Ortvay 1985

1. Mennyivel kisebb sebességgel kell indítani a Földről egy űrhajót, hogy elhagyja a Naprendszert, ha útja során megközelíti a Mars bolygót, mint máskülönben?

(II. évfolyam)

2. Egy golyó érkezik egy kör alakú fal A pontjához az ábrán megadott módon. Vizsgáljuk a mozgást a p paraméter függvényében két esetben!

a./ Ha az ütközések rugalmasak.

b./ Ha az ütközések rugalmatlanok.

A súrlódástól tekintsünk el! Taglaljuk külön a $p \to \infty$ esetet!

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

3. Az úgynevezett arabeszk forgás során a balett-táncos egy lábon (a lábujján) állva forog, miközben a másik lábát közel vízszintesen tartja. A forgás nem megfelelő végrehajtása esetén előfordul, hogy az oldalra kitartott láb függőleges irányban billeg. Ennek a billegésnek a frekvenciája hogyan függ a kitartott láb helyzetétől, és a forgás szögsebességétől?

(II. évfolyam)

4. Hajlékony vezető huzalból egy négyzetet rögzítünk egy vízszintes lapon, és a síkjára merőleges $\mathbf{B}$ indukciójú homogén mágneses térbe helyezzük. Mi történik a kerettel, ha a C és D pont közé olyan U feszültséget kapcsolunk, hogy a keretben az ábrán látható irányú állandó I áram folyjon, és a rögzítést a bekapcsolás után a C és D pont kivételével feloldjuk? Hogyan alakulnak az energiaviszonyok?

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

5. Határozzuk meg, hol szakad cseppekre a vékony sugárban csorgó víz!

(II.,III. évfolyam)

6. Nagy esőben vagy autómosás közben a széles, enyhe lejtőn leömlő vízen szabályos állóhullámkép figyelhető meg. Hogyan alakul ki, és hogyan függ a hullámhossz a lejtő hajlásszögétől?

(II.,III. évfolyam)

7. Egy ρ sűrűségű homogén közegben két másmilyen sűrűségű gömb van. Írjuk le a két gömb gravitációs kölcsönhatását a közeg figyelembevételével!

(III. évfolyam)

8. Határozzuk meg az ernyőn látható képet a tárggyal összekötő transzformációt a lencse és az ernyő s távolságának függvényében! Vizsgáljuk meg a speciális eseteket!

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

9. Megfeszített vékony, rugalmas csőben egyenletes sebességgel csekély súrlódású folyadék áramlik örvénymentesen. Hogyan változik e húr alaphangja az áramlási sebesség függvényében? Mi történik nagy áramlási sebességek esetén?

(III. évfolyam)

10. A K_1 inerciarendszerhez képest a K_2 rendszer relativisztikusan egyenletesen gyorsuló mozgást végez.

a./ A rendszer egyenértékű-e egy alkalmas homogén gravitációs térben nyugvó koordináta-rendszerrel?

b./ Határozzuk meg a rendszerben a hozzá képest nyugalomban levő elektromos ponttöltés erőterét!

(III. évfolyam)

11. Egy H_0 mágneses térbe helyezett 3/2-es spinre véletlenszerű külső erő hat. A spint a következő Hamilton-operátor írja le:

$$\mathbf{H} = -\gamma\hbar H_0 I_z + A(t)\left(I_x^2 + I_y^2\right)$$

ahol I_x, I_y, I_z a spinoperátor komponensei, γ a spin giromágneses együtthatója, és $A(t)$ véletlenszerű csatolási együttható, melynek autokorrelációs függvénye

$$\overline{A(t)A(t+\tau)} = \overline{A^2(t)}e^{-|\tau|/\tau_0}$$

Adjuk meg az átmeneti valószínűségeket!

(IV. évfolyam)

12. Egy anyagcsaládot az alábbi tulajdonságok jellemeznek: Az anyag egymáson fekvő kb. molekulaméret vastagságú folyadékrétegekből áll, az $\mathbf{n}$ rétegnormális egységvektor a térben állandó. A folyadékrétegen belüli anizotrópiát egy $\mathbf{n}$-re merőleges $\mathbf{c}$ egységvektorral, a direktorral jellemezhetjük. $\mathbf{c}$ iránya helyről helyre változhat, így deformált állapotok is kialakulhatnak. Az anyag lokálisan invariáns az $\mathbf{n}\times\mathbf{c}$ tengely körüli 180°-os elforgatással szemben.

Mutassuk meg, hogy a deformált állapotot leíró szabadenergia-sűrűség a legáltalánosabb esetben

$$f = \frac{K_1}{2}\left(\mathrm{div}\mathbf{c}\right)^2 + \frac{K_2}{2}\left(\mathbf{c}\cdot\mathrm{rot}\mathbf{c} + q_2\right)^2 + \frac{K_3}{2}\left(\mathbf{n}\cdot\mathrm{rot}\mathbf{c} + q_3\right)^2 + \frac{K_4}{2}\left(\mathbf{c}\cdot\mathrm{rot}\mathbf{c}\right)\left(\mathbf{n}\cdot\mathrm{rot}\mathbf{c}\right)$$

alakú! Milyen az egyensúlyi direktor-eloszlás? Milyen típusú deformációkat írnak le a fenti szabadenergia-sűrűség egyes tagjai, és mi a benne szereplő állandók fizikai jelentése? Milyen tagokkal kellene kiegészíteni a szabad-energiát, ha az anyag és az elektromos tér közti kölcsönhatást is le szeretnénk írni?

(IV.,V. évfolyam)

13. Tekintsük a következő egydimenziós problémát: egy elektron síkhullám szóródik egy potenciálgáton, melynek magasságát az időben periódikusan változtatjuk.

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + V(x,t)$$

$$V(x,t) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad x < 0 \text{ és } x > d \\ V_0 + V_1 \sin(\omega t) & \text{ha} \quad 0 < x < d \end{cases}$$

Számítsuk ki kváziklasszikus közelítésben az átmeneti és a visszaverődési együtthatót a $V_1 \ll \hbar\omega \ll p^2/2m$ határesetben! A végső képletek egyes tagjaiban az ω frekvencia $\omega\tau$ kombinációban lép fel. Tudunk-e valamilyen szemléletes jelentést adni a τ idődimenziójú mennyiségnek?

(IV.,V. évfolyam)

14. Egy lineáris láncban az atomok közötti távolság kétféle lehet: vagy a_1, vagy $a_2 = q$, ahol $1 < q < 2$. Építsük fel a láncot lépésenként a következő módon (csak az atomok közötti távolságokat jelölve):

1. lépés: 1

2. lépés: q

...

n. lépés: az $n-1$-edik lépésben kapott lánc végéhez hozzácsatoljuk az $n-2$-edik lépésben kapott láncot.

Vizsgáljuk meg az így kapott láncot! Készítsünk egyszerű algoritmust az így kapott lánc i-edik atomja koordinátájának meghatározására! (Tekintsük a $q = (1+\sqrt{5})/2$ esetet!) Milyen lesz a lánc diffrakciós képe $n \to \infty$ esetén? A hullámvektor milyen értékeinél kapunk diffrakciós csúcsokat? Mekkora ezek intenzitása?

(IV.,V. évfolyam)

15. Elemezzük egy homogén, időben állandó erőtérben mozgó kvantummechanikai részecske stacionárius és időfüggő állapotainak kapcsolatát!

A probléma Schrödinger-egyenletének stacionárius megoldásai a jól ismert Airy-függvényes megoldások, ugyanakkor léteznek síkhullámmegoldások is, amelyek időfüggése az előbbieknél bonyolultabb. Határozzuk meg e síkhullámmegoldásokat, és keressük meg ezek olyan szuperpozícióját, amely az ismert stacionárius állapotot állítja elő.

(IV.,V. évfolyam)

16. Tekintsük a térbeli kvantumrotátor

$$H = \frac{1}{2I}\mathbf{L}^2$$

diszkrét közelítéseit, amelyekben a rotátor beállási irányai egy szabályos poliéder (tetraéder, oktaéder, kocka, ikozaéder, dodekaéder) csúcsai irányába mutatnak. Írjuk fel a közelítő Hamilton-operátort, és mutassuk meg, hogy hatása egy adott irányú állapotot a poliéderbeli legközelebbi csúcsokba mutató állapotok egyenlő amplitúdójú lineáris kombinációjába visz át. A diszkrét rendszer Hilbert-tere a poliéder csúcsaival egyező dimenziószámú. A definiáló bázisból kiindulva, a poliédert önmagába átvivő forgatások és tükrözések által meghatározott transzformációs tulajdonságú bázist kiépítve diagonalizáljuk a közelítő Hamilton-operátort!

(IV.,V. évfolyam)

17. Vizsgáljuk azt az egydimenziós kvantummechanikai rendszert, ahol a konfigurációs tér egy körvonal: S^1.

a./ A kanonikus felcserelésinek adjuk meg inekvivalens (nem unitér-ekvivalens) ábrázolásait a körvonalon négyzetesen integrálható függvények terén ($L^2(S^1)$-en)!

b./ Adjuk meg az impulzusoperátor spektrumát az inekvivalens ábrázoláson!

c./ Adjuk meg a Hamilton-operátor spektrumát azonosan zérus potenciál és derékszögű potenciálvölgy esetén!

(V. évfolyam)

18. A Badacsonyról nézve a Balaton felszínét érdekes jelenséget figyelhetünk meg. Az elhaladó hajók után (a vitorlások után is) fentről akár egy óráig is jól látható nyom marad. Magyarázzuk meg, miért! Becsüljük meg, mennyi idő alatt tűnik el a nyom!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

19. Az $f(x) = 4x(1-x)$, $x \in [0,1]$ egydimenziós leképezés n hosszúságú határciklusának nevezzük a $0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n < 1$ szám-n-est, ha az $1, 2, \ldots, n$ indexeknek van olyan $(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ permutációja, hogy

$$f(x_{i_1}) = x_{i_2}\ ,\ f(x_{i_2}) = x_{i_3}\ , \ldots ,\ f(x_{i_n}) = x_{i_1}$$

Az $(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ permutációt a határciklus bejárási sorrendjének nevezzük.

a./ Hány különböző n bejárású határciklus létezik?

b./ Az n hosszúságú határciklusok bejárási sorrendjei között hány különböző fordul elő?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

Digitalizálta Gombkötő Ákos