الوحدة الرابعة

اللوغاريتمات

الدالـــــة الأسيـــة:

تعريف: تسمى ص = $أ^{س}$ دالة أسية.

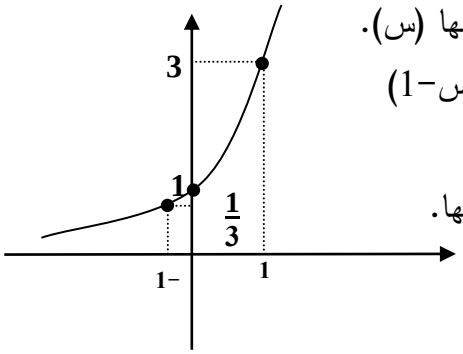
مـلاحظـات: (1) أ > 0 (2) أ ≠ 1 (3) يظهر فتغير في الأس

مثال: ص= $2^{س}$ دالة أسية لأن أساسها 2> 0 وأسها (س).

مثال: ص= $3^{س-1}$ دالة أسية أساسها (3) وأسها (س−1)

مثال: ص= $(س-1)^{3}$ ليست دالة أساسية.

لرسم بيان الدالة نحصل على عدة نقاط ونصل بينها.



مثال: ص=$3^{س}$

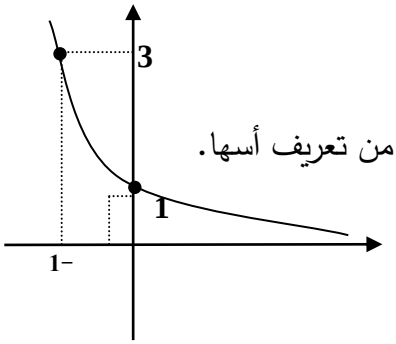
ضع س= −1 ⇐ ص= 3^{-1} = $\frac{1}{3}$ $(-1، \frac{1}{3})$

ضع س= 0 ⇐ ص= 3^{0} = 1 (0، 1)

ضع س= 1 ⇐ ص= 3^{1} = 3 (1، 3)

س	1−	0	1
ص	$\frac{1}{3}$	1	3

ويكون ص = $3^{-س}$ نظير للشكل الأول.



الاستنتاج:

(1) م ت= ح ∴ مجموعة تعريف الدالة الأسية من تعريف أسها.

(2) المدى] 0، +∞[

(3) يمر بيان الدالة بالنقطة (0، 1)

تمارين ومسائل (4- 1)

[1] لتكن د (س) = $أ^{س}$ أثبت أن:

أ) د (س +ص) = د (س) × د (ص)

الحل: د (س+ ص) = $أ^{س+ص}$ = $أ^{س}$ × $أ^{ص}$ = د(س) × د (ص)

ب) د (س –ص) = $\frac{د(س)}{د(ص)}$

الحل: د (س–ص) = $أ^{س-ص}$ = $أ^{س}$ × $أ^{-ص}$ = $أ^{س}$× $\frac{1}{أ^{ص}}$ = $\frac{أ^{س}}{أ^{ص}}$ = $\frac{د(س)}{د(ص)}$

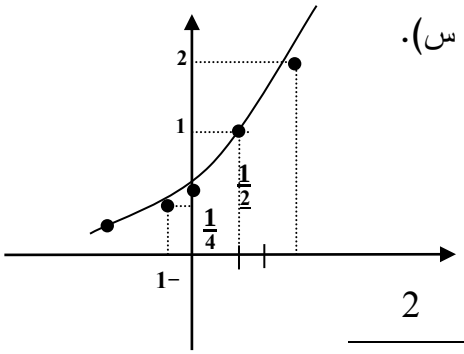
جـ(د (س))^{ن} = د (ن س)

الحل: (د (س))^{ن} = ($أ^{س}$)^{ن} = $أ^{س×ن}$ = د (ن س).

[2] أرسم بيان كل من الدوال التالية:

أ) ص = $2^{س-1}$ الدالة منحنية

كون جدولاً لعدة نقاط

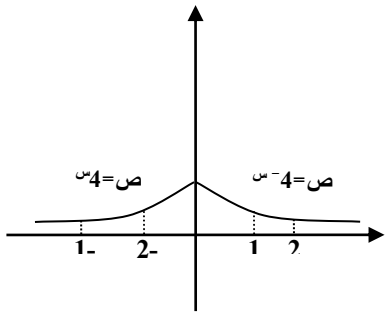


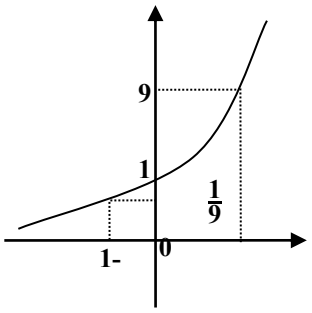
س	1–	0	1	2
ص	2^{-2}	2^{-1}	2^{0}	2^{1}
	$\frac{1}{4}$ =	$\frac{1}{2}$ =	1=	2 =
	↓	↓	↓	↓
	$(\frac{1}{4}، 1-)$	$(\frac{1}{2}، 0)$	(1،1)	(2،2)

ط) د(س) = $\begin{cases} 4^{س} - & 2 \geq س \geq 0 \\ 4^{-س} & 2 \geq س > 0 \end{cases}$

الحل: كوّن جدول:

س	2−	1−	0	1	2
ص	4^{-2}	4^{-1}	4^{0}	4^{-1}	4^{-2}
	$\frac{1}{16}$ =	$\frac{1}{4}$ =	1 =	$\frac{1}{4}$ =	$\frac{1}{16}$ =
	↓	↓	↓	↓	↓
	$(\frac{1}{16}$ ،2−)	$(\frac{1}{4}$ ،1−)	(1، 0)	$(\frac{1}{4}$ ،1)	$(\frac{1}{16}$ ،2−)





و) ص = $9^{س}$

ضع س = − ⇐ 1ص = 9^{-1}= $\frac{1}{9}$ $(\frac{1}{9}$ ،1−)

ضع س = 0 ⇐ ص = 9^{0} = 1 (1 ،0)

ضع س = 1 ⇐ ص= 9^{1}

الدالـــة اللوغارتميـة

تعريف: نسمى الدالة ص= لو$_{أ}^{س}$ دالة لوغاتمية إذاً و فقط إذا كان س= $أ^{ص}$

ملاحظات: (1) س > 0 (2) أ > 0 (3) أ ≠ 1

(4) يظهر متغير (س) بعد كلمة (لو)

ملاحظة: المفروض س> 0 ∴ معروفة لما ما بعد لو >0

مثال: ص= لوس^{2} معروفة لما س^{2}>0 أي لما |س|>0

∴ حسب قاعدة الأكبر | س> 0 أو س< 0 |

∴ م ت =] 0، +∞ [∪] −∞ ، 0 [

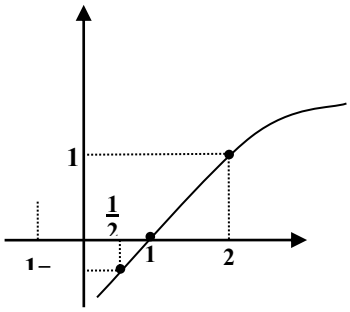
مثال: ارسم الدالة ص= لو$_2$ س، بهذه الحالة أردها إلى الشكل الأسي وأرسمه كما ورد في الدالة السابقة:

التنفيذ ص= لو$_2$ س ⇔ س= $2^{ص}$

ضع ص = −1 ⇐ س=2^{-1} = $\frac{1}{2}$ $(-1، \frac{1}{2})$

ضع ص = 0 ⇐ س= 2^{0} = 1 (1، 0)

ضع ص= 1 ⇐ س = 2^{1} = 2 (2، 1)



ملاحظات:

(1) م ت =] 0 ، +∞ [

(2) المدى = ح

(3) تزايديه

(4) يقطع محور السينات في (1، 0)

تمارين ومسائل (4- 2)

[1] أكتب ما يلي بالصيغة اللوغارتمية:

أ) $49 = 7^2$ ⟵ الجواب لو$_7$ 49 = 2 ⟵ الأس

ب) $10^{-2} = 0.01$ ⟵ لو$_{10}$ 0.01 = −2 ⟵ الأس

جـ) $6^{\frac{3}{2}} = \overline{6}،6\overline{6}$ ⟵ لو$_6$ $\overline{6}،6\overline{6}$ = $\frac{3}{2}$

د) $8 = (\frac{1}{2})^{-3}$ ⟵ لو$_{\frac{1}{2}}$ 8 = −3

و) $س^{أ} = جـ$ ⟵ لو$_{س}$ جـ = أ

[2] أكتب ما يلي بالصيغة الأسية:

أ) $\text{لو}_6 36 = 2 \longleftarrow 6^2 = 36$

ب) $\text{لو}_{\sqrt{6}} 36 = 4 \longleftarrow (\sqrt{6})^4 = 36$

جـ) $\text{لو}_5 \sqrt{5} = \frac{3}{2} \longleftarrow 5^{\frac{3}{2}} = \sqrt{5}$

هـ) $\text{لو}_{\text{ن}} \text{م} = \text{هـ} \Leftarrow \text{م} = \text{ن}^{\text{هـ}}$

و) $\text{لو}_2 (\text{س}-3) = 0 \Leftarrow \text{س} - 3 = 2^0$

[3] أوجد قيمة كلاً مما يأتي:

أ) $\text{لو}_5 625$

الحل: $625 = 5^4 \Leftarrow \text{لو}_{\text{ن}} 625 = 4$

ب) $\text{لو}_{11} \frac{1}{121}$

الحل: $\frac{1}{121} = \frac{1}{11^2} = 11^{-2} \Leftarrow \text{لو}_{11} \frac{1}{121} = -2$

جـ) $\text{لو}_{10} (0.001)$

الحل: $0.001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3} \Leftarrow \text{لو}_{10} (0.001) = -3$

د) $\text{لو}_{\text{س}} \text{س}^2 \sqrt{\text{س}}$

الحل: $\text{س}^2 \sqrt{\text{س}} = \text{س}^2 \times \text{س}^{\frac{1}{2}} = \text{س}^{\frac{5}{2}} \quad \therefore \text{لو}_{\text{س}} \text{س}^2 \sqrt{\text{س}} = \frac{5}{2}$

[4] أوجد قيمة س في كلٍ مما يأتي:

أ) $\text{لو}_5 \text{س} = 2 \longleftarrow$ الحل: $\text{س} = 5^2 = 25 \Leftarrow \boxed{\text{س} = 25}$

ب) $\text{لو}_2 2\sqrt{2} = \text{س} \longleftarrow$ الحل: $2\sqrt{2} = 2^{\text{س}}$

$2\times2^{\frac{1}{2}} = 2^{س} \Leftarrow 2^{\frac{3}{2}} = 2^{س} \Leftarrow \boxed{س = \frac{3}{2}}$

ج) لو$_{\frac{1}{س}}$ 27 = 3

الحل: $27 = (\frac{1}{س})^{3} \Leftarrow 3^{3} = (\frac{1}{س})^{3} \Leftarrow \frac{1}{س} = \frac{3}{1} \Leftarrow س = \frac{1}{3}$

[5] حل المعادلات التالية:

أ) لو$_{6}$ (8س − 5) = 0

الحل: $8س - 5 = 6^{0} \Leftarrow 8س - 5 = 1 \Leftarrow 8س = 6 \Leftarrow \boxed{س = \frac{6}{8}}$

ملاحظة: التمارين ب، جـ، د (تؤجل إلى بعد خوض اللوغارتمات)

جـ) لو$_{3}$ ($\sqrt{س}$ − $\sqrt{س-5}$) = 0

الحل: $\sqrt{س} - \sqrt{س-5} = 3^{0} \Leftarrow \sqrt{س} - \sqrt{س-5} = 1 \Leftarrow \sqrt{س} - 1 = \sqrt{س-5}$

ربع الطرفين

$(\sqrt{س} - 1)^{2} = (\sqrt{س-5})^{2} \Leftarrow س - 2\sqrt{س} + 1 = س - 5$

$\Leftarrow -2\sqrt{س} = -6 \Leftarrow \sqrt{س} = 3 \Leftarrow \boxed{س = 9}$

[6] إذا كانت د (س) = ب^{س} عبِّر عن د (س−ن) بدلالة كل من د(س)، د(ن)

الحل: د (س−ن) = ب$^{س-ن}$ = ب^{س} × ب$^{-ن}$ = ت^{س} = $\frac{ب^{س}}{ب^{ن}} = \frac{د(س)}{د(ن)}$

[7] أوجد مجموعة تعريف كل من الدوال التالية:

أ) د(س) = لو$_{5}$ 7س

الحل: الدالة معروفة لما 7س> 0 $\Leftarrow$ س> 0 $\Leftarrow$ م ت]0، +∞[

ب) ص = لو$_{10}$ (2س+ 1)

الحل: معروفة لما 2س +1>0 $\Leftarrow$ 2س>−1 $\Leftarrow$ س> $\frac{-1}{2}$ $\Leftarrow$ م ت

$=]\frac{-1}{2}، +\infty[$

جـ) لو$_2$ (3س−1)= ص ⇐ معروفة لما 3س−1>0 ⇐ 3س> 1

⇐ س> $\frac{1}{3}$ ⇐ م ت=$]\frac{1}{3}، \infty[$

[8] أثبت أن لو$_{ب}$ ب = لو$_{ب}$ ب^2=.....= لو$_{ب}$ ب^{ن}= 2

الحل: ب = $\overline{أب}$ × $\overline{أب}$ = $(\overline{أب})^2$ ⇐ ب= $(\overline{أب})^2$ لو$_{ب}$ ب=2

*ب^2 = (ب)^2 ⇐ لو$_{ب}$ ب^2 = 2

* ب^{ن} = (ب)^2 ⇐ لو$_{ب}$ ب^{ن} = 2 ∴ العلاقة صحيحة.

[9] ما هو أساس الدالة اللوغارتمية التي يمر بيانها بالنقطة (125، 3)

الحل: لو$_{ب}$ 125 = 3 ⇐ 125= ب^3 ⇐ ب^3 = 5^3 ⇐ ب = 5

[10] أرسم كلاً من الدوال التالية:

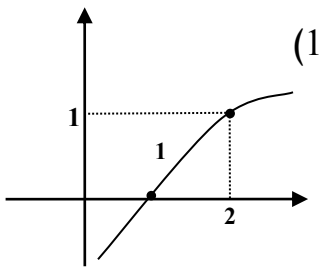
أ) ص = لو$_2$ س طبعاً معرفة لماس > 0

الحل: س = $2^{ص}$

ضع ص = −1 ⇐ س= 2^{-1}= $\frac{1}{2}$ ∴ $(\frac{1}{2}، -1)$

ضع ص= 0 ⇐ س= 2^0 = 1 (1، 0)

ضع ص =1 ⇐ س= 2^1 = (2، 1)



هـ(ص= لو$_3$ |س| معرفة ∀ س ∈ ح {0} دالة زوجية تماثلية حول الصادات ممكن أرسم أحد الفروع والعكس الآخر.

الحل: |س| = $3^{ص}$ ⇐ س = $\pm 3^{ص}$

لما ص = −1 ⇐ س= $\pm 3^{-1}$ = $\frac{1}{3}$

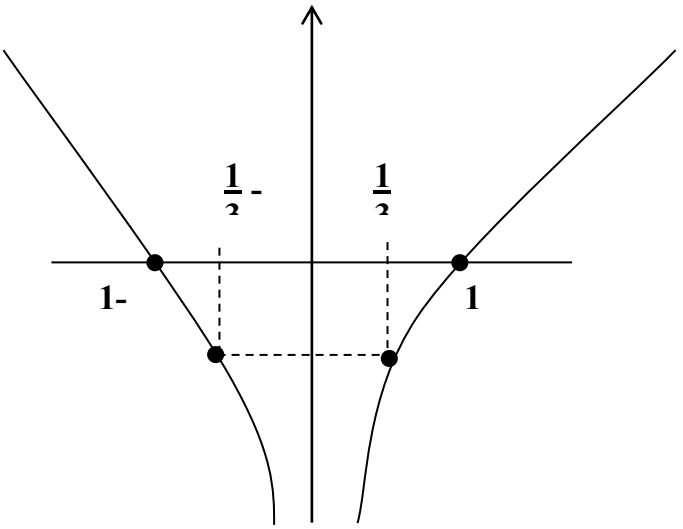
$(\frac{1}{3}، -1)$ ، $(-\frac{1}{3}، -1)$

لما ص = 0 ⇐ س = $\pm 3^{0}$= ± 1 (0، 1)

(0 ،1−)

لما ص= 1 ⇐ س= ± 3 (1 ،3)

(1− ،3)



خـــواص اللوغارتمـــات

(1) $\text{لو}_{\text{ج}} 1 = 0$

(2) $\text{لو}_{\text{ج}} \text{ج} = 1$ مثال: $\text{لو}_{5} 5 = 1$

(3) $\text{لو}_{\text{ج}} (\text{ب} \times \text{ج}) = \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب} + \text{لو}_{\text{ج}} \text{ج}$

* مثال: توضيحي لو6 = لو 3 × 2 = لو3 + لو2#

(4) $\text{لو}_{\text{ج}} \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \text{لو}_{\text{ج}} \text{أ} - \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب}$

* مثال لو $\frac{3}{4}$ = لو3 – لو4

* مثال لو4 – لو2 = لو $\frac{4}{2}$ = لو2

(5) $\text{لو}_{\text{ج}} \frac{1}{\text{ب}} = \text{لو}_{\text{ج}} 1 - \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب} = 0 - \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب}$

* مثال: لو $\frac{1}{5}$ = – لو5

(6) $\text{لو}_{\text{ج}} \text{ب}^{\text{م}} = \text{م}\ \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب}$.

* مثال توضيحي: $\text{لو}_{\text{ج}} \text{ب}^2 = \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب} \times \text{ب} = \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب} + \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب} = 2\ \text{لو}_{\text{ج}} \text{ب}$

تغير أساس اللوغاريتم:

(7) $\text{لو}_{\text{ب}} \text{س} = \frac{\text{لو}_{\text{أ}} \text{س}}{\text{لو}_{\text{أ}} \text{ب}}$

* مثال: $\text{لو}_{5} \text{س} = \frac{\text{لو}_{3} \text{س}}{\text{لو}_{3} 5}$

تمارين ومسائل (3-4)

[1] ضع كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

أ) $\log_3 125$

الحل: $\log_3 125 = \log_3 5^3 = 3 \log_3 5$

جـ) $\log_3 5 \times \sqrt{5}$

الحل: $\log_3 5^1 \times 5^{\frac{1}{2}} = \log_3 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_3 5$

د) $\log_3 25 \sqrt[3]{5}$

الحل: $\log_3 5^2 \times 5^{\frac{1}{3}} = \log_3 5^{\frac{7}{3}} = \frac{7}{3} \log_3 5$

هـ) $3 \log_3 9 - \log_3 27 + \log_9 \sqrt{18}$

الحل: $3 \log_3 3^2 - \log_3 3^3 + \frac{1}{2} \log_9 (9 \times 2)$

$= 6 \log_3 3 - 3 \log_3 3 + \frac{1}{2} [\log_9 9 + \log_9 2]$

$= 6 - 3 + \frac{1}{2} [1 + \log_9 2] = 3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_9 2 = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} \log_9 2$

ح) $\log 12 + \log \frac{132}{121} - \log \frac{5}{66} + \log \frac{6}{5}$

الحل: $\log \frac{12 \times \frac{5}{66} \times \frac{6}{5}}{\frac{132}{121}} = \log \frac{12}{1} \times \frac{5}{66} \times \frac{6}{5} \times \frac{121}{132}$

$= \log \frac{12 \times 11 \times 11 \times 5 \times 6}{11 \times 12 \times 11 \times 6 \times 5} = \log 1 = $ صفر

ط) $3 \log 5 + 2 \log 3$

الحل: $\log 5^3 + \log 3^2 = \log 125 + \log 9 = \log 125 \times 9 = \log 1125$

ل) $\dfrac{\text{لو}_7 343 - \text{لو}_5 125 - \text{لو}_5 625 - 1}{\text{لو}_7 16807 - \text{لو}_5 (125)^3 + \text{لو}_3 81 + 1}$

الحل: $= \dfrac{\text{لو}_7 \sqrt[3]{7} - \text{لو}_5 \sqrt[3]{5} - \text{لو}_5 \sqrt[4]{5} - 1}{\text{لو}_7 7^{\frac{5}{9}} + \text{لو}_5 5^{\frac{9}{4}} + \text{لو}_3 3^{\frac{4}{5}} + 1}$

$$= \frac{\frac{3}{5}\text{لو}_7 7 - 3\text{لو}_5 5 - 4\text{لو}_5 5 - 1}{\frac{5}{9}\text{لو}_7 7 - 9\text{لو}_5 5 + 4\text{لو}_3 3 + 1} = \frac{1-4-3-3}{1+4+9-5} = \frac{5-}{1} = -5$$

[2] إذا علمت أن لو$_{10}$ **2 = 0.301** ، لو$_{10}$ **3 = 0.477**

أحسب كلاً من:

أ) لو$_{10}$ 32

الحل: لو$_{10}$ 32 = لو$_{10}$ 2^5 = 5 لو$_{10}$ 2 = 5 (0.301) = 1.505

ب) لو$_{10}$ 24

الحل: لو$_{10}$ 8 × 3 = لو$_{10}$ 2^3 × 3 = لو$_{10}$ 2^3 + لو$_{10}$ 3 = 3 لو$_{10}$ 2 + لو$_{10}$ 3

= 3 (0.301) + 0.477 = 0.903 + 0.477 = 1.380

اللوغاريتم الطبيعـــي

تعريـف: نسـمي (هـ ≈ 2.72) بالعـدد الطبيعـي وإذا كـان أسـاس للوغـاريتم دعـي لوغاريتم طبيعي.

خواص اللوغاريتم الطبيعي

(1) لو$_{هـ}$ هـ = 1 (2) لو$_{هـ}$ 1 = صفر

(3) لو$_{هـ}$ ($هـ^{س}$) = س (4) س = $هـ^{(\text{لو}_{هـ}\ س)}$

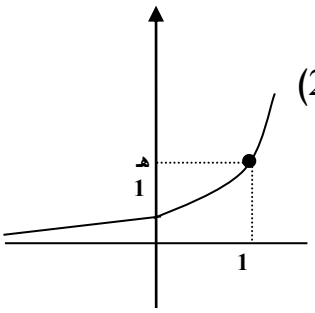
تمارين ومسائل (5-4)

[1] أرسم بيان كل من الدوال (1) ص = $هـ^{س}$ ، (2) ص = $هـ^{-س}$ ثم أستخدم ذلك في رسم بيان الدوال التالية:

أ) ص= $هـ^{|س|}$ ب) ص = $هـ^{س+|س|}$ جـ($هـ^{س}$)

الحل:

(1) ص =$هـ^{س}$



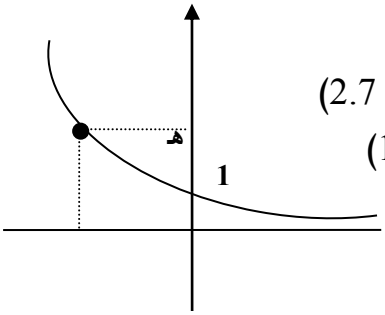
لما س = + 1 $\Leftarrow$ ص = $هـ^{1}$ ≈ 2.7 (+ 1،2.7)

لما س = 0 $\Leftarrow$ ص = 1 (0 ، 1)

لما س = −1 $\Leftarrow$ ص = $هـ^{-1} = \frac{1}{هـ} \approx \frac{1}{3}$

$(\frac{1}{3}، -1)$

(2) ص = $هـ^{-س}$



لما س = −1 $\Leftarrow$ ص= $هـ^{1}$ ≈ 2.7 (−1 ، 2.7)

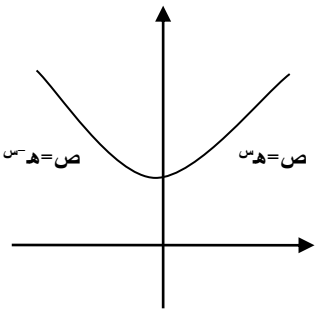
لما س = 0 $\Leftarrow$ ص = $هـ^{0}$ = 1 (0 ، 1)

لما س = 1 $\Leftarrow$ ص = $هـ^{-1} = \frac{1}{هـ} \approx \frac{1}{3}$ $(\frac{1}{3}، 1)$

الاستنتاج:

أ) ص = $هـ^{|س|}$ = $\begin{cases} هـ^{س} & \text{لما س} \geq 0 \\ هـ^{-س} & \text{لما س} \leq 0 \end{cases}$

أرسم الشكلين في نفس الوقت وأختار الجزء الموافق للفترة



[2] أوجد قيمة كلاً من:

أ) $\text{لو}_{\text{هـ}}^{-3}$

الجواب: $\text{لو}_{\text{هـ}}^{-3} = -3\ \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ} = -3 \times 1 = -3$ #

ب) $\text{لو}_{\text{هـ}}^{0.005} = 0.005\ \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ} = 0.005 \times 1 = 0.005$ #

جـ) $\text{لو}_{\text{هـ}}\sqrt{\text{هـ}} = \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ #

د) $\text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ}^{-9} - \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ}^{3}$

الحل: $\text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ}^{-9} - \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ}^{3} = -9\ \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ} - 3\ \text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ} = -9 - 3 = -6$ #

هـ) $\frac{\text{لو}_{\text{هـ}}125}{\text{لو}_{\text{هـ}}25} = \frac{\text{لو}_{\text{هـ}}5^{3}}{\text{لو}_{\text{هـ}}5^{2}} = \frac{3\ \text{لو}_{\text{هـ}}5}{2\ \text{لو}_{\text{هـ}}5} = \frac{3}{2}$ #

و) $\frac{\text{لو}_{\text{هـ}}9}{\text{لو}_{\text{هـ}}3} = \frac{\text{لو}_{\text{هـ}}3^{2}}{\text{لو}_{\text{هـ}}3} = \frac{2\ \text{لو}_{\text{هـ}}3}{\text{لو}_{\text{هـ}}3} = 2$ #

[3] استخدم الآلة الحاسبة في إيجاد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\text{لو}_{\text{هـ}}8$ أضغط الأزرار مقرباً لأربعة أرقام عشرية:

8	Ln	=	20.794

ب) $\text{لو}_{\text{هـ}}1.64$

1	0	6	4	Ln	=	0.4947

مقرباً لأربعة أرقام عشرية.

جـ) $\text{لو}_{\text{هـ}}3200$

الحل: بالتقريب:

3	2	0	0	Ln	=	8.0709

د) $\text{لو}_{\text{هـ}} = 0.0028$

.	0	0	2	8	=	-5.8781

هذا ليس جواب نهائي:

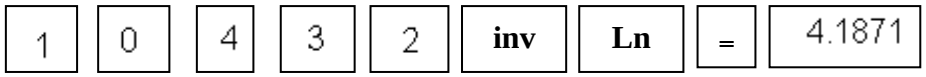
أضف 6 وأطرح 6

$\therefore -5.8781 = -5.8781 + 6 - 6$

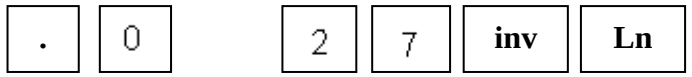
$= 6 - 0.1219 = \bar{6}.1219$

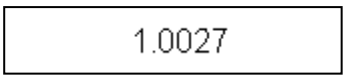
[4] أوجد قيمة س في كلاً مما يأتي:

أ) لو$_{\text{هـ}}$ س = 1.432

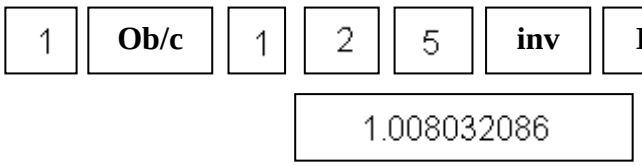


ب) لو$_{\text{هـ}}$ س= 0.0027





د) لو$_{\text{هـ}}$ $\frac{1}{125}$ =



[5] حل المعادلات التالية (الفكرة مكررة):

أ) لو$_{7}$ **س=9**

الحل: س $= 7^{9}$

ب) لو$_{2}$ (1−2س) =8 $\Leftarrow$ 1−2س= 2^{8} $\Leftarrow$ −2س = 256−1

$\Leftarrow$ −2س = 255 $\Leftarrow$ س = $\frac{-255}{2}$

جـ(لو$_{8}$ 9 = س الحل:س = لو$_{8}$ 9 أي اعتبرها محلوله.

د) هـ$^{\text{س}-1}$ = 4

الحل بأخذ لو الطرفين $\text{لو}_{\text{هـ}}^{\text{س}-1} = \text{لو}_{\text{هـ}} 4 \Leftarrow (\text{س}-1)\ \text{لو}_{\text{هـ}} \text{هـ} = \text{لو}_{\text{هـ}} 4$

$\Leftarrow \text{س}-1 = \text{لو}_{\text{هـ}} 4 \Leftarrow \text{س} = 1 + \text{لو}_{\text{هـ}} 4$

ع) $\text{لو}_{\text{س}} 10 = 10 \Leftarrow 10 = \text{س}^{10} \Leftarrow \text{س} = \sqrt[10]{10}$

ز) $(49)^{\text{س}} - 5\ (7^{\text{س}}) + 6 = 0 \Leftarrow (7^{\text{س}})^2 - 5(7^{\text{س}}) + 6 = 0$ نفرض ع $= 7^{\text{س}}$

$\Leftarrow \text{ع}^2 - 5\text{ع} + 6 = 0 \Leftarrow (\text{ع}-2)(\text{ع}-3) = 0$

أما ع $- 3 = 0 \Leftarrow \text{ع} = 3 \Leftarrow 7^{\text{س}} = 3 \Leftarrow \text{لو}_{\text{هـ}} 7^{\text{س}} = \text{لو}_{\text{هـ}} 3$

$\Leftarrow \text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 7 = \text{لو}_{\text{هـ}} 3 \Leftarrow \text{س} = \dfrac{\text{لو}_{\text{هـ}} 3}{\text{لو}_{\text{هـ}} 7}$

أو ع $- 2 = 0 \Leftarrow$ **ع = 2** $\Leftarrow 7^{\text{س}} = 2 \Leftarrow \text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 7 = \text{لو}_{\text{هـ}} 2 \Leftarrow \text{س} = \dfrac{\text{لو}_{\text{هـ}} 2}{\text{لو}_{\text{هـ}} 7}$

ح) $2^{\text{س}+1} = 3^{\text{س}-4}$

الحل: $\text{لو}_{\text{هـ}} 2^{\text{س}+1} = \text{لو}_{\text{هـ}} 3^{\text{س}-4} \Leftarrow (\text{س}+1)\ \text{لو}_{\text{هـ}} 2 = (\text{س}-4)\ \text{لو}_{\text{هـ}} 3$

$\Leftarrow \text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 2 + \text{لو}_{\text{هـ}} 2 = \text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 3 - 4\text{لو}_{\text{هـ}} 3$

$\text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 2 - \text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 3 = -4\text{لو}_{\text{هـ}} 3 - \text{لو}_{\text{هـ}} 2 \Leftarrow$

$\text{س}\ (\text{لو}_{\text{هـ}} 2 - \text{لو}_{\text{هـ}} 3) = -4\ \text{لو}_{\text{هـ}} 3 - \text{لو}_{\text{هـ}} 2 \Leftarrow \text{س} = \dfrac{-4\ \text{لو}_{\text{هـ}} 3 - \text{لو}_{\text{هـ}} 2}{\text{لو}_{\text{هـ}} 2 - \text{لو}_{\text{هـ}} 3}$

ل) $3^{\text{س}} \times 5 \times 2^{\text{س}} \times 27 = (271)^{\text{س}+1}$

الحل: أعتبر $\text{لو}_{\text{هـ}}$ = لو ∴ خد لو الأطراف وأنتبه لو ب×جـ = لو ب +لوجـ

∴ $\text{لو}_{\text{هـ}} 3^{\text{س}} + \text{لو}_{\text{هـ}} 5 \times 2^{\text{س}} + \text{لو}_{\text{هـ}} 27 = \text{لو}_{\text{هـ}} (271)^{\text{س}+1}$

$\text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 3 + 2\text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 5 + \text{لو}_{\text{هـ}} 27 = (\text{س}+1)\ \text{لو}_{\text{هـ}} 271$

$\text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 3 + 2\text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 5 + \text{لو}_{\text{هـ}} 27 = \text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}} 271 + \text{لو}_{\text{هـ}} 271$

س لو 3 + 2س لو 5 − س لو 271 = لو 271 − لو 27

س (لو 3 + 2لو 5 − لو 271) = لو 271 − لو 27

$$\Leftarrow \text{س} = \frac{\text{لو } 271 - \text{لو } 27}{\text{لو } 3 + 2 \text{ لو } 5 - \text{لو } 271}$$

ن) لو$_{هـ}$ س^2 = −2

الحل: س^2 = هـ$^{-2}$ ⇐ س^2 = هـ$^{\frac{1}{2}}$ ⇐ س = $\pm$ هـ$^{-1}$

التبسيط باستخدام اللوغاريتمات

تعتبر اللوغاريتمات: أداة هامة لحساب وتبسيط التمارين الحسابية الصعبة والطويلة والتي تحتوي على أرقام كبيرة خاصة التي تحتوي على عمليات ضرب أو قسمة أو جذور أو أسس.

تمارين ومسائل (6-4)

[1] أحسب قيمة كل مما يأتي باستخدام اللوغاريتمات:

أ) س = $\frac{(12,3)^2 \times (543)^3}{\sqrt[5]{(\frac{3,25}{1,4})^3}}$ أوجد قيمة س

الحل: لوس = لو$_{هـ}$ $\frac{(12,3)^2 \times (543)^3}{\sqrt[5]{(\frac{3,25}{1,4})^3}}$ = لو$_{هـ}$ $(12.3)^2 (543)^3$

$$= 3 \text{ لو}_{هـ} 543 + 2 \text{ لو}_{هـ} 12.3 - \frac{5}{3} \text{ لو}_{هـ} 3.25 + \frac{5}{3} \text{ لو}_{هـ} 1.4$$

$$= 18.89 - 5.19 + 1.96 + 0.56 = 22.68$$

∴ لوس = 22.68

2	2	0	6	8	inv	Ln	=

=	7076179639

ب) أحسب قيمة س = $\sqrt[3]{325\sqrt[5]{432}}$

الحل: لو $\sqrt[3]{325\sqrt[5]{432}}$ = لو $(325\times 432^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{3}}$

$= \frac{1}{3}$ [لو 325 + لو $(432)^{\frac{1}{5}}$] $= \frac{1}{3}$ [لو 325 + $\frac{1}{5}$ لو 432]

$= \frac{1}{3}$ [5.784 + 1.214] = 2.333

∴ لوس = 2.333 ⇐ س = 10.3088

د) ص = $\sqrt[3]{(0.357)^5}$ = $(0.357)^{\frac{5}{3}}$

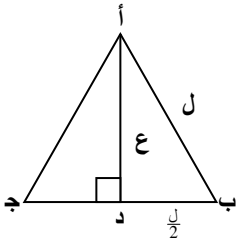
الحل: لوص = $(0.357)^{\frac{5}{3}}$ = س $\frac{5}{3}$ لو 0.357

= 0 − 1.7167

لوص = − 1.7167

∴ ص = 0.1797

[2] مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $88\sqrt{3}$ سم أوجد باستخدام اللوغاريتمات (مساحته × محيطة).



الحل: ع^2 + |ب د|^2 = |أ ب|^2

ع^2 + $\frac{ل^2}{4}$ = ل^2 ⇐ ع^2 = ل^2 − $\frac{ل^2}{4}$ = $\frac{3ل^2}{4}$

∴ ع = $\frac{ل\sqrt{3}}{2}$

∴ ع = $\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt[3]{88}$

∴ المساحة= $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع = $\frac{1}{2}$ $\sqrt[3]{88}$ × $\sqrt[3]{88}$ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sqrt[3]{88}$

= $\sqrt[3]{88}$ × $\sqrt[3]{88}$ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

المحيط= 3ل = 3 $\sqrt[3]{88}$

∴ المساحة × المحيط = $\sqrt[3]{88}$ × $\sqrt[3]{88}$ × $\sqrt[3]{88}$ 3 × $\frac{\sqrt{3}}{4}$

= $3\frac{\sqrt{3}}{4}$ × $(\sqrt[3]{88})^3$ = 88 × $\frac{\sqrt{3}\,3}{4}$ = 22 × $\sqrt{3}$3

= $\sqrt{3}$66

بكل أسف الرقم الناتج (66 3 ليس صعباً) ولا نحتاج استخدام اللوغارتمات.