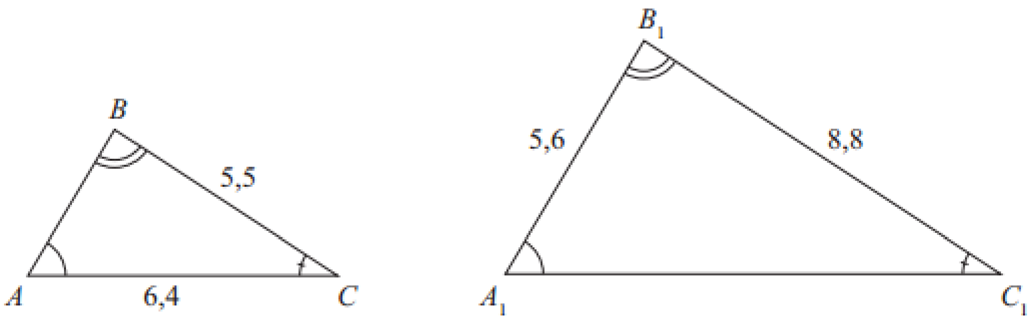
Opgave 1



Figuren viser to ensvinklede trekanter ABC og $A_1B_1C_1$.
Nogle af målene fremgår af figuren.

a) Bestem længden af hver af siderne A_1C_1 og AB.

a) Her anvendes forstørrelsesfaktoren eftersom begge trekanter har ens vinkler.

$$k = \frac{|B_1C_1|}{|BC|} = \frac{8.8}{5.5} = 1.6$$

Hermed kan man bestemme hver af sidelængderne uden de store problemer.

$$|AB| = \frac{|A_1B_1|}{k} = \frac{5.6}{1.6} = 3.5$$

$$A_1C_1 = AC \cdot k = 6.4 \cdot 1.6 = 10.24$$

Hermed er det ønskede bestemt.

Opgave 2 CO_2-indholdet i atmosfæren de senere år kan med god tilnærmelse beskrives ved modellen

$$y = 2{,}06 \cdot x + 369{,}5 \quad ,$$

hvor y er CO_2-indholdet i atmosfæren, målt i ppm, og x er antal år efter 2000.

a) Hvad var CO_2-indholdet i atmosfæren i 2005 ifølge modellen?

b) Hvad fortæller tallene 2,06 og 369,5 om CO_2-indholdet i atmosfæren?

c) Hvilket år passerede CO_2-indholdet i atmosfæren 400 ppm ifølge modellen?

a) Hvis $x = 0$ er år 2000 så er $x = 5$ år 2005 og ifølge modellen er CO_2 indholdet i år 2005 som følger:

$$y = 2.06 \cdot 5 + 369.5 = 379.8ppm$$

b) Tallet 2.06 er den forøgelse af ppm pr. år fra år 2000. Tallet $369.5ppm$ er den første måling man havde af CO_2 i atmosfæren i år 2000.

c) For at bestemme $400ppm$ løses ligningen:

$$2.06 \cdot x + 369.5 = 400 \Leftrightarrow 2.06 \cdot x = 30.5 \Leftrightarrow x = \frac{30.5}{2.06} = 14.80$$

Dvs. i år 2015 vil man cirka have CO_2 i atmosfæren, svarende til cirka $400ppm$.

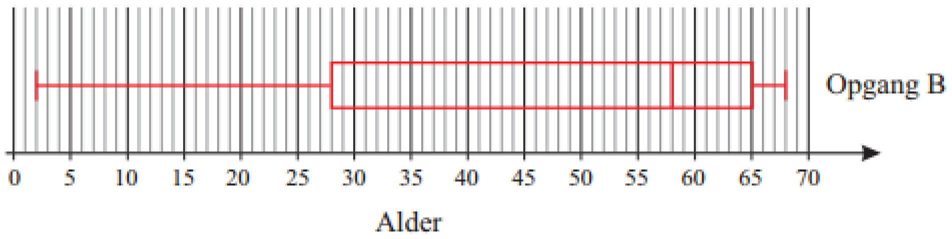
Opgave 3 I en beboelsesejendom med to opgange A og B har man registreret beboernes alder. Nedenstående tabel viser alderen for beboerne i opgang A.

Bilag vedlagt

Opgang A	2, 4, 12, 16, 18, 18, 35, 38, 45, 46, 48, 49, 50, 50, 54, 59, 65

a) Bestem kvartilsættet (brug gerne bilaget), og tegn et boksplot over aldersfordelingen.

Aldersfordelingen i opgang B er illustreret i nedenstående boksplot.



b) Sammenlign de to boksplot. Betydningen af medianen skal indgå i bevarelsen.

a) Der er i alt 17 observationer.

$$[2, 4, 12, 16, 18, 18, 35, 38, 45, 46, 48, 49, 50, 50, 54, 59, 65]$$

Af det farvede kan det ses, at medianen i de 17 observationer er 45.
Nedre kvartil regnes sådan:

$$\frac{16+18}{2} = 17$$

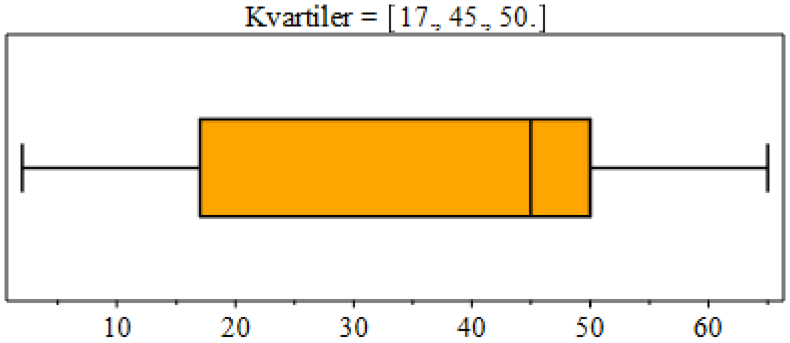
Øvre kvartil regnes på samme måde:

$$\frac{50+50}{2} = 50$$

Kvartilsættet er så: $[17, 45, 50]$. I Maple kan hele pivtøjet defineres og man kan tegne et boksplot over aldersfordelingen af beboerne.

```
with(Gym) :
obs := [2, 4, 12, 16, 18, 18, 35, 38, 45, 46, 48, 49, 50, 50, 54, 59, 65] :
boksplot(obs)
```

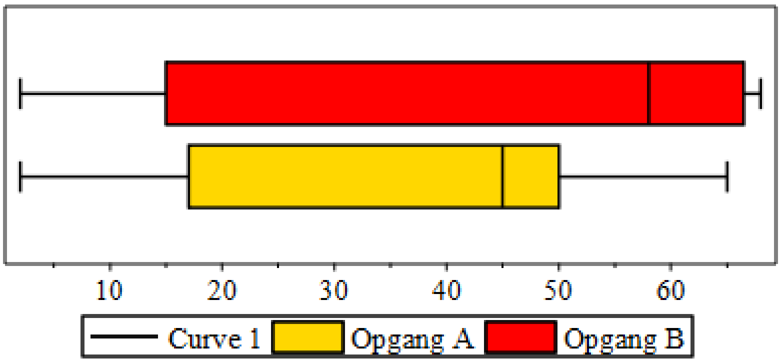
Kvartiler = [17., 45., 50.]



Er man ikke indehaver af Maple, så kan Excel snildt klare arbejdet. Gå i "WordMat" -> "Statistik" -> "Boksplot".

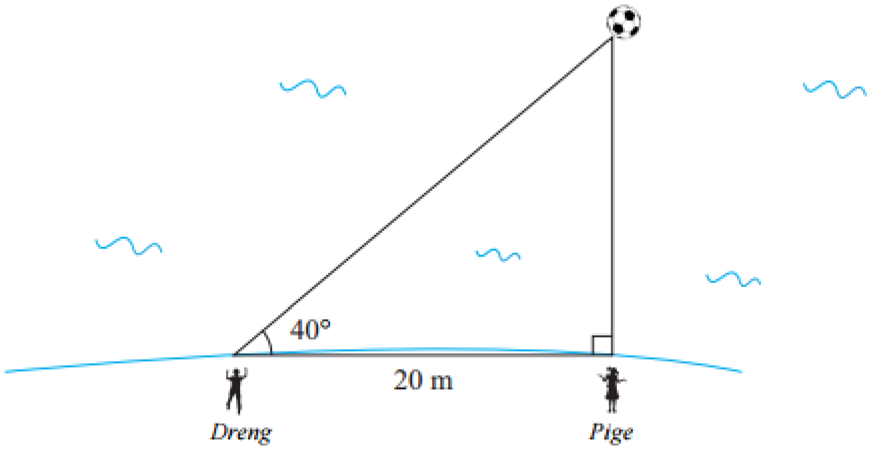
b) Ved at forsøge at aflæse det andet boksplot, så kan det også laves i Maple. Værdierne er forsøgt aflæs til: $[2, 28, 58, 65, 68]$. I Maple defineres disse.

$with(Gym):$
$OpgangA := [2, 4, 12, 16, 18, 18, 35, 38, 45, 46, 48, 49, 50, 50, 54, 59, 65]:$
$OpgangB := [2, 28, 58, 65, 68]:$
$boksplot(OpgangA, OpgangB)$



Forskellen mellem opgang A (gule) og opgang B (rød) er ret stor eftersom opgang A har en alder som ligger knap så spredt som f.eks. opgang B derimod har. Omvendt viser aldersfordelingen, at der er flere i alderen fra 17 til 50 i opgang A hvoraf dette er 15 til 66 år ca. For ikke at nævne, at medianen i opgang B ligger langt over den øvre kvartil for opgang A. Dette siges, at 50% eller mindre i opgang B faktisk har en alder på 58 år eller yngre. Dette er væsentlig mindre for opgang A eftersom medianen (50%) har en alder på 45 år.

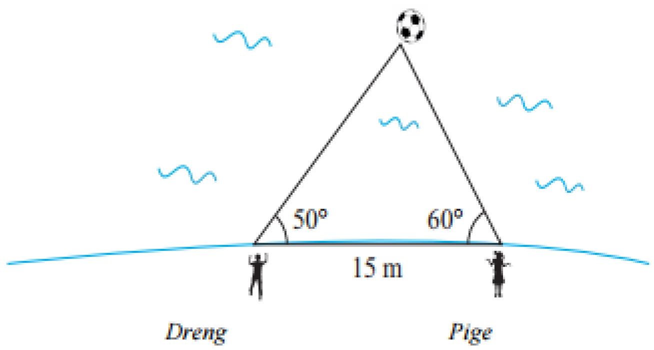
Opgave 4



Figur 1

En pige og en dreng leger på en strand og ser en bold ude i vandet.
Figur 1 viser en model af situationen. Nogle af målene fremgår af figur 1.

a) Hvor langt er bolden fra pigen?



Figur 2

Figur 2 viser en model af situationen på et senere tidspunkt.
Nogle af målene fremgår af figur 2.

b) Hvor langt er bolden nu fra pigen?
Hvor stor er den vinkelrette afstand fra bolden ind til stranden?

a) Ved at oversætte historien om de to ved stranden, så tildeles der lige nogle navne. Vinklen ved drengen er A, vinklen ved bolden er B og vinklen ved pigen er C.

I dette problem skal længden $|BC|$ findes og dette gøres vha. formlen:

$$|BC| = |AC| \cdot \tan(A)$$

Tallene indsættes i formlen:

$$|BC| = 20 \cdot \tan(40) = 16.782$$

Dvs. bolden er 16.782 meter fra pigen.

b) Bolden har rykket sig lidt. Man kan bestemme boldens placering ved først at finde vinklen ved B:

$$\angle B = 180^o - \angle A - \angle C = 180^o - 50^o - 60^o = 70^o$$

Hermed kan sinusrelationerne anvendes:

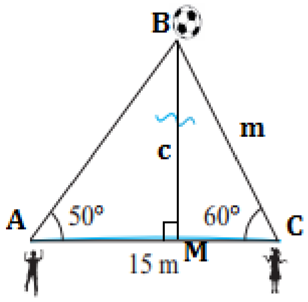
$$\frac{\sin(B)}{|AC|} = \frac{\sin(A)}{|BC|}$$

Tallene indsættes:

$$\frac{\sin(70)}{15} = \frac{\sin(50)}{|BC|} \Leftrightarrow \sin(70) \cdot |BC| = 15 \cdot \sin(50) \Leftrightarrow |BC| = \frac{15 \cdot \sin(50)}{\sin(70)} \approx 12.228$$

Dvs. bolden er nu 12.228 meter fra pigen.

Når bolden er vinkelret med kysten, så vil det være en god idé at tegne situationen:



Man har at vinklen fra bolden til kysten (vi kalder den for M) samt vi har vinklen ved pigen der er 60 grader. Endelig har vi hypotenusen som blev regnet før (afstanden fra bolden til pigen). Da kan afstanden fra bolden til kysten bestemmes ved formlen:

$$c = m \cdot \sin(C)$$

Indsættes oplysningerne fås:

$$c = 12.228 \cdot \sin(60) = 10.589$$

Dvs. den afstand bolden har til kysten er 10.589 meter.

Opgave 5 I 2014 købte danskerne varer og services på nettet for 80 milliarder kr.
En prognose siger, at nethandlen vil vokse med 15 % om året i de følgende år.

a) Indfør passende variable, og opstil en formel, der viser sammenhængen mellem nethandlen og antal år efter 2014 ifølge prognosen.

b) Hvor mange år går der ifølge prognosen, før nethandlen er fordoblet?

a) Der er tale om en eksponentiel funktion eftersom man får oplyst begyndelsesværdien 80mia i år 2014. Endelig får man oplyst, at dette vokser med 15% om året. Først bestemmes a:

$$a = 1 + r$$

Her er $r = 15\%$, dvs. man har:

$$a = 1 + \frac{15}{100} = 1.15$$

Altså er forskriften:

$$y = 80 \cdot 1.15^x$$

Som beskriver sammenhængen mellem nethandlen og den stigende udvikling årene efter.

b) Man kan bruge flere måde at regne denne opgave på:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\ln(1.15)} = 4.959$$

Eller:

$$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$$

Man har:

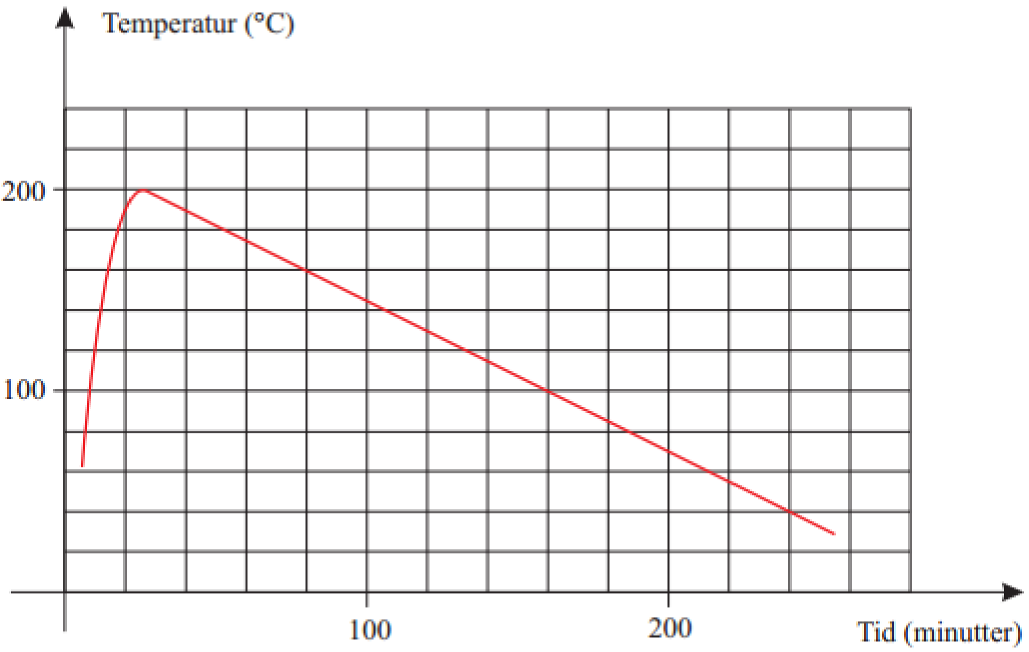
$$160 = 80 \cdot (1 + 0.15)^n \Leftrightarrow 2 = 1.15^n \Leftrightarrow \ln(2) = \ln(1.15) \cdot n \Leftrightarrow n = \frac{\ln(2)}{\ln(1.15)} = 4.959$$

Dvs. i år 2019 er nethandlen fordoblet.

-> Selvfølgelig var renteformlen en lidt længere omvej for at nå til det samme, men muligheden kan bruges, hvis man havde glemt fordoblingskonstanten.

Opgave 6

Bilag vedlagt



Figuren viser, hvordan temperaturen ændrer sig i en tændt kuglegrill. Når temperaturen har toppet, falder den med god tilnærmelse lineært.

a) Hvad er den højeste temperatur?
Hvor meget falder temperaturen derefter pr. minut?

a) Det maksimale toppunkt (dvs. højeste temperatur) aflæses til at være $200^{o}C$.
Det oplyses at efter toppunktet falder grafen lineært (dvs. ret aftagende linje), og derfor kan man vælge to støttepunkter.

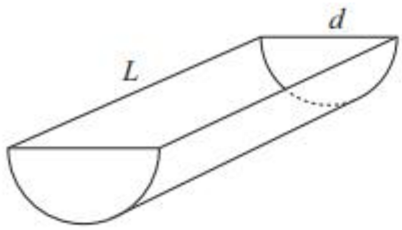
$$A(80;160), \qquad B(160;100)$$

Dermed kan man bestemme tallet a:

$$a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{100-160}{160-80}=-\frac{3}{4}$$

Dvs. temperaturen falder med $0.75^{o}C$ pr. minut efter den maksimale temperatur.

Opgave 7



Rumfanget V af en halvcylinder er givet ved

$$V = 0{,}393 \cdot d^2 \cdot L \ ,$$

hvor d er diameteren, og L er længden.

a) Bestem halvcylinderens rumfang, når $L = 50$ cm, og $d = 10$ cm.

b) Bestem diameteren af en halvcylinder, der er 40 cm lang, og som har rumfanget 2340 cm^3.

a) Halvcylinderens rumfang er:

$$V = 0.393 \cdot 10^2 \cdot 50 = 1965$$

Dvs. halvcylinderens rumfang blev bestemt til $1965cm^3$.

b) Diameteren i halvcylinderen er:

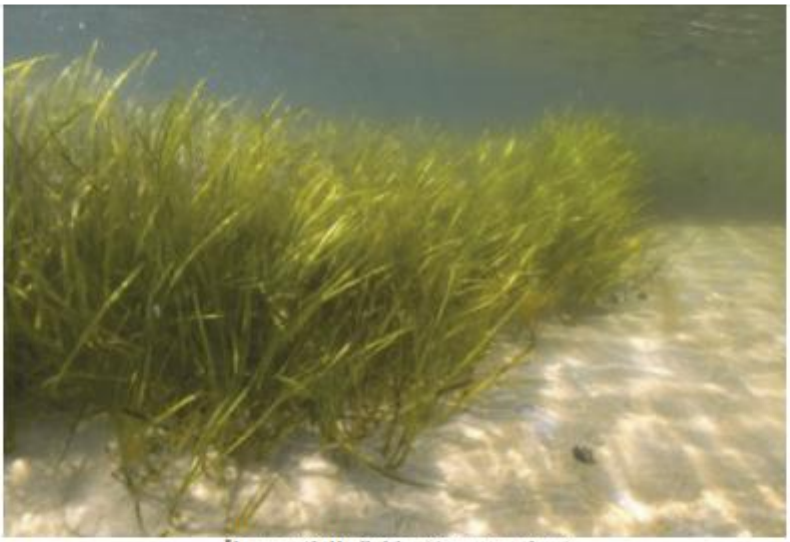
$$2340 = 0.393 \cdot d^2 \cdot 40 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2340}{0.393 \cdot 40} = d^2 \Leftrightarrow$$

$$d = \pm\sqrt{\frac{2340}{0.393 \cdot 40}} \approx \pm 12.20$$

Men da vi arbejder med de positive tal, så er det $d = 12.20cm$ der gør, at halvcylinderen har et rumfang på $2340cm^3$.

Opgave 8


Ålegræs (*billedkilde: Naturstyrelsen*)

Kvælstofindholdet i vandet sætter en grænse for den dybde, hvor havplanten ålegræs kan vokse.
Nedenstående tabel viser sammenhængen mellem kvælstofindholdet i vandet og grænsedybden for ålegræs.

Kvælstofindhold (mg/L)	1,0	3,0
Grænsedybde (meter)	2,28	0,99

Denne sammenhæng kan beskrives ved formlen

$$y = b \cdot x^a ,$$

hvor x er kvælstofindholdet (målt i mg/L), og y er grænsedybden (målt i meter).

a) Bestem tallene a og b.

En ændring i miljøreglerne betyder, at kvælstofindholdet bliver 10 % større.

b) Hvor mange procent bliver grænsedybden mindre ved denne ændring af miljøreglerne?

a) Dette er en potensfunktion. Tallene a og b bestemmes.

$$a = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{\ln(x_2) - \ln(x_1)} = \frac{\ln(0.99) - \ln(2.28)}{\ln(3) - \ln(1)} = -0.75934$$

Dernæst bestemmes tallet b:

$$b = \frac{y_1}{x_1^a} = \frac{2.28}{1^{-0.75934}} = 2.28$$

Dvs. forskriften er:

$$y = \frac{2.28}{x^{0.75934}}, \qquad x \neq 0$$

b) Her er $r_x = 10\%$, der mangler vi r_y. Her benyttes formlen $F_y = F_x^a$, dvs:

$$\left(1 + r_y\right) = (1 + r_x)^a$$

Omskrives formlen efter vores behov, er den:

$$r_y = ((1 + r_x)^a - 1) \cdot 100\% = ((1 + 0.1)^{-0.75934} - 1) \cdot 100\% = -6.981\%$$

Dvs. ved en forøgelse af kvælstoffet med 10%, bliver grænsedybden 6.981% mindre.