# Ortvay 1982

1. Egy függőleges tengelyű kúpra hurokkal ellátott súlyt akasztunk. Mekkora kúpszög esetén csúszik le a hurok a csúcsról? A súrlódást és a hurok tömegét hanyagoljuk el!

(II. évfolyam)

2. Számítsuk ki az ábrán látható $N$ darab egyforma kondenzátorból és tekercsből álló véges hálózat eredő impedanciáját! Vizsgáljuk meg az $N \to \infty$ határátmenetet!

(II. évfolyam)

3. Egy rugón $A$ amplitúdóval leng egy homokzsák. Hogyan változik az amplitúdó, ha a zsák lyukas, és ezért lassan folyik ki a homok?

(II. évfolyam)

4. Az idegrendszer folytonos modelljeiben a gátló és gerjesztő sejtek aktivitásának a frekvenciája $(\nu_1, \nu_2)$ a környező sejtek aktivitási frekvenciájától függ a következő módon:
1. A gerjesztők növelik, a gátlók csökkentik az aktivitását.
2. A kialakuló frekvencia a környezetben lévő sejtek frekvenciájával arányos.
3. A gátló sejtek messzebbre hatnak, mint a gerjesztők, de az összeköttetés valószínűsége mindkét esetben lecseng a távolsággal.

Egy homogén kétdimenziós rétegben milyen stacionárius aktivitás jöhet létre állandó, a rétegben egyenletes külső inger hatására? Elemezd a csatolási erősségek és a dimenziószám hatását a spontán kialakuló aktivitás-mintázatra!

(II.,III. évfolyam)

5. Milyen alakú a vízszintes üveglapra helyezett higanycsepp? Vizsgáljuk meg az alak stabilitását nagy, lapos cseppek esetén!

(II.,III. évfolyam)

6. Adjuk meg a hőmérséklet stacionárius eloszlását egy gömb belsejében, ha egy $\vartheta_0$ szöggel jellemzett gömbsüveg felületét $T_0$, a gömb felszínének fennmaradó részét zérus hőmérsékleten tartjuk!

(III. évfolyam)

7. Az ábrán vázolt, a paláston $u$ kerületi sebességgel forgó, egyforma $R$ sugarú hengerek között $\eta$ viszkozitású (sűrű) folyadék balról jobbra folyik. A hengerek közötti legkisebb távolság (az $x = 0$ helyen) $y = 2H_0$.

a./ Lássuk be, hogy az $x = 0$ környezetében a Navier-Stokes egyenlet az alábbi formára egyszerűsödik!

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

($P$ a hidrosztatikai nyomás.)

b./ Tekintsük ismertnek az áramlás térfogati sebességét:

$$Q = \int_{-H_0}^{H_0} v_x(x=0)dy$$

Határozzuk meg és ábrázoljuk a hidrosztatikai nyomást az $x$ függvényében!

c./ Készítsünk kvalitatív rajzokat a sebességprofilról ($v_x(y)$) különböző $x$ értékeknél, és magyarázzuk meg az ábrán berajzolt cirkuláció kialakulását!

Hiányzó kép

(III. évfolyam)

8. Szilárd felületekhez tapadó kétatomos molekulák forgási szabadsági fokát a következő modellel lehet leírni:

$$V(\vartheta, \phi) = \begin{cases} 0 & \text{ha } \vartheta \leq \beta,\ 0 \leq \phi \leq 2\pi \\ \infty & \text{ha } \vartheta > \beta \end{cases}$$

(végtelen kónuszos potenciálvölgybe zárt térbeli rotátor)
Határozzuk meg az energiasajátértékeket és sajátfüggvényeket!
Vizsgáljuk a $\beta = \pi/2$ esetet!

(IV. évfolyam)

9. A vas szobahőmérsékleten tércentrált köbös, $910°C$ fölött lapcentrált köbös szerkezetű kristályt alkot; az átalakulási hő $253 cal/mól$. $0,1\%$ szén szennyezés esetén hogyan változik meg az átalakulási hőmérséklet? A szén az $fcc$ fázisban lényegesen jobban oldódik, mint a $bcc$-ben.

(IV. évfolyam)

10. Egy anyag $\epsilon^*$ dielektromos állandója és $\sigma^*$ vezetőképessége meghatározható úgy, hogy belőle egy darabot egy kondenzátor lemezei közé helyezünk, és mérjük a kondenzátor impedanciáját. A geometriai tényezők ismeretében egy adott $f = \omega/2\pi$ frekvencián az impedanciából $\epsilon^*(\omega)$ és $\sigma^*(\omega)$ kiszámítható.
Milyen lesz a mért $\epsilon^*(\omega)$, $\sigma^*(\omega)$, ha az anyag $\epsilon_0 = 1$ dielektromos állandójú szigetelő közegbe ágyazott $\epsilon$ dielektromos állandójú, $\sigma$ vezetőképességű gömbökből áll? $\epsilon$ és $\sigma$ nem függ $\omega$-tól, a gömbök száma térfogategységenként $\rho$, és sugaruk $r$. A mágneses permeabilitás mindenütt $\mu = 1$, és a minta jellemző $l$ mérete sokkal kisebb, mint $c/\omega$, továbbá $r \ll l$. Először feltételezhetjük, hogy $r^3 \ll \rho^{-1}$.

(A III. és IV. évesektől ezt már teljes megoldásnak fogadjuk el.)
Vizsgáljuk az $\epsilon \ll \sigma/\omega$, $\epsilon \gg \sigma/\omega$ és a $c/\sqrt{2\pi\sigma\omega} \ll r$, $c/\sqrt{2\pi\sigma\omega} \gg r$ határeseteket!

(III.,IV.,V. évfolyam)

11. Írjuk fel a Schrödinger-egyenletet háromdimenziós töltött harmonikus oszcillátorra homogén, időfüggő elektromos tér ($\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos \omega t$), és konstans mágneses tér ($\mathbf{B}$) jelenlétében! Keressük meg a Schrödinger-egyenlet pontos megoldásait! Adjuk meg azt az unitér transzformációt, amely a hullámfüggvény különböző mértékekben érvényes alakjait köti össze!

(IV.,V. évfolyam)

12. Számítsuk ki egy $v$ sebességgel mozgó $g$ mágneses töltésű részecske fékeződését anyagban!

(IV.,V. évfolyam)

13. Oldjuk meg a Boltzmann-egyenletet vékony (csaknem kétdimenziós) fémrétegre, ha a szóródás a felületen rugalmas és diffúz, vagyis szórás után a részecske változatlan abszolút értékű sebességének az iránya tetszőleges. Mekkora lesz a réteg fajlagos vezetőképessége, ha a réteg belsejében történő ütközések $l$ szabad úthossza állandó, és a réteg $a$ vastagsága ennél lényegesen kisebb? Hogyan viszonylik a fajlagos vezetőképesség megváltozása az $e^2/\hbar$ "kvantumellenálláshoz"?

(V. évfolyam)

14. Egydimenziós bozonok $c\delta(x_i - x_j)$ potenciállal hatnak kölcsön, ahol $x_i$ az $i$-edik részecske koordinátája, és $\delta(x)$ a Dirac-féle delta-függvény. Mutassuk meg, hogy a $c \to \infty$ limeszben ez a rendszer ekvivalenssé válik egy szabad Fermi-rendszerrel!

(V. évfolyam)

15. Az $x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n)$ leképezésnél $(0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq \lambda \leq 4)$ $\lambda = 3,57\ldots$-nél van az első perióduskétszerező bifurkációk torlódási pontja. Ezek után páratlan számú fixpontokból álló határciklusok jelentkeznek a kaotikus tartományon belül.
Mutassuk meg, hogy a hárompontos ciklus $\lambda_3 = 1 + \sqrt{8}$-nál kezdődik!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

16. a./ Mi okozza a vihar előtti csöndet?

b./ Az egyébként pontos mechanikus órák magas hegyekben valamennyit sietni szoktak. Miért?

c./ Egyenes drótot fogjunk be a satuba, és a végénél fogva hajlítsuk meg! Miért a satu melletti résznél görbül el? Mitől függ a görbület?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

17. Konstruálj olyan egybolygós naprendszert, ahol a bolygó északi félgömbjén állandóan nyár van, a délin állandóan tél! (Az évszakok földi értelemben értendők, a

bolygón van nyári napkelte, téli hajnal, stb. is.) Állítsd be a paramétereket úgy, hogy az év és a nap hossza, az egyenlítői átlaghőmérséklet, talajszinti nyomás és gravitációs gyorsulás egyezzen meg a földivel!
Van-e a bolygón élet? Találkozhat-e a jegesmedve az oroszlánnal? Mekkora a legnagyobb szárazföldi állat? Mekkora a legnagyobb bazalthegy? Mekkora területet borít állandóan jég? Befagy-e az északi-sarki óceán? Eljuthat-e Kolumbus Amerikába (feltéve, hogy a bolygón van Kolumbus, és van Amerika)? Mekkorák a szárazföldi táblák? Milyenek a mérsékelt-övi ciklonok? Elvégezhető-e Eratoszthenész mérése? Mit állapít meg Galilei a Pisai ferde toronyban?
Vizsgálj meg egyéb planetoszintetikus és planetoanalitikus részleteket!

(II.,III. évfolyam)

18. Próbáld meg kidolgozni az 1/3 spinű részecskék elméletét! Milyen világban lehetségesek ilyen objektumok?

(IV.,V. évfolyam)