# Matematik C, HF
# 7. december 2016
Løses af
www.matematikhfsvar.page.tl

**NB: Når du læser løsningerne, så satser vi på du selv sidder med sættet. Figurer mv. bliver ikke indsat.**
**Løsningerne nedenfor er løst hurtigt i Maple. Hvis du vil skrive af, så find en anden....**

## Opgave 1 - Rentesregning

*restart*; *with*(*Gym*) :

### Opgave a)

Begyndelses beløbet er 7500kr, renten er 2.5%, og $n = 4$, så man ønsker at vide det beløb man får 4 år senere. Renteformlen anvendes:

$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$, med indsatte værdier fås

$$K_4 = 7500 \cdot \left(1 + \left(\frac{2.5}{100}\right)\right)^4$$

$$K_4 = 8278.596682 \quad \textbf{(1.1.1)}$$

Dvs. efter 4 år er beløbet blevet til $\underline{\underline{8278.596 \text{ kr}}}$

### Opgave b)

Begyndelses beløbet er 10000kr, renten er ukendt, og $n = 5$ samt $K_5 = 10906.20$kr, så man ønsker at vide den procentvise rente, der ændrer beløbet på kontoen. Renteformlen anvendes:

$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$, med indsatte værdier fås

$$10906.20 = 10000 \cdot (1 + r)^5 \Leftrightarrow 1.09062 = (1 + r)^5 \Leftrightarrow \sqrt[5]{1.09062} = 1 + r \Leftrightarrow r = \sqrt[5]{1.09062} - 1 \Leftrightarrow r = 0.017500641$$

Og da renten skal være i procent er

$r = 0.017500641 \cdot 100$

$$r = 1.750064100 \quad \textbf{(1.2.1)}$$

Dvs. den årlige procentvise rente er $\underline{\underline{1.75\ \%}}$

Maple kan også løse ligningen.

*fsolve*$(10906.20 = 10000 \cdot (1 + r)^5)$

$$0.01750064107 \quad \textbf{(1.2.2)}$$

$0.01750064107 \cdot 100$

$$1.750064107 \quad \textbf{(1.2.3)}$$

Som er det samme.

# Opgave 2 - Potensfunktioner

$restart; with(Gym):$

## Opgave a)

En model er givet.

$y(x) := 17.29 \cdot x^{1.5}$

$$x \rightarrow 17.29\, x^{1.5} \qquad \textbf{(2.1.1)}$$

Man indsætter 5.87 i $x$.

$y(5.87)$

$$245.8963856 \qquad \textbf{(2.1.2)}$$

Dvs. omløbstiden er $\underline{\underline{\text{246 år for dværgplaneten Pluto}}}$

## Opgave b)

Man anvender modellen hvoraf man løser en ligning for $x$.

$29.4 = 17.29 \cdot x^{1.5} \Leftrightarrow \frac{29.4}{17.29} = x^{1.5} \Leftrightarrow x = \sqrt[1.5]{\frac{29.4}{17.29}} = 1.424628270$

Dvs. middelafstanden fra den ukendte planet til solen er $\underline{\underline{\text{1.4246 mia. km.}}}$

## Opgave c)

Det oplyses, at planet $B$ har en middelafstand til solen som er dobbelt så stor som middelafstanden fra planet $A$ til solen. Da gælder $\frac{y(2\,x)}{y(x)}$ så

$\frac{y(2\,x)}{y(x)}$

$$2.828427125 \qquad \textbf{(2.3.1)}$$

Dvs. hvis afstanden er dobbelt så stor fra planet $B$ til solen end fra planet $A$, så må omløbstiden være $\underline{\underline{2.8284}}$ gange større for planet $B$ end planet $A$.

Alternativt:

$r_y = \left(1 + r_x\right)^a$, dvs.

$r_y = (1+1)^{1.5}$

$$r_y = 2.828427125 \qquad \textbf{(2.3.2)}$$

NB: Man kunne fristes til at tro det skal være i procent, men eftersom opgavekommissionen ikke kræver det, dvs. at der ikke står nogle steder, at det skal være i procent, så må konklusionen være ovenstående.

# Opgave 3 - Trigonometri

$restart; with(Gym):$

## Opgave a)

Der er givet en trekant. Der ønskes bestemmelse af vinkel $B$ samt længden $|AC|$. Da man allerede har to vinkler, er det muligt at bestemme den sidste vha vinkelsummen.

$180 - 61 - 35 = 84$

Dvs. $\underline{\underline{\text{vinkel B er } 84^o}}$

For at bestemme $|AC|$ kan man anvende sinusrelationerne.

$\frac{\sin(B)}{b} = \frac{\sin(C)}{c}$, og med værdierne indsat er

$\frac{\sin(84)}{b} = \frac{\sin(35)}{5.7} \Leftrightarrow \sin(84)\cdot 5.7 = b\cdot\sin(35) \Leftrightarrow b = \frac{\sin(84)\cdot 5.7}{\sin(35)} = 9.883207268$

Dvs. længden af $\underline{\underline{|AC| = b \text{ er } 9.883207268}}$

## Opgave b)

Formlen for medianen er:

$$m_b = \sqrt{\frac{2\,a^2 + 2\,c^2 - b^2}{4}}$$

Men eftersom man mangler $|BC|$, er det muligt at bestemme vha. cosinusrelationerne.

$a = |BC| = \sqrt{9.883207268^2 + 5.7^2 - 2\cdot 9.883207268\cdot 5.7\cdot\cos(61)} = 8.6916616$

Endelig kan man finde medianen.

$$m_b = \sqrt{\frac{2\cdot 8.6916616^2 + 2\cdot 5.7^2 - 9.883207268^2}{4}}$$

$$m_b = 5.440408459 \tag{3.2.1}$$

En anden nemmere metode er at kigge på, at medianen halverer $|AC|$, så denne længde er $\frac{9.883207268}{2} = 4.941603634$ og derfra er det muligt at anvende cosinusrelationerne.

$m_b = \sqrt{4.941603634^2 + 5.7^2 - 2\cdot 4.941603634\cdot 5.7\cdot\cos(61)} = 5.440408459$

Så medianen $m_b$ er bestemt til $\underline{\underline{5.440408459}}$

# Opgave 4 - Indekstal

*restart*; *with*(*Gym*) :

## Opgave a)

Udgiften til cigaretter og indekstallet i år 2014 bestemmes.

Lad $x$ være den ukendte variabel i år 2013 for cigaretter. Ligningen nedenfor løses:

$\frac{1775}{100} = \frac{x}{73.7} \Leftrightarrow 1775\cdot 73.7 = 100\cdot x \Leftrightarrow x = \frac{1775\cdot 73.7}{100} = 1308.175000$

Dvs. udgiften for cigaretter er i år 2013 på $\underline{\underline{1308.175000\ kr}}$

Lad $y$ være den ukendte variabel i år 2014 for indekstallet. Ligningen nedenfor løses:

$\frac{1308.175}{73.7} = \frac{899}{y} \Leftrightarrow 1308.175\cdot y = 73.7\cdot 899 \Leftrightarrow y = \frac{73.7\cdot 899}{1308.175} = 50.64788732$

Dvs. indekstallet i år 2014 er $\underline{\underline{50.64788732}}$

# Opgave 5 - Lineære funktioner

$restart; with(Gym):$

## Opgave a)

Tallene $a$ og $b$ bestemmes ud fra kassen med oplysninger.

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-5}{76-60} = \frac{1}{4}$

$b = y_1 - a x_1 = 5 - \frac{1}{4} \cdot 60 = -10$

$b = y_2 - a x_2 = 9 - \frac{1}{4} \cdot 76 = -10,$

Så modellen er:

$y = \frac{x}{4} - 10$

## Opgave b)

Man kan gøre prøve for at se, om modellen er troværdig. Der indsættes 90cm først.

$y = \frac{90}{4} - 10$

$$y = \frac{25}{2} \quad \textbf{(5.2.1)}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$y = 12.500 \quad \textbf{(5.2.2)}$$

Og eftersom der er en afvigelse på 100gram, så er modellen troværdig. Nu undersøges der for en anden højde.

$y = \frac{137}{4} - 10$

$$y = \frac{97}{4} \quad \textbf{(5.2.3)}$$

$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$

$$y = 24.250 \quad \textbf{(5.2.4)}$$

Heraf ses det, at modellen ikke passer så godt, eftersom der er en stor afvigelse på 3.75kg. Da gælder modellen ikke

# Opgave 6 - Eksponentielle funktioner

$restart; with(Gym):$

## Opgave a)

Modellen af salget af teaterbilletter er givet ved

$y = 2.68 \cdot 0.992^x$

$$y = 2.68\ 0.992^x \tag{6.1.1}$$

Der løses en ligning for hvilket år billetsalget kommer under 2 millioner.

$$2 = 2.68 \cdot 0.992^x \Leftrightarrow \frac{2}{2.68} = 0.992^x \Leftrightarrow \log_{10}\left(\frac{2}{2.68}\right) = x \cdot \log_{10}(0.992) \Leftrightarrow x = \frac{\log_{10}\left(\frac{2}{2.68}\right)}{\log_{10}(0.992)}$$

$= 36.43717105$

Dvs. i år 2018 vil salget være under 2 millioner.

Maple kan godt løse denne type ligning:

$solve(2 = 2.68 \cdot 0.992^x)$

$$36.43717104 \tag{6.1.2}$$

### Opgave b)

Tallene 2.68 og 0.992 fortæller følgende:
2.68 er det antal billetter der blev solgt i 1982, dvs. begyndelsesværdien.

Talværdien 0.992 omregnes til procent.
$0.992 = 1 + r \Leftrightarrow r = 0.992 - 1 = -0.008 \cdot 100 = -0.8\ \%$
Så for hvert år der går, falder billetsalget med 0.8 % og dette forventes at fortsætte.

## Opgave 7 - Formler

$restart; with(Gym):$

### Opgave a)

Der er givet en formel for diagonalen:
$a^2 + b^2 + c^2 = d^2$, der er ligeledes givet mål.
$a = 3.25$, $b = 3.61$, $c = 2.3$. Disse indsættes i formlen:

$$3.25^2 + 3.61^2 + 2.3^2 = d^2 \Rightarrow d = \sqrt{3.25^2 + 3.61^2 + 2.3^2} = 5.374439506$$

Dvs. der er altså plads til en 5 $m$ lang stang i skuret eftersom diagonalen i haveskuret er 5.374 $m$ .

## Opgave 8 - Deskriptiv Statistik

$restart; with(Gym):$

### Opgave a)

Listen skrives ind:
155, 158, 158, 162, 162, 163, 164, 166, 167, 169, 169, 170, 172, 174, 174, 175, 183
Der er 17 tal. Medianen findes og aflæses til at være 167. Nedre og øvre kvartil findes:
Nedre:
155, 158, 158, 162, 162, 163, 164, 166
Dvs. nedre kvartil er 162.

Øvre:
169, 169, 170, 172, 174, 174, 175, 183

Dvs. øvre kvartil er 173.

Altså er kvartilsættet:
162, 167, 173

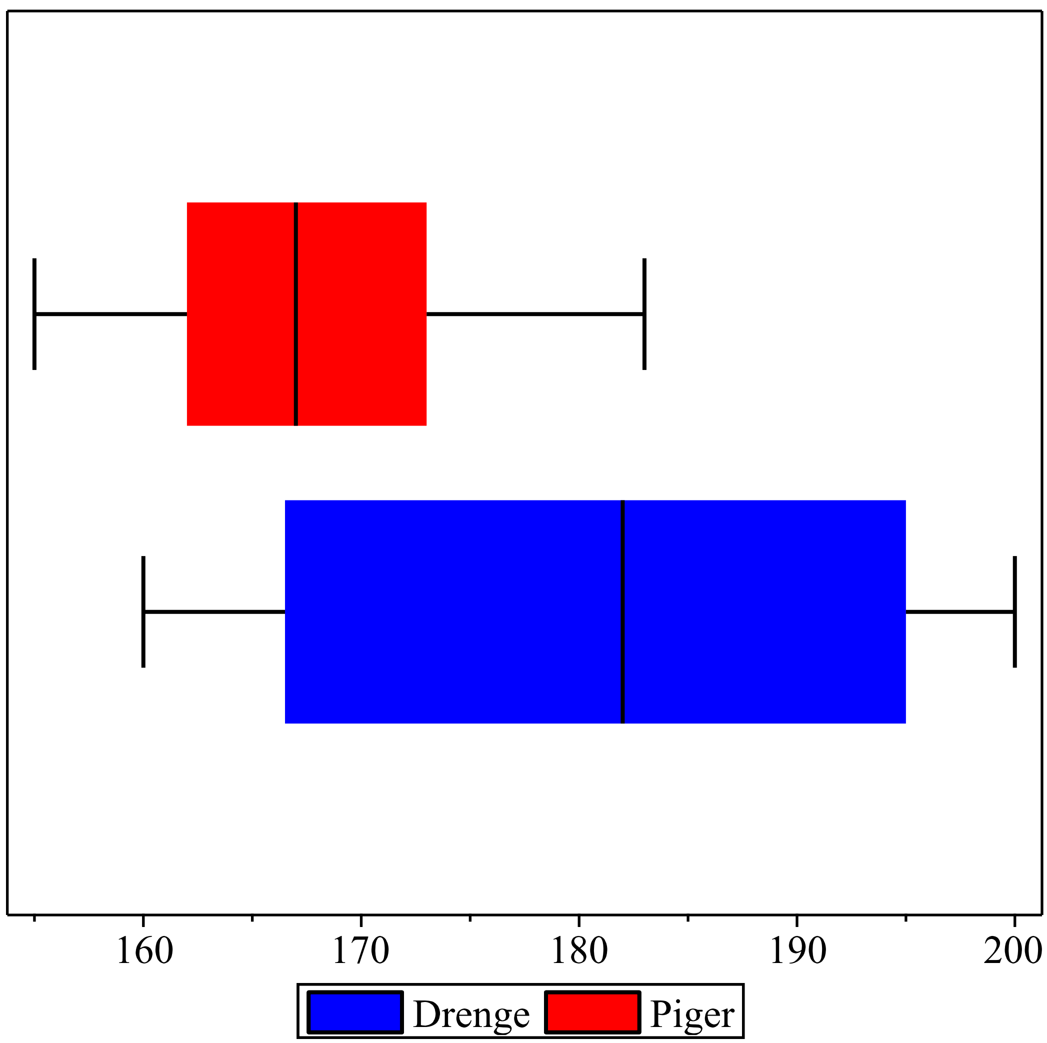
Maple kan også finde kvartilsættet:
*PigeHøjde* ≔ [155, 158, 158, 162, 162, 163, 164, 166, 167, 169, 169, 170, 172, 174, 174, 175, 183] :
*kvartiler*(*PigeHøjde*)

[162., 167., 173.] **(8.1.1)**

Den fik det samme.

## Opgave b)

Ved at lave et boksplot over pigernes højde, sammenlignet med drengene er det muligt at konkludere. Denne del laves i Maple. Boksplottet for drengene defineres:
*DrengeHøjde* ≔ [160, 173, 182, 190, 200] :
*boksplot*(*DrengeHøjde*, *PigeHøjde*)




Nedre kvartil for drengene er 25 %, svarende til højden 173cm. Eftersom pigerne er højere end 25% af drengene, er ca. 50% eller mindre af pigerne lidt højere end 25% af drengene, hvoraf størstedelen af drengene er højere end pigerne.

Slut