

ארכימדס

5 בחינות מתכונת במתמטיקה

שאלון 806

מורים יקרים שלום רב!

אנו מתכבדים לשלוח לכם 5 בחינות מתכונת מלאות בשאלון 806 מתוך ספר המתכונות בהוצאתנו הצפוי לצאת לאור בעוד כחודש.

אנא שימו לב שהקפדנו ושאפנו כי השאלות במבחנים יהיו:

1. ברמת קושי גבוהה, חלקן גבוהה במיוחד.
2. **יוצאות דופן** (חלקן הגדול יחשב **מפתיעות** בעיני התלמידים).
3. **אינטגרטיביות** ומשלבות בין מספר נושאים.
4. **מגוונות** ומכסות את כלל הנושאים.

ישנם ספרים רבים, טובים ומקצועיים אך אנו שואפים להיות הספר המוביל בשאלון 806. בספר המלא שייצא לאור יכללו גם המאפיינים הבאים:

1. פרקי סיכום תמציתיים לפי נושאים עם שאלות מסכמות בסוף כל פרק **לטובת תרגול שוטף במהלך השנה**.
2. **מיפוי השאלות לפי נושאים ולפי רמת קושי עולה**.
3. 30 בחינות מתכונת, מתוכן 12 עם פתרונות מלאים לרווחת התלמידים. יתר הבחינות עם פתרונות סופיים בלבד.

נשמח לקבל משוב לגבי איכות השאלות, תיקונים והצעות או כל הערה/הארה אחרת.

ניתן ליצור איתנו קשר בכל דבר ועניין ב:

Archimedes806@gmail.com

Archimedes807@gmail.com

אסף/יואב – 052-6333664/5

תודה רבה ושיהיה לכולנו, ובעיקר לתלמידים, בהצלחה!

שאלון 806 - מבחן 1

פרק ראשון - אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נק')
 ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')

1. יואב ודניאל עובדים בהעמסת ארגזים למשאיות במפעל. יואב מסוגל להעמיס לבדו 30 ארגזים בשעה. דניאל מסוגל להעמיס לבדו n ארגזים בשעה. ביום א' החל יואב את עבודת ההעמסה שעה לפני דניאל, אך גם סיים את העבודה שעה לפניו. כשסיים דניאל להעמיס, נמצא שכמות הארגזים הכוללת שהעמיס דניאל, היתה גדולה ב- n ארגזים מהכמות הכוללת שהעמיס יואב. ידוע שיואב העמיס בין 45 לבין 60 ארגזים.

א. מצא את תחום הערכים האפשריים של n עבורם יהיה פתרון לבעיה.
 ב. מנהל העבודה מצא שביום א' שניהם העמיסו יחד 175 ארגזים. ביום ב' החלו שניהם את העבודה יחד. כשסיים דניאל להעמיס את הכמות שהעמיס יואב ביום א', הפסיק לעבוד. כעבור 3.5 שעות נוספות של עבודה סיים גם יואב לעבוד. הסתבר שביום ב' יואב העמיס את כמות הארגזים שדניאל העמיס ביום א'. מצא את ערכו של הפרמטר n .

2. בסדרה A_n , שהיא הנדסית אינסופית יורדת, איבר מסוים גדול פי שניים מסכום כל האיברים שאחריו. א. מצא את מנת הסדרה.

ב. תלמיד העתיק את איברי הסדרה A_n לדף נפרד, והפסיק את ההעתקה אחרי כמות זוגית של איברים. הוא מגדיר סדרה חדשה: $B_n = \frac{1}{A_n}$ המתייחסת רק לאיברים שהעתיק.

הוכח ש- B_n היא סדרה הנדסית וקבע האם היא יורדת או עולה.
 ג. נתון שבסדרה B_n סכום האיברים הנמצאים אחרי שני האיברים האמצעיים גדול פי 81 מסכום האיברים הנמצאים לפנייהם. מצא כמה איברים בסדרה B_n .

3. ביום שבו הגיעו המתיישבים למאדים רק 30% מהם רכשו בכסף דירה. מי שלא יכול היה לרכוש דירה, ניגש באותו יום להגרלה, בה היתה הסתברות של 0.4 לזכות בדירה. מי שהשתתף בהגרלה אך לא זכה בדירה, הגיש באותו יום בקשה מיוחדת לקבלת דירה. רק שליש ממגישי בקשה זו קיבלו דירה.
 א. יונתן הגיע למאדים באותו יום. חשב את ההסתברות שבאותו לילה, היתה לו דירה.
 ב. למחרת יום ההתיישבות, נמצא ש-32% מהמתיישבים היו בעלי דירה עם חניה. נסמן את שני המאורעות הבאים:

המאורע A הוא: "להיות בעל דירה".
 המאורע B הוא: "להיות בעל חניה".

$$(1) \text{ קבע באיזה תחום מספרים נמצאת ההסתברות } P(B)$$

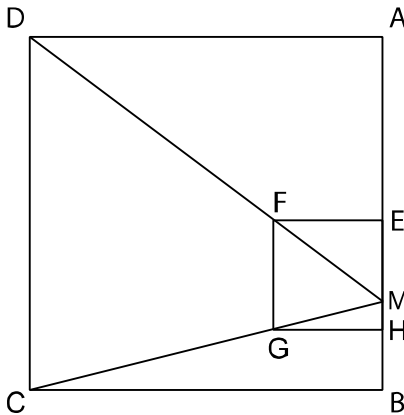
$$(2) \text{ קבע באיזה תחום מספרים נמצאת ההסתברות } P(\bar{B})$$

$$(3) \text{ חשב את סכום ההסתברויות: } P(\bar{B}) + P(\bar{A} \cap B)$$

ג. ידוע שההסתברות לבחור במאדים בעל דירה שאין לו חניה, גדולה פי שניים מההסתברות לבחור במאדים בעל חניה שאין לו דירה.
 חשב את ההסתברות לבחור במאדים אדם ללא דירה ולא חניה.

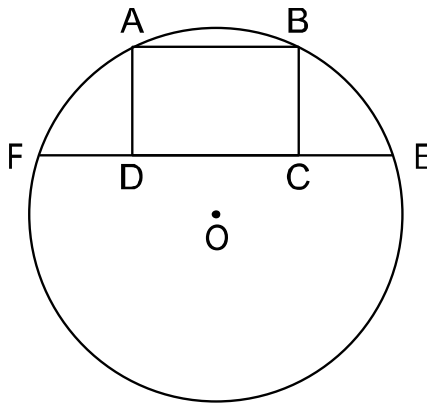
פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 1/3 נק')

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה 16 2/3 נק')



4. בשרטוט מופיעים הריבועים ABCD ו-EFGH.

- א. הוכח: $ME \cdot BH = AE \cdot MH$.
- ב. נתון: שטחי המשולשים $\triangle MEF$ ו- $\triangle MHG$ הם בהתאמה 24 סמ"ר ו-8 סמ"ר. שטח הטרפז CDFG הוא 168 סמ"ר. חשב את שטח הטרפז BCGH.
- ג. חשב את היקף הטרפז ADFE.



- 5. במעגל שמרכזו בנקודה O ושטחו 169π , המיתר EF חוסם את המלבן ABCD ששטחו 70 סמ"ר. המרחק בין מרכז המעגל לבין המיתר EF קטן פי שניים מאורך AB. אורכי צלעות המלבן הם מספרים שלמים.
- א. חשב את שטח המשולש $\triangle CEO$.
- ב. מעבירים את המיתר BE. חשב את המרחק בין הנקודה O לבין מרכז המעגל שקוטרו BE.
- ג. הנקודה M נמצאת על הקשת EF בצד התחתון של הציור. חשב את הזווית $\triangle BME$.

- 6. במשולש $\triangle ABC$ נתון: $AB = 5$ ס"מ, $BC = 13$ ס"מ. הצלע BC היא הצלע הארוכה במשולש.
- א. נסמן: $AC = a$. מצא עבור אילו ערכי a, המשולש $\triangle ABC$ הוא קהה זווית.
- ב. נתון: $a = 10$ ס"מ. חשב את רדיוס המעגל החסום במשולש $\triangle ABC$.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות

ופונקציות טריגונומטריות (33 1/3 נק')

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה 16 2/3 נק')

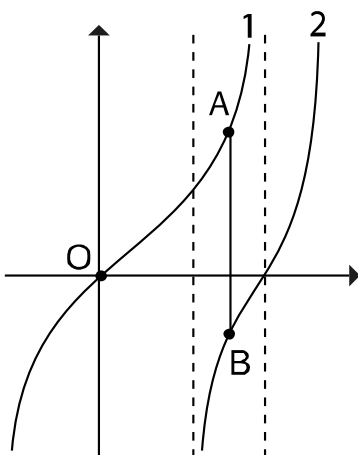
7. נתונות הנגזרת השנייה: $f''(x) = \frac{5 - 3x^2}{2 \cdot \sqrt{x^3 - 5x + a}}$ והפונקציה: $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 9a}$. הפרמטר a מספר

- שלם. הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בזווית ישרה על ציר ה-y. גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את הישר $x = -2$ בנקודה A. גרף הנגזרת הראשונה $f'(x)$ חותך את הישר $x = 1$ בנקודה B. שיעור ה-y של הנקודה A גדול ב-10 יחידות אורך משיעור ה-y של הנקודה B. מצא את:
- א. ערכו של הפרמטר a ואת משוואת הנגזרת הראשונה $f'(x)$.
- ב. שיעורי ה-x של נקודות הקיצון והפיתול של הפונקציה $f(x)$.
- ג. משוואת הישר המשיק לגרף הנגזרת הראשונה $f'(x)$ בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-y.

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{(x+p)^2} - \frac{64}{x^2}$ ($0 < p$). הישר $y = 1$ והאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ יוצרים מלבן ששטחו 63 יחי ריבועיות.

- מצא את תחום ההגדרה ואת האסימפטוטות של גרף הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הגרף ואת סוגן.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- שרטט בקו מנוקד את גרף הנגזרת $f'(x)$ על גבי אותה מערכת צירים שעליה ציירת את גרף $f(x)$.
- חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, לבין גרף הנגזרת $f'(x)$ ולבין הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$.

9. נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = 2 \tan x$ ו- $g(x) = \tan 2x$ בתחום: $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$.



- למרות שגרף 2 ממשיך גם משמאל לאסימפטוטה השמאלית, לשם הנוחות, הוא מופיע רק בתחום הרלבנטי לזרימה, מימין לה.
- מצא את משוואות שתי האסימפטוטות המופיעות בשרטוט.
- קבע איזה מהגרפים מתאים לפונקציה $g(x)$.
- מהנקודה A, הנמצאת על גרף 1 בין האסימפטוטות, מורידים אנך החותך את גרף 2 בנקודה B.
- מצא את אורכו המינימלי של הקטע AB.
- כאשר אורך AB מינימלי, חשב את שטח המשולש $\triangle ABO$.

בהצלחה!

פתרונות:

1 א. $60 < n < 90$. ב. 75 .

2 א. $\frac{1}{3}$. ב. עולה . ג. שישה .

3 א. 0.72 . ב. $0.32 \leq P(B) \leq 0.6$ (2) $0.4 \leq P(\bar{B}) \leq 0.68$ (3) . ג. 0.08 .

4 א. 42 סמ"ר . ג. 52 ס"מ .

5 א. 17.5 סמ"ר . ב. 12.02 סמ"ר . ג. 22.38^0 .

6 א. $8 < a < 12$. ב. 1.6 ס"מ .

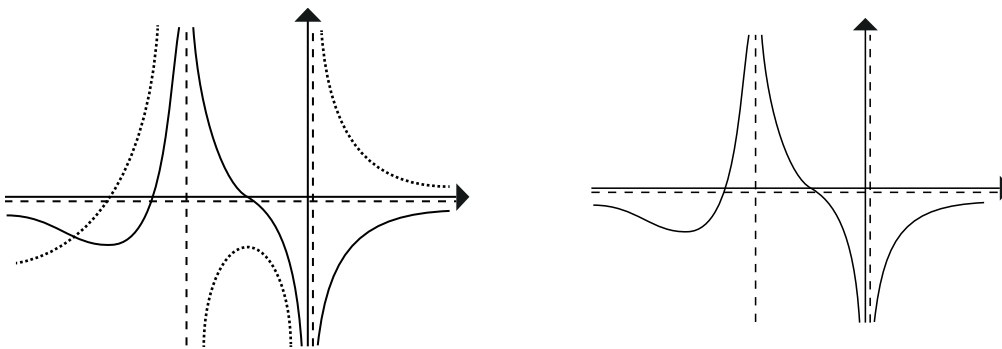
7 א. $a = 4$, $f'(x) = -\sqrt{x^3 - 5x + 4} - 4$. ב. אין נקודות קיצון. נקודות הפיתול: $x = \pm 1.29$. ג. $y = 1.25x - 6$.

8 א. $(p = 63)$ תחום ההגדרה: $x \neq -63, 0$, אסימפטוטות: $x = 0$, $x = -63$, $y = 0$. ב. $(-72, 0), (-56, 0)$.

ג. $(-84, -0.006)$. ד.

ו. 80 יח"ר .

ה.



9 א. $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{2}$. ב. הגרף המתאים הוא 2 . ג. $5.19 = \sqrt{27}$ יח" אורך . ד. 2.71 יח" ריבועיות .

שאלון 806 - מבחן 2

פרק ראשון - אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נק')
 ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')

1. משאית יוצאת מחולון לאילת, מרחק של 360 ק"מ. כעבור שעה מיציאתה, יוצא מאילת אופנוע לכיוון חולון. כעבור שעה נוספת, יוצאת מאילת מכונית לכיוון חולון. המשאית חלפה על פני האופנוע ועל פני המכונית באותו רגע, כעבור שלוש שעות מיציאתה לדרך. כאשר הגיעה המשאית לאילת, היה המרחק בין המכונית לאופנוע 18 ק"מ.
 א. מצא את מהירויות הרכבים.

ב. המכונית הגיעה לחולון בשעה 14:00 ומיד הסתובבה והחלה לנסוע בחזרה לאילת. מצא באיזו שעה חלפה המכונית על פני האופנוע, בדרכה בחזרה לאילת.

2. נתונה הסדרה ההנדסית העולה A_n . אם נוסיף לאיבר הראשון שלה 50, נגדיל את האיבר השני שלה ב-50%, ונחלק את האיבר השלישי שלה ב-6, נקבל שלושה מספרים שמהווים סדרה הנדסית יורדת.
 א. מצא את האיבר הראשון בשתי הסדרות.

ב. נסמן באמצעות p^2 את מנת הסדרה העולה A_n . כעת ממשיכים את הסדרה היורדת כך שיש לה m איברים. לאחר מכן, באותה סדרה יורדת, בין כל שני איברים סמוכים, מוסיפים איבר, כך שמתקבלת סדרה הנדסית יורדת שנכנה B_n .

הבע באמצעות p ו- m את הנוסחה לאיבר הכללי בסדרה B_n .

ג. נתון שבסדרה A_n סכום שלושת האיברים הראשונים הוא 52.

מצא בסדרה B_n את מיקומו של האיבר שערכו 2.

3. במדגם בחירות, מחצית מהמשתתפים היו צעירים והיתר מבוגרים. שליש מהבוחרים הצביעו למפלגות השמאל, שליש הצביעו למפלגות המרכז, והיתר הצביעו למפלגות הימין. נגדיר את המאורעות:

המאורע A הוא: "להיות צעיר".

המאורע B הוא: "להצביע למפלגות הימין".

המאורע C הוא: "להצביע למפלגות המרכז".

נתון: המאורעות A ו-B בלתי תלויים זה בזה אך המאורעות A ו-C תלויים זה בזה.

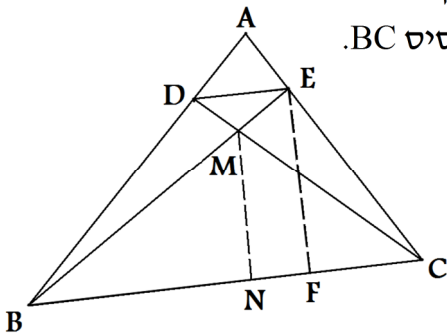
א. מצא את תחום הערכים האפשרי של ההסתברות: $P(A \cap C)$.

ב. נתון: $P(\bar{A} \cap C) = 2 \cdot P(A \cap C)$. חשב את ההסתברות לבחור צעיר מבין מצביעי השמאל.

ג. בחרו שישה אנשים שהצביעו לשמאל או למרכז. חשב את ההסתברות שמחציתם מבוגרים.

פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 נק')¹

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')



4. במשולש $\triangle ABC$ נתון: $DE \parallel BC$. הקטעים BE ו-CD נחתכים בנקודה M.

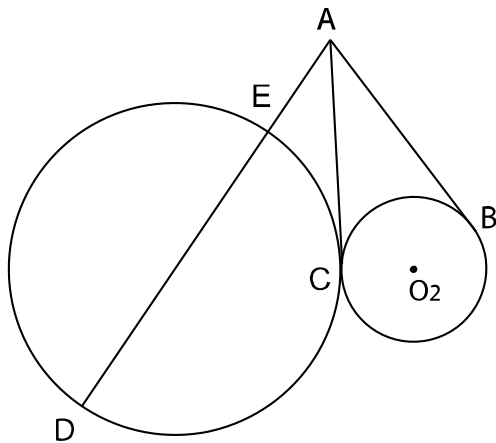
נתון: 2 ס"מ = AE, 3 ס"מ = CE. הקטעים MN ו-FE מאונכים לבסיס BC.

א. הוכח: $5EM = 2BM$.

ב. הוכח: $7MN = 5EF$.

ג. נתון שהיקף המשולש $\triangle ABC$ הוא 14 ס"מ.

נתון: $\angle ABC = 60^\circ$. חשב את שטח המשולש $\triangle ABC$.



5. הישרים AB ו-AC משיקים למעגלים שבשרטוט

בנקודות B ו-C בהתאמה. נתון: $AB = 2AE$. המיתר DE

אורך ב-10 ס"מ מהמשיק AB.

א. חשב את אורך המשיק AC.

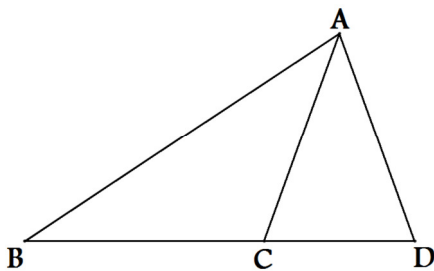
ב. נסמן ב- O_1 את אמצע המיתר DE.

הוכח: הנקודה O_1 היא מרכז המעגל השמאלי.

ג. הנקודה O_2 היא מרכז המעגל הימני. שטח המשולש

$\triangle AO_1O_2$ גדול פי $1\frac{3}{4}$ משטח הדלתון ABO_2C . חשב

את היקף המעגל שמרכזו O_2 .



6. המשולש $\triangle ABC$ חסום במעגל שרדיוסו 4R.

המשולש $\triangle ADC$ חסום במעגל שרדיוסו 3R.

א. חשב את היחס: $\frac{AD}{AB}$.

ב. נתון: $AC = AD$, $\angle BAD = 90^\circ$, ו: $\angle CAD = \alpha$.

מבלי לחשב את הזוויות, חשב את ערכם של $\cos \frac{\alpha}{2}$ ושל $\cos \alpha$.

ג. הוכח שהמשולשים $\triangle ABC$ ו- $\triangle ABD$ חסומים על ידי מעגלים ששטחם זהה.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות

ופונקציות טריגונומטריות ($33\frac{1}{3}$ נק')

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')

7. נתונה הנגזרת השנייה: $f''(x) = -\frac{2}{x^3} + \frac{a}{x^5}$. הישר $x = 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת

הפיתול שלה ברביע הראשון. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה בה $x = 0.5$ הוא -27 .

הישר $y = \frac{2}{3}$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

א. מצא את משוואת הפונקציה $f(x)$.

ב. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0 \leq x$.

ג. קבע האם הפונקציה $f(x)$ זוגית או אי זוגית, ושרטט בהתאם את הגרף המלא שלה.

ד. שרטט את גרף הנגזרת $f'(x)$.

ה. דרך נקודת הקיצון של גרף הנגזרת $f'(x)$ מורידים אנך לציר ה- x . חשב את השטח הכלוא ברביע הראשון בין אנך זה, לבין הישר $x = 3$ לבין גרף הנגזרת $f'(x)$ והאסימפטוטה האופקית של הגרף.

8. נתונות הפונקציה: $f(x) = x^2 - 4ax + 3a^2$ והנקודה $A(0, -a^2)$ עבור $0 < a$.

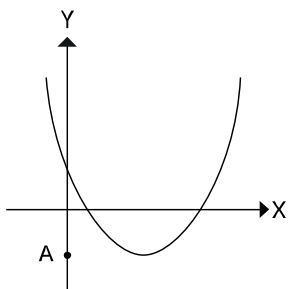
מהנקודה A שאינה על גרף הפונקציה, יוצאים שני משיקים לגרף $f(x)$. השטח

הכלוא בין גרף $f(x)$ לבין שני המשיקים שווה ל-144 יח"ר.

א. חשב את ערכו של a .

ב. נתון: $f(x) = g'(x)$. נתונים ארבעה שרטוטים. קבע איזה מהם עשוי

לייצג את הגרפים של הפונקציה $g(x)$ ושל הנגזרת השנייה $g''(x)$. נמק.

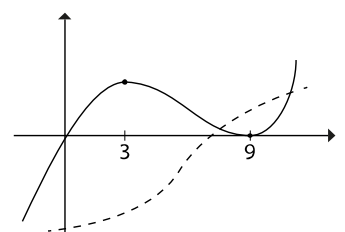
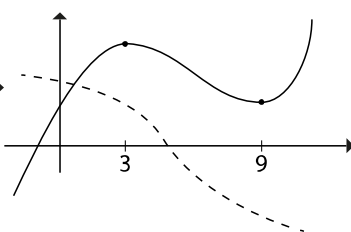
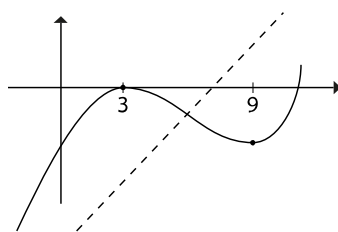
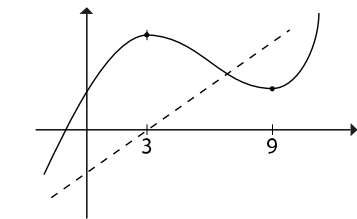


4.

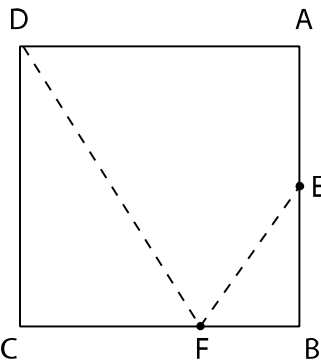
3.

2.

1.



ג. נתון שגרף הפונקציה $g(x)$ עובר דרך ראשית הצירים. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $g(x)$ ואת סוגן.



9. האולם ABCD הוא בצורת ריבוע שאורך צלעו 30 מטרים. הנקודה E היא

אמצע הקיר AB. מהפינה D מטיחים כדור טניס לכיוון הקיר BC, אשר

פוגע בו בנקודה F ומשם נזרק לנקודה E. מהירותו של הכדור לאורך כל

תנועתו היא 10 מטרים לשניה (הנח כי לאחר הפגיעה בקיר, הכדור יגיע

בוודאות לנקודה E). מצא מה צריך להיות אורך CF, שעברו זמן

התנועה הכולל של הכדור יהיה מינימלי.

בהצלחה!

פתרונות:

1) א. משאית: 100 קמ"ש, מכונית: 60 קמ"ש, אופנוע: 30 קמ"ש. ב. בשעה 15:40.

2) א. בסדרה העולה האיבר הראשון הוא 4. בסדרה היורדת האיבר הראשון הוא 54. ב. $54 \cdot \left(\frac{p}{3}\right)^{2m-2}$.

ג. האיבר הרביעי.

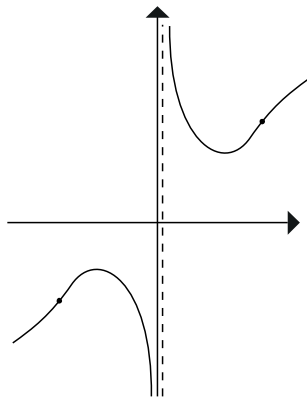
3) א. $\frac{1}{6} < P(A \cap C) \leq \frac{1}{3}$ או $0 \leq P(A \cap C) < \frac{1}{6}$. ב. $\frac{2}{3}$. ג. 0.312.

4) ג. 8.06 סמ"ר.

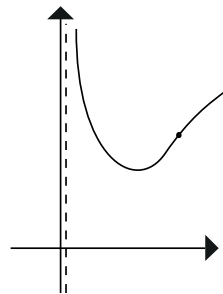
5) א. 20 ס"מ. ג. 37.69 ס"מ = 12π .

6) א. 0.75. ב. $\cos \frac{\alpha}{2} = 0.8$, $\cos \alpha = 0.28$.

ג) אי זוגית.

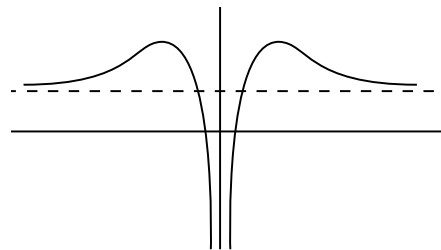


ב)



7) א) $f(x) = -\frac{1}{x} + \frac{2}{3x^3} + x$

ה) 0.108 יח"ר.



ד)

8) א. $a = 3$. ב. גרף 2. ג. $\min(9,0)$, $\max(3,36)$.
9) 20 מ'

שאלון 806 - מבחן 3

פרק ראשון - אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נק')
 ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')

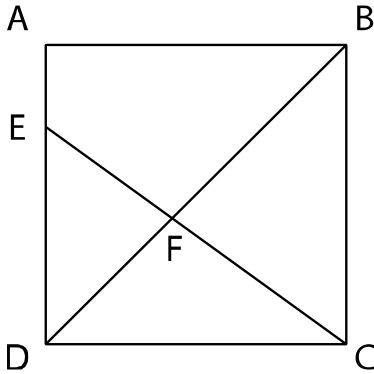
1. גולן ומיכל מסייעים לאבא לקטוף חמניות בחלקות א' ו-ב'. גודל החלקות שונה, אך אינו משתנה מחודש לחודש. מיכל קוטפת בשעה 12 חמניות יותר מאשר גולן. ביולי, גולן סיים לבדו את הקטיף של חלקה א' תוך 16 שעות, ומיכל סיימה לבדה את הקטיף של חלקה ב' תוך 25 שעות. באוגוסט החליפו ביניהם את החלקות ואף הגבירו את קצב הקטיף שלהם: גולן הגדיל פי חמש ומיכל הגדילה פי שניים. זמן העבודה הכולל של מיכל בחודשיים הללו היה ארוך בשלוש שעות מזמן העבודה הכולל של גולן.
- א. מצא כמה חמניות בשעה קוטף כל אחד.
 ב. בספטמבר, הוחלט כי שניהם יקטפו יחד את כל החמניות בשתי החלקות. גלבע, אחיו התאום של גולן, שיכולת הקטיפה שלו זהות לשל אחיו, הצטרף לשניים בקטיף. שלושתם עבדו יחד מרגע שהתחילו ועד סיום העבודה. חשב כמה זמן עבודה חסכה הצטרפותו של גלבע לגולן ולמיכל.
2. נתונה סדרה שהאיבר הכללי שלה הוא: $A_n = pn - n^2$.
- א. קבע האם הסדרה חשבונית, הנדסית, או שאינה חשבונית ואינה הנדסית.
 ב. נתון שהאיבר הראשון בסדרה חיובי, והחל ממנו והלאה, האיברים הולכים וקטנים כך שהחל מהאיבר השמיני והלאה (כולל השמיני), האיברים שליליים. מצא את טווח הערכים האפשריים של הפרמטר p.
 ג. נתון: הפרמטר p מספר שלם. נתונים הסכומים הבאים הנכונים עבור כל n טבעי:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
 ד. מצא את המספר המינימלי של איברים רצופים בסדרה זו, שיש לחבר החל מהראשון והלאה, כדי שסכומם הכולל יהיה שלילי.
3. בבית ספר יסודי, לומדים בנים ובנות בשלוש שכבות הגיל: א', ב' ו-ג'. ההסתברות לבחור מתוך כל תלמידי בית הספר, בן שלומד בכיתה א' היא 0.1. חמישית מהתלמידים בבית הספר הן בנות שלומדות בכיתה ב'. מתוך 200 תלמידי בית הספר, 60 לומדים בכיתה ב'. נגדיר ארבעה מאורעות:
 - המאורע A הוא "ללמוד בכיתה א".
 - המאורע B הוא "ללמוד בכיתה ב".
 - המאורע C הוא "ללמוד בכיתה ג".
 - המאורע D הוא "להיות בן".
- א. מצא מהו תחום הערכים האפשריים של ההסתברויות: (1) $P(D)$, (2) $P(A \cap \bar{D})$.
 ב. נתון: $P(C \cap \bar{D}) = 0.25$, $P(C \cap D) = P(B \cap \bar{D})$. חשבו את ההסתברויות הבאות:
 (1) $P(A/\bar{D})$, (2) $P(D/B)$, (3) $P(A \cup \bar{D})$.
 ג. אחת לשבוע, בוחרים באקראי תלמיד לנקות את הבמה לקראת שבת. חשבו את ההסתברות שבמשך שבועיים רצופים יבחר מישהו מכיתה א', ולאחר מכן במשך שלושה שבועות רצופים, תיבחר בת כלשהי.

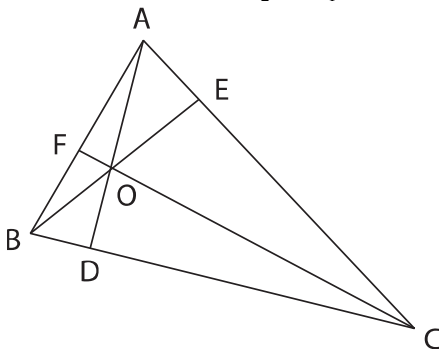
פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור ($\frac{1}{3}$ נק') 33

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $\frac{2}{3}$ נק')



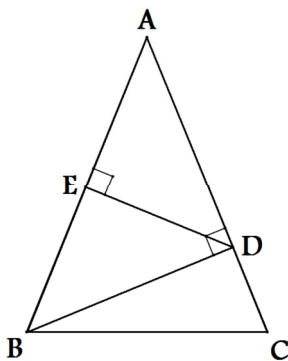
4. בריבוע ABCD, האלכסון BD חותך את הישר CE בנקודה F. נתון: $CF = 20$ ס"מ, $EF = 15$ ס"מ.
- חשב את שטחי המשולשים: (1) $\triangle CDE$, (2) $\triangle DEF$.
 - הישר CE הוא קוטר של מעגל. המעגל חותך את האלכסון BD בנקודה M (הנמצאת בין B ל-F), ואת הצלע BC בנקודה N. קבע האם המיתר DM קצר יותר, ארוך יותר, או שווה באורכו לקטע CE. נמק.
 - הוכח: $CD = EN$.
 - הוכח: $BM \cdot BD = AE \cdot AD$.

5. הנקודה O היא מפגש הגבהים של המשולש $\triangle ABC$. נסמן: $\angle ACB = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $AC = b$, $AB = a$.
- המרובעים CDOE ו-BDOF חסומים במעגלים שרדיוסיהם הם בהתאמה R_1 ו- R_2 .



א. הוכח: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{b \cdot \sin 2\alpha}{a \cdot \sin 2\beta}$

- ב. הוכח: רדיוס המעגל החוסם את המשולש $\triangle ABC$ שווה באורכו לרדיוס המעגל החוסם את המשולש $\triangle BCO$.

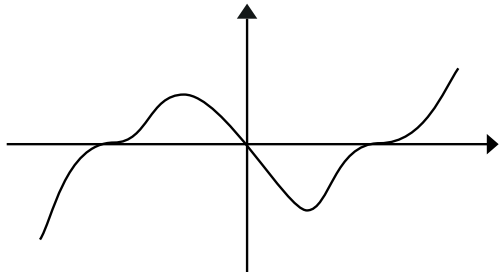


6. במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$) נתון:
- הבע באמצעות a ו- α את שטח המשולש $\triangle ADE$.
 - רדיוס המעגל החוסם את המשולש $\triangle ADE$ הוא R. נתון ששטח המשולש $\triangle ADE$ הוא: $0.5R^2$. חשב את הזווית α .
 - בחר את הזווית α הקטנה מבין השתיים שמצאת בסעיף ב'. המעגל החוסם את המשולש $\triangle BDE$ חותך את הבסיס BC בנקודה E. הבע באמצעות R את אורך הקטע BE.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות

ופונקציות טריגונומטריות ($33\frac{1}{3}$ נק')

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')



7. נתונה הנגזרת: $f'(x) = 8x \cdot (x^2 - b^2)^3$ ($0 < b$).

מצורף גרף הנגזרת $f'(x)$.

א. קבע האם הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית.

ב. נתון שלמשוואה $f(x) = f'(x)$ אין פתרון. שרטט על גבי אותה מערכת צירים סקיצה של את גרף הנגזרת $f'(x)$ ושל גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון שסכום השטחים הכלואים בין גרף הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר ה-x ברביעים השני והרביעי הוא 512 יח"ר. שיעור ה-y של נקודת המקסימום של גרף $f(x)$ גדול פי שניים משיעור ה-y של נקודת המינימום של גרף $f(x)$. מצא את משוואת הפונקציה $f(x)$.

8. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\tan^3 x - \tan^2 x - \tan x + 1}{\tan x + 1}$

א. עבור גרף הפונקציה $f(x)$, בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, מצא את:

1. תחום ההגדרה.

2. נקודות החיתוך עם ציר הצירים.

3. נקודות הקיצון וסוגן.

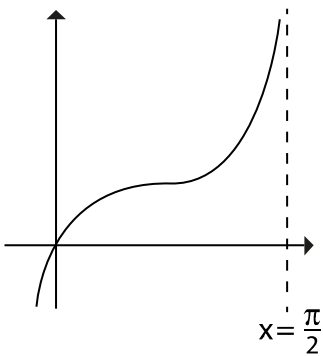
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

ג. הישר $y = m$ ($0 < m$) חותך את גרף $f(x)$ בנקודה אחת בלבד בתחום:

$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. מצא את ערכו של הפרמטר m.

ד. מצורף שרטוט של גרף הפונקציה $g(x)$. נתון: $g(x) = f'(x)$. הוסף את הישר $y = m$ לשרטוט הנתון וחשב את השטח הכלוא ברביע הראשון

בינו לבין ציר ה-y, גרף הפונקציה $g(x)$ והישר $x = \frac{\pi}{4}$.

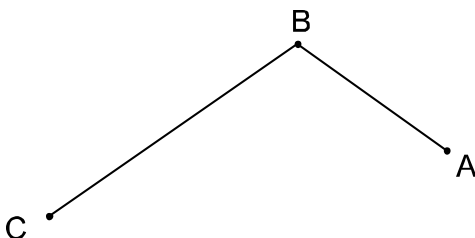


9. בציור נתונים המרחקים: $AB = 14$ ק"מ, $BC = 21$ ק"מ

והזווית: $\angle ABC = 120^\circ$. בשעה 6:00 בבוקר יוצאים שני הולכי רגל לדרכם: אורי יוצא מהנקודה A לנקודה B במהירות של שני קמ"ש; ובעז יוצא מהנקודה B לנקודה C במהירות של שלושה קמ"ש. מצא באיזו שעה יהיה המרחק ביניהם:

א. מינימלי.

ב. מקסימלי.

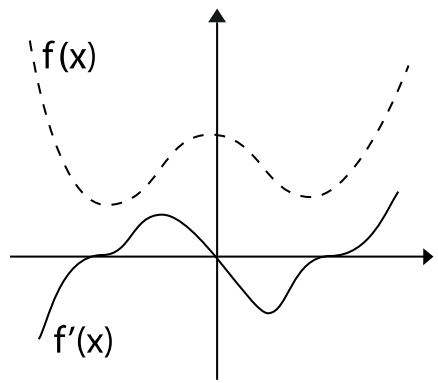


בהצלחה!

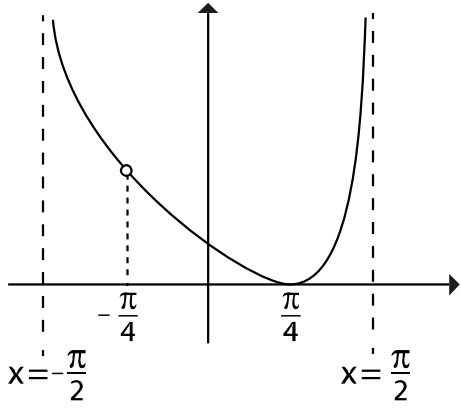
פתרונות:

- (1) א. מיכל: 24 חמניות. גולן: 12 חמניות. ב. 5.5 שעות.
 (2) א. אינה חשבונית ואינה הנדסית. ב. $7 \leq p < 8$. ג. $\frac{n(n+1)(10-n)}{3}$. ד. 11 איברים.
 (3) א. (1) $0.2 \leq P(D) \leq 0.8$. (2) $0 \leq P(A \cap \bar{D}) \leq 0.6$. ב. (1) $\frac{5}{12}$. (2) $\frac{1}{3}$. (3) 0.7. ג. 0.026.
 (4) א. (1) 294 סמ"ר. (2) 126 סמ"ר. ב. DM קצר יותר כי CE קוטר.
 (6) א. $-\frac{a^2 \cos^3 2\alpha \cdot \sin \alpha}{4 \cos \alpha}$. ב. $\alpha = 82.5^\circ$ או $\alpha = 52.5^\circ$. ג. $0.629a$.

- (7) א. אי זוגית. ב. $f(x) = (x^2 - b^2)^4 + 256$. ג.



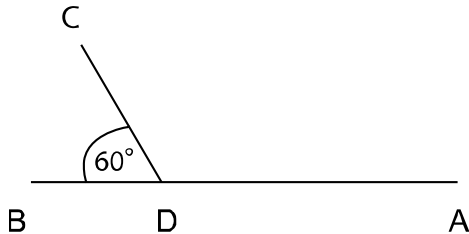
- (8) א. (1) $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{4}$. (2) $(\frac{\pi}{4}, 0)$, $(0, 1)$. (3) $\min(\frac{\pi}{4}, 0)$. ב.
 ג. $m = 4$. ד. $\pi + 1 = 4.14$ (יח"ר).



(9) א. 7:00. א. 13:00.

שאלון 806 - מבחן 4

פרק ראשון - אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נק')
 ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')



1. שני רוכבי אופניים, אסף וקובי, יצאו מהנקודות A ו-C בהתאמה לכיוון הנקודה D. אסף שמהירותו 3 קמ"ש יצא שעה לפני קובי שמהירותו 2 קמ"ש. הזווית בין הקטע BD לבין הקטע CD היא 60° .

נתונים המרחקים: $AD = 22$ ק"מ, $CD = 16$ ק"מ.
 ב-12:00 המרחק בין אסף לבין קובי היה 26 ק"מ.

- א. מצא את השעה בה יצא אסף מהנקודה A (שעה עגולה).
- ב. בשעה 12:00 הפחיתו אסף וקובי את מהירותיהם ב- $2v$ קמ"ש וב- v קמ"ש בהתאמה. קובי הגיע לנקודה D יותר משעתיים לפני שאסף הגיע אליה. מצא באיזה תחום ערכים נמצא v .
- 2. נתונה סדרה חשבונית A_n בעלת שלושה איברים חיוביים, שהפרשה 3. אם נעלה בריבוע את האיבר הראשון, נוסיף 19 לשני ונפחית 4 מהשלישי, תתקבל סדרה חשבונית חדשה.

א. מצא את הנוסחה לאיבר הכללי של הסדרה A_n ואת שלושת איבריה.

ב. ממשיכים את הסדרה A_n כך שיהיו בה $2n$ איברים ולאחר מכן מגדירים באמצעותה סדרה חדשה

שהאיבר הכללי שלה הוא: $B_n = (A_n)^2$. נתון הסכום:

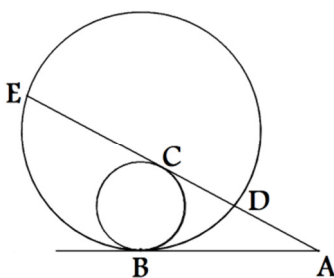
$$7^2 - 10^2 + 13^2 - 16^2 + \dots + B_{2n-1} - B_{2n} = -846$$

מצא כמה איברים בסדרה A_n .

- 3. לחלק מהחיילים ביחידה יש חברה. בוחרים ארבעה חיילים מהיחידה. ההסתברות שרק לאחד מהם יש חברה גבוהה פי ארבע מההסתברות שבדיוק לשלושה מהם יש חברה.
 - א. חשבו את ההסתברות לבחור מהיחידה חייל שיש לו חברה.
 - ב. מחצית מהחיילים שאין להם חברה יוצאים בקרוב לקורס קצינים. שיעור החיילים בעלי חברה מבין היוצאים לקורס קצינים שווה לשיעור החיילים בעלי החברה מבין אלו שאינם יוצאים לקורס קצינים. לאיציק יש חברה. חשבו את ההסתברות שהוא יוצא לקורס קצינים.
 - ג. לארבעה חיילים ביחידה יש חברה. חשבו את ההסתברות שבדיוק שלושה מהם יצאו לקורס קצינים.
 - ד. קבע האם המאורעות: "לצאת לקורס קצינים" ו-"להיות ללא חברה" הם תלויים או בלתי תלויים.

פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נק')

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')



4. הישר AB משיק לשני המעגלים בנקודה B. הישר AC משיק למעגל הקטן בנקודה C. נתון: $CE = 2AD$.

א. הוכח שהנקודה D היא אמצע AC.

ב. חשב את היחס בין שטחי המשולשים $\triangle ACB$ ו- $\triangle EBD$.

ג. המשכו של המיתר BC חותך את המעגל הגדול בנקודה F.

הוכח: $\frac{BC}{AB} = \frac{AD}{CF}$

5. במשולש $\triangle ABC$ ישר הזווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$) חסום מעגל ובתוכו חסום המשולש $\triangle DEF$ כמתואר בשרטוט. הצלע DF ארוכה ב-20% מהצלע DE .
 א. חשב את שתי הזוויות החדות במשולש $\triangle ABC$.
 ב. קוטר המעגל החוסם את המשולש $\triangle ABC$ ארוך ב-7 ס"מ מהקטע CE . חשב את שטח המשולש $\triangle DEF$.

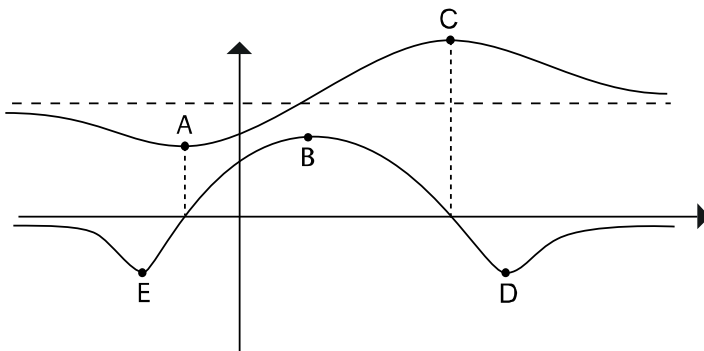
6. במשולש $\triangle ABC$ נתון: $AB + AC = 7a$, $\sphericalangle ACB = \beta$, $\sphericalangle ABC = \alpha$.
 א. נתון: $3 \sin \beta = 4 \sin \alpha$. הבע באמצעות a את אורכי הצלעות AB ו- AC .
 ב. נסמן: $BC = b$. הוכח: $\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{3 \cdot (b^2 + 7a^2)}{4 \cdot (b^2 - 7a^2)}$.
 ג. נתון: $4 \cos \beta = 3 \cos \alpha$. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle BAC$.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות

ופונקציות טריגונומטריות ($33\frac{1}{3}$ נק')

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')

7. בשרטוט מופיעים הגרפים של הפונקציה $f(x)$ ושל הנגזרת הראשונה $f'(x)$. נתונים שיעורי הנקודות: $E(-1.94, -1.12)$, $D(3.2, -0.34)$, $B(0.15, 5.2)$.



- א. קבע אילו מהגרפים, העליון או התחתון, מתאים להיות גרף הנגזרת $f'(x)$. נמק.
 ב. מצא את תחומי הקעירות \cup והקעירות \cap של גרף $f(x)$.

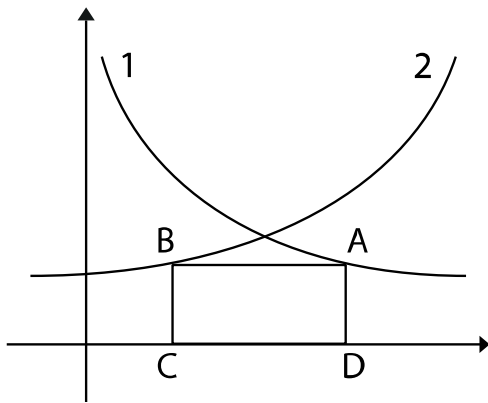
ג. נתון: $f(x) = \frac{5(x+a)^2}{x^2+2a^2} + p$ ($0 < a$). הבע

שיעור ה- x של הנקודה A הוא -1. הבע באמצעות p בלבד את שיעורי הנקודה C .

ד. חשב את השטח הכלוא ברביע הראשון בין גרף הנגזרת לבין הצירים.

ה. שרטט את גרף הנגזרת השניה $f''(x)$ וחשב את סכום השטחים הכלואים בינו לבין ציר ה- x ברביעים הראשון, השני והרביעי.

ו. המרחק בין הנקודה A לבין ציר ה- x , גדול פי שניים מהמרחק בין הנקודה C לבין האסימפטוטה האופקית של גרף הפונקציה $f(x)$. מצא את ערכו של הפרמטר p .



8. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{27}{(5a-x)^3}$ ו- $g(x) = \frac{8a}{x^3}$ ($0 < a$).

האסימפטוטות של גרף הפונקציה $g(x)$, האסימפטוטה האנכית של גרף הפונקציה $f(x)$, והישר $y = -2$ יוצרים מלבן ששטחו 10 יח' ריבועיות.

א. מצא את הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ב. נתונים הגרפים של שתי הפונקציות.

קבע איזה מהגרפים מתאים לפונקציה $f(x)$.

ג. מהנקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ יוצאים

הישרים AB ו-AD כך שהמרובע ABCD המופיע בשרטוט הוא מלבן. מצא את שטחו המינימלי של המלבן.

ד. ממשיכים את הישר AD כך שהוא חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה E. כאשר שטח המלבן

מינימלי, חשב את שטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ לבין הישר AE.

9. חברת הובלה מפעילה משאית הנוסעת מדי יום במהירות קבועה V למרחק קבוע של 100 ק"מ. עבור כל

שעת נסיעה של משאית, משלמת החברה 490 ₪ לחברת ביטוח וגם $\frac{V^2}{15}$ ₪ כשכר לנהג. בנוסף, עבור כל

ק"מ נסיעה, משלמת החברה $\frac{V}{30}$ ₪ כהוצאות דלק.

א. מצא את המהירות V עבורה הוצאות החברה ביום, יהיו מינימליות.

ב. החברה זכתה במתנה בשני קטנועים. עבור שעת נסיעה של קטנוע, תשלם 235 ₪ לחברת ביטוח ועוד

$\frac{V^2}{15}$ ₪ כשכר לנהג. בנוסף, עבור כל ק"מ נסיעה תשלם $\frac{V}{60}$ ₪ כהוצאות דלק. חשב את המהירות V,

עבורה הוצאות החברה יהיו מינימליות, כאשר תפעיל משאית ושני קטנועים (מרחק הנסיעה היומי נותר 100 ק"מ לכל אחד מהרכבים).

בהצלחה!

פתרונות:

(1) א. 10:00 . ב. $1 < v < 1.5$.

(2) א. $A_n = 3n + 4$. האיברים: 7, 10, 13 . ב. 12 איברים.

(3) א. $\frac{1}{3}$. ב. 0.5 . ג. 0.25 . ד. בלתי תלויים.

(4) ב. 1.5

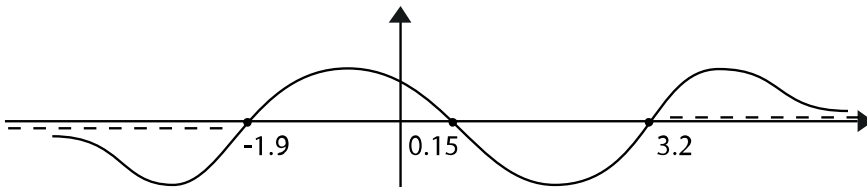
(5) א. $20.25^0, 69.75^0$. ב. 1.787 סמ"ר.

(6) א. $AB = 4a, AC = 3a$. ג. $\angle BAC = 90^0$.

(7) א. התחנות. ב. קעירות \cup : $3.2 < x$ או $-1.94 < x < 0.15$, קעירות \cap : $0.15 < x < 3.2$ או $x < -1.94$.

ג. $(2, p + 7.5)$. ד. 5 יח"ר. ה. סכום השטחים 11.86 יח"ר והשרטוט:

ו. $p = 5$.



(8) א. $g(x) = \frac{8}{x^3}, f(x) = \frac{27}{(5-x)^3}$. ב. גרף 2 . ג. $\frac{20}{27} = 0.74$ יח"ר. ד. 1.31 יח"ר.

(9) א. 70 קמ"ש. ב. 60 קמ"ש.

שאלון 806 - מבחן 5

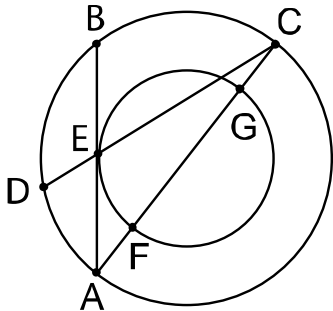
פרק ראשון - אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נק')
 ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')

1. דניאל ויונתן מסיימים לשטוף את רחבת הריקודים במועדון, כאשר הם עובדים יחד, תוך 8 שעות. ליונתן לוקח p שעות יותר מדניאל, לסיים שטיפה של מחצית הרחבה.
 א. הבע באמצעות p את משך הזמן שלוקח לדניאל לסיים לבדו את שטיפת הרחבה. עבור המשך התרגיל, בחר בפתרון הגבוה מבין השניים שקיבלת בסעיף א'.
 ב. הבע באמצעות p את משך הזמן שלוקח ליונתן לסיים לבדו את שטיפת הרחבה.
 ג. ביום שלישי, החל יונתן לבדו לשטוף את הרחבה בשעה 8:00 בבוקר. בשעה 9:00 הצטרף דניאל. כעבור שלוש שעות של עבודה משותפת, הסתבר כי השטח שהספיק דניאל לנקות היה גדול ב-50% מהשטח שהספיק יונתן לנקות באותו יום. מצא את ערכו של הפרמטר p .

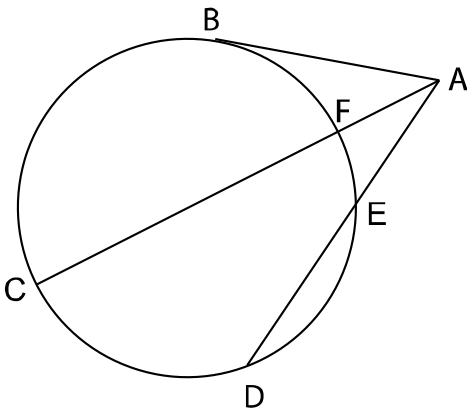
2. סכום n האיברים הראשונים בסדרה A_n נתון בנוסחה: $S_n = n \cdot (n + 2)$.
 א. הוכח שהסדרה חשבונית ומצא את משוואת האיבר הכללי שלה.
 ב. הגדירו סדרה חדשה: $B_n = A_n \cdot (-1)^n$. הבע באמצעות n את סכום $2n$ האיברים הראשונים בסדרה B_n .
 ג. הפרמטר m הוא חיובי. לכל אחד מאיברי הסדרה B_n הוסיפו m . את כל אחד מאיברי הסדרה A_n הכפילו פי m . סכום $2m$ האיברים הראשונים בסדרה A_n (אחרי ההכפלה) גדול פי שמונה מסכום $2m$ האיברים הראשונים בסדרה B_n . מצא את ערכו של הפרמטר m .

3. ההסתברויות שדן ושי יסיימו בהצלחה מקצה בודד של ריצה הן p ו- q בהתאמה. ההסתברות שדן יסיים בהצלחה בדיוק ארבעה מקצים מתוך שבעה, קטנה פי שלושה מההסתברות שסיים בהצלחה בדיוק שלושה מקצים מתוך השבעה. ההסתברות ששי יסיים בהצלחה שני מקצים מתוך שישה גבוהה פי 20 מההסתברות ששי יסיים בהצלחה חמישה מקצים מתוך שישה.
 א. מצא את ערכם של הפרמטרים p ו- q וקבע מי מבין השניים הוא אצן מוכשר יותר.
 ב. כדי להחליט מי מהשניים ישלח לייצג את התיכון באליפות העירונית בה מתקיים מקצה אחד של ריצה, הוחלט להטיל קובייה. הנעלם x מייצג את אחת הספרות המופיעות על גבי הקובייה. אם בהטלת הקובייה יתקבלו הספרה x או הספרות הנמוכות ממנה, ישלח לתחרות המועמד המוכשר יותר מבין השניים. באליפות העירונית, המועמד הנבחר עשוי לסיים בהצלחה את מקצה הריצה או להיכשל בו. ההסתברות שהמועמד שיבחר יסיים את המקצה בהצלחה, נמוכה ב- $\frac{7}{18}$ מההסתברות שיכשל. מצא את x .

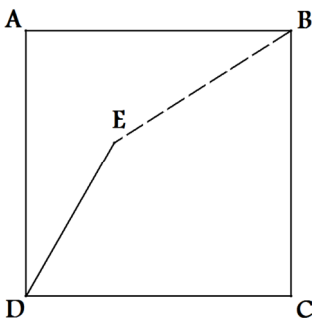
פרק שני - גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נק')
 ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה 16 $\frac{2}{3}$ נק')



4. בשרטוט מופיעים שני מעגלים שמרכזם באותה נקודה.
 AC הוא קוטר במעגל הגדול ו-AB משיק למעגל הקטן בנקודה E.
 א. הוכח: $\frac{AF}{DE} = \frac{CE}{AG}$.
 ב. נתון: קוטר המעגל הגדול ארוך ב-4 ס"מ מקוטר המעגל הקטן.
 נתון: $DE \cdot CE = 16$. חשב את שטח המשולש $\triangle ACE$.
 ג. חשב את המרחק בין הנקודה E לבין הקוטר AC.



5. ישר היוצא מהנקודה A משיק למעגל בנקודה B.
 הישרים AC ו-AD חותכים את המעגל בנקודות E ו-F בהתאמה. נתון: $AC = 3AB$, $AE = 2AF$.
 א. חשב את היחס: $\frac{CF}{DE}$.
 ב. הוכח: $\triangle ACD \sim \triangle AEF$.
 ג. נתון: שטח המרובע CDEF הוא 77 סמ"ר.
 נסמן: $\angle CAD = \beta$.
 הבע באמצעות β את אורכי הצלעות AF ו-EF.



6. בריבוע ABCD ששטחו $9m^2$ נסמן: $DE = 2m$, $\angle EDC = \alpha$.
 א. הבע באמצעות α את $\cos(\angle ECD)$.
 ב. נתון: $\cos(\angle ECD) = \frac{2}{\sqrt{7}}$. מצא את ערכו של $\cos \alpha$.
 ג. הנקודה F נמצאת על הצלע BC כך שהמרובע CDEF חסום במעגל.
 בחר בערך הנמוך של $\cos \alpha$ שמצאת בסעיף ב',
 וחשב את גודל הזווית:
 1. $\angle EFD$ 2. $\angle EDF$.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות שורש, פונקציות רציונליות

ופונקציות טריגונומטריות ($33\frac{1}{3}$ נק')

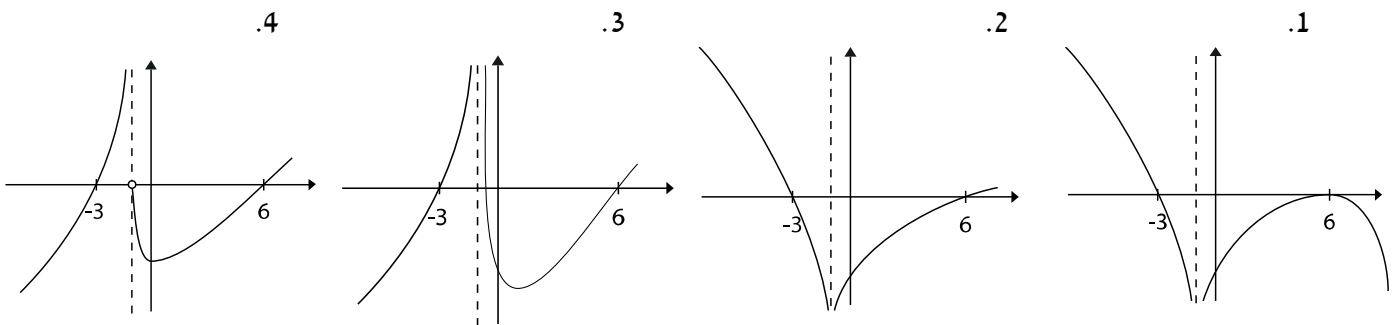
ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נק')

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = (a-2) \cdot \tan x + (4-a) \cdot \tan(x - \frac{\pi}{3})$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ במסגרת התחום הנתון.
- ב. מצא את תחום הערכים של הפרמטר a , עבורם גרף $f(x)$ בהכרח עולה לכל x בתחום ההגדרה.
- ג. הנקודה $(0, -\sqrt{3})$ היא אחת משתי נקודות הקיצון של גרף $f(x)$ בתחום הנתון. מצא את נקודת הקיצון הנוספת ואת סוגה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ה. שרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.

8. נתונה הנגזרת השניה: $f''(x) = \frac{(x^2 + 4) \cdot p(x)}{(x+1)^5}$

לגרפים של $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$ אותן תחום הגדרה. נתונים ארבעה גרפים:



- א. מצא אילו גרפים מבין הארבעה, אם בכלל, עשויים להיות גרף הנגזרת הראשונה $f'(x)$ במקרה שבו הפונקציה $p(x)$: (1 חיובית לכל x , 2 שלילית לכל x).
- ב. נתון: הפונקציה $p(x)$ חיובית לכל x . מצא את תחומי הקעירות \cup ו- \cap של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$, ואת סוגן.
- ד. נתון ששיעור ה- y של נקודת המקסימום הוא חיובי. גרף $f(x)$ חותך את ציר ה- y על הקרן השלילית שלו. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 0$ וקבע האם ניתן לדעת את סימני הפתרונות הללו.

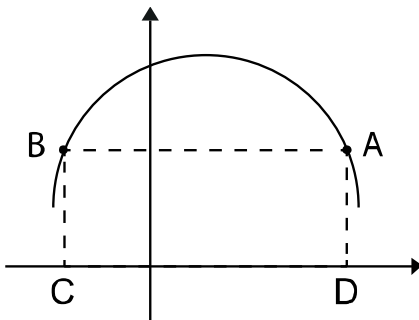
9. נתונה הנגזרת: $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{-x^2+2x+a}}$. הישר $2y - x - 6 = 0$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת

החיתוך שלה עם ציר ה- y .

א. מצא את משוואת הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון שרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$. המלבן ABCD

כלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין ציר ה- x כמתואר בשרטוט. מצא את היקפו המקסימלי של המלבן.



בהצלחה!

פתרונות:

1 א. דניאל: $8 - p \pm \sqrt{p^2 + 64}$. ב. יונתן: $8 + p + \sqrt{p^2 + 64}$. ג. $p = 6$.

2 א. $A_n = 2n + 1$. ב. הסכום: $2n$. ג. $m = 4$.

3 א. $p = 0.25$, $q = \frac{1}{3}$. שי אצן מוכשר יותר. ב. $x = 4$.

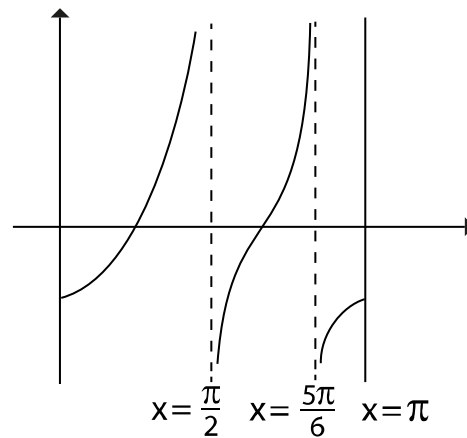
4 ב. 12 סמ"ר. ג. 2.4 ס"מ.

5 א. 3.2 . ג. $AF = \frac{2}{\sqrt{\sin \beta}}$, $EF = \sqrt{\frac{20 - 16 \cos \beta}{\sin \beta}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{5 - 4 \cos \beta}{\sin \beta}}$.

6 א. $\cos(\angle ECD) = \frac{3 - 2 \cos \alpha}{\sqrt{13 - 12 \cos \alpha}}$. ב. $\cos \alpha = 0.5$ או $\cos \alpha = \frac{11}{14}$. ג. 40.89° (1) . 49.11° (2)

7 א. $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6} < x \leq \pi$. ב. $2 < a < 4$. ג. $\max(\pi, -\sqrt{3})$. ד. $(\frac{\pi}{6}, 0)$, $(\frac{2\pi}{3}, 0)$.

ה.



8 א. 1) גרף 2. אף גרף. ב. קעירות $0 < x < 1$. קעירות $x < -1$.

ג. בנקודת המינימום $x = 6$. בנקודת המקסימום $x = -3$.

ד. ארבעה פתרונות, מתוכם שלושה שליליים ואחד חיובי.

9 א. $f'(x) = 1 + \sqrt{-x^2 + 2x + 4}$. ב. 12 יח' אורך.