



SYSTEM PIONOWEGO STARTU RAKIETY Z WYKORZYSTANIEM STEROWANIA GAZODYNAMICZNEGO

MISSILE VERTICAL LAUNCH SYSTEM WITH REACTION CONTROL JETS

Robert GŁĘBOCKI, Mariusz JACEWICZ

Politechnika Warszawska, Plac Politechniki 1, 00-661 Warszawa

Warsaw University of Technology, 1 Plac Politechniki, 00-661 Warszawa, Poland

Auhtor's e-mail address: rglebocki@meil.pw.edu.pl

DOI 10.5604/01.3001.0012.1271

Streszczenie: Opracowanie dotyczy projektu systemu pionowego startu rakiety z wykorzystaniem sterów gazodynamicznych. Celem pracy było szczegółowe zbadanie metody dającej możliwość efektywniejszego wykorzystania materiałów pędnych w pierwszej fazie lotu pocisku, co pozwala na zwiększenie zasięgu i optymalizację toru lotu. W projektowanym systemie pocisk wyrzucany jest pionowo, obracany dożądanego położenia przy użyciu silników korekcyjnych, po czym następuje uruchomienie silnika marszowego. Skoncentrowano się na badaniu dynamiki i sterowalności pocisku przy małych prędkościach. Opisano model fizyczny i matematyczny obiektu uwzględniający nieliniowości związane z dynamiką samej rakiety, zaburzenia powstałe przy uruchamianiu silnika raketowego jak również niektóre ze zjawisk aerodynamiki nieustalonej. Przedstawiono sposób identyfikacji charakterystyk aerodynamicznych rakiety oraz algorytm sterowania silnikami korekcyjnymi. Przygotowany matematyczny model rakiety posłużył do stworzenia środowiska symulacyjnego. Przedstawiono wyniki symulacji numerycznych w postaci wykresów i zestawień.

Słowa kluczowe: rakieta, symulacja lotu, sterowanie gazodynamiczne

1. Wstęp

Niniejsza praca przedstawia wyniki symu-

Abstract: The paper deals with a concept of a missile vertical launch system using reaction control jets. The purpose of the study was a detailed investigation of a method optimizing fuel consumption in the first phase of the missile flight to increase the range and optimize the flight path. In the designed system the missile is ejected vertically and turned to the desired position by using corrective engines before the sustainer motor is started. The dynamics and controllability of the missile at low velocities were studied. The physical and mathematical model of the object has been described, taking into account the nonlinearities connected with the dynamics of the rocket itself, the disturbances caused by firing the rocket engine as well as some effects the unsteady aerodynamics. A method identifying the aerodynamic characteristics of the missile and an algorithm controlling the correction engines is presented. A prepared mathematical model of the missile was used to create a simulating environment. The results of numerical simulations in the form of graphs and tables are presented.

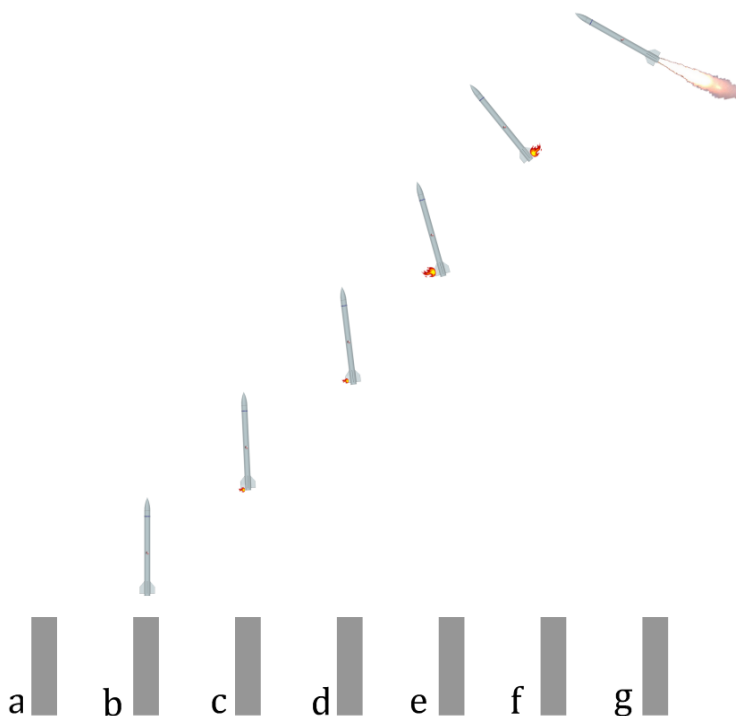
Keywords: missile, flight simulation, reaction control system

1. Introduction

The paper presents results of numerical

lacji numerycznych dotyczących układu sterowania gazodynamicznego, który może zostać wykorzystany w fazie startowej rakiety. Na rys. 1 przedstawiono ideę metody pionowego startu rakiety z wykorzystaniem tegoż sposobu sterowania. Polega ona na wyrzuceniu pocisku pionowo z prędkością kilkunastu do kilkudziesięciu metrów na sekundę przy wyłączonym silniku marszowym, obróceniu dożądanego pochylenia i kierunku lotu, a następnie uruchomieniu głównego silnika. Efektywnym sposobem realizacji manewru obrotu nad wyrzutnią jest wykorzystanie sterów gazodynamicznych w postaci zespołu silników korekcyjnych na obwodzie kadłuba rakiety, których dysze są ustawione prostopadłe do osi podłużnej obiektu (rys. 6). W omawianym podejściu do ustawienia pocisku w żądanej orientacji przestrzennej po jego wylocie z wyrzutni (rys. 1a i b) proponowane jest wykorzystanie dwóch silników uruchamianych kolejno - pierwszego do wymuszenia obrotu pocisku (rys. 1c, d i e), natomiast drugiego (rys. 1f) do zmniejszenia prędkości kątowej rakiety powstałej wskutek wykorzystania poprzedniego silnika. Takie rozwiązanie powinno doprowadzić do sytuacji, w której rakieta na chwilę przed uruchomieniem silnika marszowego (rys. 1g) znajduje się we właściwym położeniu, a jednocześnie ma prędkości kątowe bliskie zeru.

simulations for a reaction control system which may be used at missile launching phase. A concept of missile vertical launch deploying this control system is shown in Fig. 1. It is based on a vertical ejection of a missile at the velocity of a few to above a dozen metres per second, when the sustainer motor is inactive, and turning it into a demanded inclination and direction of flight, and finally starting the main engine. An effective way for a rotating manoeuvre above the launcher is the use of reaction controls in the form of a set of corrective motors fixed on the missile perimeter and having their nozzles oriented vertically to the missile main axis (Fig. 6). The discussed approach for setting the missile into a demanded position in the space after leaving the launcher (Fig. 1a and 1b) predicts the use of two motors which start to operate in succession – the first one to enforce the missile rotation (Fig. 1c, d and e) and the second one (Fig. 1f) for reducing the missile angular velocity produced by the former motor. Such solution would secure that the missile has a proper position and its angular velocities close to zero in a moment before starting the sustainer motor (Fig. 1g).



Rys. 1. Schemat ideowy metody pionowego „zimnego” startu
[opracowanie własne autora]

Fig. 1. Schematic concept of „cold” vertical launch [elaborated by author]

Wykorzystanie tylko jednego silnika korekcyjnego spowodowałoby ciągły obrót rakiety, przez co w chwili uruchamiania głównego silnika obiekt miałby prędkość kątową różną od zera, a to z kolei powodowałoby oscylacje kąta pochylania rakiety na aktywnym odcinku toru lotu.

Silniki korekcyjne są źródłami ciągu, które generują siły poprzeczne do osi podłużnej obiektu. Poza obszarem techniki raketowej są często wykorzystywane w układach sterowania statków kosmicznych, w pociskach moździerzowych i amunicji inteligentnej [1], [13]. Ten typ sterowania może mieć również zastosowanie, kiedy klasyczne oddziaływanie na obiekt przy użyciu powierzchni sterowych jest nieefektywne z powodu niskiej gęstości ośrodka, w którym porusza się pocisk (np. lot w górnych warstwach atmosfery) lub/i małej prędkości ruchu względem ośrodka (np. faza startu rakiety) [2]. W takich warunkach sterowanie aerodynamiczne wykorzystujące ruchome powierzchnie sterowe nie jest w stanie zapewnić wystarczających sił i momentów koniecznych do zmiany toru lotu obiektu.

Jeżeli chodzi o strefę ostrzału wykorzystanie sterowania gazodynamicznego pozwala na zapewnienie pokrycia 360° w azymucie oraz zwiększenie zasięgu rakiety poprzez opóźnienie zapłonu silnika marszowego [1], [9], co powoduje efektywniejsze zużycie paliwa w czasie. Zaletą układu wykonawczego opartego na silnikach korekcyjnych jest również zwarta konstrukcja. Tego typu układy przeważnie w całości mieszczą się w korpusie rakiety i nie wystają poza obrys zewnętrzny. Powoduje to, że silniki nie zaburzają przepływu poza fazą, kiedy są uruchomione, co z kolei jest korzystne pod względem minimalizacji oporu pocisku [3]. Posiadają również niższe zapotrzebowanie na energię niż siłowniki wykorzystywane do napędu powierzchni sterowych.

Prezentowana metoda nie jest podejściem zupełnie nowym. Obecnie na świecie proponowane rozwiązanie jest stosowane między innymi w systemie 9K330 Tor (kod NATO: SA-15 Gauntlet) [4], w rakiecie CAMM (ang. Common Anti-air Modular Missile) [5] oraz KM SAM (znanej też jako Cheolmae 2 lub Cheongung) [6]. Przebieg startu dla trzech wymienio-

The use of only one corrective motor would result in continuous rotation of the missile and its non-zero angular velocity when the main engine is started leading to oscillations of the angle of pitch on missile active flying path.

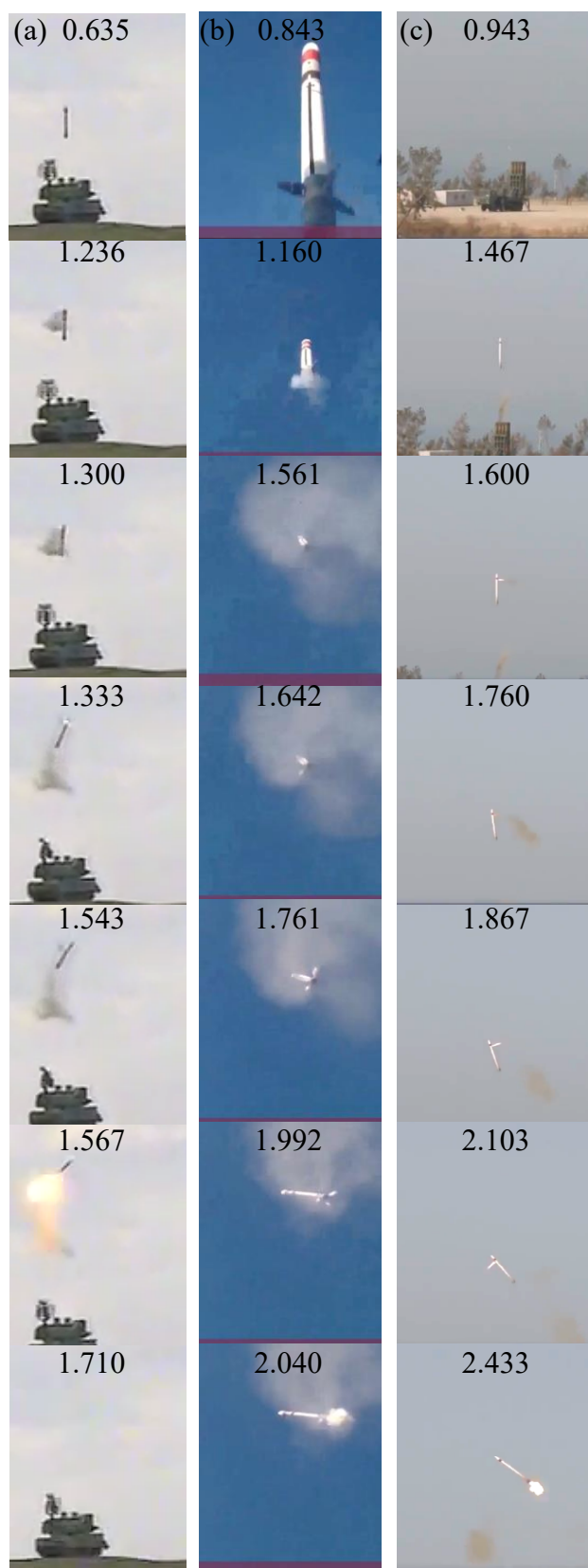
The corrective engines produce the thrust in lateral directions against the main axis of the object. Apart from the missilery the engines are often used to control spacecrafts, mortar bombs and smart ammunition [1], [13]. Such control systems may be also used when the conventional ways of reacting into an object, exploiting the control surfaces, are inefficient because of a low density of an environment the missile is moving through (e.g. the flight in high atmospheric strata) or/and at low relative velocity against the environment (e.g. the missile launching phase) [2]. In such cases the aero-dynamical control systems using the movable control surfaces fail as they cannot provide sufficient forces and moments for changing the object flying path.

Regarding the zone of engagement the use of the reaction control covers 360° in azimuth and increases the range of the missile as the start of the sustainer engine is delayed [1], [9] and the propellant is used more efficiently. A cohesive structure of the manoeuvring system based on the corrective engines is also an advantage. Such systems usually may be entirely embedded inside the missile fuselage without any outside protruding parts. It makes the engines do not disturb the air flow apart when they operate what minimises the missile's drag [3]. Moreover they indicate a lower level of energy consumption than servomotors used for driving the controlling wings.

Presented method is a known approach. The proposed solution is currently used in the world by such systems as 9K330 Tor (NATO code: SA-15 Gauntlet) [4], in missile CAMM (Common Anti-air Modular Missile) [5] and KM SAM (also known as Cheolmae 2 or Cheongung) [6]. The phase of launching for these three mentioned missiles is presented in Fig. 2.

ných rakiet został przedstawiony na rys. 2. Na górze każdego zdjęcia podano czas jego wykonania licząc od chwili rozpoczęcia startu rakiety.

At the top of each picture is given the time when it was captured counting from the beginning of missile start.



Rys. 2. (a) Start pocisku 9K330 [5] (b) Start pocisku CAMM [4] (c) KM-SAM [6]

Fig. 2. (a) Start of missiles 9K330 [5], (b) CAMM [4], (c) KM-SAM [6]

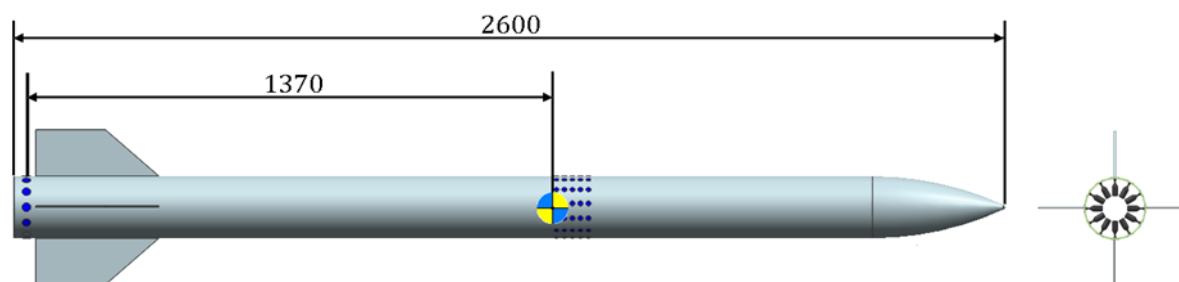
Pociski 9K330 i KM-Sam posiadają silniki korekcyjne umieszczone przed środkiem ciężkości, natomiast CAMM w części ogonowej rakiety. W niniejszej pracy opisane dalej symulacje przeprowadzono przy założeniu, że silniki wchodzące w skład układu sterowania gazodynamicznego znajdują się za środkiem ciężkości rakiety.

2. Model fizyczny, matematyczny i symulacyjny rakiety

Niniejszy rozdział przedstawia opis modelu symulacyjnego rakiety. Charakterystyki aerodynamiczne uzyskano na drodze obliczeń numerycznych w programie PRODAS, jak również przy wykorzystaniu danych literaturowych. Opracowany model posłużył do stworzenia programu komputerowego w środowisku Matlab/Simulink, służącego do symulacji początkowej fazy lotu badanego obiektu.

2.1. Model fizyczny rakiety

Niniejszy rozdział zawiera opis modelu fizycznego. Założono długość rakiety 2600 mm, średnicę korpusu 80 mm oraz masę paliwa silnika marszowego 24 kg (rys. 3). Przyjęto, że układ sterów gazodynamicznych znajduje się 35 mm od tyłu rakiety, 1370 mm za środkiem ciężkości dla przypadku niewypalonego paliwa silnika marszowego.



Rys. 3. Uproszczony model pocisku wykorzystanego w symulacjach numerycznych [14]

Fig. 3. Simplified model of a missile used in numerical simulations [14]

Przyjęto, że obiekt jest bryłą mogącą poruszać się w przestrzeni ruchem dowolnym. Uwzględniono zmienność charakterystyk masowo-bezwładnościowych rakiety powstałą wskutek spalania paliwa i przemieszczania się

Missiles 9K330 and KM-Sam have the corrective motors placed before the centre of gravity whereas the CAMM in the tail part of missile. In the present paper the simulations are carried out at the assumption that the reaction control engines are embedded behind the missile gravity centre.

2. Physical, Mathematical and Simulating Models of the Missile

A simulating model of the missile is presented below. Aero-dynamical characteristics were received from numerical calculations made by PRODAS computer code and by using the literature data. The prepared model was used to develop a computer code in Matlab/Simulink environment to simulate the initial phase of the flight for the investigated object.

2.1. Physical Model of the Missile

The physical model is presented below. It was assumed that the missile length is 2600 mm, fuselage diameter 80 mm and the weight of sustainer engine fuel 24 kg (Fig. 3). It was assumed that the reaction control system is placed 35 mm from the rear of the missile and 1370 mm behind the centre of gravity for unburned sustainer motor fuel.

It was assumed that the object is a body of unrestricted movement in the space. The changes of mass-inertial characteristics caused by propellant burning process and shifting the centre of

środku ciężkości [1], [8]. Wzięto również pod uwagę zaburzenia powstałe przy uruchamianiu silnika raketowego jak również niektóre zjawiska aerodynamiki nieustalonej. Przyjęto gęstość, ciśnienie i temperaturę powietrza zgodną z atmosferą wzorcową [7] oraz założono, że przyspieszenie grawitacyjne jest stałe i równe $9,81 \text{ m/s}^2$. Założono iż, lot odbywa się w spokojnej atmosferze, wpływ podmuchów jest zaniedbywalny [10]. Założenie to jest wystarczające do wstępnych badań. Na dalszym etapie projektowania pocisku należy uwzględnić wpływ zaburzeń wiatru w początkowej fazie lotu, ponieważ wartość prędkości podmuchów może być tego samego rzędu jak prędkość rakiety bezpośrednio po opuszczeniu wyrzutni. Ze względu na fakt, iż przedmiotem badań jest głównie faza startu, pominięto wpływ obrotu Ziemi na ruch przestrzenny rakiety.

2.2. Model matematyczny pocisku

Ze względu na obszerny model matematyczny obiektu przedstawiono tylko zależności w postaci ogólnej. Opisane poniżej i użyte w modelu matematycznym układy są kartezjańskimi, prostoliniowymi, prawoskrętnymi układami współrzędnych, o trzech wzajemnie prostopadłych osiach. Początek układu oznaczano dużą literą O z odpowiednim dolnym indeksem oznaczającym nazwę układu, a oś układu – małymi literami x, y, z również z dolnymi indeksami. Wśród najważniejszych układów współrzędnych zastosowanych w modelu warto wymienić: nawigacyjny układ współrzędnych $O_n x_n y_n z_n$, układ $O_b x_b y_b z_b$ związany z rakieta oraz grawitacyjny układ współrzędnych $O_g x_g y_g z_g$ związany z trajektorią obiektu. Na rys. 4 zaznaczono podane wyżej układy. Oznaczenia oraz konwencja osi układów współrzędnych na potrzeby niniejszej pracy zostały oparte na literaturze zagranicznej, głównie [11].

Do opisu położenia pocisku raketowego w przestrzeni użyto związków kinematycznych dostarczających informacji na temat liniowego i kątownego położenia układu $O_b x_b y_b z_b$ względem układu nawigacyjnego

gravity are accounted [1], [8]. The disturbances occurring at starting the rocket motor and some effects of unsettled aerodynamics are also concerned. The air density, pressure and temperature were taken as for the reference atmosphere [7] and the gravity is assumed to be constant and equal to 9.81 m/s^2 . It is accepted that the flight takes place at a quiet weather and the gusts of wind may be neglected [10]. Such assumptions are sufficient for initial studies. The more advanced stage of missile designing requires consideration of influence of wind disturbances for the initial phase of flying as the velocities of gusts and missile may be similar then. The impact of Earth rotation on missile space movement was omitted as the studies are focused on the launching phase in general.

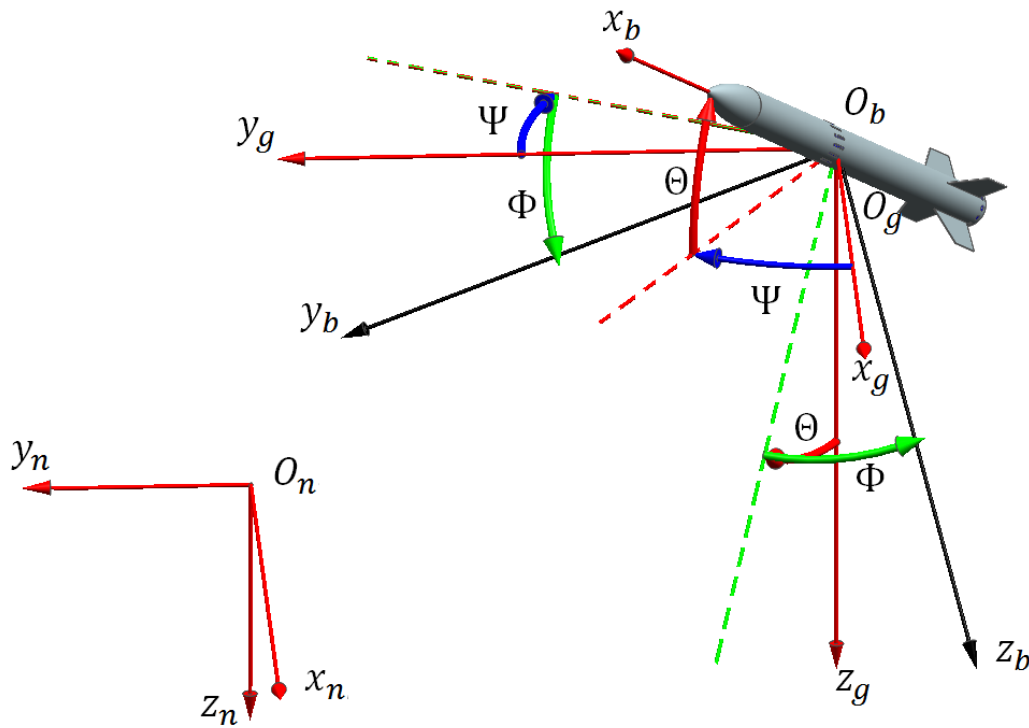
2.2. Mathematical Model of Missile

Mathematical model is presented here in a general form only because of its extensivity. The systems described below and deployed in the mathematical model are the rectilinear Descartes' right hand systems of coordinates with three mutually perpendicular axes. Origin of the system is described by capital letter O indexed respectively at the bottom by the name of the system and the system's axes are marked by little letters x, y, z with bottom indexes as well. It is worth to mention about following coordinate systems used among others in the model: navigating system of coordinates $O_n x_n y_n z_n$, system $O_b x_b y_b z_b$ linked with the missile and gravitational system of coordinates $O_g x_g y_g z_g$ connected with the object's trajectory. The systems are shown in Fig. 4. Designations and coordinate system axis convention applied for this study are based on foreign publications, mainly [11].

Space position of the missile is described by using kinematic relations providing data on linear and angular position of $O_b x_b y_b z_b$ system against the

$O_g x_g y_g z_g$. Jako parametrów opisujących położenie obiektu w przestrzeni użyto kwaternionów, natomiast w celu wizualizacji wyników skorzystano z quasi-eulerowskich kątów orientacji przestrzennej: Φ - kąt przechylenia, Θ - kąt pochylenia, Ψ - kąt odchylenia (rys. 4). Kąty obrotu określają położenie układu odniesienia związanego z pociskiem $O_b x_b y_b z_b$ względem układu grawitacyjnego $O_g x_g y_g z_g$, który jest równoległy do nieruchomego układu nawigacyjnego $O_n x_n y_n z_n$.

navigation system $O_g x_g y_g z_g$. Quaternion description is used to define object's position in the space and quasi-Euler's special orientation angles are deployed to visualise the results for Φ - angle of roll, Θ - angle of pitch, Ψ - angle of yaw (Fig 4). Turning angles define position of the reference system $O_b x_b y_b z_b$ connected with the missile against the gravitational system $O_g x_g y_g z_g$ which is parallel to the stationary navigation system $O_n x_n y_n z_n$.



Rys. 4. Układy współrzędnych: nawigacyjny $O_n x_n y_n z_n$, grawitacyjny $O_g x_g y_g z_g$ i obiektu $O_b x_b y_b z_b$ [11], [14]

Fig. 4. Coordinate systems: navigation $O_n x_n y_n z_n$, gravitation $O_g x_g y_g z_g$ and object $O_b x_b y_b z_b$ [11], [14]

Dynamiczne równania ruchu rakiety w układzie $O_b x_b y_b z_b$ mają postać [11]:

Dynamic equations of missile movement in system $O_b x_b y_b z_b$ have the form [11]:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{\Omega}\mathbf{A}\mathbf{x} + \dot{\mathbf{A}}\mathbf{x} = [\mathbf{F} \quad \mathbf{M}]^T \quad (1)$$

gdzie:

where:

$$\mathbf{x} = [U \quad V \quad W \quad P \quad Q \quad R]^T \quad (2)$$

macierze masowe:

mass matrixes:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -S_y & S_x & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

macierz prędkości kątowych:

matrix of angular velocities:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -R & Q & 0 & 0 & 0 \\ R & 0 & -P & 0 & 0 & 0 \\ -Q & P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -W & V & 0 & -R & Q \\ W & 0 & -U & R & 0 & -P \\ -V & U & 0 & -Q & P & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

U, V, W – składowe prędkości liniowej rakiety w układzie $O_b x_b y_b z_b$;

P, Q, R – składowe chwilowej prędkości kątowej rakiety w układzie $O_b x_b y_b z_b$;

m – masa rakiety;

$I_x, I_y, I_z, I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$ – momenty bezwładności;

Związki kinematyczne między składowymi prędkości liniowej mierzonymi w układzie inercjalnym $O_n x_n y_n z_n$, a składowymi prędkości U, V, W w układzie odniesienia $O_b x_b y_b z_b$ związanym z rakieta są następujące [11]:

U, V, W – missile linear velocity components in $O_b x_b y_b z_b$ system

P, Q, R – missile momentary angular velocity components in $O_b x_b y_b z_b$ system

m – mass of the missile

$I_x, I_y, I_z, I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$ – moments of inertia

There are following kinematic relations between components of linear velocity measured in the inertial system $O_n x_n y_n z_n$ and components of velocity U, V, W in the reference system $O_b x_b y_b z_b$ connected with the missile [11]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_n \\ \dot{y}_n \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_0^2 + e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 & 2(e_1 e_2 - e_0 e_3) & 2(e_0 e_2 - e_1 e_3) \\ 2(e_0 e_3 - e_1 e_2) & e_0^2 - e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 & 2(e_2 e_3 - e_0 e_1) \\ 2(e_1 e_3 - e_0 e_2) & 2(e_0 e_1 - e_2 e_3) & e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (5)$$

Rakieta startuje pionowo, zatem do opisu orientacji przestrzennej zdecydowano się wykorzystać rachunek kwaternionowy. Pochodne składowych kwaternionów względem czasu spełniają zależność [11]:

The missile is launched vertically and the quaternion algebra was taken for space orientation description. Derivatives of quaternion components against the time meet the relation [11]:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_0 \\ \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & P & Q & R \\ -P & 0 & -R & Q \\ -Q & R & 0 & -P \\ -R & -Q & P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} - kE \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie:

k – stały współczynnik dobrany metodami eksperckimi;

E – współczynnik naruszenia równania wiążącego.

Po przeliczeniu kwaternionów na kąty przechylenia, pochylenia i odchylenia otrzymano [11]:

where:

k – constant coefficient matched by expertise methods

E – coefficient of infringement of binding relation.

After recalculation of quaternions into the angles of roll, pitch and yaw the following expressions were received [11]:

$$\Phi = \arctan \left[\frac{2(e_0e_1 + e_2e_3)}{e_0^2 - e_1^2 - e_2^2 + e_3^2} \right] \quad (7)$$

$$\Theta = \arcsin \left[2(e_0e_2 - e_1e_3) \right] \quad (8)$$

$$\Psi = \arctan \left[\frac{2(e_0e_3 + e_1e_2)}{e_0^2 + e_1^2 - e_2^2 - e_3^2} \right] \quad (9)$$

Kąty te są znacznie przystępniejsze w interpretacji ilościowej wyników obliczeń.

Obciążenia działające na obiekt obliczono jako sumę:

The angles are more suitable for quantitative interpretation of calculation results.

The loads acting against the object were calculated as a sum:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_P + \mathbf{F}_T \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_G + \mathbf{M}_A + \mathbf{M}_P + \mathbf{M}_T \quad (11)$$

gdzie:

\mathbf{F}_G – siły grawitacyjne

\mathbf{F}_A – siły aerodynamiczne

\mathbf{F}_P – siły od silnika marszowego

\mathbf{F}_T – siły generowane przez układ sterowania gazodynamicznego

\mathbf{M}_G – momenty grawitacyjne

\mathbf{M}_A – momenty aerodynamiczne

\mathbf{M}_P – momenty od silnika marszowego

\mathbf{M}_T – momenty generowane przez układ sterowania gazodynamicznego

Zwroty sił i momentów przedstawiono na rys. 5.

where:

\mathbf{F}_G – forces of gravity

\mathbf{F}_A – aerodynamic forces

\mathbf{F}_P – forces of sustainer motor

\mathbf{F}_T – forces produced by reaction control system

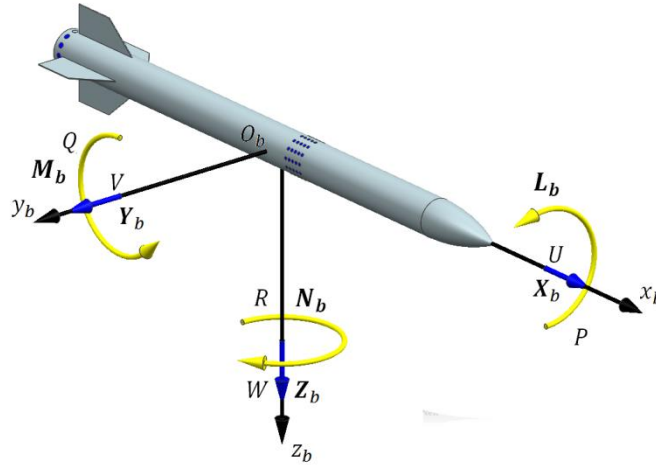
\mathbf{M}_G – moments of gravity

\mathbf{M}_A – aerodynamic moments

\mathbf{M}_P – sustaining motor moments

\mathbf{M}_T – moments produced by reaction control system

The senses of forces and moments are presented in Fig. 5.



Rys. 5. Zwroty sił i momentów w układzie związanym z rakieta $O_b x_b y_b z_b$ [14]

Fig. 5. The senses of forces and moments in the system connected with missile $O_b x_b y_b z_b$ [14]

Siły pochodzące od grawitacji obliczono jako: | The forces of gravitation were calculated as:

$$\mathbf{F}_G = mg \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \cos \Theta \sin \Phi \\ \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix} \quad (12)$$

Momenty pochodzące od sił grawitacji: | The moments produced by gravitation:

$$\mathbf{M}_G = \mathbf{r}_G \times \mathbf{F}_G = \begin{bmatrix} mgy_g \cos \Theta \cos \Phi - mgz_g \cos \Theta \sin \Phi \\ -mgz_g \sin \Theta - mgx_g \cos \Theta \sin \Phi \\ mgx_g \cos \Theta \sin \Phi + mgy_g \sin \Theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie $\mathbf{r}_G = [x_g \ y_g \ z_g]^T$ jest wektorem określającym położenie początku układu $O_g x_g y_g z_g$ względem układu $O_b x_b y_b z_b$.

Współczynniki aerodynamiczne obliczone zostały między innymi w funkcji liczby Macha, kąta natarcia i ślizgu. Kąt natarcia α i ślizgu β wynoszą odpowiednio:

where $\mathbf{r}_G = [x_g \ y_g \ z_g]^T$ is the vector identifying the position of the origin of $O_g x_g y_g z_g$ system against $O_b x_b y_b z_b$ system.

Aerodynamic coefficients were calculated as a function of Mach number, angle of attack and angle of sideslip. The angles of attack α and sideslip β equal to:

$$\alpha = \arctan \frac{W}{U} \quad (14)$$

$$\beta = \arcsin \frac{V}{V_0} \quad (15)$$

Prędkość całkowita lotu obiektu wyraża się jako pierwiastek z sumy kwadratów po-

The object overall flying velocity is the square root of the sum of the squares of

szczególnych składowych prędkości:

velocity particular components:

$$V_0 = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2} \quad (16)$$

Nieliniowe obciążenia aerodynamiczne wyrażone w układzie współrzędnych związanym z rakieta $O_b x_b y_b z_b$ mają postać:

Non-linear aerodynamic loads expressed in the missile coordinate system $O_b x_b y_b z_b$ have a form:

$$\mathbf{F}_A = \frac{1}{2} \rho V_0^2 S \begin{bmatrix} -C_X \\ C_Y \\ -C_Z \end{bmatrix} \quad (17)$$

oraz

and

$$\mathbf{M}_A = \frac{1}{2} \rho V_0^2 S \begin{bmatrix} \frac{Pd}{2V_0} C_{LP} \\ C_M d + \frac{Qd}{2V_0} C_{MQ} \\ C_N d + \frac{Rd}{2V_0} C_{NR} \end{bmatrix} \quad (18)$$

gdzie:

- ρ – gęstość powietrza
- V_0 – całkowita prędkość lotu
- S – powierzchnia odniesienia
- d – liniowy wymiar odniesienia
- C_X – współczynnik siły osiowej
- C_Y – współczynnik siły bocznej
- C_Z – współczynnik siły normalnej
- C_{LP} – pochodna momentu przechylającego względem prędkości kątowej przechylenia
- C_M – współczynnik momentu pochylającego
- C_{MQ} – pochodna momentu pochylającego względem prędkości kątowej pochylania
- C_N – współczynnik momentu odchylającego
- C_{NR} – pochodna momentu odchylającego względem prędkości kątowej odchylenia.

Współczynniki aerodynamiczne przyjęto jako zależne o liczby Macha, kąta natarcia rakiety, prędkości zmian tegoż kąta oraz oporu dennego, który jest różny dla pracującego silnika marszowego i po wypaleniu się paliwa.

Nieliniowe wyrażenia na obciążenia pochodzące od zespołu napędowego i wyrażone

where:

- ρ – air density
- V_0 – overall flight velocity
- S – reference surface
- d – linear reference dimension
- C_X – coefficient of axial force
- C_Y – coefficient of lateral force
- C_Z – coefficient of normal force
- C_{LP} – derivative of rolling moment versus the rolling angular velocity
- C_M – coefficient of pitch moment
- C_{MQ} – pitch moment derivative versus the angular pitch velocity
- C_N – yaw moment coefficient
- C_{NR} – yaw moment derivative versus the angular yaw velocity.

Aerodynamic coefficients were taken as dependant on Mach number, missile angle of attack, rate of changes for this angle, and the drag of the base which is different at operating sustainer motor and after the fuel is burned out.

Non-linear expressions for the loads produced by the driving system and

w układzie współrzędnych związanym z obiektem można zapisać jako:

$$\mathbf{F}_p = [T(t) \ 0 \ 0]^T \quad (19)$$

$$\mathbf{M}_p = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (20)$$

Ciąg silnika marszowego rakiety został zadany jako funkcja czasu $T(t)$ która została wyznaczona na hamowni. Przyjęto również, że kierunek siły ciągu silnika pokrywa się z osią $O_b x_b$ układu współrzędnych związaneego z obiektem.

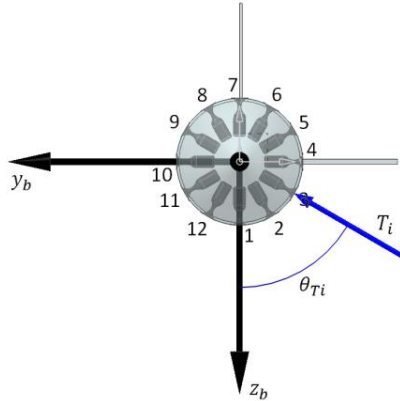
Na cele niniejszej publikacji założono, że obiekt jest wyposażony w $N=12$ silników korekcyjnych. Zakładając, że do wymuszenia obrotu nad wyrzutnią wykorzystywany jest jeden silnik korekcyjny, możliwy jest podział przestrzeni wokół rakiety na sektory o szerokości 30 deg każdy. Z przeprowadzonych analiz wynika, że wystarczającą liczbą jest 6 silników. Zadaniem układu sterowania gazodynamicznego jest przede wszystkim osiągnięcie zadanego kąta pochylenia, natomiast lot na dany azymut realizowany powinien być poprzez wykorzystanie układu naprowadzania. Dysze silników korekcyjnych umieszczone są prostopadle do osi symetrii obiektu (rys. 6). Silniki mogą być oddalone o odległość $\mathbf{r}_{Ti} = [x_{Ti} \ y_{Ti} \ z_{Ti}]$ względem początku układu współrzędnych $O_b x_b y_b z_b$, gdzie $i=1...N$ jest numerem danego silnika. Uruchomienie silnika powoduje zatem powstanie zarówno siły starającej się przesunąć obiekt w kierunku poprzecznym do osi symetrii jak i momentu obracającego raketę wokół osi prostopadłej do osi symetrii [12]. Dla niskich prędkości lotu i umiejscowienia silników korekcyjnych z tyłu kadłuba pominięto wpływ interferencji aerodynamicznej silników korekcyjnych z przepływem wokół rakiety. Każdy z silników jest ustawiony prostopadle do osi podłużnej rakiety. Obszar wokół rakiety został podzielony na sektory płaszczyznami wyznaczonymi przez oś $O_b x_b$ oraz kąty θ_{Ti} opisujące położenie poszczególnych silników. Liczba sektorów jest równa liczbie silników korekcyjnych umieszczonych na rakiecie. Środek sektora zawiera oś symetrii danego silnika o numerze i . Za-

expressed in the object coordinate system may be put in the following:

The thrust of missile sustainer motor was taken as a time function $T(t)$ and was measured in an engine test bench. It was also assumed that the direction of the engine thrust is identical with the axis $O_b x_b$ of the object coordinate system.

It was assumed in the paper that the object has $N=12$ corrective engines. The space around the missile may be divided on sectors of 30 degrees each by assuming that the rotation above the launcher is enforced by one corrective engine. The studies indicate that 6 engines may be a sufficient number. The task of the reaction control system is first of all to provide a required angle of inclination whereas the flight in the azimuth direction has to deploy a guiding system. The nozzles of corrective engines are set perpendicularly to the object axis of symmetry (Fig. 6). The motors may be separated by distances $\mathbf{r}_{Ti} = [x_{Ti} \ y_{Ti} \ z_{Ti}]$ against the origin of coordinate system $O_b x_b y_b z_b$, where $i=1...N$ is the number of particular engine. Start of an engine produces both a force, pushing the object in the lateral direction against the axis of symmetry, and a moment, rotating the missile around the axis which is perpendicular to the axis of symmetry [12]. Aerodynamic interference of corrective engines with the air overflowing the missile was omitted for low flight velocities and location of corrective engines at the rear part of fuselage. Each engine is set perpendicularly to the missile main axis. The area around the missile was divided on sectors limited by planes defined by the axis $O_b x_b$ and the angles θ_{Ti} identifying positions of particular engines. Number of sectors is identical with the number of corrective engines fixed on the missile. The centre of a sector includes the axis of symmetry for a particular motor with

kładając 12 silników, kąt pojedynczego sektora wynosi 30° .



number i . Assuming the presence of 12 engines the individual sector has 30° .

Rys. 6. Konwencja oznaczeń silników korekcyjnych

Fig. 6. Convention for designation of corrective engines

Sterowanie uzyskiwane jest przez selektywnie uruchomienie silnika po przeciwnej stronie kadłuba dożądanego kierunku ciągu. Założono, że silniki korekcyjne znajdują się za środkiem ciężkości, zatem jeżeli cel znajduje się na kącie θ_{Ti} zawartym między płaszczyznami wyznaczonymi przez oś symetrii rakiety i osie symetrii dysz silników korekcyjnych, które są opisane kątami $\theta_{Ti} - 15^\circ$ i $\theta_{Ti} + 15^\circ$, wtedy następuje uruchomienie silnika znajdującego się na tymże kącie θ_{Ti} .

Siła pochodząca od silnika o numerze i wyrażona w układzie współrzędnych związanym z obiektem $O_b x_b y_b z_b$ jest dana wzorem:

The control is provided by selective activation of an engine placed on the opposite side of the fuselage to direction of desired thrust. It was assumed that the corrective engines are placed behind the centre of gravity and therefore if a target is at the angle of θ_{Ti} identified by the planes of missile axis of symmetry and axes of symmetry for the nozzles of corrective engines, which are defined by the angles $\theta_{Ti} - 15^\circ$ and $\theta_{Ti} + 15^\circ$, then the engine positioned at this angle of θ_{Ti} is activated.

The force produced by the engine with number i and expressed in the object coordinate system $O_b x_b y_b z_b$ is given by:

$$\mathbf{F}_{Ti} = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_{Ti} = T_i \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \theta_{Ti} \\ -\cos \theta_{Ti} \end{bmatrix} \quad (21)$$

natomiast moment obracający wyraża się zależnością:

whereas the rotating moment is expressed by following formula:

$$\mathbf{M}_T = \sum_{i=1}^N \mathbf{M}_{Ti} = \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_{Ti} \times \mathbf{F}_{Ti} = \sum_{i=1}^N T_i \begin{bmatrix} -y_{Ti} \cos \theta_{Ti} - z_{Ti} \sin \theta_{Ti} \\ x_{Ti} \cos \theta_{Ti} \\ x_{Ti} \sin \theta_{Ti} \end{bmatrix} \quad (22)$$

gdzie T_i jest siłą ciągu silnika korekcyjnego o numerze i . Założono, że ciąg silnika korekcyjnego jest funkcją czasu. Uwzględniono opóźnienie w układzie sterowania pomię-

where T_i is the thrust of corrective engine with number i . It was assumed that the thrust of corrective engine is a function of time. A delay of the control system be-

dzy dotarciem sygnału sterującego do silnika korekcyjnego a jego uruchomieniem. W dalszej części artykułu użyto określeń „pierwszego” bądź „drugiego” silnika korekcyjnego. Odnosi się to do dwóch wybranych silników potrzebnych do wykonania manewru z całkowitej liczby silników zamontowanych na pocisku.

W szczególnym przypadku, gdy silniki korekcyjne są rozmieszczone wokół środka ciężkości obiektu, momenty pochylający i odchylający pochodzące od każdego z tychże silników równe są zeru. Możliwa jest również sytuacja, gdy silnik nie jest ustawiony prostopadłe do osi symetrii. Wtedy powstają dodatkowe siły: styczna do obwodu obiektu leżąca w płaszczyźnie prostopadłej do osi symetrii i składowa styczna leżąca w płaszczyźnie zawierającej oś symetrii. Składowa styczna stara się wtedy wprowadzić obiekt w ruch obrotowy. Poniżej wymieniono parametry określające działanie układu sterowania gazodynamicznego. Wszystkie poniższe stałe czasowe liczone są od chwili czasu $t = 0$.

τ_1 – czas uruchomienia pierwszego silnika korekcyjnego

τ_2 – czas wyłączenia pierwszego silnika korekcyjnego

τ_3 – czas uruchomienia drugiego silnika korekcyjnego

τ_4 – czas wyłączenia drugiego silnika korekcyjnego

τ_5 – czas uruchomienia silnika marszowego

Z wartościami stałych czasowych związane są szczególne wartości kątów pochylenia obiektu:

θ_{τ_2} – kąt pochylenia obiektu w chwili wyłączenia pierwszego silnika korekcyjnego

θ_{τ_4} – kąt pochylenia obiektu w chwili wyłączenia drugiego silnika korekcyjnego.

Zadawanym parametrem jest kąt pochylenia obiektu w chwili wyłączenia pierwszego silnika korekcyjnego θ_{τ_2} . Żeby obiekt był w stanie obrócić się do tego kąta od początkowego pochylenia $\theta = 90^\circ$ do kąta θ_{τ_2} w czasie $\tau_2 - \tau_1$ musi dysponować odpowiednim ciągiem. Po wyłączeniu pierwszego silnika

między tymi, kiedy sterujący sygnał osiąga korekcyjny silnik i jego aktywacją. W dalszej części artykułu użyto określeń „pierwszego” bądź „drugiego” silnika korekcyjnego. Odnosi się to do dwóch wybranych silników potrzebnych do wykonania manewru z całkowitej liczby silników zamontowanych na pocisku.

W szczególnym przypadku, gdy silniki korekcyjne są rozmieszczone wokół środka ciężkości obiektu, momenty pochylający i odchylający pochodzące od każdego z tychże silników równe są zeru. Możliwa jest również sytuacja, gdy silnik nie jest ustawiony prostopadłe do osi symetrii. Wtedy powstają dodatkowe siły: styczna do obwodu obiektu leżąca w płaszczyźnie prostopadłej do osi symetrii i składowa styczna leżąca w płaszczyźnie zawierającej oś symetrii. Składowa styczna stara się wtedy wprowadzić obiekt w ruch obrotowy. Poniżej wymieniono parametry określające działanie układu sterowania gazodynamicznego. Wszystkie poniższe stałe czasowe liczone są od chwili czasu $t = 0$.

τ_1 – first corrective engine activation time

τ_2 – first corrective engine turn off time

τ_3 – second corrective engine activation time

τ_4 – second corrective engine turn off time

τ_5 – sustainer motor activation time

Particular values of object pitch angles are linked with the time constant values:

θ_{τ_2} – object pitch angle when the first corrective engine is off

θ_{τ_4} – object pitch angle when the second corrective engine is off.

The objective parameter is an object angle of pitch θ_{τ_2} when the first corrective engine is off. A suitable thrust is required to secure the turning of the object from the initial value of pitch $\theta = 90^\circ$ to the angle θ_{τ_2} within the time $\tau_2 - \tau_1$. When the first

korekcyjnego prędkość kątowna pochylenia przestaje się zmieniać i pozostaje stała, co oznacza, że mimo wyłączonego silnika korekcyjnego rakieta nadal się obraca. Chcąc sprowadzić prędkość kątową rakiety do wartości bliskiej zeru należy wykorzystać drugi silnik korekcyjny. Od momentu jego uruchomienia w chwili τ_3 prędkość kątowna rakiety zaczyna maleć niemalże do zera. Kąt całkowity pochylenia rakiety po uruchomieniu pierwszego i drugiego silnika korekcyjnego jest sumą kątów pochylenia zaistniałych podczas pracy pierwszego silnika korekcyjnego, krótkiej fazy pomiędzy wyłączeniem pierwszego i uruchomieniem drugiego oraz podczas pracy drugiego silnika korekcyjnego.

W celu doboru wyżej wymienionych parametrów wykorzystano wzory opisujące rzut pionowy ciała któremu nadano pionową prędkość początkową o wartości v_0 skierowaną do góry. Na potrzeby obliczeń parametrów określających momenty uruchomienia silników wchodzących w skład układu sterowania gazodynamicznego pominięto opór powietrza. Rakieta wznosi się zatem po linii prostej do góry ruchem jednostajnie opóźnionym z opóźnieniem równym g , na ułamek sekundy zatrzymuje się w momencie osiągnięcia maksymalnej wysokości (formalnie trwania zatrzymania jest nieskończenie krótki) by następnie ruchem jednostajnie przyspieszonym opadać na ziemię z przyspieszeniem równym g . Maksymalna osiągnięta wysokość lotu rakiety po jej wyrzuceniu z prędkością początkową u_0 wynosi:

$$h_{\max} = \frac{u_0^2}{2g} \quad (23)$$

Czas wznoszenia do osiągnięcia maksymalnej wysokości jest dany zależnością v_0/g . Teoretycznie czas, w którym rakieta powinna obrócić się nad wyrzutnią i w którym powinno nastąpić uruchomienie silnika marszowego powinien być mniejszy od czasu wznoszenia rakiety:

$$0 < \tau_5 < \frac{v_0}{g} \quad (24)$$

corrective engine is off the changes of pitch angular velocity are stopped and it becomes constant what makes the missile still turn after the engine is off. In order to make the missile angular velocity close zero the second engine has to be used. From the moment of its activation until the moment τ_3 the missile angular velocity falls down near zero. The overall angle of pitch for the missile after operation of the first and second corrective engines equals to the sum of pitch angles produced during the operation of the first engine, and a short gap before the second is on, and at operation of the second corrective engine.

The above mentioned parameters may be found by using expressions describing the vertical projection of a body which was subjected to action of a vertical initial velocity v_0 directed upwards. For the needs of calculations of parameters describing the moments of time for activation of the reaction control system engines the air drag was neglected. Then the missile moves upwards along a line in a steady retarded movement with deceleration equal to g and stops for a fraction of a second in the point of the highest altitude (formally the time of staying is infinitely short), and then starts to move downwards in the steady accelerated movement with the acceleration equal to g . The maximal altitude reached by the missile after being projected with the initial velocity u_0 equals to:

The time of rising up to the maximal altitude is given by the relation v_0/g . In theory the time for missile declination over the launcher and starting the sustainer motor has to be shorter than missile time of rising:

Silnik marszowy uruchamiany być powinien w momencie, gdy różnica między żądanym i aktualnym kątem pochylenia jest minimalna oraz gdy prędkość postępową rakiety jest bliska zeru. Jest oczywistym, że pozostałe warunki konieczne do rozwiązania zagadnienia wynoszą $\tau_1 < \tau_2$ oraz $\tau_3 < \tau_4$.

2.3. Model symulacyjny

Model matematyczny został zaimplementowany w oprogramowaniu Matlab/Simulink. Na rysunku 7 zaznaczono najważniejsze moduły wchodzące w skład modelu.

2.4. Wyniki symulacji

Niniejszy podrozdział przedstawia wyniki symulacji numerycznych początkowej fazy lotu pocisku z wykorzystaniem omawianej metody sterowania gazodynamicznego. Na rys. 8 przedstawiono: trajektorię lotu rakiety (rys. 8a) oraz przebiegi kąta pochylenia (rys. 8b), prędkości postępowej (rys. 8c) i kątowej pochylenia (rys. 8d) dla różnych stałych czasowych określających uruchomienie drugiego silnika korekcyjnego. Czas działania pojedynczego silnika korekcyjnego w omawianym przypadku wynosi 0,51 s natomiast jego ciąg maksymalny 92 N. Parametry symulacji zostały podane w tabeli 1. Wartość ciągu została dobrana na drodze metod optymalizacji. Symulacje przeprowadzono dla pięciu stałych czasowych τ_3 z przedziału od 1 s do 1,2 s z interwałem 0,05 s. W celu poprawnego wykonania manewru w każdej z symulacji czas uruchomienia silnika marszowego został zsynchronizowany z wartością czasu odpalenia drugiego silnika korekcyjnego poprzez opóźnienie równe 0,35 s.

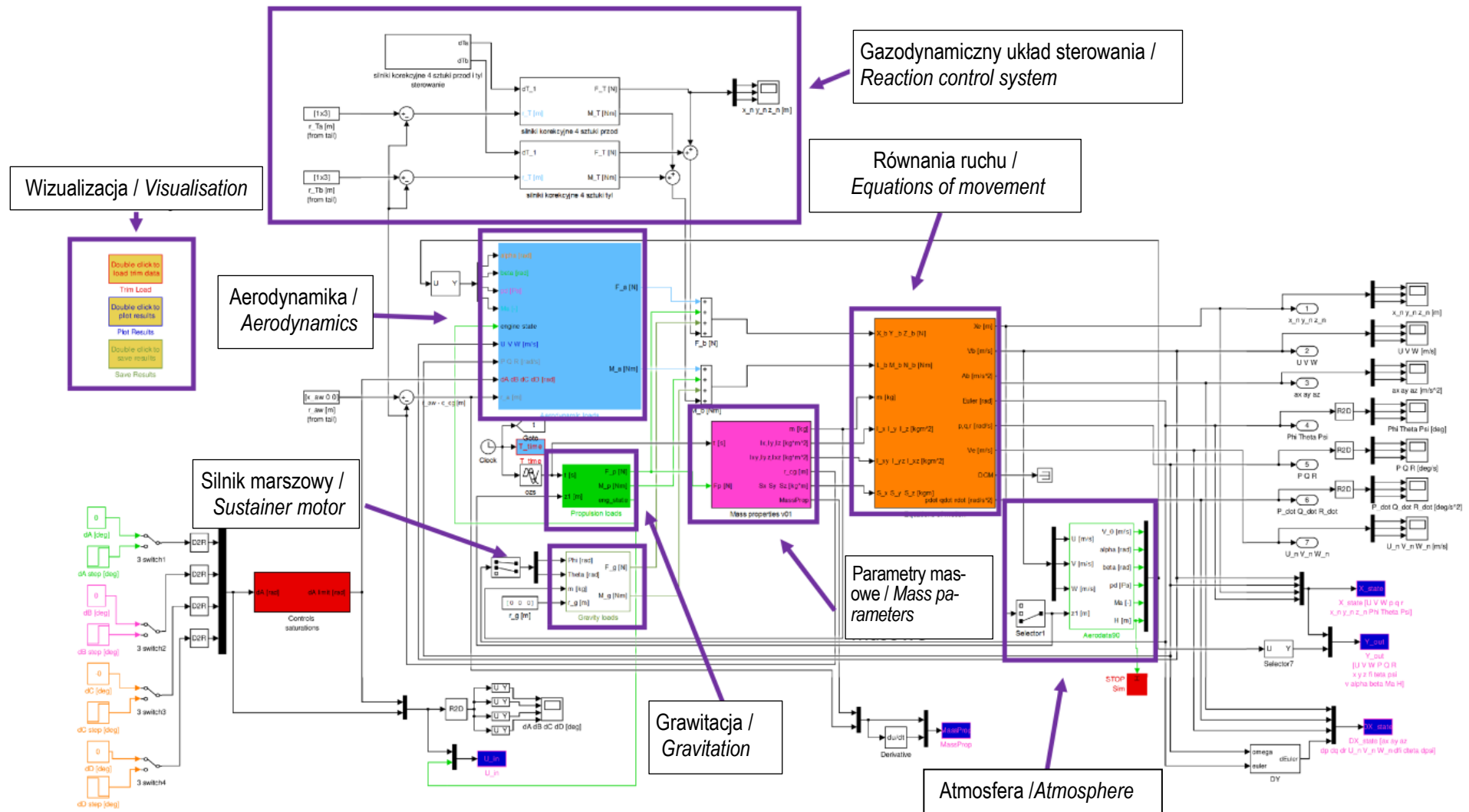
The sustainer motor has to be fired when the difference between demanded and current angle of pitch is minimal and the missile forward velocity is close to zero. It is obvious that $\tau_1 < \tau_2$ and $\tau_3 < \tau_4$ are the remaining conditions needed to get a solution of the question.

2.3. Simulating Model

Mathematical model was implemented in Matlab/Simulink environment. The most important parts of the model are shown in Fig. 7.

2.4. Results of Simulation

Present chapter describes results of numerical simulations for the initial phase of missile flight exploiting the reaction control method being the subject of the paper. Missile flight trajectory is shown in Fig. 8a with changes for the angle of pitch (Fig. 8b), forward velocity (Fig. 8c) and angular pitch velocity (Fig. 8d) for different time constants defining the activation of the second corrective engine. Operation time of a single corrective engine is 0.51 s and its maximal thrust is 92 N. Simulation parameters are given in Table 1. The value of the thrust was found by optimisation. The simulations were carried out for five time constants τ_3 from the range 1.0 s to 1.2 s with the interval of 0.05 s. In order to secure a proper execution of the manoeuvre the time for activation of the sustainer motor was timed with the time of firing for the second corrective engine by a delay of 0.35 s.

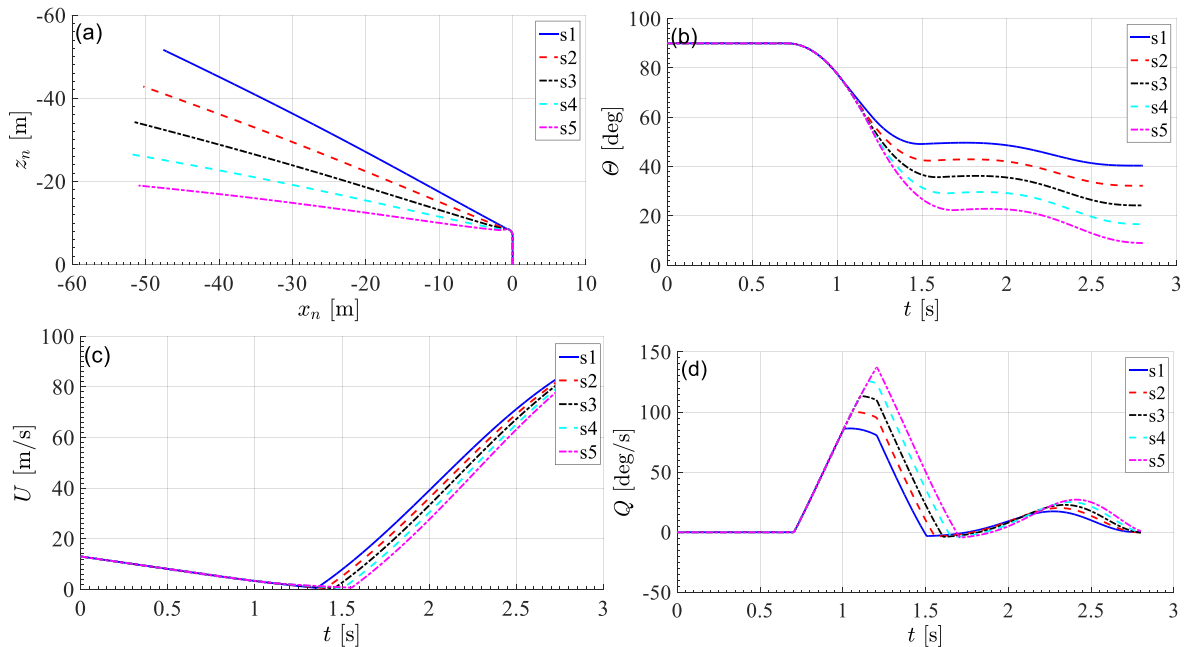


Rys. 7. Schemat modelu symulacyjnego [opracowanie własne autora]

Fig. 7. Diagram of the simulating model [author's elaboration]

Tabela 1. Wartości parametrów decydujących o przebiegu manewru obrotu nad wyrzutnią
 Table 1. Values of parameters affecting the process of manoeuvre over the launcher

nr symulacji <i>Simulation No</i>	prędkość początkowa <i>Initial velocity</i> [m/s]	czas uruchomienia / <i>Time of activation</i>		
		1-szego silnika <i>First engine</i> [s]	2-giego silnika <i>Second engine</i> [s]	silnika marszowego <i>Sustainer motor</i> [s]
s1	13	0.7	1	1.35
s2	13	0.7	1.05	1.4
s3	13	0.7	1.1	1.45
s4	13	0.7	1.15	1.5
s5	13	0.7	1.2	1.55



Rys. 8 (a) Trajektorie rakiety w funkcji stałej czasowej dla drugiego silnika korekcyjnego, (b) kąt pochylenia, (c) prędkość postępową, (d) prędkość kątowna rakiety w funkcji czasu

Fig. 8 (a) Trajectories of the missile in function of the second corrective engine time constant, (b) angle of pitch, (c) forward velocity, (d) missile angular velocity in the function of time

Trajektorie rakiety różnią się w zależności od chwil czasu, w których uruchamiane są silniki korekcyjne i silnik marszowy. Dla największej stałej czasowej kąt pochylenia rakiety w chwili uruchomienia silnika marszowego wynosi około $24,5^\circ$, natomiast dla najmniejszej 51° (kąt pochylenia zaznaczono na rys. 4, dla rakiety ustawionej pionowo wynosi 90°). Wykorzystując jeden silnik korekcyjny do wymuszenia obrotu a drugi do zmniejszenia prędkości kątownej jest możliwe, poprzez dobór odpowiednich stałych czaso-

Missile trajectories depend on moments of time when the corrective engines and sustainer motor are fired. The missile pitch angle for the highest time constant at the moment of starting for the sustainer motor is equal to ca. 24.5° , and for the lowest to 51° (the angle of pitch is marked in Fig. 4, for the vertical position of missile it is 90°). Using one corrective engine for enforcing the turning and the second engine for reducing the angular velocity it is possible to get different angles of pitch

wych, uzyskanie różnych kątów pochylenia rakiety w chwili uruchomienia silnika marszowego. Im dłuższa stała czasowa τ_3 tym bardziej poziomo ustawiona jest rakieta w momencie uruchomienia silnika marszowego. Prędkość postępową rakiety dla wszystkich symulacji maleje aż do chwili uruchomienia silnika marszowego, po czym następuje gwałtowny jej wzrost. Przebieg prędkości kątowej pochylenia charakteryzuje się nagłym wzrostem wartości po uruchomienia pierwszego silnika korekcyjnego w czasie od 0,7 s do chwil czasu z zakresu 1-1,2 s (w zależności od τ_3). Następnie uruchamiany jest silnik korekcyjny po przeciwnej stronie kadłuba, co skutkuje zmniejszeniem prędkości kątowej do zera, dzięki czemu obiekt w momencie uruchomienia silnika marszowego praktycznie się nie obraca.

Na rys. 9 przedstawiono wyniki symulacji lotu w zależności od prędkości początkowych rakiety. Prędkości początkowe zmieniały się w zakresie od 11 m/s do 19 m/s co 2 m/s (tabela 2). W miarę zwiększania prędkości początkowej pocisku maksymalna wysokość przez niego osiągnięta jest coraz większa oraz zmienia się chwila czasu zainicjowania manewru obrotu rakiety nad wyrzutnią.

for the missile in the moment of sustainer motor firing through a selection of time constants. The longer time constant τ_3 is the more horizontal position takes the missile at starting the sustainer motor. The forward velocity of the missile is falling down until the sustainer motor starts to operate and then it rises abruptly. The changes of pitch angular velocities are characterised by a sudden increase of the value after firing the first corrective engine for the times from 0.7 s to 1-1.2 s (depending on τ_3). In the next turn the corrective engine on the opposite side of the fuselage is activated what makes the angular velocity decrease to zero and the object in practice does not turn in the moment of firing the sustainer motor.

The results of flight simulations depending on the missile initial velocities are shown in Fig. 9. The initial velocities were changing in the range from 11 m/s to 19 m/s by steps of 2 m/s (Table 2). With the increase of initial velocity of the missile the maximal reached altitude increases and the time for starting the missile rotation manoeuvre above the launcher is changing.

Tabela 2. Wartości parametrów decydujących o przebiegu manewru obrotu nad wyrzutnią

Table 2. Values of parameters affecting the process of manoeuvre over the launcher

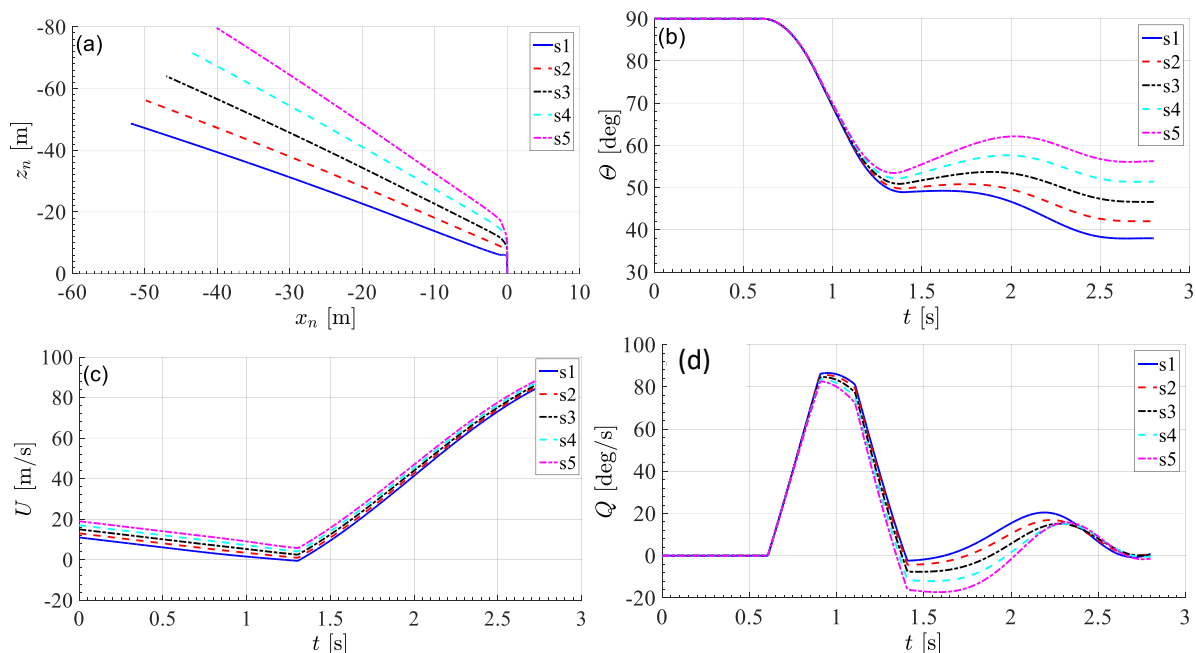
nr symulacji <i>Simulation No</i>	prędkość początkowa <i>Initial velocity</i> [m/s]	czas uruchomienia / <i>Time of activation</i>		
		1-szego silnika <i>First engine</i> [s]	2-giego silnika <i>Second engine</i> [s]	silnika marszowego <i>Sustainer motor</i> [s]
s1	11	0.6	0.9	1.3
s2	13	0.6	0.9	1.3
s3	15	0.6	0.9	1.3
s4	17	0.6	0.9	1.3
s5	19	0.6	0.9	1.3

Kąt pochylenia na końcu symulacji wynosi około 50° do 53°. Zmiana prędkości początkowej wpływa na zmianę kąta pochylenia w znacznie mniejszym stopniu niż miało to miejsce przy zmianie czasu uruchomienia

The angle of pitch equals to ca. 50° to 53° at the end of simulation. The changes of initial velocity influence the angle of pitch in much lower degree than the changes of firing times for the second

drugiego silnika korekcyjnego. Czas trwania manewru od chwili uruchomienia pierwszego silnika korekcyjnego do chwili uruchomienia silnika marszowego wynosi około 0,6 s.

corrective engine. It takes ca. 0.6 s of the manoeuvre from the time moment when the first corrective engine is activated to the time when the sustainer engine starts.



Rys. 9. (a) Trajektorie rakiety w funkcji prędkości początkowej rakiety, (b) kąt pochylenia, (c) prędkość postępową, (d) prędkość kątową rakiety w funkcji czasu

Fig. 9. (a) Trajectories of the missile in function of missile initial velocity, (b) angle of pitch, (c) forward velocity, (d) missile angular velocity as a function of time

Na podstawie powyższego wykresu można stwierdzić zadowalającą powtarzalność manewru zmiany orientacji przestrzennej pocisku przy wykorzystaniu sterów gazodynamicznych dla różnych prędkości wyrzucenia pocisku. Przebieg prędkości kątowej jest podobny dla wszystkich pięciu przypadków. Wykorzystanie przedstawionego rozwiązania pozwala na znacznie efektywniejsze ustawienie pocisku w żądanym kierunku niż w sytuacji, gdy silnik marszowy jest uruchamiany bezpośrednio na wyrzutni. Stwierdzono poprawność implementacji opracowanych metod w symulacji.

3. Podsumowanie

W prezentowanym artykule przedstawiono koncepcję systemu pionowego startu rakiety wykorzystującej sterowanie gazodynamiczne. Celem pracy było szczegółowe zbadanie metody dającej możliwość efektywniejszego wykorzystania materiałów pędnych w pierwszej fazie lotu pocisku, co pozwala na

It may be noted on the basis of the above chart that the manoeuvre changing the spatial orientation of the missile by using the reaction controls provides a satisfactory repeatability for different velocities of ejected missiles. The plots of angular velocities are similar for each of five cases. Deployment of presented solution is more efficient at setting the missile at demanded bearing than for solutions activating the sustainer motor directly on the launcher. The correctness of implementation of developed methods was proved in simulation.

3. Summary

A concept of a vertically launched missile system deploying the reaction control is presented in the paper. The study was aimed to investigate details of a method for more effective spending of propellants in the first phase of missile flight what may increase the range and optimise the flying

zwiększenie zasięgu i optymalizację toru lotu. W projektowanym systemie pocisk wyrzucany jest pionowo, obracany dożądanego położenia przy użyciu silników korekcyjnych, po czym następuje uruchomienie silnika marszowego. Skoncentrowano się na badaniu dynamiki i sterowalności pocisku przy małych prędkościach. Opisano model fizyczny i matematyczny obiektu. Na podstawie przeprowadzonych symulacji dowiedziono, że przy wykorzystaniu układu sterowania gazodynamicznego możliwe jest wykonanie manewru obrotu nad wyrzutnią. Stwierdzono, iż poprzez odpowiedni dobór stałych czasowych decydujących o uruchomieniu silników korekcyjnych możliwe jest sterowanie kątem pochylenia w momencie uruchomienia silnika marszowego.

path. In the proposed system the missile is ejected vertically to be turned into a desired position by using corrective engines and after that the sustainer motor is started. The stress was put to investigate the dynamics and controllability of the missile at low velocities. Physical and mathematical models of the object were described. It has been proved on the basis of performed simulations that at the deployment of the reaction control system it is possible to execute a manoeuvre of declining the missile over the launcher. It was stated that a suitable matching of time constants deciding about the activation of corrective engines may be used to control the angle of pitch in the moment of activating the sustainer motor.

Literatura / Literature

- [1] Baranowski L., *Badania symulacyjne możliwości sterowania gazodynamicznego pociskiem raketowym Feniks*, Problemy Techniki Uzbrojenia, zeszyt nr 1, 2011, pp. 87-94.
- [2] DeSpirito J., *Lateral Reaction Jet Flow Interaction Effects on a Generic Fin-Stabilized Munition in Supersonic Crossflows*, Army Research Laboratory, 2013.
- [3] Fenghua H., Kemaio M. i Yu Y., *Firing Logic Optimization Design of Lateral Jets in Missile Attitude Control Systems*, w 17th IEEE International Conference on Control Applications, San Antonio, 2008.
- [4] <https://youtu.be/Nnb20mrT1kw>, MBDA Systems, Common Anti-air Modular Missile (CAMP), 07.02.2017.
- [5] <https://www.youtube.com/watch?v=qcC0rXxXVNA>, TOR-M1 9A331 (SA-15 Gauntlet) surface-to-air missile, 08.04.2017.
- [6] <https://www.youtube.com/watch?v=rq3zxOYML1s>, 08.04.2017.
- [7] Polska Norma PN-ISO 5843-6:2005, *Lotnictwo i kosmonautyka - Wykaz terminów równoznacznych - Część 6: Atmosfera standardowa*
- [8] Yanushevsky R., *Modern Missile Guidance*, CRC Press, 2007.
- [9] Yuhang W., Yu Y. i Kemaio M., *Lateral Thrust and Aerodynamics Blended Control System Design Based on Variable Structure Model Following*, w Intelligent Control and Automation, Dalian, 2006.
- [10] Zarchan P., *Tactical and Strategic Missile Guidance*, American Institute of Aeronautics and Astronautic, 2012.
- [11] Zipfel H. P., *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamic*, American Institute of Aeronautics and Astronautic, 2012.

- [12] Zhen S., Wenqiao M., Yufang Z. i Huichao H., *Lateral Thrust and Aerodynamics Compound Control System of Missile Based on Adaptive Fuzzy Control*, w Computational Intelligence and Design (ISCID), Hangzhou, 2012.
- [13] Zhenchao W., Lingyu Y., Jing Z. i Gongzhang S., *Integer Programming Based Optimal Side Jets Ignition Combination for Advanced Missile Attitude Control*, w Control and Decision Conference (2014 CCDC), Changsha, 2014.
- [14] Opracowanie własne autora.
Author's own elaboration.

