wyborcza

PRÓBNY EGZAMIN ÓSMOKLASISTY
MATEMATYKA

LAST MINUTE

Wtorek, 16 maja 2023

Przykładowy arkusz egzaminacyjny nr 1. Egzamin ósmoklasisty: matematyka

Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy zestaw egzaminacyjny zawiera wszystkie zadania (1–21).
2. Czytaj uważnie wszystkie teksty i zadania. Wykonuj zadania zgodnie z poleceniami.
3. Rozwiązania zadań zapisuj długopisem lub piórem z czarnym tuszem/atramentem.
4. Nie używaj korektora.
5. Rozwiązania zadań zamkniętych, tj. 1–15, zaznacz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach. W każdym zadaniu poprawna jest zawsze tylko jedna odpowiedź.
6. Rozwiązania zadań otwartych, tj. 16–21, zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą sprawdzane i oceniane.

Czas pracy: 100 minut; liczba punktów do uzyskania: 30.

Powodzenia!

Zadanie 1. (0 – 1)

Dane są liczby: $a = 5\frac{1}{4}$, $b = -0{,}12$

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Iloczyn połowy odwrotności liczby a przez trzykrotność liczby przeciwnej do b jest równy:

A. $-\frac{6}{175}$ **C.** $\frac{4}{175}$

B. $-\frac{4}{175}$ **D.** $\frac{6}{175}$

INFORMACJA DO ZADAŃ 2. i 3.

Bartek ma dwa akwaria: duże o wymiarach 60 cm × 30 cm i wysokości 40 cm oraz małe dla młodych rybek, w którym mieści się sześć razy mniej wody, a jego wysokość jest równa 20 cm.

Zadanie 2. (0 – 1)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Małe akwarium będzie wypełnione do połowy jego wysokości, jeśli wlejemy do niego:

A. 4 litry wody **C.** 6 litrów wody

B. 5 litrów wody **D.** 8 litrów wody

Zadanie 3. (0 – 1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe.

Jeśli z dużego akwarium odparuje 0,9 l wody, to poziom wody obniży się o 1 cm.	**P**	**F**
Jeśli do małego akwarium dolejemy 2 litry wody, to poziom wody podniesie się o około 3,3 cm.	**P**	**F**

Zadanie 4. (0 – 1)

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz C i D.

Jeśli pewien graniastosłup prosty ma 32 wierzchołki, to ma również:

A. 48 krawędzi **B.** 64 krawędzie

Jeśli pewien graniastosłup prosty ma 24 ściany, to ma również:

C. 48 wierzchołków **D.** 44 wierzchołki

Zadanie 5. (0 – 1)

Dany jest prostokąt o bokach długości 3 dm i 25 cm.

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Pole kwadratu zbudowanego na przekątnej tego prostokąta jest równe:

A. 12,25 dm^2 **C.** 122,5 cm^2

B. 15,25 dm^2 **D.** 152,5 cm^2

Zadanie 6. (0 – 1)

W trzech pudełkach znajdują się kule. W pierwszym pudełku są 4 białe i 8 czarnych kul. W drugim jest 5 czerwonych i 6 czarnych kul. W trzecim pudełku są 2 białe kule, 4 czerwone i 4 czarne kule.

Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z drugiego pudełka jest takie samo, jak prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z trzeciego pudełka.

B. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z pierwszego pudełka jest takie samo, jak prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z trzeciego pudełka.

C. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z drugiego pudełka jest takie samo, jak prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej z pudełka, w którym są umieszczone wszystkie kule z trzech pudełek.

D. Jeśli wszystkie kule z trzech pudełek umieścimy w jednym pudełku, to prawdopodobieństwo wylosowania kuli czerwonej jest równe $\frac{1}{11}$.

Zadanie 7. (0 – 1)

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Jeśli po obniżce o 15% kurtka kosztuje 225,25 zł, to przed obniżką jej cena była równa 265 zł.	**P**	**F**
Dywan, który kosztował 420 zł, dwukrotnie przeceniono, najpierw o 25%, a następnie jeszcze o 20%, i teraz kosztuje 252 zł.	**P**	**F**

INFORMACJA DO ZADAŃ 8. i 9.

Dane są wyrażenia:

$$K = (-a)^2 \cdot 2 \cdot b^3 \qquad L = \frac{1}{2}a \cdot (-b^2) \cdot 5$$

Zadanie 8. (0 – 1)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Iloczyn: $K \cdot L$ jest równy:

A. $10a^3b^5$ **C.** $5a^3b^5$

B. $-10a^3b^5$ **D.** $-5a^3b^5$

Zadanie 9. (0 – 1)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

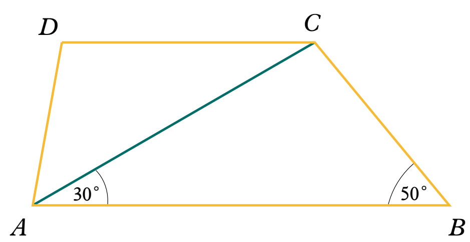
Wartość wyrażenia L dla $a = 2$ i $b = -4$ jest równa:

A. –40 **C.** –80

B. 40 **D.** 80

Zadanie 10. (0 – 1)

Dany jest trapez $ABCD$ o kącie ostrym 50°, w którym przekątna AC tworzy z dłuższą podstawą kąt 30°.



Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz C i D.

Wiedząc, że miara kąta CDA jest równa 110°, to kąt DAC ma miarę:

A. 50° **B.** 40°

Jeśli długość przekątnej AC jest równa 12 cm, to wysokość tego trapezu jest równa:

C. 6 cm **D.** 4 cm

Zadanie 11. (0–1)

Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Jeśli w zbiorniku jest 444 kg solanki 11%, to oznacza, że jest 400 kg wody i 44 kg soli.
B. Jeśli w zbiorniku jest 424 kg solanki 6%, to oznacza, że jest 400 kg wody i 24 kg soli.
C. Jeśli w zbiorniku jest 440 kg solanki 5%, to oznacza, że jest 418 kg wody i 22 kg soli.
D. Jeśli w zbiorniku jest 480 kg solanki 12%, to oznacza, że jest 431,4 kg wody i 48,6 kg soli.

INFORMACJA DO ZADAŃ 12. i 13.

Dane są liczby: $a = 3^4 \cdot 5^5 \cdot 7^3 \cdot 11$ oraz $b = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 11^3$

Zadanie 12. (0 – 1)

Wskaż zdanie prawdziwe:

A. $NWW(a; b) = 3^4 \cdot 5^5 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 11^3$
B. $NWW(a; b) = 2^7 \cdot 3^8 \cdot 5^7 \cdot 7^3 \cdot 11^4$
C. $NWW(a; b) = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^5 \cdot 7^3 \cdot 11^3$
D. $NWW(a; b) = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 11$

Zadanie 13. (0– 1)

Wskaż zdanie prawdziwe:

A. $NWD(a; b) = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^5 \cdot 7^3 \cdot 11^3$
B. $NWD(a; b) = 3^4 \cdot 5^2 \cdot 11$
C. $NWD(a; b) = 3^8 \cdot 5^7 \cdot 7^3 \cdot 11^4$
D. $NWD(a; b) = 2^7 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 11$

Zadanie 14. (0 – 1)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Jeśli $M = \frac{p+x}{t} - 1$, gdzie $t \neq 0$, to wyznaczając x, otrzymujemy:

A. $x = Mt - t - p - 1$ **C.** $x = Mt - t + p$
B. $x = Mt - t + p - 1$ **D.** $x = Mt - p + t$

Zadanie 15. (0 – 1)

W trójkącie prostokątnym ABC przeciwprostokątna AC ma długość $8\sqrt{3}$, a jeden z kątów ostrych ma 30°.

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Pole tego trójkąta jest równe:

A. $32\sqrt{3}$ **B.** $24\sqrt{3}$ **C.** 32 **D.** 48

Zadanie 16. (0 – 2)

Uzasadnij, że wartość wyrażenia: $3(x^2 + 4) - x(5 - x) - 2x(2x - 2) + x$ jest równa 12 niezależnie od wartości x.

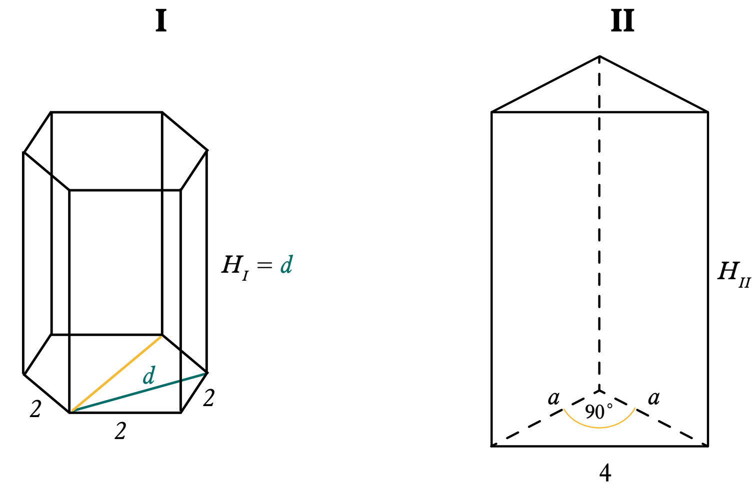
Zadanie 17. (0 – 3)

Oblicz, ile jest liczb trzycyfrowych, które spełniają następujące warunki: cyfra setek jest o 3 mniejsza od cyfry jedności i jednocześnie o 2 większa od cyfry dziesiątek. Wypisz te liczby.

Zadanie 18. (0 – 3)

Dane są dwa graniastosłupy. Pierwszy z nich (I) to graniastosłup prawidłowy sześciokątny, a drugi (II) to graniastosłup prosty, którego podstawą jest trójkąt prostokątny równoramienny. Graniastosłupy te mają równe objętości.

Korzystając z danych na rysunkach, oblicz, ile razy wysokość graniastosłupa II jest dłuższa od wysokości graniastosłupa I.



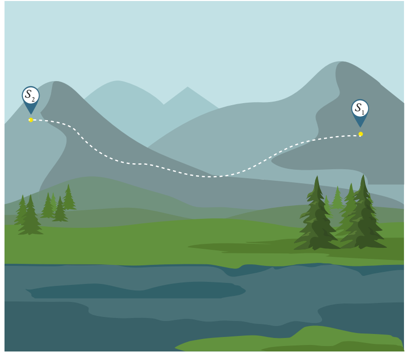
Zadanie 19. (0 – 2)

Oblicz trzecią część wartości wyrażenia i wynik podaj w najprostszej postaci.

$$2^3 \cdot \frac{9^4 \cdot 27^5}{81^5}$$

Zadanie 20. (0 – 2)

Grupa turystów wyruszyła ze schroniska S_1 o godzinie 8:15, schodząc najpierw górską ścieżką o długości 6 km. Przed podejściem do schroniska S_2 postanowili zrobić sobie 15-minutową przerwę. O godzinie 10:00 wyruszyli w drogę w tempie około 2 km na godz. Podejście było dosyć długie, więc dwukrotnie odpoczywali po 15 min. Do schroniska dotarli punktualnie o godzinie 15:00.



Oblicz:

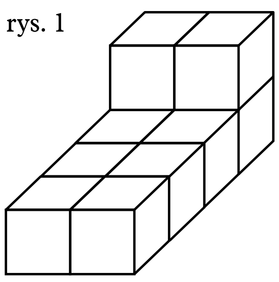
a) z jaką prędkością turyści schodzili?

b) ile kilometrów łącznie przeszli?

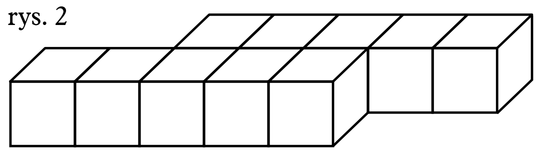
Zadanie 21. (0 – 3)

Ania ma 10 identycznych sześcianów o krawędzi 2 cm, które ułożyła na trzy różne sposoby przedstawione na rysunkach 1, 2 i 3.
Przeanalizuj położenie tych sześcianów w każdym z trzech sposobów, wykonaj odpowiednie obliczenia i podaj, która z tych brył ma największą powierzchnię całkowitą i ile ona wynosi.

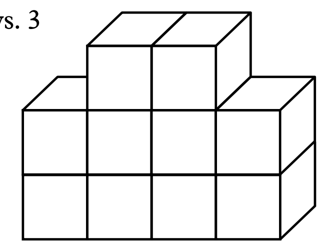
rys. 1



rys. 2



rys. 3



Rozwiązania

Test 1.

SCHEMAT PUNKTOWANIA – ZADANIA ZAMKNIĘTE

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Prawidłowe odpowiedzi	D	C	FP	AD	B	C	PP	D

Numer zadania	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
Prawidłowe odpowiedzi	C	BC	C	C	B	D	B

- poprawna odpowiedź – 1 p.
- odpowiedź błędna lub brak odpowiedzi – 0 p.

• Zadanie 16

$3(x^2+4) - x(5-x) - 2x(2x-2) + x = \underline{3x^2} + 12 \underline{-5x} \underline{+x^2} \underline{-4x^2} \underline{+4x+x} = 12$ co należało uzasadnić

Zauważamy, że po redukcji wyrazów wyrażenie przyjmuje wartość 12 i nie zależy od wartości x.

Punktacja:
2 p. – w pełni poprawne rozwiązanie
1 p. – poprawne wymnożenie jednomianów przez sumy; błędy w redukcji wyrazów podobnych

• Zadanie 17

Warto zapisać zależności między cyframi w układzie dziesiątkowym:

s	d	j	szukana liczba	
x	$x-2$	$x+3$		$x \in \{1, 2, 3, \dots 9\}$ ale jedności i dziesiątki to też cyfry od 0 do 9 i są zależne od x.
2	0	5	205	Zatem $x \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$
3	1	6	316	
4	2	7	427	**Odp.**: Jest 5 takich liczb: 205, 316, 427, 538 i 649.
5	3	8	538	
6	4	9	649	

Punktacja:
3 p. – w pełni poprawne rozwiązanie
2 p. – poprawne uwzględnienie obu zależności (*pomiędzy cyfrą setek i jedności oraz cyfrą setek i dziesiątek*) i podanie ilości liczb spełniających podane warunki (*bez wymienienia tych liczb*) lub poprawne uwzględnienie obu zależności (*pomiędzy cyfrą setek i jedności oraz cyfrą setek i dziesiątek*) i wypisanie co najmniej czterech poprawnie wyznaczonych liczb
1 p. – wypisanie obu zależności pomiędzy cyframi lub poprawne wypisanie co najmniej trzech poprawnie wyznaczonych liczb

• Zadanie 18

Dla graniastosłupa I

$$P_{P_I} = 6 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \underline{6\sqrt{3}(j^2)}$$

d => krótsza przekątna podstawy

$$d = \underline{2\sqrt{3} = H_I}$$

$$V_I = P_{P_I} \cdot H_I$$

$$V_I = 6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = \underline{36(j^3)}$$

Dla graniastosłupa II

Jeśli w podstawie jest trójkąt prostokątny równoramienny o przeciwprostokątnej długości 4, to na podstawie własności trójkąta o kątach 45°, 45°, 90° (lub na podstawie tw. Pitagorasa) można obliczyć, że $a = 2\sqrt{2}$. Zatem możemy obliczyć pole tego trójkąta:
$Pp_{II} = 4\ (j^2)$
Jeśli $V_I = V_{II}$ to $36 = 4 \cdot H_{II}$ => $\boldsymbol{H_{II} = 9}$

$$\frac{H_{II}}{H_I} = \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$ => tyle razy H_{II} jest dłuższa od H_I

Odp.: H_{II} jest dłuższa od H_I $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ razy.

Punktacja
3 p. – w pełni poprawne rozwiązanie
2 p. – poprawne obliczenie przekątnej d, objętości V_I oraz poprawne wykorzystanie własności trójkąta o kątach 45°, 45°, 90° (lub twierdzenia Pitagorasa) dla graniastosłupa II
1 p. – poprawne obliczenie objętości V_I

• Zadanie 19

Rozwiązanie

Najpierw obliczamy wartość podanego wyrażenia, korzystając z własności potęg. Następnie – uwzględniając, że trzecia część wartości to to samo, co jedna trzecia tej wartości – obliczymy tę jedną trzecią.

$$2^3 \cdot \frac{9^4 \cdot 27^5}{81^5} = 8 \cdot \frac{3^8 \cdot 3^{15}}{3^{20}} = 8 \cdot \frac{3^{23}}{3^{20}} = 8 \cdot 3^3$$

Teraz obliczamy jedną trzecią tej wartości: $\frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 3^3 = 8 \cdot 3^2 = \mathbf{72}$

Odp.: Trzecia część wartości podanego wyrażenia jest równa 72.

Punktacja:
2 p. – za w pełni poprawne rozwiązanie
1 p. – za poprawną zamianę na potęgi o podstawie 3 i ich uproszczenie

• Zadanie 20

Rozwiązanie:

a) Wędrówkę w dół rozpoczęli o godzinie 8:15, a zakończyli o 9:45. Potem była 15-minutowa przerwa i o 10:00 ruszyli pod górę. Schodzili zatem półtorej godziny. Jeśli w tym czasie pokonali 6 km, to oznacza, że ich prędkość była równa 4 km/godz.
b) Należy obliczyć, ile kilometrów pokonali, idąc w górę. Szli z prędkością 2 km/godz. przez 4,5 godz., bo w czasie dwóch przerw – 2 razy po 15 min – odpoczywali. Pokonali zatem 9 km, idąc w górę. Łącznie przeszli 9 km + 6 km = 15 km.
Odp.: a) 4 km/godz.; b) 15 km

Punktacja
2 p. – za dwie poprawne odpowiedzi
1 p. – za jedną poprawną odpowiedź

• Zadanie 21

Rozwiązanie

Dla każdej z tych figur obliczamy liczbę zewnętrznych ścian sześcianów; każda ściana sześcianu ma pole równe 2^2 cm^2 = 4 cm^2.
$Pc_1 = 34 \cdot 2^2 = 136$ cm^2; $Pc_2 = 38 \cdot 2^2 = 152$ cm^2; $Pc_3 = 34 \cdot 2^2 = 136$ cm^2
Odp.: Największą powierzchnię całkowitą ma bryła na rysunku 2 i jest równa 152 cm^2.

Punktacja:
3 p. – w pełni poprawne rozwiązanie
2 p. – za poprawne obliczenie pola powierzchni całkowitej utworzonej bryły bez wskazania tej, której powierzchnia jest największa lub inny poprawny sposób wskazania, że figura na rys. 2 ma największe pole, ale brak jego obliczenia
1 p. – za poprawne obliczenie pola powierzchni całkowitej co najmniej dwóch z przedstawionych brył