم. با هم قرار میگذاریم بادهایی که همراستا با محورها هستند را با علامت مثبت و بادهای که خلاف جهت محورها هستند را با علامت منفی نشان دهیم. پس بادهای غربی و جنوبی مثبت و بادهای شرقی و شمالی منفی خواهند بود. در نمودار روبرو یک باد جنوبغربی (W) را می‌بینید که به دو مولفه‌ی غربی (U) و جنوبی (V) بخش شده است.	

اینک ببینیم چگونه می‌توان تغییرات باد را در راستای محورهای x, y (طول و عرض) نشان داد. بر اساس آن چه گفتیم تنها کافی است تغییرات مؤلفه‌های بادافقی(u, v) که همان باد مداری و نصف‌النهاری است را نسبت به محورهای x, y نشان دهیم. یعنی

$$u = f(x, y)$$

$$v = f(x, y)$$

بر خلاف آغاز بحث این بار می‌خواهم نخست موضوع را با زبان ریاضی آغاز کنم و سپس به شرح فیزیکی آن بپردازم.

هنگامی که می‌گوییم باد مداری و باد نصف‌النهاری با تغییر طول و عرض تغییر می‌کنند یعنی باد مداری و باد نصف‌النهاری نسبت به طول و عرض دارای مشتق هستند و این مشتقات عبارتند از:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial u}{\partial y} \qquad \frac{\partial v}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y}$$

$\frac{\partial u}{\partial x}$ یعنی چه؟

∂ نمادی است که برای نشان دادن تغییر در یک متغیر به کار می‌بریم. پس ∂u یعنی مقدار تغییر پدید آمده در باد مداری. البته یک نکته‌ی کوچک اما بسیار مهم هم در این جا هست. در ریاضی برای نشان دادن تغییر نماد d هم به کار می‌رود. پس بین این دو نماد چه تفاوتی هست؟ بیایید کمی به عقب برگردیم. دیدیم که باد مداری تابعی از طول و عرض است.

$$u = f(x, y)$$

به بیان دیگر هر گاه در راستای محور x جابجا شویم باد مداری تغییر خواهد کرد و هر گاه در راستای محور y جابجا شویم باد مداری تغییر خواهد کرد. پس بخشی از تغییرات باد مداری به سبب تغییر طول و بخشی از آن به سبب تغییر عرض است. این تغییرات بخشی را با نماد ∂ نشان می‌دهیم. اما اگر بخواهیم کل تغییراتی (تغییرات کل یا دیفرانسیل کامل) که در باد مداری رخ می‌دهد را بیان کنیم آن گاه نماد d را به کار می‌بریم. تغییرات کل از مجموع تمامی تغییرات بخشی به دست می‌آید.

اگر تمامی حاصل جمع‌های ممکن این چهار مشتق را بنویسیم با این شرط که در هر حاصل جمع در آنِ واحد مشتق u و مشتق v نسبت به یک محور واحد موجود نباشد در این صورت تنها چهار جمع مستقل می‌توان بدست آورد یعنی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \qquad \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

این چهار مشتق مقدار تغییر باد مداری و نصف النهاری در جهات طولی و عرضی را نشان می‌دهند. اکنون به این موضوع می‌پردازیم که چگونه این مشتقات، چگونگی جریان شاره‌ها را تبیین می‌کنند. در اینجا برای هر یک از این چهار مشتق نامی در نظر می‌گیریم. به این صورت

واگرایی	$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = D$	تاوایی	$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \zeta$
دگرریختی کششی	$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = F_1$	دگرریختی چینشی	$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = F_2$

باتوجه به این تعاریف، معادله‌ی باد مداری و باد نصف النهاری را به صورت زیر می نویسیم:

$$u = \frac{1}{2}(Dx + F_1 x - \zeta\, y + F_2\, y) \qquad ۱$$

$$v = \frac{1}{2}(\zeta\, x + F_2\, x + Dy - F_1\, y)$$

اگر بخواهید بدانید این معادله از کجا آمده باید کمی ریاضی بدانید. اما نگران نباشید جزئیات را می‌توانید بعداً بیاموزید. مهم این است که به کمک این دو معادله به آسانی می‌توانیم مفهوم فیزیکی چهار مشتق یادشده را بررسی کنیم. گرچه در طبیعت این چهار مشتق همزمان و به صورت ترکیبی عمل می‌کنند، اما در اینجا آنها را جداجدا بررسی خواهیم کرد.

تاوایی کامل

برای این‌که ببینیم جریانی با تاوایی مثبت چگونه جریانی است در عبارات ۱ و ۲ مقادیر D ، F_1 و F_2 یعنی واگرایی، دگریختی کششی و دگریختی چینشی را برابر صفر و مقدار ζ یعنی تاوایی را برابر یک قرار می‌دهیم. در این صورت جریانی صرفاً تاوا (فقط تاوایی یا تاوایی کامل) خواهیم داشت:

$$u = -\frac{1}{2}y \quad , \quad v = \frac{1}{2}x$$

در شکل زیر مقادیر u,v را در یک دستگاه مختصات دکارتی برای چهار نقطه پیاده کرده‌ایم. برای ساده شدن بحث تنها چهار نقطه را پیاده کرده‌ایم. اگر نقطه‌ای به طول یک ($x = ۱$) و عرض صفر ($y = ۰$) را در نظر بگیرید داریم

$$u = ۰ \quad و \quad v = ۰/۵$$

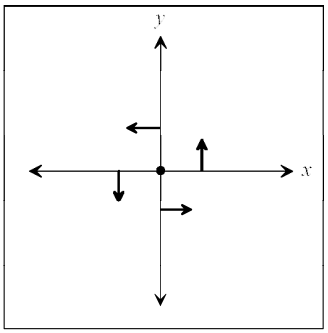
یعنی در نقطه‌ای به طول یک و عرض صفر باد مؤلفه‌ی مداری ندارد و بادی جنوبی با تندی نیم متر بر ثانیه در وزش است. پس از همین نقطه برداری به طول نیم از پایین با بالا می‌کشیم. اینک نقطه‌ای به طول صفر ($x = ۰$) و عرض یک ($y = ۱$) را در نظر می‌گیریم و داریم

$$u = -۰/۵ \quad و \quad v = ۰$$

یعنی در نقطه‌ای به طول صفر و عرض یک باد مؤلفه‌ی نصف النهاری نداریم و بادی شرقی با تندی نیم متر بر ثانیه در وزش است. پس از همین نقطه برداری به طول نیم از راست به چپ می‌کشیم.

بردارهای دیگر را نیز به همین روش ترسیم می‌کنیم. به یاد داشته باشید که باد مداری مثبت بادی غربی (از چپ به راست) و باد مداری منفی بادی شرقی (از راست به چپ) و باد نصف‌النهاری مثبت بادی جنوبی (از پایین به بالا) و بادنصف‌النهاری منفی بادی شمالی (از بالا به پایین) است.

می‌بینید که در تاوایی کاملِ مثبت، جریان حول مبدأ مختصات دورانِ پادساعتگرد دارد.



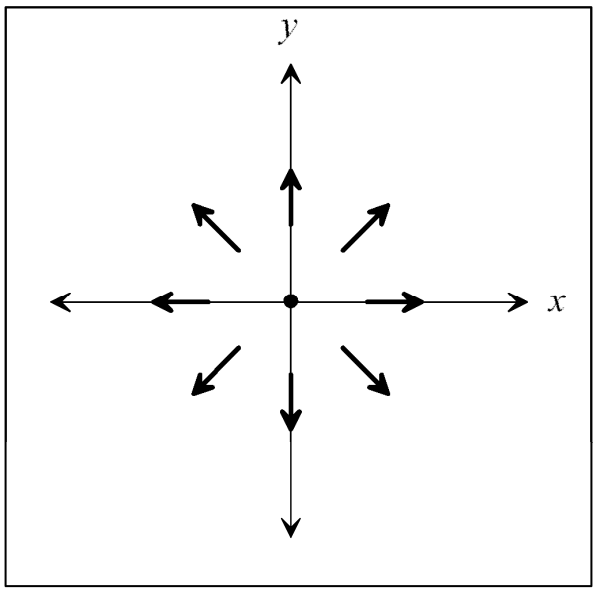
نمایش یک میدان تاواییِ کاملِ مثبت ($\zeta = 1$).

واگرایی کامل

اگر در عبارات ۱ و ۲ مقدار D یعنی واگرایی را برابر یک و مقدار ζ و F_1 و F_2 یعنی تاوایی، دگریختی کششی و دگرریختی چینشی را برابر صفر قرار دهیم یک جریان واگرایِ کاملِ مثبت بدست می‌آید. در این صورت خواهیم داشت:

$$u = \frac{1}{2}x \quad , \quad v = \frac{1}{2}y$$

شکل زیر نشان دهنده‌ی یک میدان واگراییِ کاملِ مثبت است. در چنین میدانی شاره در تمام جهات از مبدأ مختصات دور می‌شود وتندی جریان با فاصله از مبدأ متناسب است. اگر به D مقدار ۱- را نسبت دهیم، میدانی حاصل می‌شود که در آن جریان در همه‌ی جهات به طرف مبدأ است و در اصطلاح همگرایی نامیده می‌شود. به بیان دیگر همگرایی قرینه‌ی واگرایی است.



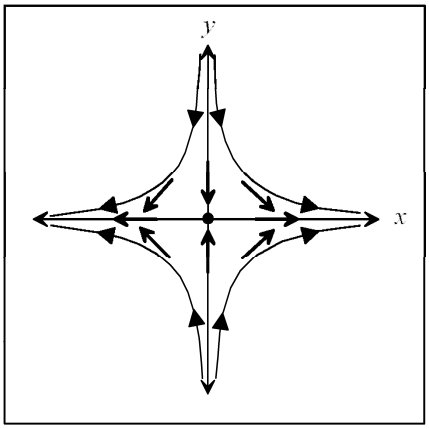
نمایش یک میدان واگراییِ کاملِ مثبت ($D = 1$).

دگرریختی کششی کامل

اگر در عبارات۱ و ۲ مقدار F_1 را برابر یک و D، ζ و F_2 را برابر صفر قرار دهیم، میدانی با دگرریختی‌کششی کامل بدست می‌آید. در این‌صورت:

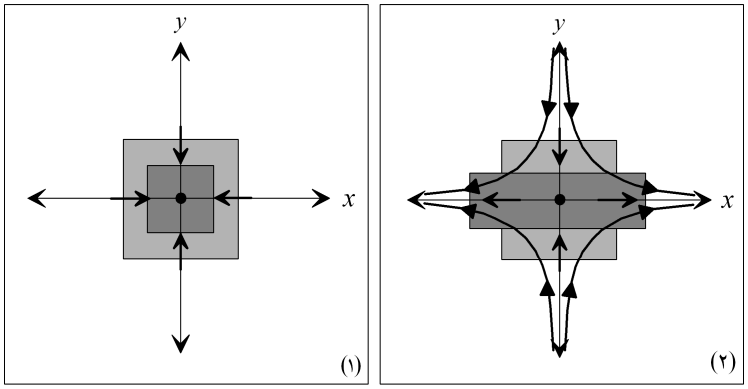
$$u=\frac{1}{2}x \quad , \quad v=-\frac{1}{2}y$$

شکل زیر یک میدان دگرریختی‌کششی کامل را نشان می‌دهد که در راستای محور x کشیدگی پیدا می‌کند و در راستای محور y فشرده می‌شود. محوری که در راستای آن، کشیدگی رخ می‌دهد محورگشود و محوری که در راستای آن فشردگی رخ می‌دهد محور بست نامیده می‌شود. دقت کنید که دگرریختی با همگرایی فرق دارد.



نمایش یک میدان دگرریختیِ کششیِ کاملِ مثبت ($F_1=1$).

شکل زیر تفاوت این دو مفهوم را نشان می‌دهد. مساحت قطعه شاره‌ای که در میدان همگرایی کامل قرار دارد مرتب کمتر و کمتر می‌شود (بخش ۱ شکل زیر). اما اگر همین شاره در یک میدان دگرریختی‌کششی قرار گیرد شکل آن تغییر می‌کند (دگرریخت می‌شود) ولی مساحت آن تغییری نخواهد کرد (بخش ۲ شکل زیر). اثبات این ادعا را بر عهده‌ی خودتان می‌گذاریم. بنابراین بین همگرایی و دگرریختی (بویژه بین همگرایی و همشاری) تفاوت فیزیکی بزرگی وجود دارد.



بخشی از یک شاره که تحت میدان همگرایی کامل است. بخش روشن‌تر نماینده‌ی وضعیت شاره پیش از اِعمال همگرایی است. می‌بینید که مساحت شاره (بخش تیره‌تر) پس از اعمال همگرایی کاهش یافته است (۱) . بخشی از یک شاره که تحت

میدان دگریختی کششی کامل است. بخش روشن‌تر نماینده‌ی وضعیت شاره پیش از اعمال میدان دگریختی است. می‌بینید که مساحت تغییر نکرده ولی مربع اولیه به مستطیل تغییر شکل (ریخت) داده است (۲).

دگریختی چینشی کامل

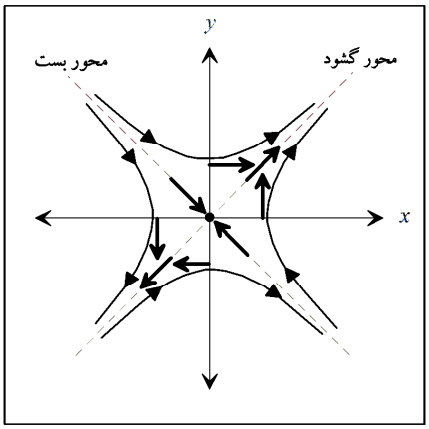
اگر در عبارات ۱ و ۲، F_2 را برابریک و D، ζ و F_1 را برابر صفر قرار دهیم یک میدان دگریختی‌چینشی کامل بدست می‌آید و داریم $v=\frac{1}{2}x$, $u=\frac{1}{2}y$. همان طور که شکل ۱۲-۱ نشان می‌دهد چنین میدانی شبیه یک میدان دگریختی‌کششی است که 45° در جهت پادساعتگرد چرخیده است. در این صورت فکر می‌کنید چه فرقی بین دگریختی‌کششی و دگریختی‌چینشی وجود دارد؟ آیا این تفاوت از دیدگاه فیزیکی مهم است؟ البته ما اکثراً با دگریختیِ کل سروکار داریم که به صورت زیر بدست می‌آید.

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$$

F در واقع بزرگی برآیند بردارهای دگریختی F_1 و F_2 است. روشن است که وقتی دستگاه مختصات 45° دوران پیدا کند می‌توان $F_1=1$ را به $F_1'=0$ و $F_2=0$ را به $F_2'=1$ تبدیل کرد. براین اساس می توان گفت دگریختی نسبت به دوران ورداست. درواقع اگر دستگاه مختصات را به اندازه‌ی θ بچرخانیم:

$$\theta=\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$$

محور گشودِ دگریختی حاصله با محور x دستگاه مختصات اولیه زاویه‌ی θ می‌سازد. روشن است که دوران محورهای مختصات اثری بر تاوایی و واگرایی ندارد. در نتیجه، این دو ویژگی نسبت به دوران ناوردا هستند. این خاصیت را ناوردایی گالیله می‌نامند. به دلیل همین خاصیت است که تاوایی و واگرایی در تبیین رفتار شاره‌ها بسیار قدرتمند هستند.



نمایش یک میدان دگریختیِ‌چینشیِ‌کاملِ مثبت ($F_2=1$). خطوط تیره‌تر نماینده‌ی خطوط جریان میدان دگریختی هستند. خطوط نقطه چین نماینده‌ی محور بست و گشود هستند.