V15-eksempel, R1

2. mai 2016 22:54

Oppgave 1 (3 poeng)

Bruk CAS til skrive funksjonsuttrykket enklere, og tegn grafen til f med alle asymptoter

$$f(x)=\frac{2x+10}{x^2-25}+\frac{x}{x+5}-\frac{2}{x-5}$$

Bestem hvor funksjonen er deriverbar og kontinuerlig.

02.05.2016 22:54 – skjermutklipp

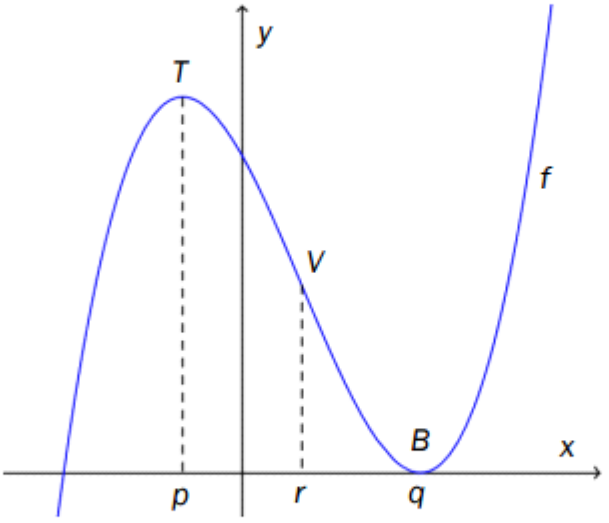
V15-eksempel, R1

2. mai 2016 22:55

Oppgave 6 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$



Grafen til f har toppunkt T når $x = p$ og bunnpunkt B når $x = q$.

Bruk CAS til å vise at x-koordinaten til vendepunktet V (infleksjonspunktet) ligger midt mellom x-koordinaten til toppunktet og x-koordinaten til bunnpunktet.

02.05.2016 22:55 – skjermutklipp

V15-eksamen, R1

2. mai 2016 22:57

Oppgave 4 (4 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

Om denne funksjonen vet vi at

- f har nullpunkt i $x = 1$
- $x = 2$ er x-koordinaten til vendepunktet på grafen til f
- Grafen til f går gjennom punktet $(3, 4)$

a) Sett opp tre likninger som svarer til opplysningene ovenfor.

b) Bruk CAS til å bestemme konstantene a, b og c.

02.05.2016 22:57 – skjermutklipp

V15-eksamen, R1

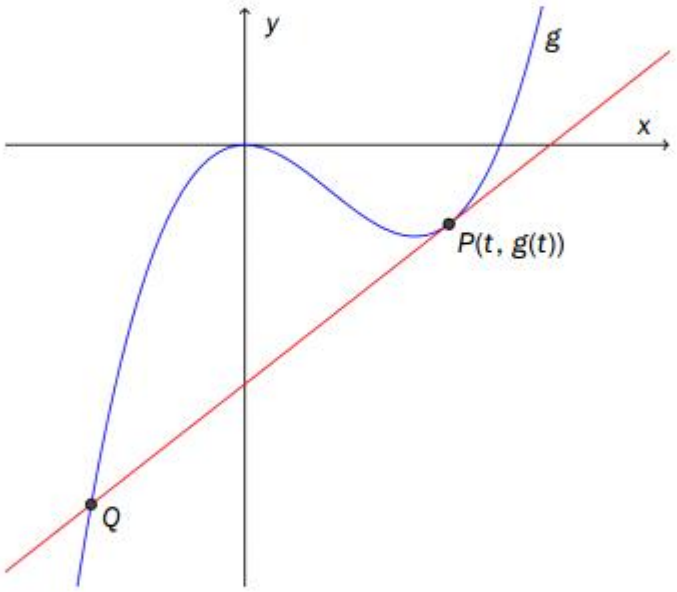
2. mai 2016 22:58

Oppgave 5 (4 poeng)

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = ax^3 - x^2 \quad , \quad D_g = \mathbb{R}$$

Grafen til g har en tangent i punktet $P(t\ ,\ g(t))$. Tangenten skjærer grafen til g i et annet punkt Q. Se skissen nedenfor.



a) Vis at tangenten har likningen

$$y = (3at^2 - 2t)x + t^2 - 2at^3$$

b) Bruk CAS til å bestemme koordinatene til Q, uttrykt ved a og t.

02.05.2016 22:58 – skjermutklipp

H15-eksamen, R1

2. mai 2016 22:59

Oppgave 1 (5 poeng)

I 1960 var folketallet på jorden 3,0 milliarder. I 2013 var folketallet 7,1 milliarder. En god modell for utviklingen av folketallet er funksjonen f gitt ved

$$f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$$

der c og k er konstanter og tiden t er antall år etter 1960.

a) Bestem konstantene c og k.

b) Når vil folketallet passere 10 milliarder ifølge denne modellen?

c) Forklar at folketallet stiger med en fast prosent hvert år ifølge modellen.
Bestem denne faste, årlige prosenten.

02.05.2016 22:59 – skjermutklipp

H15-eksamen, R1

2. mai 2016 23:00

Oppgave 4 (8 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - 9x + 28 \quad , \quad D_f = \mathbb{R}$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f.

En linje skjærer grafen til f i punktene $(-3, -8)$ og $(2, 2)$.

b) Bestem det tredje skjæringspunktet mellom grafen til f og linjen. Hva blir summen av x-koordinatene til de tre skjæringspunktene?

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

En linje ℓ går gjennom punktene $(s, g(s))$ og $(t, g(t))$.

c) Bruk CAS til å bestemme likningen for linjen ℓ, uttrykt ved s, t, a, b og c.

d) Bruk CAS til å bestemme x-koordinaten til det tredje skjæringspunktet mellom grafen til g og linjen ℓ. Bestem summen av x-koordinatene til de tre skjæringspunktene.

02.05.2016 23:00 – skjermutklipp

V15-eksempel, S1

2. mai 2016 23:05

Oppgave 6 (2 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = ax^3 - bx - 2$$

Grafen til f har et toppunkt i $(2, f(2))$ og en tangent med stigningstall lik 2 i punktet $(1, f(1))$.

Bestem de eksakte verdiene for tallene a og b.

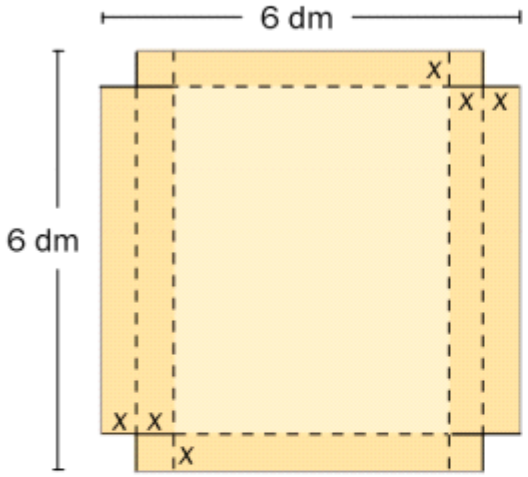
02.05.2016 23:05 – skjermutklipp

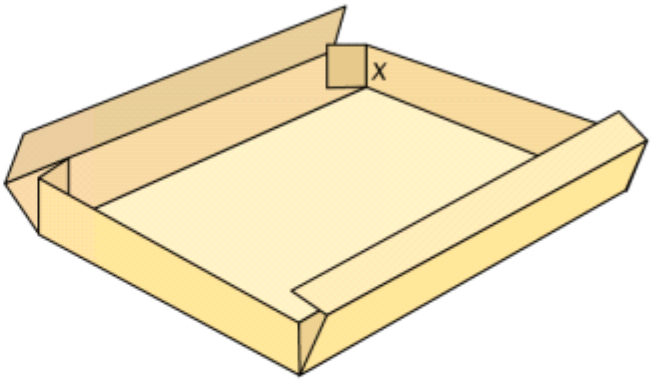
V15-eksamen, S1

2. mai 2016 23:01

Oppgave 4 (6 poeng)

En bedrift lager esker av kvadratiske pappstykker med side lik 6 dm. Dette gjør de ved å klippe ut hjørner som vist nedenfor og brette langs de stiplede linjene.





a) Forklar at volumet V, målt i kubikkdesimeter, til hver eske er gitt ved

$$V(x) = 8x^3 - 36x^2 + 36x \quad , \quad x \in \langle 0,\ 1{,}5 \rangle$$

b) Bruk CAS til å bestemme x slik at volumet blir størst mulig. Bestem dette største volumet.

Bedriften skal også lage andre esker der de bruker kvadratiske pappstykker med side lik a dm. De klipper og bretter på samme måte som ovenfor.

c) Bruk CAS til å vise at det maksimale volumet til disse eskene er $\frac{\sqrt{3}}{36}a^3$.

02.05.2016 23:01 – skjermutklipp

H15-eksamen, S1

2. mai 2016 23:02

Oppgave 2 (6 poeng)

Kroppsmasseindeksen *BMI* er en internasjonal standard som brukes for å si noe om vekt i forhold til høyde hos voksne mennesker. Formelen som brukes, er

$$BMI = \frac{m}{h^2}$$

Her er m vekten i kilogram, mens h er høyden i meter.

a) Bestem *BMI* for en person som veier 78 kg og er 177 cm høy.

b) Bestem høyden til en person som veier 85 kg og har *BMI* lik 28.

Svein er 4 kg tyngre og 4 cm høyere enn Terje. Begge har *BMI* lik 28.

c) Sett opp et likningssystem og bruk CAS til å bestemme høyde og vekt for Svein og Terje.

02.05.2016 23:02 – skjermutklipp

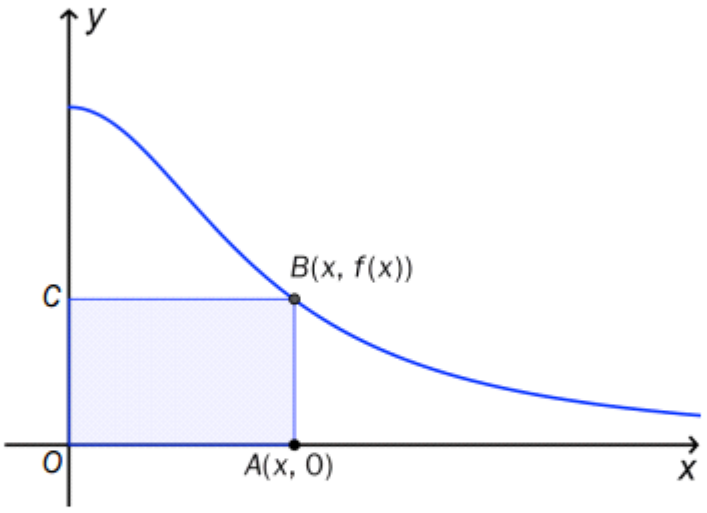
H15-eksamen, S1

2. mai 2016 23:03

Oppgave 4 (5 poeng)

På figuren nedenfor ser du grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x)=\frac{5}{x^2+2}\ ,\quad x>0$$



Rektangelet $OABC$ er laget slik at B ligger på grafen til f.

a) Vis at arealet F til rektangelet kan skrives som

$$F(x)=\frac{5x}{x^2+2}$$

b) Bruk graftegner til å bestemme x slik at rektangelet får areal lik 1,0.

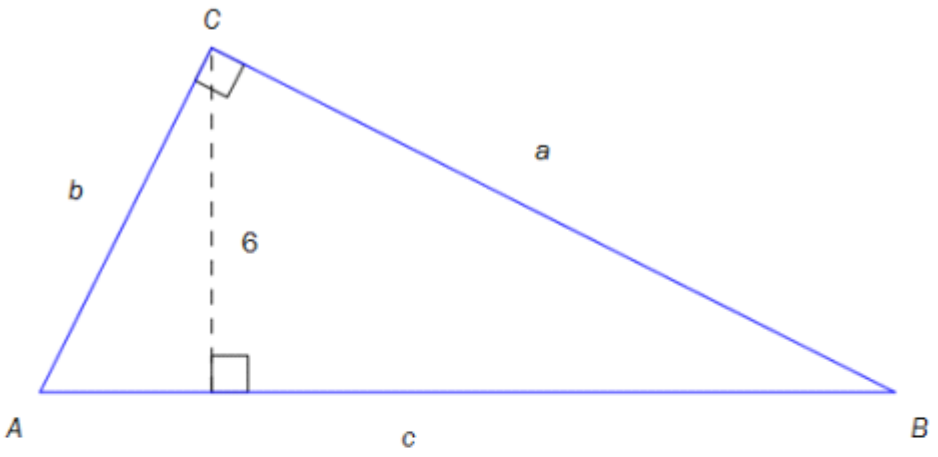
c) Bruk CAS til å bestemme eksakt x-verdi når rektangelet har størst mulig areal. Bestem det største arealet.

02.05.2016 23:03 – skjermutklipp

V15-eksempel, 1T

2. mai 2016 22:50

Oppgave 1 (4 poeng)



Gitt ΔABC ovenfor. Vi setter sidene i trekanten lik a, b og c.
Trekanten har omkrets 30. Høyden fra C på AB er 6.

a) Forklar hvorfor vi kan sette opp følgende likningssystem for å bestemme a, b og c.

$$\begin{bmatrix} a+b+c=30 \\ a^2+b^2=c^2 \\ ab=6c \end{bmatrix}$$

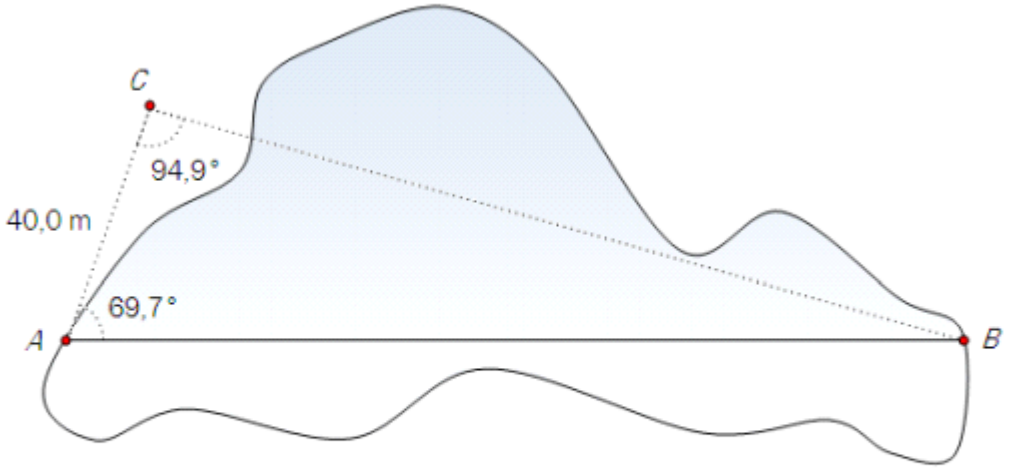
b) Bruk CAS til å bestemme a, b og c.

02.05.2016 22:50 – skjermutklipp

V15-eksempel, 1T

2. mai 2016 22:51

Oppgave 3 (2 poeng)



Ovenfor ser du et utsnitt av et kart.

Bruk CAS til å bestemme hvor langt det er fra A til B.

02.05.2016 22:51 – skjermutklipp

V15-eksempel, 1T

2. mai 2016 22:51

Oppgave 4 (2 poeng)

I skolegården står det tre trær. Trærne danner hjørnene i en trekant. Petter måler avstandene mellom trærne til 14,0 m, 20,0 m og 24,0 m.

Bruk CAS til å bestemme arealet av trekanten som trærne danner.

Oppgave 5 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x)=\frac{10}{x^2}+5 \quad , \quad x>0$$

Punktet A har koordinatene $(0,0)$, punktet B ligger på x-aksen, punktet C ligger på grafen til f og $\angle B=90°$.

Bruk CAS til å bestemme den eksakte verdien av x slik at arealet av ΔABC blir minst mulig. Hvor stort blir arealet da?

02.05.2016 22:51 – skjermutklipp

V15-eksempel, 1T

2. mai 2016 22:52

Oppgave 6 (6 poeng)

Funksjonene A og B er modeller som viser hvordan folketallet i to små bygder endret seg i perioden fra 2006 til 2014.

$$A(x) = 0{,}54x^3 + 6{,}32x^2 + 33{,}8x + 1410 \ , \quad x \in [0,8]$$

$$B(x) = -0{,}20x^3 - 5{,}32x^2 + 18{,}8x + 1693 \ , \quad x \in [0,8]$$

Her er x antall år etter 2006, og $A(x)$ og $B(x)$ viser folketallet i bygd A og i bygd B.

a) Bruk en graftegner til å bestemme

1) når folketallet i bygd B var størst, og hvor mange folk det bodde i denne bygda da

2) når folketallet var likt i de to bygdene

3) når folketallet i de to bygdene til sammen passerte 3 500

b) Bruk CAS til å løse oppgave a) 2).

c) Løs oppgave a) 1) ved derivasjon.

02.05.2016 22:52 – skjermutklipp

H15-eksamen, 1T

2. mai 2016 23:07

Oppgave 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

a) Bruk graftegner til å tegne

- grafen til f
- en rett linje som går gjennom punktene $(1, f(1))$ og $(3, f(3))$
- en rett linje som går gjennom punktene $(0, f(0))$ og $(4, f(4))$
- tangenten til grafen til f i punktet $(2, f(2))$

b) Bruk CAS til å vise at tangenten til grafen til f i punktet $(c, f(c))$ er parallell med den rette linjen som går gjennom punktene $(c+h, f(c+h))$ og $(c-h, f(c-h))$.

02.05.2016 23:07 – skjermutklipp

V15-eksamen, 1T

2. mai 2016 23:08

Oppgave 3 (9 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 18$$

a) Bruk graftegner til å tegne grafen til f, bestemme nullpunktene til f og eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

b) Bruk CAS til å bestemme eksakte verdier for nullpunktene til f og for eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f.

Grafen til f har to tangenter med stigningstall lik 3.

c) Bestem likningene for de to tangentene.

d) Tegn de to tangentene i samme koordinatsystem som grafen til f.

02.05.2016 23:08 – skjermutklipp