Anvendelse af løsningerne læses på hjemmesiden.
www.matematikhfsvar.page.tl
Sættet løses med begrænset tekst og konklusion.
Formålet er jo, at man skal lære matematikken, og ikke skrive af!

Matematik B
22. maj 2015
Delprøve 1

Opgave 1

Ligningen løses

$4x - 7 = 81 \Leftrightarrow 4x = 88 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{88}{4} \Leftrightarrow x = 22$

Dermed er løsningen fundet.

Opgave 2

Der er tale om en lineær funktion, tallet $b = 87$ fortæller, at inden slankekuren var vægten 87 kg.
Tallet a fortæller, at for hver uge der går, falder vægten med 0.45 kg.

Opgave 3

Andengradsligningen løses. $x^2 + 3x - 10 = 0$
Vi benytter os af den velkendte formel som de fleste 2.g'ere og 3.g'ere burde kende.
Her er $a = 1$, $b = 3$ og $c = -10$
Da er formlen
$d = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 9 + 40 = 49$, $d > 0$ dvs. to reelle løsninger.
Vi benytter os af vores formel for x. Den burde også være velkendt hos de fleste.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 1} = -\frac{3 \pm 7}{2} = \begin{cases} -5 \\ 2 \end{cases}$$

Dermed er løsningerne $x = -5 \vee x = 2$.

Opgave 4

Da $|BC| = 6$ og arealet er 24, da kan længden $|AC|$ bestemmes vha arealformlen.

$T = \frac{1}{2} \cdot |BC| \cdot |AC|$ med værdierne er ligningen:

$24 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot |AC| \Leftrightarrow 24 = 3 \cdot |AC| \Leftrightarrow |AC| = \frac{24}{3} = 8$

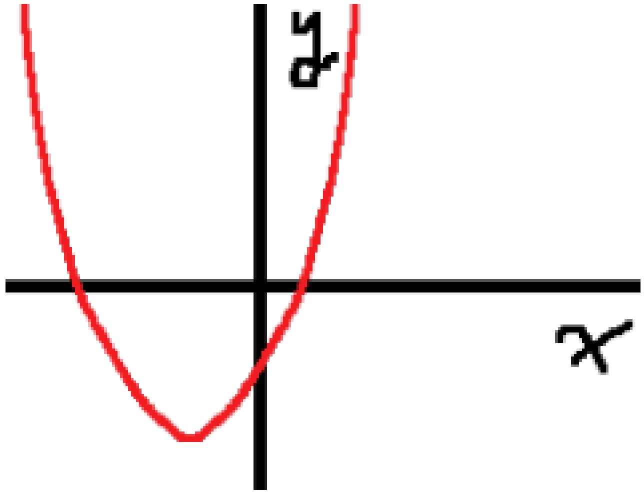
Hermed er $|AC| = 8$ og da kan $|AB|$ bestemmes vha. Pythagoras.

$|BC|^2 + |AC|^2 = |AB|^2$, med oplysningerne indsat er $|AB|^2 = 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow |AB| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

Dermed er $|AB| = 10$ som ønsket.

Opgave 5

Grafen tegnes i Paint. Vi ved, at $a > 0$, $d > 0$ samt $c < 0$ og dermed er b fri.



Opgave 6

Funktionen er givet ved $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 1$ og da bestemmes en stamfunktion i punktet $P(1, 12)$.
$F(x) = \int (4x^3 - 9x^2 + 1)\, dx = x^4 - 3x^3 + x + k$ og vi regner konstanten k ved at løse en ligning (her anvendes punktet P).
$12 = 1^4 - 3 \cdot 1^3 + 1 + k \Leftrightarrow 12 = 1 - 3 + 1 + k \Leftrightarrow k = 13$
Og dermed er funktionen:
$F(x) = x^4 - 3x^3 + x + 13$

Matematik B
22. maj 2015
Delprøve 2

Opgave 7

restart
with(*Gym*) :
Vi definerer oplysningerne i en matrix.
obs ≔ ⟨⟨30 ..40, 40 ..50, 50 ..60, 60 ..70|28738, 13128, 6608, 5169⟩⟩

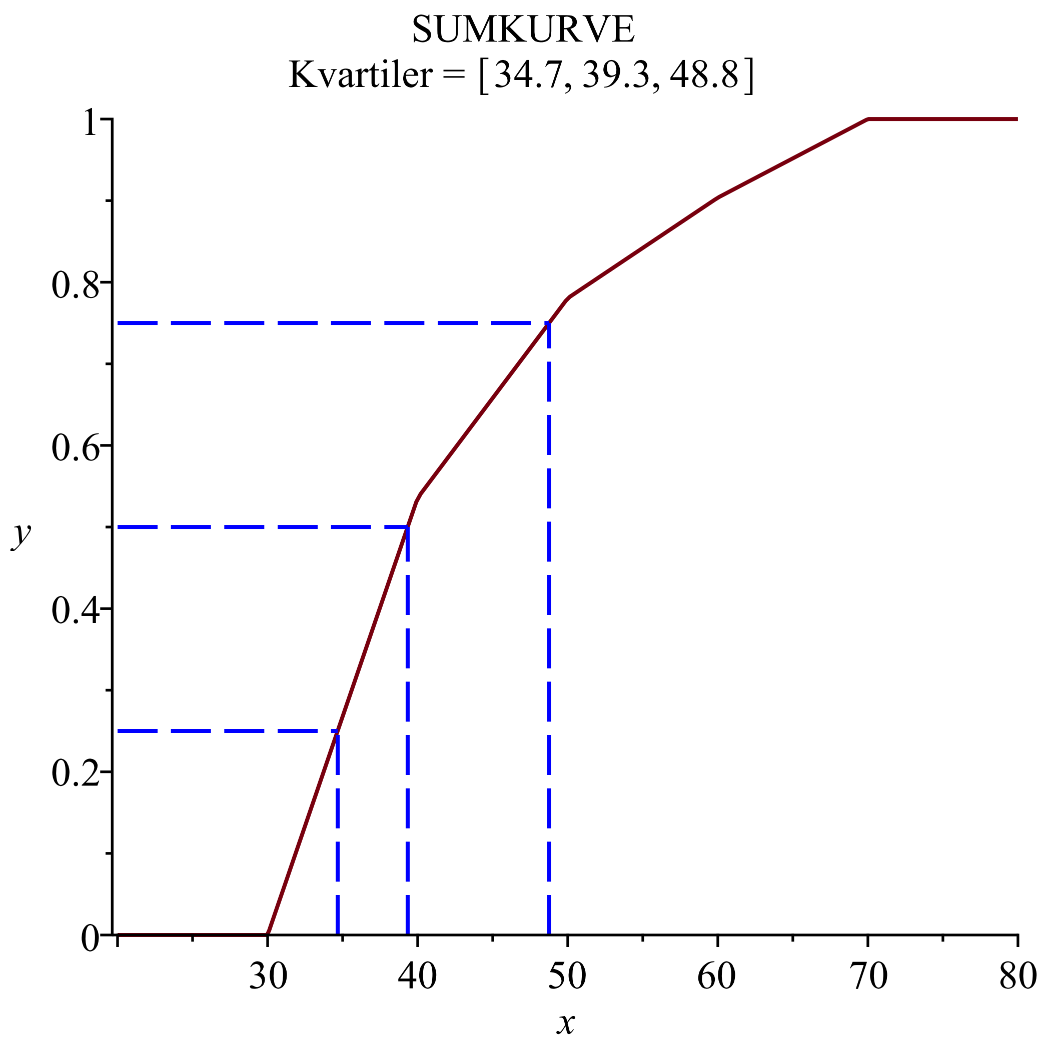
$$\begin{bmatrix} 30..40 & 28738 \\ 40..50 & 13128 \\ 50..60 & 6608 \\ 60..70 & 5169 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(7.1)}$$

Delopgave a

De kumulerede frekvenser kan bestemmes ved hjælp af kommandoen *kumuleretFrekvens*, og dette anvendes nedenfor:
kumuleretFrekvens(*obs*)

$$\begin{bmatrix} 30..40 & 0.536 \\ 40..50 & 0.780 \\ 50..60 & 0.904 \\ 60..70 & 1. \end{bmatrix} \qquad \textbf{(7.1.1)}$$

Dermed blev de kumulerede frekvenser bestemt. Sumkurven kan tegnes vha. kommandoen *plotSumkurve*, dvs.:
plotSumkurve(*obs*)



Dermed fik man lavet sumkurven samt kvartilsættet.

Delopgave b

Kvartilsættet blev bestemt i forbindelse med spørgsmål *a*. Men dette kan også bestemmes vha. kommandoen *kvartiler*.

kvartiler(*obs*)

$$[34.667, 39.333, 48.756] \tag{7.2.1}$$

Dermed kan man lave en funktion ud af sumkurven.

$f(x) := sumkurve(obs, x)$:

$f(55)$

$$0.842048356728744 \tag{7.2.2}$$

Dermed betyder det, at 15.79% af folk over 55 har taget en videregående uddannelse.

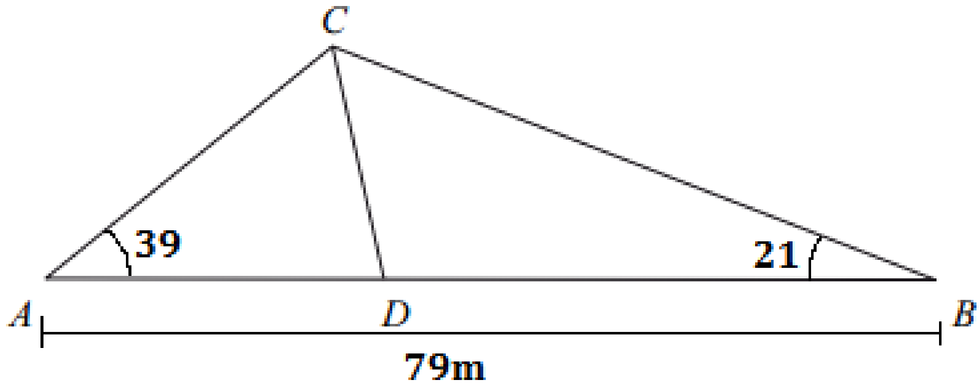
Opgave 8

restart

with(*Gym*) :

Delopgave a

Længden $|AC|$ bestemmes. Man har at $|AB| = 79$, $\angle A = 39^o$ og $\angle 21^o$.



Vi kan bestemme vinkel C.

$\angle C = 180 - 39 - 21$

$$\angle(C) = 120 \tag{8.1.1}$$

Dermed har vi nok til at bestemme $|AC|$ via sinusrelationerne.

$\frac{Sin(21)}{|AC|} = \frac{Sin(120)}{79}$

$$\frac{0.3583679497}{|AC|} = 0.01096234689 \tag{8.1.2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for AC}}$

$$[[AC = 32.69080547], [AC = -32.69080547]] \tag{8.1.3}$$

Da er $|AC| = 31.69\ m.$

Da vi har $|AC|$ kan vi nu bestemme $|BC|$. Vi benytter os af cosinusrelationerne.

$|BC| = \sqrt{32.69080547^2 + 79^2 - 2 \cdot 32.69080547 \cdot 79 \cdot Cos(39)}$

$$|BC| = 57.40745096 \tag{8.1.4}$$

Hermed er $|AC| = 57.40\ m.$

Vi kunne også anvende sinusrelationerne.

$\frac{Sin(39)}{|BC|} = \frac{Sin(21)}{32.69080547}$

$$\frac{0.6293203912}{|BC|} = 0.01096234689 \tag{8.1.5}$$

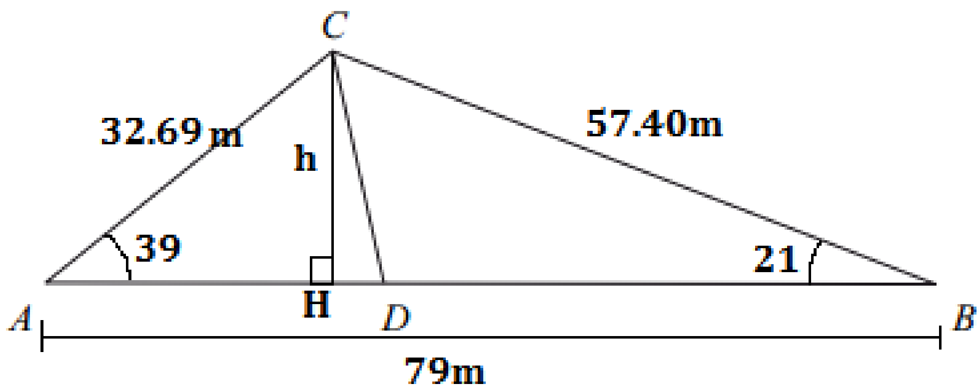
$\xrightarrow{\text{solve for BC}}$

$$[[BC = 57.40745093], [BC = -57.40745093]] \tag{8.1.6}$$

Hermed fik vi samme værdi.

Delopgave b

Højden af bæreamen må betegnes som h.

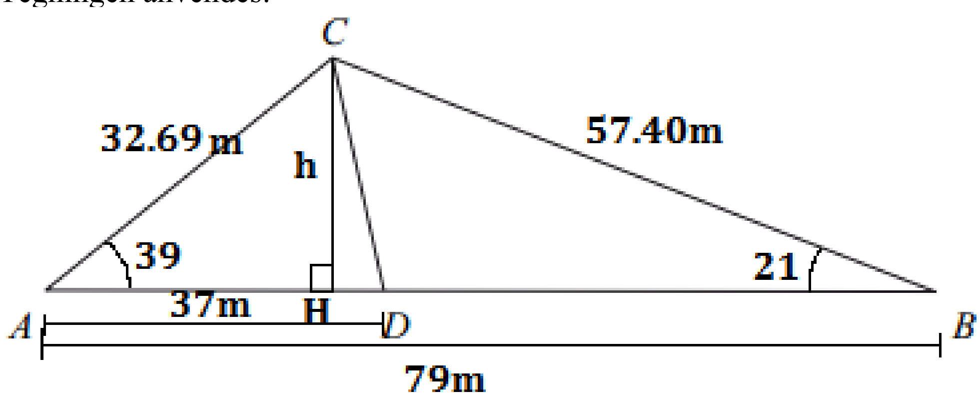


Formlen vi anvender er
$h = |AC| \cdot Sin(A)$, og med oplysningerne indsat er højden
$h = 32.69080547 \cdot Sin(39)$

$$h = 20.57299049 \quad (8.2.1)$$

Hermed er højden fundet til at være $h = 20.57\ m$.

Delopgave c
Tegningen anvendes:



Vi anvender først cosinusrelationerne.
$|CD| = \sqrt{37^2 + 32.69080547^2 - 2 \cdot 37 \cdot 32.69080547 \cdot Cos(39)}$

$$|CD| = 23.61524362 \quad (8.3.1)$$

Da vi har længden $|CD| = 23.61\ m$ er det muligt at bestemme vinkel D.
$D = invCos\left(\frac{37^2 + 23.61524362^2 - 32.69080547^2}{2 \cdot 37 \cdot 23.61524362}\right)$

$$D = 60.59537474 \quad (8.3.2)$$

Dermed er vinkel D fundet.

Opgave 9

restart
with(*Gym*) :
Oplysningerne defineres.
$L1 := [0, 1, 2, 3, 4] :; L2 := [1.1, 1.3, 1.8, 2.3, 3.2] :$
$g(x) := 0.59 \cdot x + 6.5 :$

Delopgave a
Vi bestemmer en forskrift vha. eksponentiel regression.

$f(x) := ExpReg(L1, L2, x) :$
$f(x)$

$$1.048183834023341.31078030411630^{x} \quad (9.1.1)$$

Dermed er forskriften fundet.

Delopgave b

Tallet a omregnes.

$solve(1.31078030411630 = 1 + r, r) \cdot 100$

$$31.07803041 \quad (9.2.1)$$

Dermed er betydningen, at for hvert år der går (fra år 2010) stiger antallet a internetopkoblede elektroniske apparater som ikke er smartphones med 31.07%

Delopgave c

Hvis man skal undersøge hvornår antallet af internetopkoblede elektroniske apparater som ikke er smartphones overskrider smartphones.

$f(x) = g(x)$

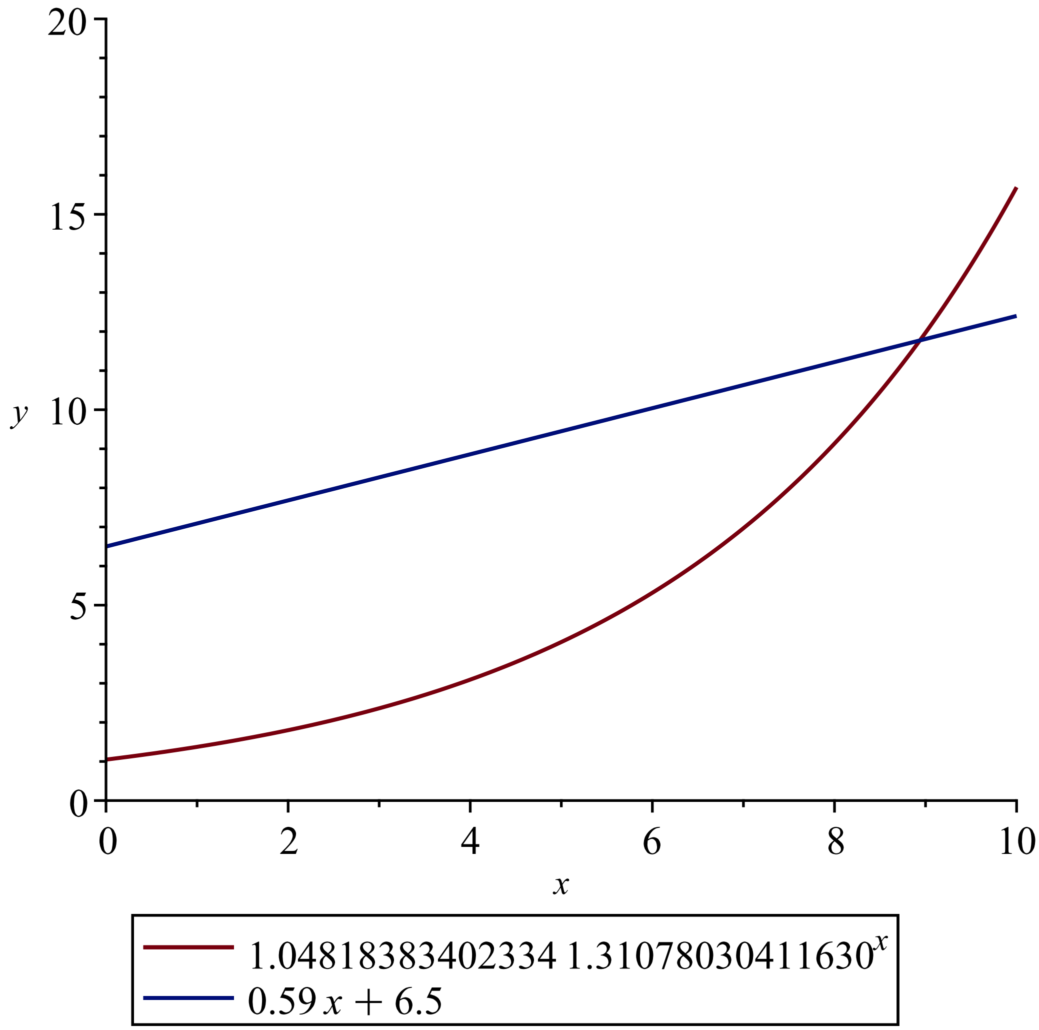
$$1.048183834023341.31078030411630^{x} = 0.59\,x + 6.5 \quad (9.3.1)$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = -10.92455958], [x = 8.937821135]] \quad (9.3.2)$$

Dvs. i år 2019 sker det, at antallet a internetopkoblede elektroniske apparater som ikke er smartphones overstiger smartphones. Vi tegner grafen.

$plot([f(x), g(x)], x = 0..10, y = 0..20, legend = [f(x), g(x)])$



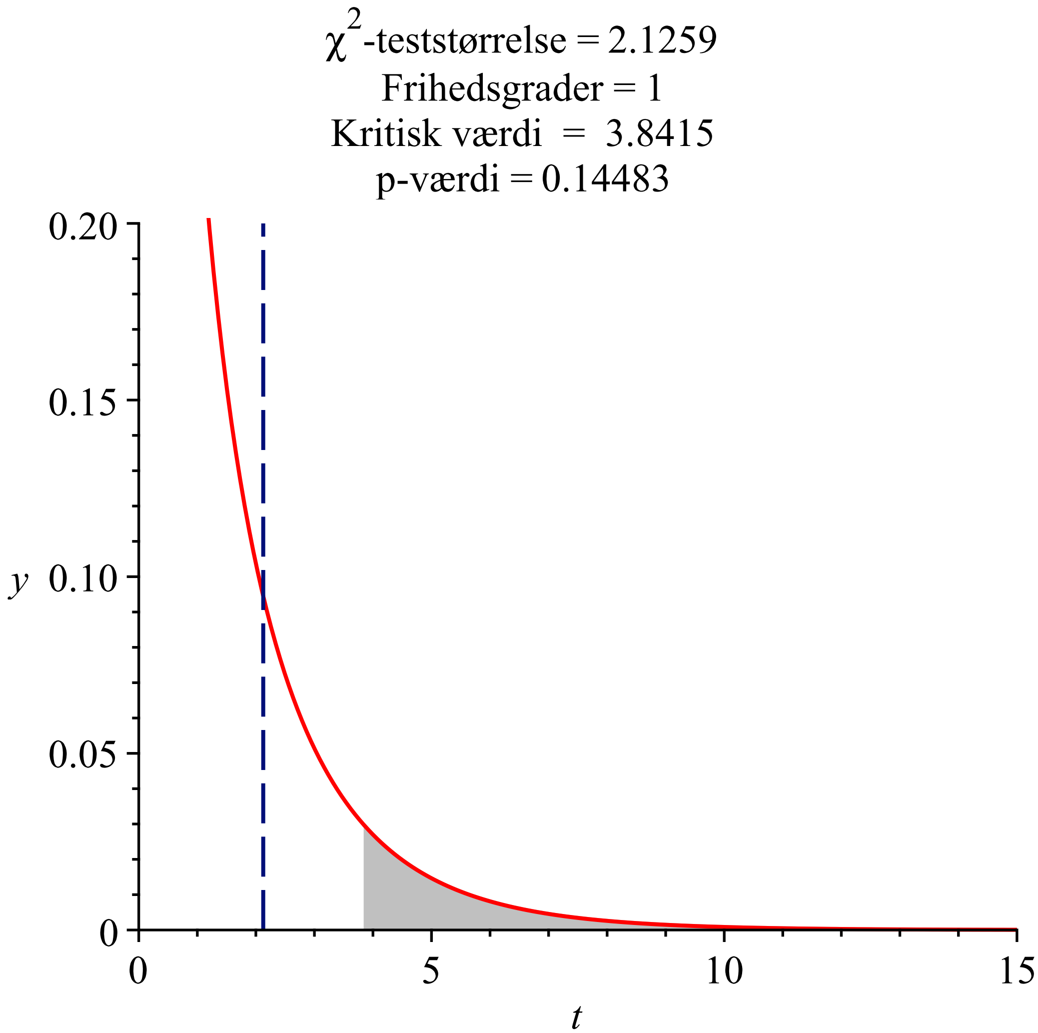
Opgave 10

restart
with(*Gym*) :
Nulhypotesen opstilles.
H_0 = *antallet af spillere og ikke spillere samt omkring hvorvidt de er hjulbenet eller ej er uafhænige.*
obs := ⟨⟨15, 16|65, 122⟩⟩

$$\begin{bmatrix} 15 & 65 \\ 16 & 122 \end{bmatrix} \tag{10.1}$$

Delopgave a

Vi anvender en u-test.
ChiKvadratUtest(*obs*, *level* = 0.05)



Eftersom da p-værdien er 14 % og vores sats var på 5 %, så skal vi ikke forkaste nulhypotesen. Der er ingen signifikans forskel på om man er fodboldspiller samt hjulbenet.

Opgave 11

restart

with(Gym) :

Vi definerer funktionen

$f(x) := (x^2 - 15) \cdot e^{-x}$:

Delopgave a

Vi bestemmer en ligning for tangenten i $P(0, f(0))$. Først differentieres funktionen.

$f'(x)$

$$2\,x\,e^{-x} - (x^2 - 15)\,e^{-x} \tag{11.1.1}$$

Dernæst indsættes punktet i f og f'.

$f(0)$

$$-15 \tag{11.1.2}$$

$f'(0)$

$$15 \tag{11.1.3}$$

Talværdierne indsættes i tangentformlen (som alle burde kende).

$y = 15 \cdot (x - 0) - 15$

$$y = 15\,x - 15 \quad \textbf{(11.1.4)}$$

Hermed er den ønskede tangentligning fundet.

Delopgave b

Monotoniforholdene bestemmes.

$f'(x) = 0$

$$2\,x\,e^{-x} - \left(x^2 - 15\right) e^{-x} = 0 \quad \textbf{(11.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 5], [x = -3]] \quad \textbf{(11.2.2)}$$

Her anvendes to metoder for monotoniforholdene:

Metode 1:

Vi vælger punkter der ikke er nulpunkterne fra $f'(x) = 0$. Der vælges -4, 2 og 6.

$\mathit{evalf}[5](f'(-4))$

$$-491.38 \quad \textbf{(11.2.3)}$$

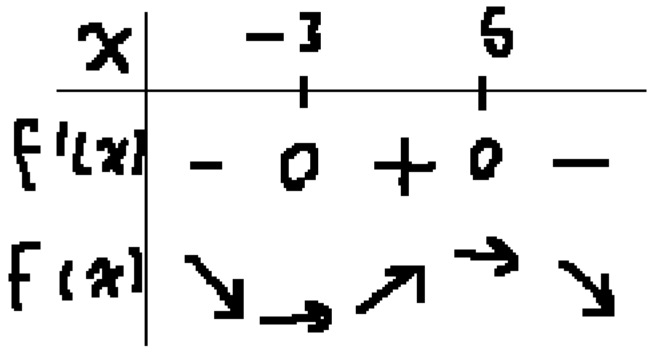
$\mathit{evalf}[5](f'(2))$

$$2.0301 \quad \textbf{(11.2.4)}$$

$\mathit{evalf}[5](f'(6))$

$$-0.022309 \quad \textbf{(11.2.5)}$$

Dermed må monotoniskemaet være:



Dermed er konklusionen:

$f(x)$ er aftagende i intervallet $(-\infty; -3]$ og $[5; \infty)$ og voksende i intervallet $[-3; 5]$

Metode 2:

Vi tager den dobbelte afledede med rødderne fra $f'(x) = 0$.

$f''(-3)$

$$8\,e^{3} \quad \textbf{(11.2.6)}$$

Da $8\,e^{3} > 0$ er der tale om lokalt minimum.

$f''(5)$

$$-8\,e^{-5} \quad \textbf{(11.2.7)}$$

Da $-8\,e^{-5} < 0$ er der tale om lokalt maksimum. Dermed er konklusionen, at:

$f(x)$ er aftagende i intervallet $(-\infty; -3]$ og $[5; \infty)$ og voksende i intervallet $[-3; 5]$

Opgave 12

$\mathit{restart}$

$\mathit{with}(\mathit{Gym})$:

Vi definerer funktionen.
local O
$\mathrm{O}(x) := x^{1.7}$:

Delopgave a

Der løses en ligning. $\mathrm{O}(x) = 2$, dvs. $x^{1.7} = 2 \Leftrightarrow x = 2^{\frac{1}{1.7}} = 1.5034$

Dermed er den faktiske muskelvirkning fundet til at være 1.5034.

Delopgave b

Da $r_x = 50\ \%$ mangler vi r_y. Formlen $F_y = F_x^a$ anvendes.

$(1 + r_y) = (1 + 0.5)^{1.7}$

$$1 + r_y = 1.992301860 \qquad \textbf{(12.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for r[y]}}$

$$[[r_y = 0.9923018600]] \qquad \textbf{(12.2.2)}$$

Dvs. den oplevende muskelbelastning er 99.2 % når den faktiske belastning er 50 %.

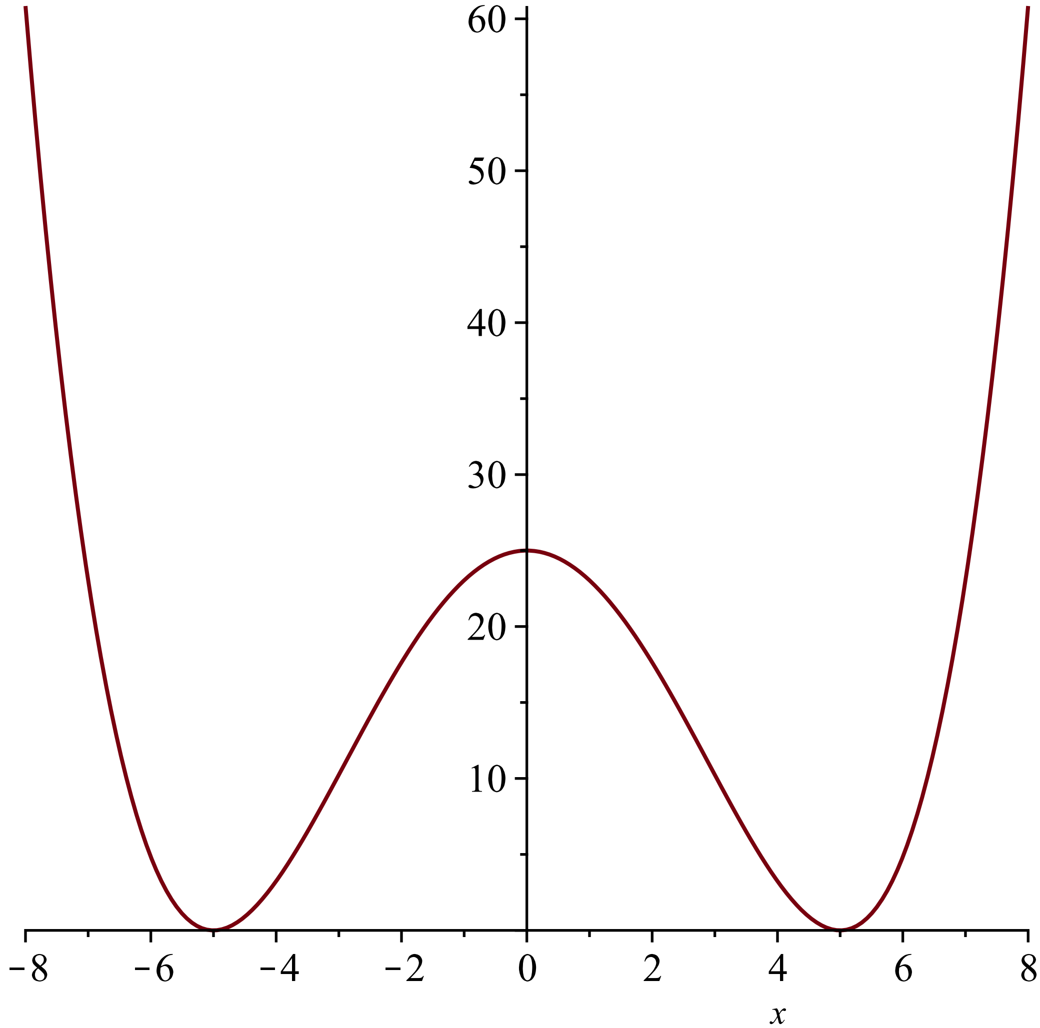
Opgave 13

restart
with(*Gym*) :
Vi definerer funktionen *f*.

$f(x) := \frac{1}{25} \cdot x^4 - 2 \cdot x^2 + 25$:

Delopgave a

Vi tegner grafen.
$plot(f(x), x = -8..8)$



Vi bestemmer arealet af *M*. Dvs. det der er bølgetoppen i centrum af koordinatsystemet.

$M = \int_{-5}^{5} f(x)\, \mathrm{d}x$

$$M = \frac{400}{3} \quad \textbf{(13.1.1)}$$

evalf[5](%)

$$M = 133.33 \quad \textbf{(13.1.2)}$$

Hermed er arealet fundet. (NB: grænseværdierne er -5 og 5 eftersom dette kunne aflæses på grafen. Man kunne også løse ligningen $f(x) = 0$)