Ortvay 1984

1. Egyforma ellenállásokból, mint élekből szabályos poliédert (tetraédert, hexaédert, oktaédert, dodekaédert vagy ikozaédert) állítunk össze. Mutassuk meg, hogy ha tetszőleges két csúcsra feszültséget kapcsolunk, akkor az élekben folyó áramok nem hoznak létre eredő mágneses teret a test középpontjában!

(II. évfolyam)

2. Egyes közel egydimenziós elektromos szerkezetű anyagokban (a vezetőképesség láncirányban sokkal nagyobb, mint merőlegesen) alacsony hőmérsékleten térben periodikus töltés-sűrűségmoduláció, úgynevezett töltéssűrűség-hullám (TSH) alakul ki. Elektromos tér hatására a TSH elmozdulhat a láncok mentén, hozzájárulva az elektromos vezetőképességhez. A TSH-vezetés egy fenomenologikus modelljében a TSH-t e töltésű, m tömegű klasszikus részecskének tekintik, ami periodikus potenciálban túlcsillapított mozgást végez a következő mozgásegyenlet szerint:

$$\frac{1}{\tau}\frac{dx}{dt}+\frac{\omega_0}{Q}\sin Qx=\frac{e}{m}E,$$

ahol x a TSH helykoordinátája, E a külső elektromos tér, ω_0, Q és τ paraméterek.

a./ Határozzuk meg az állandó elektromos térben folyó áram frekvenciaspektrumát!

b./ Határozzuk meg a komplex vezetőképességet $U_0+U_1\cos\omega t$ gerjesztés esetén $U_1\to 0$ határesetben!

c./ Adjunk kvalitatív képet az egyenáramú komponens változásáról U_0 függvényében $\omega=const$, $U_1=const$ feltételek mellett.

(II. évfolyam)

3. Egy megfeszített gumiszálra az ábra szerint meghajlított, könnyű huzaldarabot akasztunk. A gumiszál a vízszintessel α szöget zár be. Hogyan mozog a felakasztott huzaldarab, ha a gumiszálat lassan megnyújtjuk, majd visszaengedjük?

Hiányzó kép

(II. évfolyam)

4. Két, m tömegű test a köztük ható tisztán gravitációs erő hatására körpályán kering egymás körül. (Rajtuk kívül az univerzum üres.) Mozgásukat a Bohr-elmélettel vizsgáljuk. A rendszer energiájához hozzászámítjuk a testek nyugalmi tömegének megfelelő mc^2 energiákat is. Határozzuk meg a rendszer alapállapotának teljes energiáját m függvényében! Adjuk meg az energiát, a pálya sugarát és a keringési időt numerikusan $m=m_{\text{Föld}}$, $m=m_{\text{ember}}$, $m=m_{\text{baktérium}}$, $m=m_{\text{atom}}$, $m=m_{\text{elektron}}$, $m=m_{\text{neutrínó}}$ ($m_\nu c^2\approx 30eV$) esetére! Milyen matematikai, fizikai és csillagászati korlátai vannak eredményeinknek?

(II. évfolyam)

5. Milyen belső feszültség ébred egy rúdban a hosszirányában egyenletesen változó hőmérséklet hatására?

(II.,III. évfolyam)

6. m tömegű tömegpontokból álló végtelen lánc szomszédos pontjait k direkciós állandójú rugók kötik össze. Tegyük fel, hogy kezdetben minden tömegpont egyensúlyi helyzetben van, kivéve egyet, amelynek kitérése x_0. Írjuk le az egyes tömegek időbeli mozgását ($x_n(t) =?$)!

(II.,III. évfolyam)

7. Négyzetes hasáb alakú vezető fajlagos ellenállása térben véletlenszerűen inhomogén, de az inhomogenitás relatíve kicsi:

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 + \Delta\rho(\mathbf{r}) \ , \ |\Delta\rho(\mathbf{r})| \ll \rho_0$$

A hasáb végeire kontaktusokat csatlakoztatva (a kontaktusok ellenállása elhanyagolható) mennyi a hasáb eredő ellenállása?

(II.,III. évfolyam)

8. MOHAMED KOPORSÓJA

Mint ismeretes, Mohamed próféta a jeruzsálemi szent hegyről elindulva egyenesen a mennyekbe ment. Az is közismert, hogy koporsója ég és föld között lebeg mozdulatlanul. A mennybemenetel technikai részletei azonban a legutóbbi időkig ismeretlenek voltak. Most azonban John B. Curcas, a messewani egyetem kutatója megtalálta Mohamed kortársának, Abdul ben Hazudnak emlékiratait. Eszerint a próféta, hóna alatt csodálatos, egyenesen Allahtól származó imaszőnyegével megállt a szent hegyen, majd némi imádkozás után szőnyegét a földre helyezte, és kigöngyölítette. A csodálatos imaszőnyeg nyílegyenesen göngyölődött a látóhatár felé, és azon is túl. "Egyenes volt, mint a fénysugár és Allah szakálla", írja ben Hazud. A próféta híveitől elbúcsúzva elindult a szőnyegen. Az érte aggódókat megnyugtatta, mondván: nincs szüksége élelemre, vízre, sőt levegőre sem. Ment, ment az imaszőnyegen, míg Allah lábaihoz nem ért. Ekkor hívei - köztük a szemtanú, ben Hazud - felgöngyölték a csodálatos, és még mindig nyílegyenes imaszőnyeget. ben Hazud esküszik, hogy a próféta, aki az imaszőnyeg végén állt, továbbra is ottmaradt, s azóta is ott lebeg.

J. B. Curcas felfedezése nagy izgalmat váltott ki fanatikus körökben. Többen összevesztek azon, hogy melyik ország felett lebeg a próféta. (Fontos lenne, hogy mohamedán ország mondhassa magáénak.) Mások azon vitatkoznak, hogy Jeruzsálemből melyik földrajzi irányba indult el Mohamed. Mielőtt vallásháború törne ki e kérdések ügyében, felkérték a magyar egyetemek - égi és földi ügyekben egyaránt illetékes - fizikus hallgatóságát, hogy szakvéleményükkel döntsék el a kérdést. Mohamed tartózkodási

helyét, illetve annak földi vetületét $10km$, az indulás irányát fok pontossággal kérik megállapítani.
Nem hallgathatjuk el, hogy egyesek kétkedéssel fogadták Curcas felfedezését. Ha így volt ugyanis, ahogy ben Hazud leírta, mi a helyzet Mohamed koporsójával? Lee ben Canal szerint a történetet szimbólikusan kell érteni, és nem Mohamed gyalogolt jelenlegi tartózkodási helyére, hanem halála után koporsóját helyezték tanítványai a csodálatos imaszőnyegre, és egy erőteljes lökéssel ég és föld közé továbbították. Mások szerint ekkor a koporsó lecsúszott volna (ismét mások szerint felemelkedett volna) a csodálatos imaszőnyegről. Egyesek felteszik a kérdést, vajon mennyi ideig tartott a koporsó útja végső nyugvópontjáig. Ismét mások ben Hazudnak azt az állítását vonják kétségbe, hogy a próféta végig emelt fővel, nyílegyenes tartással gyalogolt. J. B. Curcas felfedezése védelmében felkérte a fent említett fizikus hallgatóságot, hogy szakvéleményében térjen ki a fenti kérdésekre is.
Allah növessze hosszúra (és értelmesre) válaszotokat!

(II.,III. évfolyam)

9. Vizsgáljuk a fénytörést egy lineáris (n_1 törésmutatójú) és egy nemlineáris ($n_2+\eta I$ törésmutatójú, η a nemlinearitási együttható, I az intenzitás) közeg határfelületén, olyan elrendezésben, amikor a lineáris közegből síkhullám esik a határfelületre!

(III.,IV. évfolyam)

10. Vizsgáljunk egy olyan anyagot, amely kis koncentrációban kétállapotú molekulákat tartalmaz a térben izotróp módon elszórva. Tegyük fel, hogy kezdetben minden molekula a stabil állapotban van! Elektromos tér hatására a molekulák $w_{12}=A_1(\mu_1\cdot\mathbf{E})^2$ valószínűséggel a metastabil állapotba mehetnek át, ahonnan $w_{21}=A_2(\mu_2\cdot\mathbf{E})^2$ valószínűséggel kerülhetnek vissza. $\mathbf{E}$ az elektromos tér, μ_1 , illetve μ_2 a megfelelő átmenetekhez tartozó dipól mátrixelemek. (μ_1 és μ_2 nemcsak nagyságban, hanem irányban is különbözhet, az egymással bezárt szögük β.) A kétállapotú molekulák beállásuktól eltekintve egyformák. Lineárisan poláros fénnyel besugározva az anyagot, milyen lesz az abszzorpciója?

(III.,IV. évfolyam)

11. Vezessük le a viszkózus folyadékban egyenletesen mozgó gömbre ható erőt olyan határfeltétel mellett, hogy teljes tapadás helyett csúszást írunk elő (a gömbre ható tangenciális erő zérus)! Mi történik, ha a mozgás nem egyenletes? Mi történik, ha a határfeltételt egy β folytonos paraméter jellemzi, amely a $\beta=0$ értékkel tapadást, $\beta=\infty$-nel csúszást ír le?

(III.,IV.,V. évfolyam)

12. c koncentrációjú $NaCl$ oldatba R sugarú, Q töltésű gömb merül. (A töltést a folyadék nem vezeti el.) Milyen az ionok eloszlása a gömb körül? Hogyan módosul

az ion-eloszlás, ha az oldaton áramot vezetünk keresztül? Az áramsűrűség a gömbtől távol homogén, a gömb rögzített.

(III.,IV.,V. évfolyam)

13. Az $X - Y$ síkban lévő, kétdimenziós, lineáris harmonikus oszcillátort X, illetve Y irányú Gauss-fehérzaj gerjeszti. Határozzuk meg a létrejövő mozgás

a./ X és Y irányú kitérésének auto- és keresztkorrelációs függvényét, illetve spektrumát,

b./ az X és Y irányú sebességek auto- és keresztkorrelációs függvényét, illetve spektrumát,

c./ az X, Y és sugárirányú kitérések egydimenziós valószínűségsűrűség-függvényeit! A rezgő test tömege m, a rugókötés direkciós ereje D. Az oszcillátor mozgását a sebességgel arányos közegellenállás csillapítja, a csillapítási együttható β. A két erőkomponens korrelálatlan, autospektrumuk értéke azonos: α.

(IV.,V. évfolyam)

14. Adott egy egydimenziós, szabad elektrongáz. Helyezzünk az egyenes egy adott pontjára egy rugalmas szórócentrumot (például egy alacsony potenciállépcsőt)!

a./ Vezessünk le összefüggést az így létrejött rendszer vezetőképessége, valamint a szóróobjektum reflexiós és transzmissziós együtthatója között!

b./ Mi lesz az eredő ellenállás, ha ilyen szóróobjektumokat sorba kapcsolunk?

(IV.,V. évfolyam)

15. Oldjuk meg az egydimenziós Ising modellt a következő 3-spin kölcsönhatás esetére:

$$\mathbf{H} = \sum_i J\big(S_i, S_{i+1}, S_{i+2}\big) - \sum_i H S_i$$

$$\text{ahol} \qquad J\big(S_i, S_{i+1}, S_{i+2}\big) = \left\{ \begin{matrix} 0, & \text{ha } S_i = S_{i+1} = S_{i+2} \\ J, & \text{egyébként} \end{matrix} \right\}$$

H a külső tér.

Határozzuk meg $H \to 0$ esetben a fajhőt, a zérus hőmérsékleti entrópiát, és a szuszceptibilitást! Vizsgáljuk külön a $J < 0$, $J > 0$ eseteket!

(IV.,V. évfolyam)

16. Írjuk fel egy mágneses térben lévő nemrelativisztikus töltött részecske Wigner-függvényének mozgásegyenletét, s adjunk megoldást rá homogén mágneses tér esetén! A Wigner-függvényt mágneses tér nélkül a következőképp definiáljuk:

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \int \frac{d^3 r'}{(2\pi\hbar/m)^3} \cdot \phi(\mathbf{r} + \mathbf{r}'/2, t) \cdot \phi^*(\mathbf{r} - \mathbf{r}'/2, t) \cdot \exp(-im\mathbf{v}\mathbf{r}/\hbar)$$

(IV.,V. évfolyam)

17. A Weinberg-Salam elméletben (a lokális szimmetriacsoport $G = SU(2) \times U(1)_Y$) a szokásos részecskék (e, ν fermiondublett, ϕ skalárdublett) mellett vezessünk be egy további ω skalárdublettet, amelynek Y-töltése 0 ($Y_\omega = 0$).
Legyen a spontán sértés előtt az elméletnek egy globális $U(1)_X$ szimmetriája úgy, hogy a közönséges részecskék $U(1)_X$-skalárok (azaz, X-töltésük 0), míg az ω-skalárra $X \neq 0$ (mondjuk $X_\omega = 1/2$). Mutassuk meg, hogy ha ϕ vákuumértéke a szokásos, ω vákuumértékének megválasztásával elérhető, hogy a fotonnak is tömege legyen, ugyanakkor az elméletnek marad egy globális $U(1)_Q$ szimmetriája, ahol a Q megmaradó töltés a szokásos részecskékre a szokásos elektromos töltés.
Írjuk fel a fermiondublett kölcsönhatásait az adott tömegű vektorbozonokkal!

(V. évfolyam)

18. A Coulomb-potenciálban mozgó relativisztikus elektron Dirac-féle Hamilton-operátora ($\hbar = c = 1$ egységrendszerben):

$$\mathbf{H}_D = \rho_1 \sigma\pi + \rho_3 m - \frac{e^2}{r}.$$

Mutassuk meg, hogy a következő operátorok

$$\mathbf{M}_4 = \mathbf{r}\pi - i,$$
$$\mathbf{G}_4 = \frac{1}{2}\left[r\pi^2 - r - \frac{e^4}{r} - \frac{ie^2}{r^2}\rho_1\sigma\mathbf{r}\right],$$
$$\mathbf{G}_5 = \frac{1}{2}\left[r\pi^2 + r - \frac{e^4}{r} - \frac{ie^2}{r^2}\rho_1\sigma\mathbf{r}\right]$$

zárt algebrát alkotnak. Vegyük hozzá ehhez az impulzusmomentum-operátorokat, és határozzuk meg azokat a további operátorokat, amelyekkel együtt ez a kiterjesztett algebra is zárt lesz. Mutassuk meg továbbá, hogy

$$r\left[\left(\mathbf{H}_D + e^2/r\right)^2 - \left(E + e^2/r\right)^2\right] = \mathbf{G}_5 + \mathbf{G}_4 - 2e^2E - \left(E^2 - m^2\right)\left(\mathbf{G}_5 - \mathbf{G}_4\right)$$

Határozzuk meg a kötött állapotok E energiasajátértékeit és a sajátállapotokat ezek alapján!
Milyen Lie-csoport Lie-algebráját kapjuk végeredményképpen?

(V. évfolyam)

Digitalizálta Gombkötő Ákos