Opgave 1 - Simons fritidsjob:

Opgave 1.1:

Simons timeløn er $55.35kr$, han arbejdede i 32 timer i februar måned. Simon måtte derfor have tjent $55.35 \cdot 32 = 1771.2kr$.

♠

Opgave 1.2:

Hvis Simon ønsker at opnå lønnen på $24000kr$ i år 2012, så er:

$$\frac{24000}{55.35} = 433.604336 \approx 434$$

Så Simon skal arbejde i 434 timer, hvis dette skal lykkedes ham.

♠

Opgave 1.3:

På et år er der 12 måneder, og hvis vi antager, at han tjener 24000, så regner vi den løn, fratrukket 8%, så først regnes vores fremskrivningsfaktor:

$$F_{\text{arbejdsmarkedsbidrag}} = 1 - \frac{8\%}{100} = 0.92$$

Denne talværdi ganges med den gennemsnitlige løn:

$$24000 \cdot 0.92 = 22080$$

Så regner vi den gennemsnitlige løn:

$$\frac{22080kr}{12måneder} = 1840kr\ pr\ måned$$

Så Simon kan forvente at få udbetalt $1840kr$ hver måned i gennemsnittet.

♠

Opgave 1.4:

Vi opstiller en ligning. Vi ved, at arbejdsmarkedsbidrag er 8%, beskæftigelsesfradrag er 4.4%, så: $8\% = 0.08$ og $4.4\% = 0.044$, så er ligningen:

$$32200 = x - 0.08x - 0.044x \Leftrightarrow$$
$$32200 = 0.876x \Leftrightarrow$$
$$x = \frac{32200}{0.876} = 36757.990$$

Så Simon skal tjene $36757.990kr$ for at få udbetalt $32200kr$.

♠

Opgave 2 - Simons opsparing:

Opgave 2.1:

Simon har $2400kr$ i hånden, og prisen for et kørekort koster $13500kr$, så er differencen:

$$13500kr - 2400kr = 11100kr$$

Dvs. Simon mangler $11100kr$ endnu, før han kan få betalt kortet.

♠

Opgave 2.2:

Vi bruger opsparingsformlen (annuitetslån):

$$A_n = y \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Her er $y = indbetaling = 2400$, $r = 5\%$ og $n = antal\ terminer\ efter\ 2012$. Vi har:

$$A_{2012} = 2400 \cdot \frac{(1+0.05)^1 - 1}{0.05} = 2400$$
$$A_{2013} = 2400 \cdot \frac{(1+0.05)^2 - 1}{0.05} = 4920$$
$$A_{2014} = 2400 \cdot \frac{(1+0.05)^3 - 1}{0.05} = 7566$$
$$A_{2015} = 2400 \cdot \frac{(1+0.05)^4 - 1}{0.05} = 10344.3$$

Simon kan forvente at have $10344.3kr$ på kontoen.

♠

Opgave 2.3:

Vi skal undersøge hvor meget Simon skal indbetale, hvis han:

1) Skal have 13000kr
2) Skal have 14000kr

Vi løser nu to ligninger (for 13000 har vi):

$$13000 = y \cdot \frac{(1+0.05)^4 - 1}{0.05} \Leftrightarrow$$
$$y = \frac{13000}{\frac{(1+0.05)^4 - 1}{0.05}} = 3016.153$$

Og den næste ligning (for 14000 har vi):

$$14000 = y \cdot \frac{(1+0.05)^4 - 1}{0.05} \Leftrightarrow$$
$$y = \frac{14000}{\frac{(1+0.05)^4 - 1}{0.05}} = 3248.165$$

Så Simon skal indbetale y kroner i intervallet $3016.153 \leq y \leq 3248.165$, oversat:

Simon skal minimum indbetale $3016.153kr$ for at opnå $13000kr$ pr. 1. januar 2015

Simon skal maksimum indbetale $3016.153kr$ for at opnå $13000kr$ pr. 1. januar 2015

♠

Opgave 2.4:

Der er givet tre kurver. Kurven l er ikke en funktion, der angiver en opsparing eftersom den procentvise ændring ikke opfyldes ud fra dens forløb, eftersom grafen vokser hurtigt for efter at vokse langsomt. Grafen for n er en ret lineær funktion, hvor x og y er absolutte. Endelig er grafen for m, som er en voksende eksponentiel funktion, og dermed den funktion, der har en procentvis stigning på 5%.

♠

Opgave 3 - Højden af en silo:

Opgave 3.1:

Simon tager et skridt på $85cm$. Afstanden fra siloen til Julie og Simon er $50m$, svarende til $5000cm$, så Simon går:

$$\frac{5000cm}{85cm} = 58.823$$

Simon går altså i alt $58.823 \approx 59$ skridt.

♠

Opgave 3.2:

Trekanterne er ligedannede eftersom vinklerne i begge trekanter er identiske. Vi har at $\angle A$ i begge trekanter er ens, tilsvarende er $\angle D = \angle B$ ens samt $\angle E = \angle C$ ens. Derved er begge trekanter ligedannede og det er muligt at bestemme den indbyrdes forhold til hinanden. Dermed er ΔABC og ΔADE ligedannede.

♠

Opgave 3.3:

Betragt den lille trekant, her er

$$|DE| = 30cm; |AE| = 60cm; |AC| = 50m$$

Vi har forskellige enheder og derfor omregnes $|AC|$ til cm. Her er $1m = 100cm$, så $50m = 5000cm$. Forstørrelsesfaktoren er:

$$k = \frac{5000}{60}$$

Så for at få højden af siloen, så bruges den lille længde $|DE|$. Højden er:

$$højde = k \cdot |DE| = \frac{5000}{60} \cdot 30cm = 2500cm = 25m + 1.5m = 26.5m$$

♠

Opgave 3.4:

Vi bruger Pythagoras' læresætning, der hedder: $a^2 + b^2 = c^2$, men vi omskriver den til vores oplyste afstande:

$$|AE|^2 + |DE|^2 = |AD|^2$$

Og da vi har de ønskede værdier, kan vi bestemme afstanden fra Julies øje til punktet D.

$$60^2 + 30^2 = |AD|^2 \Leftrightarrow |AD| = \sqrt{60^2 + 30^2} = \sqrt{4500} = 67.0820393 \approx 67.1cm$$

Afstanden fra Julies øje og punktet D er så $67.1cm$.

♠

Opgave 3.5:

$\angle A$ kan bestemme ved hjælp af sinus, hvis man har:

$$\sin(A) = \left(\frac{modstående}{hypotenuse}\right), \quad \cos(A) = \left(\frac{hosliggende}{hypotenuse}\right), \quad \tan(A) = \left(\frac{modstående}{hosliggende}\right)$$

Vi har, at $modstående = |DE| = 30cm$ og $hosliggende = |AE| = 60cm$ og den eneste formel der opfylder disse betingelser, er tangens. $\angle A = \arctan\left(\frac{30}{60}\right) = 26.565^o$ Med andre ord, har Simon ret i sin påstand.

♠

Opgave 4 - Simons kondital:

Opgave 4.1:

Vi bruger formlen og indsætter oplysningerne om Simon.

$$Mp = 208 - 0.7 \cdot 15 = 197.5$$

Ifølge modellen er hans maksimale puls $197.5 Mp$

♠

Opgave 4.2:

Vi løser en ligning. Vi ved, at Simons maksimale puls når han træner er 194, så ligningen er:

$$194 = 208 - 0.7 \cdot A \Leftrightarrow 194 - 208 = -0.7 \cdot A \Leftrightarrow -14 = -0.7 \cdot A \Leftrightarrow A = \frac{14}{0.7} = 20$$

Så hans alder svarer til en person på 20år.

♠

Opgave 4.3:

Vi regner Simons kondital vha. formlen:

$$\frac{arbmax}{0.23} \cdot \frac{60}{21100} + 0.25 = VO_2max$$

Vi indsætter oplysningerne:

$$\frac{262}{0.23} \cdot \frac{60}{21100} + 0.25 = VO_2max \Leftrightarrow VO_2max = 3.48923L/min.$$

Så regner vi hans kondital:

$$\frac{3.48923L/min \cdot 1000}{64} = 54.519$$

Så Simons kondital er 54.519

♠

Opgave 4.4:

Man kan undersøge hvilken af disse to formler som angivet er forkerte ved at indsætte Simons $arbmax$, alternativt kan man se på hvordan brøkregnereglerne er. Sidstnævnte tilfælde vælges. Her er den rigtige formel:

$$\frac{arbmax}{0.23} \cdot \frac{60}{21100} + 0.25 = VO_2max$$

De andre formler er:

a)

$$\frac{arbmax}{0.23} \cdot \left(\frac{60}{21100} + 0.25\right) = VO_2max$$

Den første formel er forkert eftersom $\frac{arbmax}{0.23}$ også ganges på 0.25.

b)

$$VO_2max = 0.25 + \frac{arbmax \cdot 60}{0.23 \cdot 21100}$$

Formlen er korrekt, eftersom at man bruger reglen $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

c)

$$\frac{60 \cdot arbmax}{4853} + 0.25 = VO_2max$$

Formlen er korrekt. Der gælder samme regel som ovenfor, her er $0.23 \cdot 21100 = 4853$

d)

$$\frac{arbmax}{0.23} \cdot \frac{60}{21100 + 0.25} = VO_2max$$

Formlen er forkert eftersom 0.25 tilføjes i nævneren, hvilket giver et helt andet resultat.

♠

Opgave 5 - Fravær i Simons klasse:

Opgave 5.1:

Vi kan se, at vi arbejder med ugrupperede observationer. En hyppighedstabel laves.

$Antal\ fraværsdage$	$Hyppighed$
0	6
1	5
2	5
3	3
4	2
5	1
6	1
7	1

Hermed er hyppighedstabellen lavet.

♠

Opgave 5.2:

Der er i alt 24 elever. 8 af de elever havde fravær i mere end 2 dage. Antag 24 elever er 100%, så er 8 af eleverne ca. 33%, hvilket vil sige, at 33% af eleverne i $9.A.$ havde fravær i mere end 2 dage. Formlen der blev anvendt er:

$$x = \frac{100\%}{elever\ i\ alt} \cdot antal\ elever\ med\ mere\ end\ 2\ dages\ fravær$$

♠

Opgave 5.3:

Spørgsmålet forstås, som antallet af elever i $9.B.$, for så regnes det:

$$Antal\ elever\ i\ 9.B. = 0 + 2 + 5 + 5 + 2 + 0 + 2 + 3 = 19$$

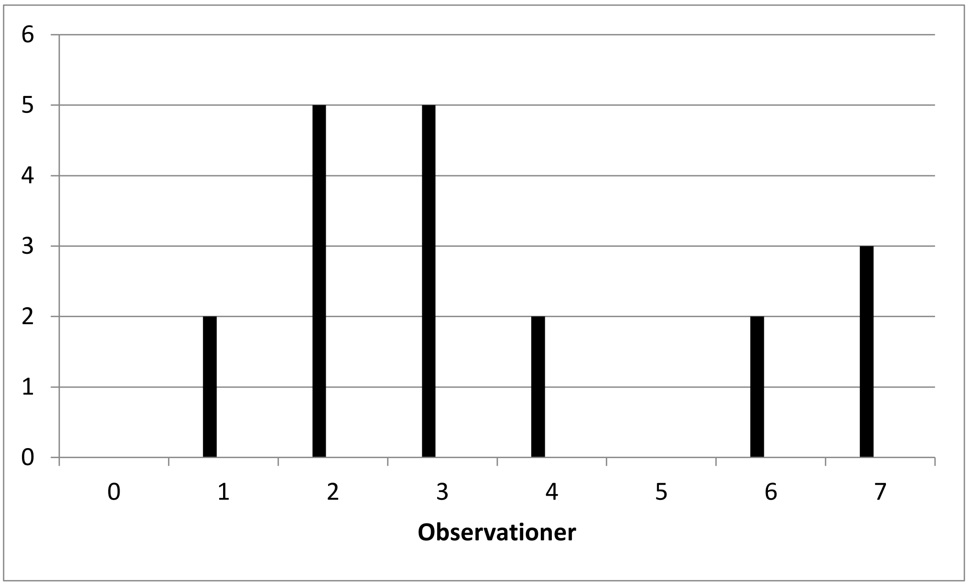
Så i $9.B.$ er der 19 elever.

♠

Opgave 5.4:

Vi laver et pindediagram via WordMat. ”Statistik” ->”Pindediagram”.

Obs.	Hyp.
0	0
1	2
2	5
3	5
4	2
5	0
6	2
7	3



Dermed har vi fået angivet et diagram over fraværsfordelingen i $9.B$.

♠

Opgave 5.5:

Vi bruger følgende statistiske deskriptorer:

$$typetal, middeltal, variationsbredde$$

<u>*For $9.A.$ har vi:*</u>

Typetallet i $9.A.$ er antal observationer der optræder flest gange. Så i $9.A.$ har vi typetallet 6 eftersom dette er den største talværdi, der optræder i observationerne. Da er tallet 6 antallet af elever, som har 0% fravær. Vi beregner dernæst middeltallet (og betegner det med $\overline{x}$).

$$\overline{x} = \frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 1}{24} = 2.0833$$

Så eleverne har gennemsnitligt fravær på $2.0833 \approx 2$ dage.

Endelig bestemmer vi variationsbredden for $9.A.$ Variationsbredden i $9.A.$ beregnes sådan, at man har sin maksimale observation og minimale observation. Differencen mellem er variationsbredden, og den kan bestemmes til at være 5, eftersom 1 er minimum og 6 er maksimum.

For $9.B.$ har vi:

Typetallet i $9.B.$ er antal observationer der optræder flest gange. Så i $9.B.$ har vi typetallet 5 eftersom dette er den største talværdi, der optræder 2 gange i observationerne, nemlig ved 2 og 3 fraværsdag. Vi beregner dernæst middeltallet (og betegner det med $\overline{x}$).

$$\overline{x} = \frac{0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 0 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3}{19} = 3.578$$

Så eleverne har gennemsnitligt fravær på $3.578 \approx 3 - 4$ dage.

Endelig bestemmer vi variationsbredden for $9.B.$ Variationsbredden i $9.B.$ beregnes sådan, at man har sin maksimale observation og minimale observation. Differencen mellem er variationsbredden, og den kan bestemmes til at være 5, eftersom 0 er minimum og 5 er maksimum.

Generelt kan man sige, at $9.B.$ har flere fraværsdage og et højere gennemsnit end $9.A.$ i forhold til antal dage man har fravær i pr. elev. Endelig kan man sige, at begge klasser har samme variationsbredde, hvoraf $9.A.$ har typetallet 6, dvs. de fleste elever havde 0 dages fravær hvor i $9.B.$ havde 10 elever hhv. 2 og 3 dages fravær.

♠

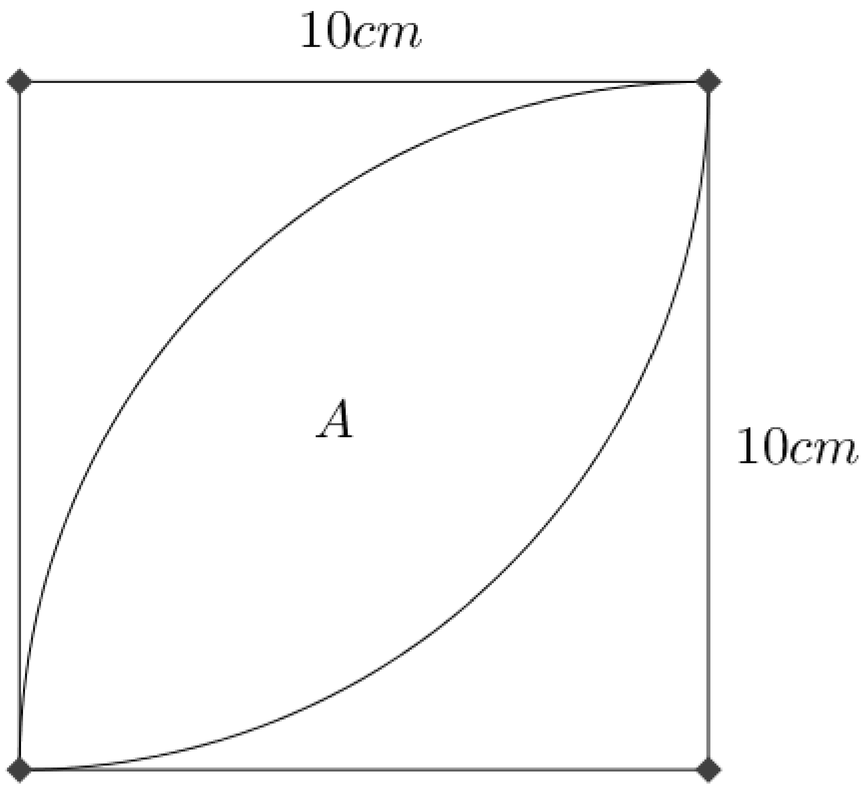
Opgave 6 - En figur af kvarte cirkler:

Opgave 6.1:

Betingelserne for, at man har et kvadrat er, at sidelængden x og y er lige lange, sådan så man har $x = y$. Er $x \neq y$ så har man ikke et kvadrat, men et rektangel eller anden geometrisk figur.

Opgave 6.2:

I CAS programmet GeoGebra tegnes kvadratet inkl. cirkelbuer ind.



♠

Opgave 6.3:

Arealet af kvadratet bestemmes ved formlen $A_{kvadrat} = x^2$, her er $x = 10cm$, så vi har arealet:

$$A_{kvadrat} = 10^2 = 100$$

Så arealet af kvadratet er angivet til at være $100cm^2$.

Omkredsen af kvadratet er $O_{kvadrat} = 4x$, så med vores oplyste tal er omkredsen

$$O_{kvadrat} = 4 \cdot 10 = 40$$

Så omkredsen af kvadratet er angivet til at være $40cm$.

♠

Opgave 6.4:

Antag, at cirkelbuen som har centrum i nederste højre hjørne er et udsnit af en cirkel. Omkredsen af en cirkel er givet ved formlen:

$$O_{cirkel} = 2 \cdot r \cdot \pi$$

Og i vores tilfælde er det en kvart cirkel, så:

$$O_{kvart\ cirkel} = \frac{r \cdot \pi}{2}$$

Og vi har at $r = 10cm$, så:

$$O_{kvart\ cirkel} = \frac{10 \cdot \pi}{2} = 15.7079633$$

Eftersom at man arbejder med et kvadrat, så er omkredsen af cirklen

$$2 \cdot O_{kvart\ cirkel} = 2 \cdot 15.7079633 = 31.4159266$$

Og dermed er omkredsen af A givet ved $31.4159266cm$.

♠

Opgave 6.5:

Vi benytter de samme antagelser som før, og dermed er arealet af en kvart cirkel givet ved:

$$A_{kvart\ cirkel} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot r^2$$

Og vi har igen $r = 10cm$, så

$$A_{kvart\ cirkel} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 10^2 = 78.5398163$$

Arealet af kvadratet var som bekendt

$$A_{kvadrat} = 100$$

Lægger vi arealet af de to kvarte cirkler, fratrukket $A_{kvadrat}$.

$$A = 2 \cdot A_{kvart\ cirkel} - A_{kvadrat} = 2 \cdot 78.5398163 - 100 = 57.0796326$$

Arealet af A er så $57.0796326 cm^2$

♠

Slut på opgavesættet *problemregning maj* 2012