Matematik B, STX
21. maj 2019
Ny reform

Med biologi A
Med samfundsfag A

www.matematikhfsvar.page.tl
matematikuniverset@hotmail.com

Maj 2019

NB: Løsningerne er ikke garanteret fejlfrie. Løsningerne skal bruges til indlæring, så det handler om ikke at skrive af.

Delprøve 1

Opgave 1
Linjens ligning anvendes.
$a\cdot\left(x-x_0\right)+b\cdot\left(y-y_0\right)=0$
Her er $a=2$, $b=5$, $x_0=3$ og $y_0=7$, så
$2\cdot(x-3)+5\cdot(y-7)=0 \Leftrightarrow 2x-41+5y=0$

Opgave 2
a)
$f(x)=3x^2+12x+2$
Metode 1: Toppunktet - overlades til læseren.
Metode 2: Differentialregning.
$f'(x)=6x+12$, løs ligningen $f'(x)=0$, så $6x+12=0 \Leftrightarrow x=-2$,
$f(-2)=3\cdot(-2)^2+12\cdot(-2)+2=-10$

Toppunktet er $T(-2,-10)$.
b)
$g(0)=2\cdot e^0=2\cdot 1=2$
$f(g(0))=f(2)=3\cdot 2^2+12\cdot 2+2=38$

Opgave 3
a) $X\sim bin\left(90,\ \frac{2}{3}\right)$
$E(X)=n\cdot p=\frac{90\cdot 2}{3}=60$
b)
$\sigma>5 \Rightarrow \sigma^2>25$, så
$\sigma^2=n\cdot p\cdot(1-p)=60\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{60\cdot 1}{3}=20$Tydeligt, at $20<25$, så spredningen er mindre end 5.

Opgave 4
$f(x)=4\cdot\ln(x)+2$,
$f'(x)=\frac{4}{x}$, tangentligningen bestemmes.

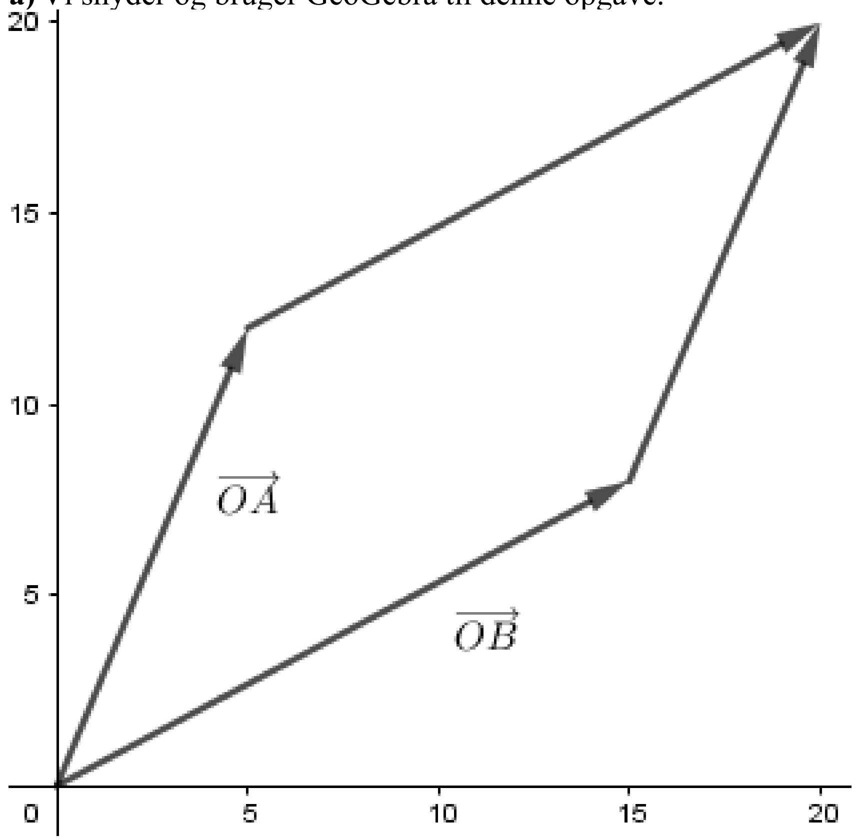
$f(1)=4\cdot\ln(1)+2=4\cdot 0+2=2$
$f'(1)=\frac{4}{1}=4$, så

$y=4\cdot(x-1)+2=4x-2$

Opgave 5
a) Ønskede ligning
$f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2-2x+2=2x-1 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$
b)
Metoden med diskriminaten overlades til læseren.
$x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow (x-3)\cdot(x-1)=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=3$

Hvilke to tals sum er -4 og produkt 3? Det er -1 og -3.
$-3-1=-4$ og $-3\cdot(-1)=3$.

Opgave 6
a) Vi snyder og bruger GeoGebra til denne opgave.



b)
Arealet er
$A=\left|det\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\right|=|5\cdot 8-12\cdot 15|=|40-180|=|-140|=140$
Dvs. arealet er 140 m^2.
c)
Omkredsen er:
$\mathrm{O}=2\cdot\sqrt{5^2+12^2}+2\cdot\sqrt{15^2+8^2}=2\cdot\sqrt{169}+2\cdot\sqrt{289}=2\cdot 13+2\cdot 17=60$
Dvs. 60 m. Prisen for hegnet er 20 $kr\cdot 60=1200\ kr$.

Opgave 7
$restart :; with(Gym) :$

$$f(x) := \begin{cases} 100\cdot 1.03^x & 0\le x\le 72 \\ 33743\cdot 0.95^x & 72<x\le 150 \end{cases} :$$

a)
$f(60)$

$$589.1603104 \quad (1)$$

Dvs. 60 timer efter vil der være 589 flyvende insekter pr. m^3
b)
$f(x)=20$

$$\begin{cases} 100\ 1.03^x & 0 \le x \le 72 \\ 33743\ 0.95^x & 72 < x \le 150 \end{cases} = 20 \tag{2}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 144.8687608]] \tag{3}$$

Dvs. efter 145 timer vil antallet af flyvende insekter pr. m^3 være under 20.

Opgave 8

restart :; *with*(*Gym*) :

a)

Cirkelligningen er

$x^2 + y^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2$

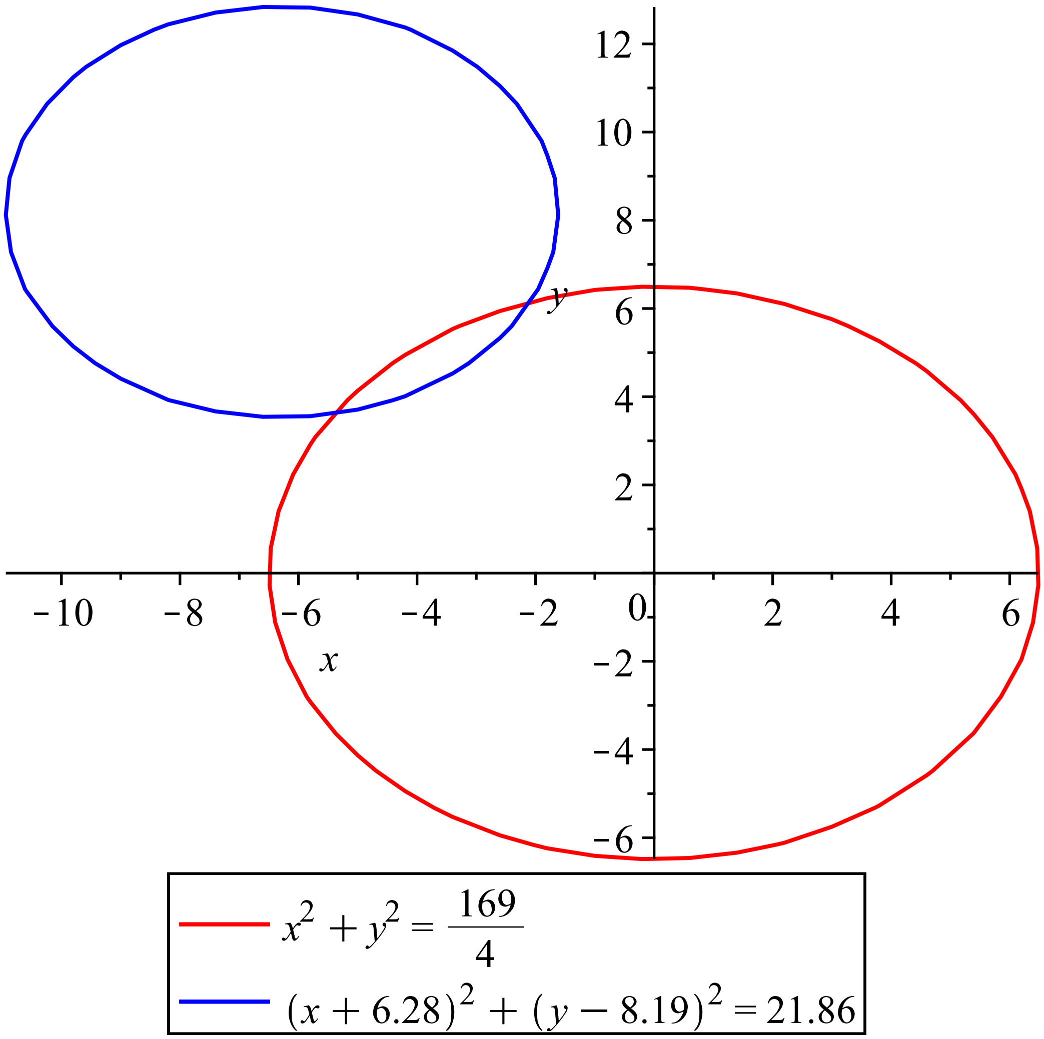
$$x^2 + y^2 = \frac{169}{4} \tag{4}$$

b)

with(*plots*) :

En tegning er givet nedenfor:

$implicitplot\left(\left[x^2 + y^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2, (x + 6.28)^2 + (y - 8.19)^2 = 21.86\right], x = -13 ..7, y = -7 ..14, color = [\text{"Red"}, \text{"Blue"}], legend = \left[x^2 + y^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2, (x + 6.28)^2 + (y - 8.19)^2 = 21.86\right]\right)$



For at finde koordinaterne til A og B løses følgende ligningssystem:

$$solve\left(\left\{x^2 + y^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2, (x + 6.28)^2 + (y - 8.19)^2 = 21.86\right\}\right)$$

$$\{x = -5.415209941, y = 3.595205320\}, \{x = -2.066966288, y = 6.162600941\} \quad \textbf{(5)}$$

Afstanden

$$AB = \sqrt{(-2.066966288 - (-5.415209941))^2 + (6.162600941 - 3.595205320)^2}$$

$$AB = 4.219271956 \quad \textbf{(6)}$$

Dvs. 4.22m

Opgave 9

restart :; *with*(*Gym*) :

a)

Her er der tale om en binomailfordeling. Af tekstbeskrivelsen ses det, at den billige chokolade er "succes", heraf er sandsynlighedsparameteren den der angiver den billige chokolade. Folk får udleveret 3 stykker chokolade, og af de tre er en af chokoladerne den billige, hvilket giver sandsynligheden $p = \frac{1}{3}$.

b) $X \sim bin\left(30, \frac{1}{3}\right)$.

$$P(X=10) = \binom{30}{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{30-10}$$

$$P(X=10) = \frac{3500497960960}{22876792454961} \quad \textbf{(7)}$$

$$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$$

$$P(X=10) = 0.15302 \quad \textbf{(8)}$$

Dvs. der er 15.3% sandsynlighed for, at netop 10 personer vælger det billige stykke chokolade.

c)

$P(X \geq 16) = 1 - P(X \leq 15)$, så

$$P(X \geq 16) = 1 - \sum_{i=0}^{15} \left(\binom{30}{i} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{i} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{30-i} \right)$$

$$P(16 \leq X) = \frac{429969342257}{22876792454961} \quad \textbf{(9)}$$

$$\xrightarrow{\text{at 5 digits}}$$

$$P(16 \leq X) = 0.018795 \quad \textbf{(10)}$$

Her er $0.018795 < 0.05$, så nulhypotesen forkastes.

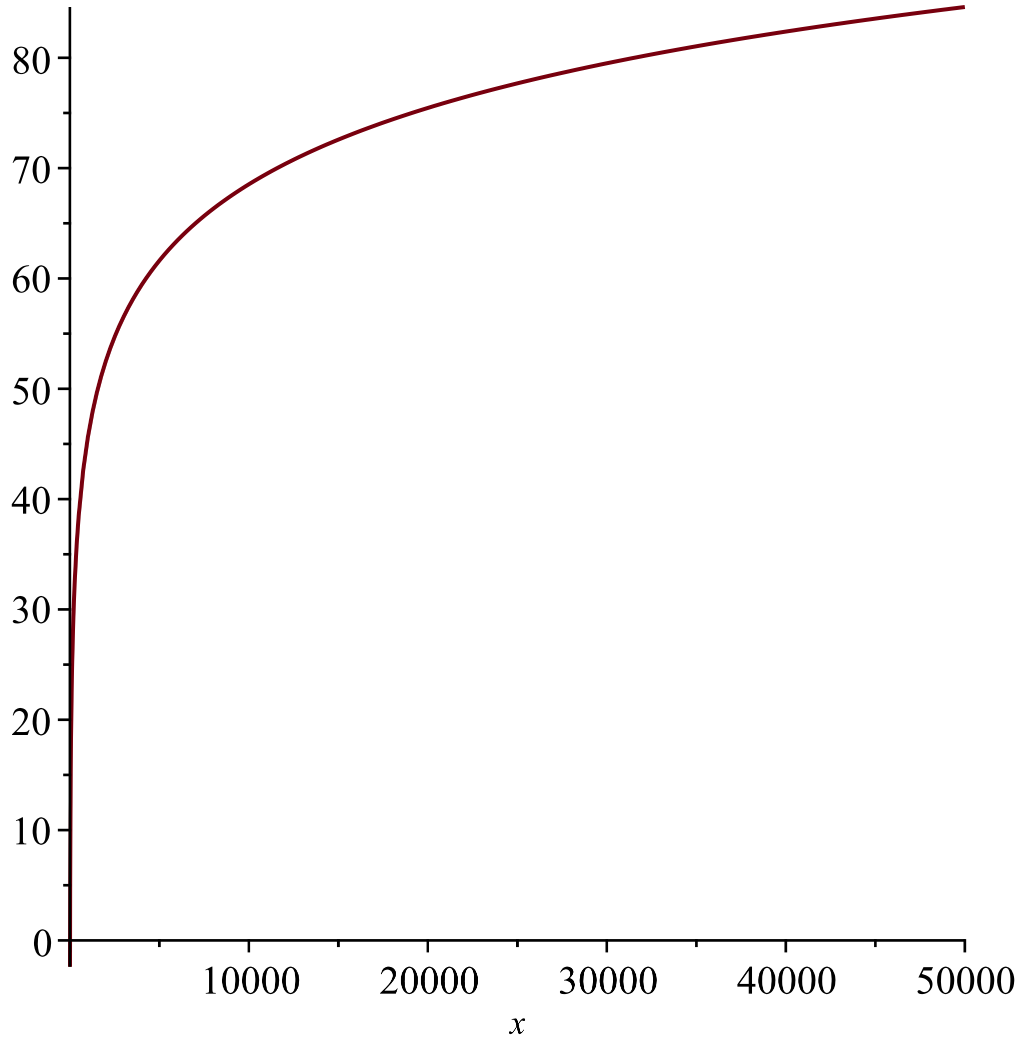
Opgave 9 samfundsfag A sættet

restart :; *with*(*Gym*) :

$f(x) := 9.984 \cdot \ln(x) - 23.42$:

a)

plot($f(x)$, $x = 0..50000$)



b)

$f(32363)$

$$9.984 \ln(32363) - 23.42 \quad \textbf{(11)}$$

$evalf[5](\%)$

$$80.26 \quad \textbf{(12)}$$

Så Social Progress Index i Danmark er på 80.26 ifølge modellen.

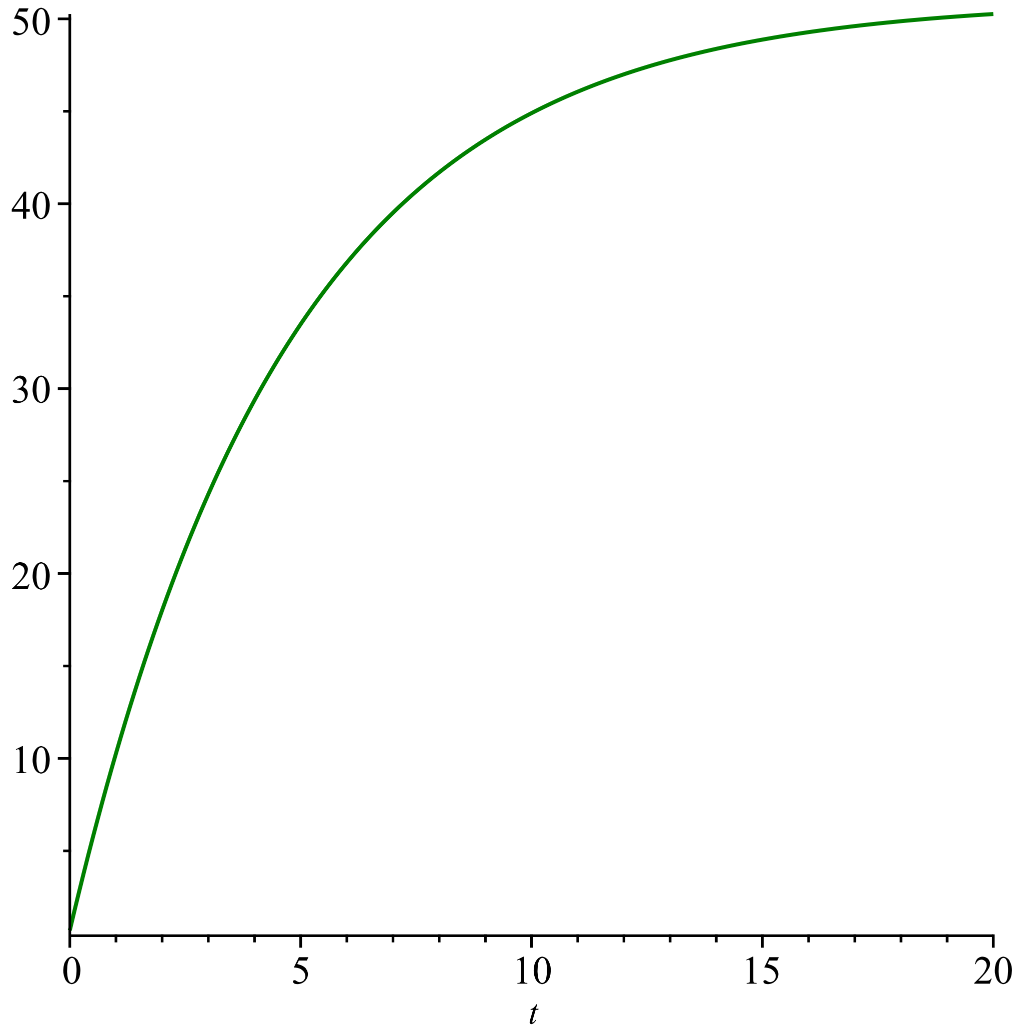
Opgave 9 biologi A sættet

$restart :; with(Gym) :$

$L(t) := 51.0 - 50.3 \cdot \exp(-0.211 \cdot t) :$

a)

$plot(L(t), t = 0 ..20, color = [\text{"Green"}])$



b)

$L(t) = 60$

$$51.0 - 50.3\,\mathrm{e}^{-0.211\,t} = 60 \qquad \textbf{(13)}$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$

$$[[t = 8.155357819 - 14.88906471\,\mathrm{I}]] \qquad \textbf{(14)}$$

Eftersom resultatet er et komplekst tal, så følger det af modellen, at fiskeren overdriver. Fisken han havde fanget havde formentlig været mindre.

En anden måde at vise det på er at bestemme grænseværdien.

$\lim_{t \to \text{infinity}} (L(t))$

$$51. \qquad \textbf{(15)}$$

Det siger sig selv, at en fisk ikke kan blive ∞ år, men dette viser blot, at en fisk højst kan opnå en længde på 51cm<60cm, så det viser også, at fiskeren overdriver.

Opgave 10

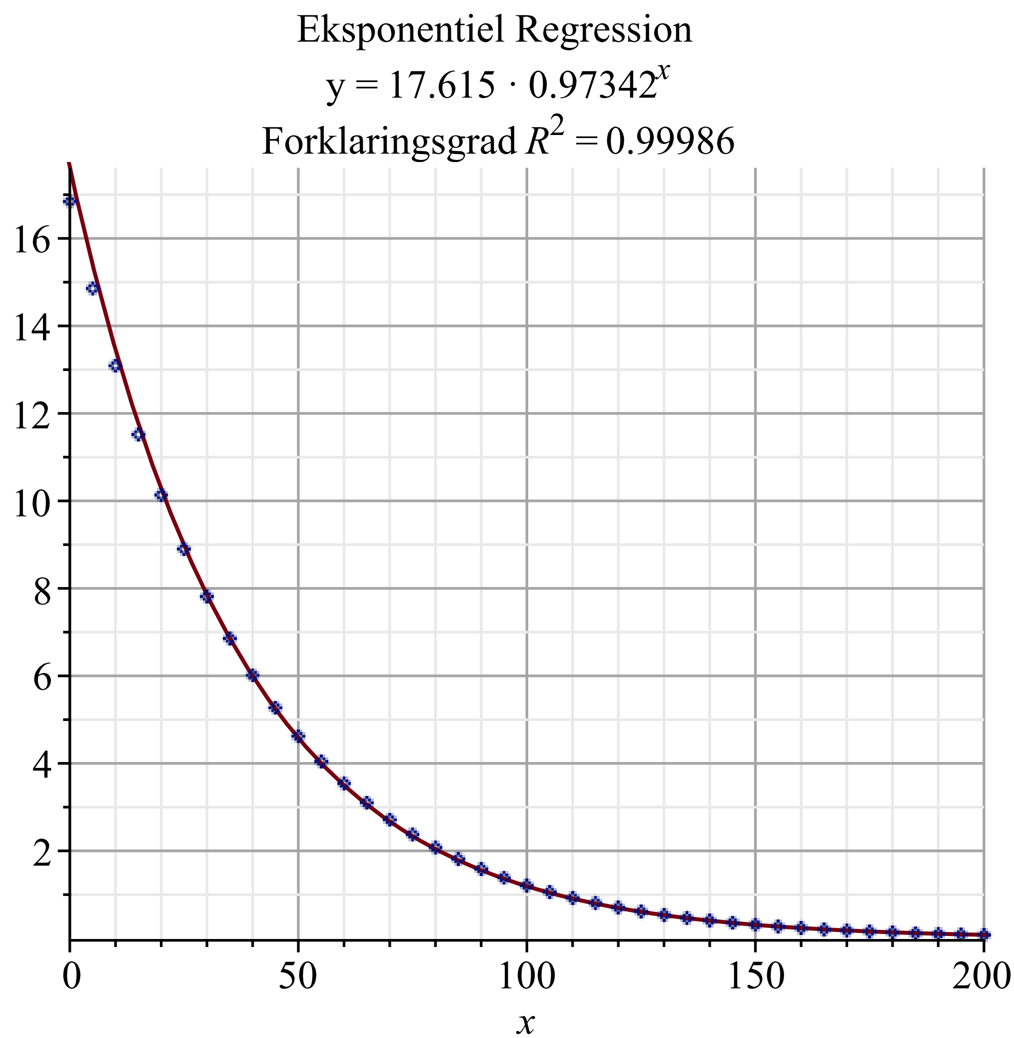
restart :; *with*(*Gym*) : *with*(*ExcelTools*) :

a)

$T := Import(\ )$

$$T := \begin{bmatrix} \textit{41 x 2 Matrix} \\ \textit{Data Type: anything} \\ \textit{Storage: rectangular} \\ \textit{Order: Fortran\_order} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$ExpReg(T)$



Dvs. $a = 0.97342$ og $b = 17.615$.
(OBS: Ved anvendelse af $with(ExcelTools)$, så skal man åbne excel-filen og kopiére indholdet (KUN TALLENE) ikke "alder" og "vægtforskel" osv. Kun de rå tal.

b)

$m(t) := \dfrac{140}{1 + 17.615 \cdot 0.97342^t}$:

$m(t) = 100$

$$\frac{140}{1 + 17.615\ 0.97342^t} = 100 \tag{17}$$

$\xrightarrow{\text{solve for t}}$

$$[[t = 140.5008460]] \tag{18}$$

Grisen er 140.5 døgn gammel.

c)

$m'(130)$

$$0.8542982591 \tag{19}$$

Grisens vægt vokser med 0.854kg/døgn efter 130 døgn.

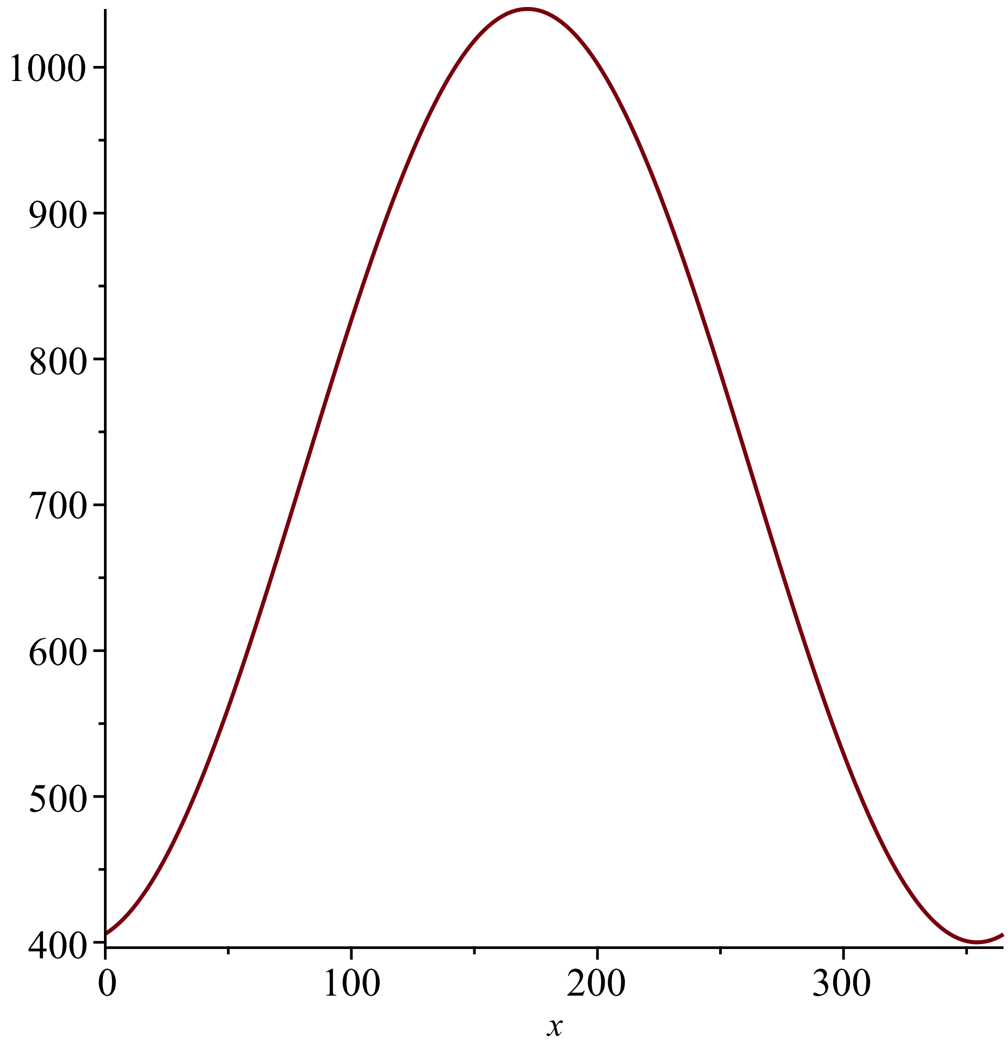
Opgave 11

restart :; *with*(*Gym*) :

a)

$f(x) := 320 \cdot \sin(0.0172 \cdot x - 1.38) + 720$:

$plot(f(x), x = 0 ..365)$



b)

Maksimale dagslængde er når $a \cdot \sin(x) + d$ har maks, og $\sin(x)$ er maksimal i 1 og minimal i -1:

$Maks = 320 \cdot 1 + 720$

$$Maks = 1040 \tag{20}$$

Alternativ vej:

$intervalsolve(f'(x) = 0, x = 0 ..365)$

$$[171.5579260, 354.2086617] \tag{21}$$

$is(f''(171.5579260) < 0)$

$$true \tag{22}$$

Så
$f(171.5579260)$

$$1040. \tag{23}$$

Opgave 11 samfundsfag A sættet

restart :; *with*(*Gym*) :

a)

$$\left[\hat{p}-2\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p}+2\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

OBS: Normal bruges 1.96 i stedet for 2.

$\hat{p}=0.47$ og $n=1500$, så

$$\left[0.47-2\cdot\sqrt{\frac{0.47\cdot(1-0.47)}{1500}}, 0.47+2\cdot\sqrt{\frac{0.47\cdot(1-0.47)}{1500}}\right]$$

$$[0.4442266287, 0.4957733713] \tag{24}$$

Dvs. 51.9% ligger uden for intervallet, så der er sket en ændring.

b)

Det er nok at løse ligningen

$$0.434=0.47-2\cdot\sqrt{\frac{0.47\cdot(1-0.47)}{n}}$$

$$0.434=0.47-0.9981983770\sqrt{\frac{1}{n}} \tag{25}$$

$$\xrightarrow{\text{solve for n}}$$

$$[[n=768.8271604]] \tag{26}$$

Dvs. 769 personer har været med i undersøgelsen, som er mindre end 1500.

Opgave 11 biologi A sættet

restart :; *with*(*Gym*) :

a)

$X \sim bin(150, 0.038)$

$$P(X=2)=\binom{150}{2}\cdot 0.038^2\cdot(1-0.038)^{150-2}$$

$$P(X=2)=0.05220659716 \tag{27}$$

Dvs. sandsynligheden er 5.2%

b)

$$\left[\hat{p}-2\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p}+2\cdot\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

OBS: Normal bruges 1.96 i stedet for 2.

$\hat{p}=\frac{65}{540}$ og $n=540$, så

$$\left[\frac{65}{540.}-2\cdot\sqrt{\frac{\frac{65}{540}\cdot\left(1-\frac{65}{540}\right)}{540.}}, \frac{65}{540.}+2\cdot\sqrt{\frac{\frac{65}{540}\cdot\left(1-\frac{65}{540}\right)}{540.}}\right]$$

$$[0.09236490210, 0.1483758387] \tag{28}$$

Dvs. 3.8% ligger uden for intervallet, så der er sket en ændring.

Opgave 12

$restart :; with(Gym) :$

$f(x) := \frac{1}{3} \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 - 21 \cdot x - 3 :$

a)

$f'(x)$

$$x^2 + 4x - 21 \tag{29}$$

Dernæst løses ligningen

$f'(x) = 0$

$$x^2 + 4x - 21 = 0 \tag{30}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$[[x = 3], [x = -7]] \tag{31}$$

Fortegnsvariation giver

$f'(-8)$

$$11 \tag{32}$$

$f'(2)$

$$-9 \tag{33}$$

$f'(4)$

$$11 \tag{34}$$

Dvs. funktionen $f(x)$ er:

- Voksende i intervallet: $]-\infty;-7] \cup [3;\infty[$
- Aftagende i intervallet: $[-7;3]$

b)

$g(x) := \frac{1}{3} \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + k \cdot x - 3 :$

En vandret tangent kræver afledede og dobbelt afledede funktion.

$g'(x) = 0$

$$x^2 + k + 4x = 0 \tag{35}$$

$\xrightarrow{\text{solve for x}}$

$$\left[\left[x = -2 + \sqrt{4 - k}\right], \left[x = -2 - \sqrt{4 - k}\right]\right] \tag{36}$$

$g''\left(-2 + \sqrt{4 - k}\right) = 0$

$$2\sqrt{4 - k} = 0 \tag{37}$$

$\xrightarrow{\text{solve for k}}$

$$[[k = 4]] \tag{38}$$

Dvs. $k = 4$ er den søgte værdi.