Ortvay 1979

1. a./ Egy függőleges síkban elhelyezkedő, gyűrű alakban zárt cső belsejében gáz van. Az egyik függőleges ágat T_1, a másikat T_2 hőmérsékleten tartjuk. Mi történik? (a. ábra)

b./ Egy Kossuth Lajos utcai kirakatban látható a következő berendezés (b. ábra):

Függőleges tengelyre szerelt vékony fémlapok egyik oldala tükrös, a másik kormozott. A tengely tűcsapágyon foroghat. A berendezés légritka térben, búra alatt van. Forog-e, merre és miért?
Tételezzünk fel különböző környezeti feltételeket!

c./ Egy A és B fókuszú forgásellipszoid alakú üreg B fókusza köré egy B középpontú gömböt helyezünk, és a felesleges válaszfalakat eltávolítjuk. Az üregben vákuum van, a belső felület tökéletesen tükröző. Az A és B pontokban egyforma, kis méretű, abszolút fekete testek vannak. A $t = 0$ időpontban mindkét fókuszban egy pillanatszerűen végbemenő kémiai reakció azonos mennyiségű hőt termel. Az ellipszis geometriája következtében az A pontból kiinduló hősugárzás nagy része a B fókuszba verődik vissza, és ott elnyelődik. A B-ből kiinduló hősugarak nagy részét a gömb B-be veri vissza. (c. ábra) Ezért a kezdetben azonos hőmérsékletű fekete testek közül az A-beli lehűl, a B-beli felmelegszik. Ez ellentmondásban van a termodinamika főtételével.
Magyarázzuk meg a jelenséget, és állítsuk helyre a termodinamika iránti megingott bizalmat!

Hiányzó kép

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

2. Az $r = r(\phi)$ görbe legmagasabban fekvő pontja a $\phi = 0$ szöghöz tartozik. A görbe függőleges tengely körüli megforgatásával kapott felületen anyagi pont mozoghat. A $\phi = 0$ pontból a test kezdősebesség nélkül indul. Egy kritikus szöget elérve a test elválik a felülettől.

a./ Súrlódás nincs. Írjuk fel a kritikus szöget meghatározó egyenletet!

b./ Legyen $r = r(\phi) = a \cdot \cos\phi$.
Határozzuk meg a kritikus szöget! Hasonlítsuk össze a megoldást az elemekből ismert hasonló probléma megoldásával!

c./ A test és a felület közti súrlódási együttható μ. A felület R sugarú gömb. Határozzuk meg a kritikus szöget!

(II. évfolyam)

3. A kerékpárokon használt macskaszem úgy készül, hogy egy tükörlapokból álló kocka egyik sarkát levágják, és a kapott belül tükrös, szabályos háromszög alapú gúlát

háromszögrácsba helyezve sokszor megismétlik. Tegyük fel, hogy a tükörlapokon a visszaverődés tökéletes. Az adott irányból beeső fényt a macskaszem ugyanabba az irányba veri vissza. Miért?
Hogyan függ a visszavert intenzitás a beesési szögektől?

(II. évfolyam)

4. Melyek azok a centrális erőterek, amelyekben a körpályán keringő részecske mozgásának kis perturbációi rezonálnak a keringés körfrekvenciájával?

(II. évfolyam)

5. Készítsünk napvitorlást: kis tömegű űrhajóhoz könnyű tartórudakkal hatalmas fényvisszaverő műanyag fóliát erősítünk. Állítsuk meg a vitorlást a Föld pályáján: esni kezd a Nap felé. Mekkorának kell lennie a vitorla felületének, hogy a sugárnyomás még a Nap felszínének elérése előtt megállítsa? (Numerikus választ kérünk!) Milyen mozgást végez ekkor a napvitorlás? Mekkora vitorla szükséges a Naprendszer elhagyásához? Mennyi időbe telne ez?

(II. évfolyam)

6. Egy anyag belső energiája csak a pV szorzattól függ. Mutassuk meg, hogy bevezethető a hőmérsékleti skála úgy, hogy $T = k \cdot pV$!

(II. évfolyam)

7. Függőleges tengelyre erősítve vízszintes cső forog. A csőben m tömegű golyó mozoghat, melyet egy rugó erősít a forgástengelyhez. A rugó nemlineáris, erő-megnyúlás-függvénye a következő:

$$F = k\big(y - \beta \cdot \sin(\alpha y)\big)$$

ahol F a rugóerő, y a rugó megnyúlása, k, α, $beta$ paraméterek, $\alpha, \beta < 1$.
Növeljük a rendszer tengely körüli forgásának ω szögsebességét igen lassan nullától addig, amíg a rugóban fellépő erő $F = F_0 = 3\pi k/\alpha$ nem lesz.
Rajzoljuk fel a golyó tengelytől való távolságát a szögsebesség függvényében! Mi történik, ha a szögsebességet a maximális értékről lassan csökkenteni kezdjük? Rajzoljuk fel a rugó egyensúlyi helyzeteit! Diszkutáljuk a feladatot a paraméterek különböző értékei szerint! (Be kell-e vezetni esetleg a szövegben nem említett új paramétereket is?)

(II. évfolyam)

8. Modellezzük a dagály kialakulását úgy, hogy a Földet egyenletes (milyen vastag?) rétegben víz borítja, melyre a Föld és a Hold gravitációs ereje hat! Hogyan függ a helytől a dagály (apály) nagysága, és mekkora a maximális érték? Mivel magyarázható eredményeinknek a mért adatoktól való eltérése? Becsüljük meg a fenti számításokhoz a Nap gravitációs hatása következtében járuló korrekciót!

(III. évfolyam)

9. Az ábrán látható prizmát optikailag aktív cukoroldattal töltötték meg. Balról lineárisan polarizált fény esik rá. Milyen lesz a jobboldalt elhelyezett ernyőn kialakuló interferenciakép?

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

10. a./ Összenyomhatatlan folyadék kis cseppje pulzáló rezgéseket végez. Becsüljük meg az alap-módus frekvenciáját!

b./ Becsüljük meg egy folyadékcsillag rezgéseinek frekvenciáját! (Numerikusan is!)

(III. évfolyam)

11. A galaxisok kialakulását modellezhetjük a következő módon: Egy kezdetben majdnem homogén, ρ_0 sűrűségű gáz részecskéinek mozgását az

$$\mathbf{x}_i = a(t) \cdot \left[\mathbf{q}_i - b(t) \cdot \nabla_i \phi(\mathbf{q})\right]$$

függvény adja meg.
Itt $\phi(\mathbf{q})$ a kezdeti sűrűségingadozást jellemző sima függvény, $\mathbf{x}_i$ az i-ik részecske Descartes-, $\mathbf{q}_i$ a Lagrange-koordinátája. ($b(t_0) \ll 1$)

a./ Határozzuk meg $a(t)$ és $b(t)$ ismeretében a $\rho(\mathbf{q}, t)$ és a $\rho(\mathbf{x}, t)$ sűrűséget!

b./ Határozzuk meg $a(t)$-t egzaktul, $b(t)$-t első rendig közelítve, ha a gázrészecskék gravitációs erővel vonzzák egymást!
A megoldás során használjuk a $\phi(\mathbf{q})$ függvényhez illesztett Lagrange-koordinátákat. A gáz nyomása legyen végig nulla.

(III. évfolyam)

12. Az ábrán látható rezgőkör függőleges síkban helyezkedik el, és egy ingán keresztül záródik. Síkjára merőlegesen homogén $\mathbf{H}$ mágneses tér áll fenn.

a./ Határozzuk meg a rendszer sajátfrekvenciáit! (Az inga kitérése legyen kicsi.)

b./ A $t = 0$ pillanatban az inga nyugalmi helyzetben lóg, a kondenzátoron Q töltés van, áram nem folyik. Mekkora lesz a kialakuló ingalengés amplitúdója?
Diszkutáljuk a feladatot L, C, $\mathbf{H}$, ℓ különböző értékeire!
Hogyan változik a jelenség, ha az áramkörből az önindukciós tekercset kiiktatjuk?

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

13. Elemi fizika órákon csúcshatás néven tanítják azt a tételt, hogy fémfelület közelében $E \cdot g =$ *állandó*, ahol E az elektromos térerősség abszolút értéke, g pedig a felület görbületi sugara. Vizsgáljuk meg a tétel érvényességi körét! Ellenőrizzük például vezető ellipszoid esetén! Nyújtsuk dróttá az ellipszoidot, stb.!

(III. évfolyam)

14. Milyen feltételek mellett lesz egy egydimenziós potenciálgödörben kötött részecskének véges sok kötött állapota?

(IV. évfolyam)

15. Egy e töltésű, m tömegű részecskét $V(x) = ax^2 + bx^4$ egydimenziós potenciál tart kötve. ($b > 0$, a lehet pozitív és negatív is)
Kváziklasszikus közelítést alkalmazva határozzuk meg, mekkora a részecske statikus elektromos polarizálhatósága különböző E_n energiaszinteken!

(IV. évfolyam)

16. Polarizálható molekulákból álló ideális gázba párhuzamos fénynyalábot bocsátunk. Adjuk meg a fényintenzitás irány szerinti eloszlását a gázban megtett út függvényében!

(IV.,V. évfolyam)

17. Egy festékoldatot lineárisan poláros fénnyel megvilágítva a lumineszcencia során kibocsátott fény nem lesz lineárisan poláros. Vizsgáljuk meg, mitől és hogyan függnek az emittált fény polarizációs tulajdonságai!

(IV. évfolyam)

18. Müon-tárológyűrűben nagy energiájú müonok rohannak körbe függőleges irányú $\mathbf{B}$ mágneses tér és sugárirányú (stabilizáló) elektromos tér hatására.
Számítsuk ki, hogy milyen Ω_p frekvenciával precesszál a müon spinje sebességének iránya körül a terek hatására! A müon mágneses momentuma:

$$\mu = \frac{g_\mu e}{2m_\mu c}\mathbf{S}$$

ahol a müon g-faktora a kvantum-elektrodinamika szerint:

$$g_\mu \approx 2\left(1 + \frac{e^2}{\hbar c}\right)$$

Ω_p pontos mérése lehetővé teszi g_μ pontos meghatározását.
A CERN-beli kísérletekben a müon energiája $E_\mu \approx 3,1 GeV$ volt. (Miért?) Hogy módosul Ω_p , ha feltételezzük, hogy a müonnak

$$\mathbf{d} = \frac{g' e}{2m_\mu c}\mathbf{S}$$

elektromos dipólmomentuma is van? ($g' \ll g_\mu$)

(IV. évfolyam)

19. A klasszikus mechanikából ismert, hogy gömbszimmetrikus erőtérben mozgó tömegpont pályája csak a Coulomb- és a harmonikus potenciál esetén lesz zárt görbe. Mi tünteti ki ezeket az erőtereket a kvantummechanikában?

(IV. évfolyam)

20. Azonos-e a megfelelő energiaszintek degenerációja a következő két rendszerben?

a./ Kölcsönhatásmentes bozon-rendszer
Energiaszintjei:

$$E_n = n \cdot E \qquad\qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

b./ Kölcsönhatásmentes fermion-rendszer
Energiaszintjei:

$$E_m = m \cdot E \qquad\qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Alapállapotban a negatív energiájú állapotok betöltöttek.
Szorítkozzunk az állapottér azon alterére, ahol a fermionok száma azonos az alapállapotéval (csak részecske-antirészecske párok vannak, más szóval a töltés zérus).
A fentiek ismeretében mit mondhatunk az egydimenziós, szabad és tömeg nélküli fermion- és bozongáz kapcsolatáról?

(V. évfolyam)

21. Az ω frekvenciájú kvantumoszcillátor kölcsönhat a sugárzási térrel. Határozzuk meg, milyen valószínűséggel lesz az oszcillátor t idő múlva az $|n\rangle$ állapotban, ha kezdetben az $|m\rangle$ állapotban volt! Mi a valószínűség-eloszlás $t \to \infty$ határértéke?

(V. évfolyam)

22. Egy porszemekből sajtolt fémet $10\mu m$ átmérőjű gömbökből állónak tekintünk. A gömbök egymással $0,1\mu m$ átmérőjű körön érintkeznek. Határozzuk meg a fajlagos ellenállást!
(A $0,1\mu m$ átmérő összehasonlítható a szabad úthosszal.)

(V. évfolyam)

23. Egy kristályban a magspinek rendszere tárgyalható önállóan, a ráccsal való kölcsönhatást elhanyagolva. A magok közti kölcsönhatás olyan, hogy effektív-tér közelítést alkalmazva $H_{eff} = 30Oe$.
Elvégezzük a következő kísérletet: $5K$ hőmérsékleten a kristályt $100Oe$ erősségű mágneses térbe helyezzük. Hirtelen (a spin-spin kölcsönhatás relaxációs idejéhez képest rövid idő alatt) a mágneses teret $-100Oe$-re változtatjuk. Ekkor a spin-spin hőmérséklet marad $5K$, de a spin-külső tér kölcsönhatásnak megfelelő Zeeman-hőmérséklet $-5K$ lesz.
Mi lesz az egyensúly beállta utáni közös hőmérséklet, ha a mágneses teret változatlanul tartjuk? Mi történik, ha utána a mágneses teret adiabatikusan kikapcsoljuk?

(V. évfolyam)

24. Egy fémben forgási ellipszoid alakú üregek vannak, melyek tengelyei egymással párhuzamosak. Hogyan változtatják meg az üregek a tengelyükkel párhuzamosan folyó árammal szemben tanúsított ellenállást?

(V. évfolyam)

25. Schwinger nyomán dionnak nevezzük az elektromos és mágneses töltést is hordozó részecskéket.
(A feltételezett, g mágneses töltésű monopólus maga körül $\mathbf{B} = g\frac{\mathbf{r}}{r^3}$ mágneses teret kelt. Külső $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ térben a monopólusra

$$\mathbf{F} = g\left(\mathbf{B} - \frac{1}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{E}\right)$$

Lorentz erő hat.)
Vizsgáljuk két dion rendszerét. Az (e_1, g_1) töltésű diont rögzítsük az origóba, a másik, m_1 tömegű, (e_2, g_2) töltésű dion mozogjon az első által létrehozott $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ térben. A sugárzástól, sugárzási visszahatástól, stb. tekintsünk el.

a./ Állítsuk fel a dion mozgásegyenletét! Vizsgáljuk a mozgásegyenlet energia- és impulzusmomentum-integráljait! Mi lép az impulzusmomentum-megmaradás tétele helyébe?

b./ Vizsgáljuk meg, milyen feltételek mellett lehetséges állandó szögsebességgel bejárt körpálya! Hol van a kör középpontja? Határozzuk meg a körpálya kis perturbációit és frekvenciájukat! Ábrázoljuk az eredeti és a perturbált pályákat!

c./ Értelmezzük az elektrodinamika alapján a mozgó dion impulzusmomentumával kapcsolatos nehézségeket!

d./ A fent leírt mechanikai probléma az (e_i, g_i) $(i = 1, 2)$ töltésadatok milyen transzformációi esetén marad változatlan? Lehet-e az egyik dion mágneses töltését 0-nak választani?

e./ Ha az elektromos és mágneses ponttöltések által keltett tér Coulomb-alakjához ragaszkodunk, akkor a töltések d./-beli transzformációja az $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ terek transzformációját is megköveteli. Határozzuk meg ezt az ún. "duális" transzformációt! Megváltozik-e a Maxwell-egyenletek alakja? Egészítsük ki a Maxwell egyenleteket új tagokkal úgy, hogy a kapott egyenletrendszer a duális transzformációkra nézve zárt legyen!

f./ Vizsgáljuk meg az e./-beli problémát az elektrodinamika relativisztikus formalizmusának felhasználásával is! Melyik könnyebb?

g./ A d./ pont alapján válasszuk meg úgy a töltések transzformációját, hogy a mozgó részecske mágneses töltése 0 , elektromos töltése $-e$, a nyugvó dioné $+g$, illetve $+Q$ legyen. Ekkor a nyugvó részecske által keltett skalár- és vektorpotenciál:

$$\phi = \frac{Q}{r} \ , \quad A_x = g\frac{yz}{r\rho^2} \ , \quad A_y = -g\frac{xz}{r\rho^2} \ , \quad A_z = 0 \ ,$$

ahol $r^2 = z^2 + \rho^2$, $\rho^2 = x^2 + y^2$.
Ellenőrizzük! (Miért tüntettük ki a z-tengelyt?)
A rendszer következetesen kvantálható, ha a $\nu = \dfrac{eg}{\hbar c}$ dimenziótlan kombináció egész vagy félegész (Dirac-féle szabály). A c./ pont alapján magyarázzuk meg szemléletesen, mit jelent a fenti tételt!

h./ Vizsgáljuk a

$$\mathbf{J} = \mathbf{r} \times \left(\mathbf{p} - \frac{e}{a}\mathbf{A} \right) - h\nu \frac{\mathbf{r}}{r}$$

operátorhármast! (Bizonyítsuk be, hogy

$$\left[\mathbf{J}_k, \mathbf{J}_l\right] = i\hbar\epsilon_{klm}\mathbf{J}_m!$$

Ekkor a $\mathbf{J}^2$ operátor sajátértékei $\hbar^2 \cdot j \cdot (j+1)$ alakúak. Bizonyítás nélkül közöljük, hogy a fenti rendszerben $j = \nu, \nu+1, \nu+2, \ldots$ lehet.

i./ A fentiek alapján írjuk fel a probléma Hamilton-operátorát, és határozzuk meg a dion-hidrogénatom spektrumát! (Ismerős-e a spektrum? Honnan?)

(II. évfolyam: a./, b./, d./
III. évfolyam: a./, b./, c./, d./, e./, f./
IV. évfolyam: a./, b./, c./, d./, e./, f./, g./, h./, i./
V. évfolyam: a./, b./, c./, d./, e./, f./, g./, h./, i./)

26. 1979. október: Illetékesek és illetéktelenek határozottan cáfolják a földrengéssel kapcsolatos híreszteléseket.
1979. november: Az Ország-Világ cikksorozatot közöl "Repülő csészealjak és a földrengések, avagy a maják titka" címmel.
1979. december: Élelmes maszekok tranzisztoros zsebszeizmográfokkal árasztják el a karácsonyi piacot.
1980. január 1.: Mindenki a zsebszeizmográfot lesi. A termelés leáll.
január 15.: Földrengés sehol. Rémhírek terjednek a földrengés elszabotálásáról.
január 20.: Földrengés még mindig nincs. A pánik fokozódik.
január 21.: Tüntetés a Geofizikai Tanszék előtt. Az ablakokat beverik.
január 22.: A közvélemény megnyugtatására az illetékesek egy Bicske környéki elhagyott pincében békés célú atomrobbantást hajtanak végre. A bomba 11^{05}-kor robban.
január 22. 11^{10}: Egy ország sóhajt fel elégedetten a zsebszeizmográfok mellett: "Na ugye, megmondtam!". A termelés megindul. A gellérthegyi telkek ára ismét emelkedni kezd.
1987. március: A zsebszeizmográfokat gyártó maszekok lángoló tudományszeretettől hajtva a Geofizikai Tanszék rendelkezésére bocsátják a földrengésről a lakosságtól összegyűjtött adatokat:

- A Bicske környékén lakók némi utórezgéstől eltekintve egyetlen lökést észleltek.
- Egy kritikus távolságon túl elhelyezett zsebszeizmográfok (három!) lökést regisztráltak.

1979. november 3.: Magyarázd meg a fentiek alapján, mi van a Föld mélyében! Miért pont lökést észleltek? Becsüld meg a kritikus távolságot!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)