

Ortvay 1989

1. Két azonos méretű és tömegű, homogén tömegeloszlású kockát egy-egy lapjával összeérintünk.

a./ Vajon a testek közti F gravitációs vonzóerő nagyobb, vagy kisebb-e azon F_0 erőnél, amely a tömegközéppontokba helyezett pontszerű (a kockáéval azonos tömegű) testek között lépne fel?

b./ Számítsuk ki minél pontosabban az F/F_0 arányt!

2. Az eddigi űrszondák lényegében az ekliptika síkjában mozogtak. Újabb információszerzés céljából egy űrszondát az ekliptika síkjára merőleges síkban fekvő pályára szeretnénk eljuttatni. A rakéta üzemanyaga csak egy viszonylag rövid gyorsítási szakaszra elegendő, s összességében kevés ahhoz, hogy közvetlenül a kívánt pályára állítsuk a szondát. Melyik bolygó "csúzlihatásának" felhasználásával oldható meg mégis a feladat? Milyen határok között változtathatjuk a Földet elhagyó szonda sebességét, ha azt akarjuk, hogy a szonda zárt pályán maradjon? Mennyire közelíthetjük meg ilyen módon "merőleges" irányból a Napot?

(A szükséges csillagászati adatokat - bolygópályák sugarát és a bolygók méreteit - táblázatból keressük ki! A pályaezcentricitásokat elhanyagolhatjuk. A szondára ható erőket közelítőleg az éppen legerősebb erővel helyettesíthetjük, lásd még az 1985. évi Nemzetközi Fizikai Diákolimpia egyik feladatát, KöMaL 1985. nov.)

3. Egy fonalat az egyik végénél rögzítünk. Nyugalmi állapotában a saját súlya feszíti ki. Írjuk le a mozgását kis transzverzális kitérésekre és adjuk meg a sajátfrekvenciáit!

4. Három égitest (a tömegük m_1 , m_2 és m_3) a közöttük ható gravitációs erők hatására egyenletes ω szögsebességgel kering oly módon, hogy az általuk kifeszített háromszög méretét nem változtatva merev testként forog. Milyen messze vannak egymástól a bolygók? Vizsgáljuk meg a kérdéses mozgás dinamikai stabilitását a pályasíkjukba eső kicsiny perturbációkkal szemben!

5. Fel tudja-e emelni a héliumballon azt a tartályt, amiből a héliumot a ballonba töltötték?

6. Tervezzünk "inherensen" biztos személyfelvonót (liftet)! Legyen a liftakna légmentesen elzárt négyzetes oszlop, a benne mozgó liftszekevény pedig kocka alakú! Mekkora legyen a rés a lift és az akna fala között, hogy a különböző magasságokból műszaki hiba miatt lezuhanó lift "elfogadható" sebességgel érjen a földszintre? (Tegyük fel, hogy semmilyen biztonsági berendezés nem működik!)

Mekkora nyomóerő nehezedik egy "tipikus" zuhanáskor a földszinti ajtóra? Kibírja-e ezt az ajtó? Mekkora teljesítménnyel lehet egy ilyen liftet normálisan üzemeltetni (fel-le mozgatni)?

7. Vizsgáljuk egy viszkózus folyadék lamináris áramlását enyhén "gyűrt" felület mellett kis Reynolds számok esetében! Számítsuk ki a nyíró- és nyomófeszültségeket a felületen! A felület egyenlete: $y = a \cos(kx)$, $k \cdot a \ll 1$. A folyadék sebessége a felülettől nagy távolságra: $v_x = \alpha y$.

8. Egyidejűleg több, egyforma méretű tálkában folyadékot melegítünk a mikrohullámú sütőben. A különböző mennyiségű és különböző fajlagos ellenállású folyadék közül melyik melegszik fel leghamarabb?

9. Egy C kapacitású síkkondenzátort R ellenállású drótkarikával rövidre zárunk. A karikán hirtelen "átsuhintunk" egy N menetes, L hosszú, I áramerősséggel átjárt vékony, hosszú szolenoid egyik végével oly módon, hogy a tekercset a kondenzátor lemezei között húzzuk keresztül. Legfeljebb mennyi töltés kerül a kondenzátor lemezeire?

10. A fotoszintetikus energiatárolás mechanizmusának leegyszerűsített modellje a következő:

Egy membránnal határolt zárt térrész belsejéből az elnyelt fényenergia felhasználásával protonok pumpálódnak a térrészen kívülre. Így egyrészt protonkoncentrációkülönbség, másrészt elektromos potenciálkülönbség alakul ki a membrán két oldala között. E szabadenergia-különbség hatására a protonok visszadifundálnak, s munkát végezve "meghajtják" a kémiai szintézisfolyamatokat.

Írjuk le az elektromos mező kialakulását a következő, erősen leegyszerűsített modellben:

Adott egy d vastagságú végtelen sík membrán, mindkét oldalán ugyanolyan összetételű sóoldattal. A $t = 0$ pillanatban a membránban töltés-szétválás következik be, és egy-egy $\pm\sigma$ töltéssűrűségű sík jön létre a membrán középsíkjára szimmetrikusan. Írjuk le alkalmas közelítésben az így keletkezett (és a továbbiakban időben állandónak tekinthető) sík-dipólt leáryékoló ion-relaxáció dinamikáját!

11. A távoli világűrben, erőmentesnek tekinthető környezetben egy kicsiny, gömb-szimmetrikus, $+Q$ töltésű test lebeg. A töltött testet egy semleges fém gömbhéjjal vesszük körül, melyet két félgömbhéj óvatos összetolásával alakítunk ki. A kicsiny töltött test a gömbhéj középpontjában helyezkedik el.

Ezután egy nagyméretű síkkondenzátorral gyenge elektromos teret hozunk létre a gömbhéj körül. Vajon elmozdul-e a (semleges) gömbhéj, vagy a belsejében levő töltött test a külső erőtér hatására?

12. Egy kvantumrészecske a $V(x) = \alpha|x|^q$ egydimenziós potenciálvölgyben mozog ($q > 0$). Mutassuk meg, hogy az $E(n)$ [energia \leftrightarrow kvantumszám] függvény legfeljebb n^2 szerint nő!

13. Egy m tömegű kvark és egy antikvark egydimenziós mozgást végez, közöttük állandó F vonzóerő hat. Írjuk le az M nyugalmi tömegű kvark-antikvark rendszer klasszikus mechanika szerinti mozgását és vizsgáljuk meg az $m \rightarrow 0$ határesetet! Milyen megszorítást ad a Bohr-Sommerfeld kvantumfeltétel a rendszer tömegspektrumára? Dolgozzuk ki a rendszer kvantumelméletét! (Tételezzük fel, hogy a részecskék áthatolhatnak egymáson, de más részecskékké nem alakulhatnak át!)

14. Írjuk le egy hidrogénatom (kvantumos) viselkedését nagyon erős cirkulárisan poláros fényben! (A fény elektromágneses terét adott klasszikus függvénynek tekintjük, továbbá alkalmazhatjuk a "dipól-közelítést".)

15. A lenyugvó Nap közvetlenül a horizont felett már nem kör alakúnak látszik, és a korongjának alja vörösebb, mint a teteje. Határozzuk meg és rajzoljuk le, milyen alakúnak látjuk a Napot, amikor a középpontja a valóságban épp a horizonton van! (A rajzon a Nap szélessége legyen 10cm !) Milyen effektusok játszanak szerepet a színekének megváltozásában?

16. Nehézionok közepes ($20 - 50\text{MeV}$ nukleononként) energiájú ütközésénél nagy sebességgel mozgó "forró" anyagdarabkák alakulnak ki. Ezek nukleonok, elsősorban neutronok kibocsátásával "hűlnek le". Tételezzük fel, hogy a neutronok emissziója a forrással együttmozgó rendszerben izotróp és T hőmérsékletű Maxwell-eloszlást követ. Határozzuk meg a neutronok energia- és szögeloszlását a laborrendszerben, ha a neutronforrás 0.08 fénysebességgel mozog és $kT = 5\text{MeV}$. Ábrázoljuk a kapott eredményt szintvonalak segítségével az energia és a mozgásiránytól mért szög függvényében!

17. Két független részecske a

$$V(x_i) = -\frac{m^2}{2}x_i^2 + \frac{\lambda}{4}x_i^4 \quad (i = 1, 2)$$

anharmonikus oszcillátor potenciálban mozog, T hőmérsékletű környezetben. A részecskék helyzetének valószínűség-sűrűségét a

$$p(x_i) = \text{állandó} \cdot \exp\left(-\frac{V(x_i)}{kT}\right)$$

Boltzmann-eloszlás adja meg.

Számítsuk ki az $X = (x_1 + x_2)/2$ átlagkoordináta valószínűségi sűrűségfüggvényét! Alkalmazzuk a nyeregpont-módszert és elemezzük a nyeregpont helyzetének X -függését!

Definiáljuk a tömegközéppont "effektív potenciálját" a

$$p(X) = \text{állandó} \cdot \exp\left(-\frac{2}{kT}U_{eff}(X)\right)$$

összefüggéssel! Hogyan változik a hőmérséklet növekedtével az effektív potenciál minimumainak helye és mélysége?

18. A háromállapotú Potts-modell az Ising-modellhez hasonló, de itt a spinek (mágneses momentumok) háromféle beállása képzelhető el: $n = 0, 1, 2$. Ezzel a jelöléssel a hatás:

$$S = -J \sum_{\langle xy \rangle} \cos\left[\frac{2\pi}{3}(n_x - n_y)\right]$$

Számítsuk ki átlagtér-közelítésben a fázisátalakulást jellemző mennyiségeket!

Útmutatás: Írjuk fel az állapotösszeget, számítsuk ki a szabadenergiát, majd annak vizsgálatával határozzuk meg a fázisátalakulási pont kritikus J_{kr} csatolási állandóját! Statisztikus fizikai megfontolások alapján vezessük le az önkonzisztens egyenletet, majd mutassuk meg, hogy az megegyezik a szabadenergia szélsőérték-egyenletével!

19. Az s nagyságú spinekből álló végtelen lineáris lánc Hamilton-operátora

$$\mathbf{H} = - \sum_i (\mathbf{S}_i^+ \mathbf{S}_{i+1}^- + \mathbf{S}_i^- \mathbf{S}_{i+1}^+ + \delta \cdot \mathbf{S}_i^z \mathbf{S}_{i+1}^z) \quad (1)$$

A δ paraméter függvényében az alapállapot lehet antiferromágneses (AF) $\delta \rightarrow -\infty$, planáris $\delta = 0$, valamint ferromágneses $\delta \rightarrow +\infty$.

Az $AF \leftrightarrow \text{planáris}$ fázisátalakulás kritikus δ_{kr} csatolási állandóját például úgy határozhatjuk meg, hogy megnézzük: milyen δ esetén tűnik el az AF fázisban az alapállapot és az első gerjesztett állapot közötti energiarés.

Határozzuk meg perturbációszámítással δ_{kr} -t!

20. Íme a Nagy Semmi! A sarkon tábla: Minkowski-tér. Száz fényévnnyire vagyunk a Földtől. Két űrhajó lebeg az űrben, utasaik feszülten figyelik a másik hajót. A "Fekete Sas" eredetileg turistahajó volt, most kalózkodó tanyája. Fedélzetén Véres Bill parancsol, aki állítólag ellopta a Szaturnusz gyűrűjét és a hermitikusok összes sajátértékét. (Innen is látszik, hogy a történet valós!) A "Fehér Villám" űrendőrségi cirkáló kabinjában Symat kapitány lesi a képernyőt.

Megjegyzés: A 2205-ös évfáratú fotonrakéták ún. homogén üzemmódban működnek: utazás közben az utasaik állandó gravitációt érzékelnek, így a mindennapi életüket élhetik. (Kivétel a fékezésre áttérés rövid szakasza, és különleges alkalmakkor a súlytalan lebegés.) Az állandó érték turistahajókon kényelmi okokból a földi súly fele, a katonai hajókon az edzett személyzet miatt jóval nagyobb, de a pontos adatot nem hozták

nyilvánosságra.

Megvillan a képernyő. Symat látja, hogy a Fekete Sas a rablott zsákmányt hátrahagyva egyre gyorsabban távolodik. Keze az indítókarra csap, – teljes fénnel utána!

A kalózhajó vezetőfülkéjében Véres Bill elégedetten nézi a mozdulatlan cirkálót. Sikertült meglépnünk! De íme, felvillan a képernyő: az üldöző hajó is nekiiramodik. Véres Bill elvigyorodik, a fékkarra csap. Ők felgyorsulnak, mi lefékezünk, és az ellenkező irányban elporzunk mellettük, – sosem fognak el!

Lábjegyzet: A fotonrakéták nagy sebessége és a hajtóanyagtartályban levő rengeteg antianyag miatt a legkisebb ütközés is végzetes lehet. Az űrrandevúkat automatizálták, az összekapcsoló szerkezetek csak a helyzet és a sebességek tökéletes összehangolása esetén lépnek működésbe.

Symat kapitány a menekülőket figyeli. A Fehér Villám éppen elszáguld a kalózok hátrahagyott zsákmánya mellett – "nem érek rá megállni, majd később visszajövök érte" –, amikor Symat észreveszi, hogy az eddig gyorsulva távolodó hajó fékezni kezd. Tudja mi lehet Véres Bill szándéka, és azt is tudja, nincs veszteni való ideje. Ő is a fékkar után nyúl.

Az üldözésnek vége. A két hajó mozdulatlanul lebeg egymás mellett, kissé távolabb ott lebeg az elhagyott zsákmány is. A cirkáló mágneses fogókarjai megragadják a kalózhajót.

Véres Billt bilincsbe verve hozzák át a Fehér Villámra.

- Mi a szándéka velem, kapitány?
- Bíróság elé kerülsz, gazember!
- De a bíróság a Földön van! Mi lesz addig a kinccsel?
- Majd visszajövök érte...
- Mire visszaér, épp nyugdíjba mehet, kapitány!
- A téridőre, ez igaz...
- Akkor hát...

Íme a Nagy Semmi. A sarkon tábla: Minkowski-tér. Két hajó távolodik egymástól, békésen. De ez már nem tartozik a történetünkhöz. Egyetlen kérdésünk maradt: **HÁNY ÉVES A KAPITÁNY?**