Matematik C-niveau

Matematik Universet
Skriftlig eksamen i matematik C HF gammel ordning

december 2019

NB: Løsningerne er ikke garanteret fejlfrie.
Løsningerne skal bruges til indlæring, så det handler om ikke at skrive af. Løsningerne i denne pdf-fil er lavet vha. WordMat og GeoGebra.

Opgave 1.

a) Tallet b bestemmes vha. indsættelse af punktet $(-1,4)$ i $y = -2x + b$,

$$4 = -2 \cdot (-1) + b.$$

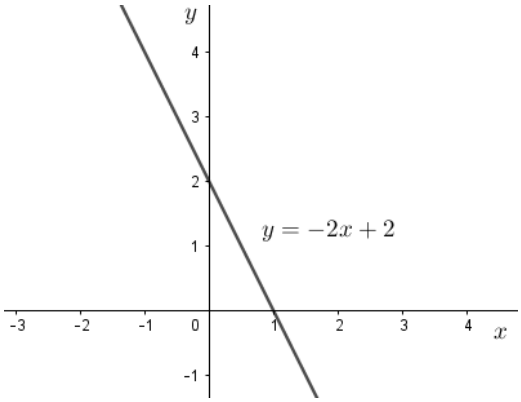
$\Updownarrow$ *Ligningen løses for b vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$b = 2.$$

Ifølge beregningen i WordMat er $b = 2$, så den endelige lineære funktion er,

$$y = -2x + 2.$$

I GeoGebra tegnes funktionen.



Opgave 2.

a) Man får oplyst,

$$K_0 = 7000, \qquad n = 5, \qquad r = 2.4\% = 0.024.$$

Ved hjælp af renteformlen kan man beregne K_5.

$$K_5 = 7000 \cdot (1 + 0.024)^5 \approx 7881.299.$$

Efter 5 år står der ca. 7881.3kr på Sonjas konto.

b) Her får man oplyst $K_8 = 6122$, $r = 2.4\% = 0.024$ og $n = 8$.
Ved hjælp af renteformlen kan man beregne K_5.

$$6122 = K_0 \cdot (1 + 0.024)^8.$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for K_0 vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$K_0 = 5064.$$

Så Ahmed indsatte 5064kr på sin konto ifølge beregningen i WordMat.

Opgave 3.

Skemaet er konstrueret.

Årstal	2014	2015	2016
Antal medlemmer (i tusinde)	165	x	210
Indekstal	100.0	103.9	y

a) Først beregnes antal medlemmer for 2015. Ligningen opstilles,

$$\frac{165}{100.0} = \frac{x}{103.9}.$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$x = 171.435.$$

Ifølge beregningerne var der 171.435 medlemmer i år 2015. Indekstallet for år 2016 beregnes. Ligningen opstilles,

$$\frac{171.435}{103.9} = \frac{210}{y}.$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for y vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$y = 127.2727.$$

Ifølge beregningerne var indekstallet på 127.2727 i år 2016. Afrundet er tabellen,

Årstal	2014	2015	2016
Antal medlemmer (i tusinde)	165	171.4	210
Indekstal	100.0	103.9	127.3

Opgave 4. Uden WordMat's trekantsløser

a) Vinkel A bestemmes.

$$A = 180^o - 50^o - 100^o = 30^o.$$

Med denne vinkel kan sinusrelationerne anvendes.

$$\frac{\sin(30)}{3} = \frac{\sin(50)}{|AC|}.$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for |AC| vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$|AC| = 4.596267.$$

Dvs. $|AC| = 4.6m$ er skyggen.

b) Følger af spørgsmål a). Vinkel $A = 30^o$. Manden danner en "linje" som er ret, dvs. $D = 90^o$. Manden er 2 meter høj, så der er oplysninger til en retvinklet trekant. Dermed kan man ved formlen $|AD| = h/\tan(A)$. Her er $A = 30^o$ og $h = 2m$.

$$|AD| = \frac{2}{\tan(30)} \approx 3.464102.$$

Alternativt brug sinusrelationerne,

$$\frac{\sin(30)}{2} = \frac{\sin(90-30)}{|AD|}.$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for |AD| vha. CAS-værktøjet WordMat.*

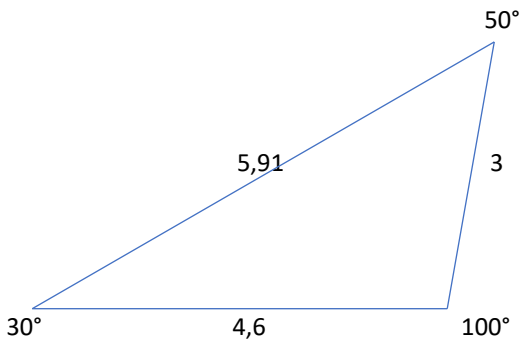
$$|AD| = 3.464102.$$

Dvs. $|AD| = 3.46$. Dermed er $|DC| = |AC| - |AD| = 4.6 - 3.46 = 1.14m$.

Opgave 4. Med WordMat's trekantsløser

a) Oplysningerne indsættes i WordMat's trekantsløser. Teksten er blå.

WordMat's trekantsløser anvendes med input: B = 50° , C = 100° , a = 3



A = 30°
B = 50°
C = 100°

a = 3
b = 4.596267
c = 5.908847

Vinkel A findes vha. vinkelsum = 180° i en trekant

$$A = 180° - B - C = 180° - 50° - 100° = 30°$$

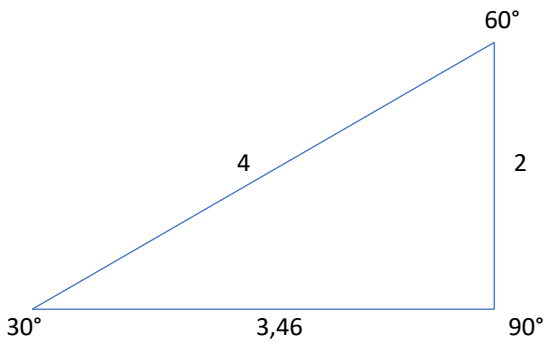
Længden af siderne b og c findes vha. sinusrelationer

$$b = a \cdot \frac{\sin(B)}{\sin(A)} = 3 \cdot \frac{\sin(50°)}{\sin(30°)} = 4{,}596267$$
$$c = a \cdot \frac{\sin(C)}{\sin(A)} = 3 \cdot \frac{\sin(100°)}{\sin(30°)} = 5{,}908847$$

Dvs. $|AC| = b = 4.6m$ er skyggen.

b) Følger af spørgsmål a). Vinkel $A = 30^o$. Manden danner en "linje" som er ret, dvs. $D = 90^o$. Manden er 2 meter høj, så der er oplysninger til en retvinklet trekant. Ved WordMat's trekantsløser bestemmes længden $|AD|$.

WordMat's trekantsløser anvendes med input: A = 30° , D = 90° , a = 2



A = 30°
B = 60°
D = 90°

a = 2
b = 3,464102
d = 4

Vinkel B findes vha. vinkelsum = 180° i en trekant

$$B = 180° - A - D = 180° - 30° - 90° = 60°$$

Længden af siden b findes vha. tangens

$$b = \frac{a}{\tan(A)} = \frac{2}{\tan(30)} = 3{,}464102$$

Længden af siden d findes vha. sinus

$$d = \frac{a}{\sin(A)} = \frac{2}{\sin(30)} = 4$$

Dvs. $|AD| = 3.46$. Dermed er $|DC| = |AC| - |AD| = 4.6 - 3.46 = 1.14m$.

Opgave 5.

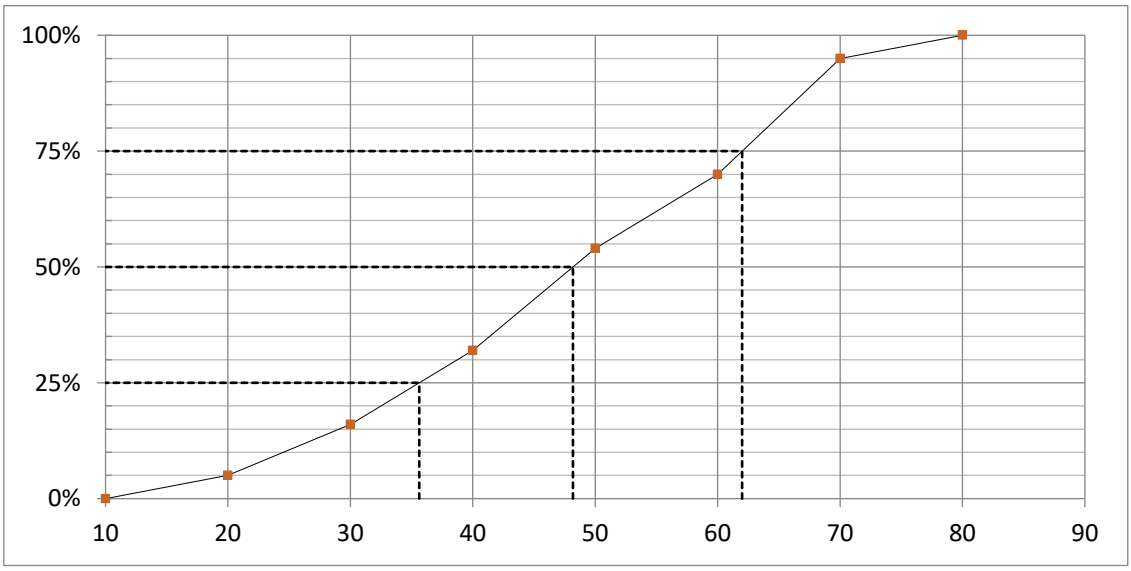
a) Kvartilsættet bestemmes ud fra bilaget.

$$Aarhus = [24, \quad 36, \quad 55].$$

b) Vha. WordMat kan man lave en sumkurve. De kumulerede frekvenser bestemmes.

Alder	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
Andel	5%	11%	16%	22%	16%	25%	5%
Kumuleret	5%	16%	32%	54%	70%	95%	100%

Disse indtastes i Excel.



Kvartilsættet er,

$$AarhusSupermarked = [35.625, \quad 48.182, \quad 62].$$

Kommentar: Det ses, at andelen af borgerne der kommer i supermarkedet, ikke helt matcher andelen af borgerne i Aarhus by. Medianen, dvs. 50% fra andelen af borgerne i Aarhus by matcher meget nedre kvartil, dvs. 25% af andelen af kunder i supermarkedet.

Opgave 6.

a) Hvis $R = 80$ og $r = 60$, så er

$$A = \pi^2 \cdot (80^2 - 60^2) \approx 27634.89.$$

Dvs. overfladearealet af en bilslange er $27634.89cm^2 = 2.763489m^2$.

b) Den ydre radius R beregnes.

$$35000 = \pi^2 \cdot (R^2 - 60^2).$$

$\Updownarrow$ *Ligningen løses for R vha. CAS-værktøjet WordMat.*

$$\cancel{R = -84.53544} \quad \vee \quad R = 84.53544.$$

Det negative resultat forkastes. (Hvorfor?). Dermed er ydre radius $R = 84.5cm$.

Opgave 7.

a) Man indsætter $x = 35766$ i modellen.

$$y = 1.518 \cdot 35766^{0.9321} \approx 26641.67$$

Dvs. driftsomkostningerne i år 2015 var 26641.67kr.

b) Her er $r_x = 20\% = 0.2$, så er r_y ukendt.

$$r_y = (1 + 0.2)^{0.9321} - 1 \approx 0.185236$$

Dvs. $r_y = 0.185 = 18.5\%$.

Så hvis vandmængden øges med 20% øges driftsomkostningerne med 18.5% ifølge modellen.

Opgave 8.

a) Man indsætter $x = 20$ i modellen.

$$y = 1000 \cdot 1.072^{20} \approx 4016.943$$

Så efter 20 timer vil der være 4017 bakterier ifølge modellen.

b) Fordoblingstiden bestemmes.

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(1.072)} \approx 9.969602$$

Dvs. fordoblingstiden er ca. 9.97 timer, tæt på 10 timer.

c) Her er tallet $b = 600$, dvs. 600 bakterier til tidspunktet $x = 0$. På 15 timer, dvs. $x = 15$, er antallet af bakterier 6000. Dermed er,

$$a = \sqrt[15-0]{\frac{6000}{600}} \approx 1.165914$$

Fordoblingstiden bestemmes.

$$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(1.165914)} \approx 4.51546$$

Dvs. fordoblingstiden er ca. 4.5 timer, væsentlig hurtigere med 21 grader celsius end 13 grader celsius.