

Önsöz

Bu kitap, 1972 yılında basılan "Mühendisler İçin Mekanik Cilt II Dinamik" isimli çeviride mevcut 1179 çözülmemiş problemin, tam ve sistemli olarak yapılan çözümlerinin toplanmasından meydana gelmiştir. Böylece okuyucunun elinde çok sayıda çözümlü problemin bulunmasıyla, konuların daha iyi ve etraflı bir şekilde anlaşılması olanağı sağlanmış olmaktadır.

Bu kitapta çözümleri verilen problemlerin metinleri, esas çeviride mevcut olup, toplam olarak, 154 sayfa tutmaktadır. Bu metinlerin çözüm kitabına da aynen geçirilmesi halinde eserin hacmi ve maliyeti artacağından, burada soruların tekrar basılmasından vazgeçilmiştir. Ayrıca Dinamik kitabının yurdumuzda mevcut modern tipo ve ofset tekniklerinden yararlanarak uzun süren titiz bir çalışma sonucu basılmış olmasına karşılık; çözüm kitabının baskısı için daha basit bir teknik uygulanmış, ve çözümler el ile yazılarak filme almak suretiyle basılmıştır.

Kitapta mevcut çözümlere, esas Dinamik kitabında bulunan problemlerin numaraları aynen verilerek, okuyucunun çeviri ile kolayca bağlantı kurması sağlanmıştır. Böylece okuyucu, Dinamik kitabında seçtiği herhangi bir problemin numarasını bu kitapta, o problemin çözümünün başında aynen bulacaktır. Ayrıca problemlerin esas kitapta verilen metinlerinde, baskı sırasında elimizde olmayan nedenlerle yapılmış olan tektük nümerik hatalar, çözüm esnasında düzeltilmiştir.

Dinamik kitabının baskısından sonra, Beer ve Johnston'un, Prof.Dr.Fikret Keskinel ve Doç.Dr.Tekin Özbek tarafından çevirilen, "Mühendisler İçin Mekanik Cilt I Statik" adlı eseri İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi tarafından yayınlanmıştır. Bu şekilde yurdumuzda öğretim yapan Teknik Üniversiteler, Akademiler ve diğer Yüksek Teknik Öğretim kurumlarının hemen bütün fakülte ve bölümlerinde, "Mühendislik Mekanik" adı altında okutulan Statik ve Dinamik konularını, uygulamaları ile birlikte inceleyen tüm iki eser türkçeye çevrilmiş olmaktadır. Okuyucunun yararına sunduğumuz bu eserleri, daha yeni ve iyilerinin izlemesi en içten dileğimizdir.

Sacit Tameroğlu, Tekin Özbek

Kitabın her hakkı saklıdır ve Birsen Yayınevi'ne aittir. Bu kitabın tamamı veya herhangi bir bölümü yayınevinin yazılı izni olmaksızın yayınlanamaz, taksir notu haline getirilemez, fotokopi vb. şekilde çoğaltılamaz.

ISBN 975 - 511 - 019 - 4

1

1.1 $S = 2t^3 - 15t^2 + 36t - 10$
 $V = \frac{dS}{dt} = 6t^2 - 30t + 36$
 $a = \frac{dV}{dt} = 12t - 30$
 $t = 4 \text{ san de:}$
 $S = 2(4)^3 - 15(4)^2 + 36(4) - 10 = 22 \text{ m}$
 $V = 6(4)^2 - 30(4) + 36 = 12 \text{ m/san}$
 $a = 12(4) - 30 = 18 \text{ m/san}^2$

1.2 $S = 2t^3 - 15t^2 + 36t - 27$
 $V = \frac{dS}{dt} = 6t^2 - 30t + 36$
 $a = \frac{dV}{dt} = 12t - 30$
 $V = 0 \text{ iken } 6t^2 - 30t + 36 = 0$
 $t^2 - 5t + 6 = 0$
 $(t-3)(t-2) = 0$
 $t = 2 \text{ san veya } t = 3 \text{ san için } V = 0 \text{ dir.}$
 $t = 2 \text{ san için } S = 2(2)^3 - 15(2)^2 + 36(2) - 27 = 1 \text{ m}$
 $a = 12(2) - 30 = -6 \text{ m/san}^2$
 $t = 3 \text{ san için } S = 2(3)^3 - 15(3)^2 + 36(3) - 27 = 0$
 $a = 12(3) - 30 = 6 \text{ m/san}^2$

1.3 $S = t^3 - 9t^2 + 15t + 5$
 $V = \frac{dS}{dt} = 3t^2 - 18t + 15$
 $a = \frac{dV}{dt} = 6t - 18$
(a) $V = 0 \text{ için } 3t^2 - 18t + 15 = 0$
 $3(t-1)(t-5) = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ san veya } t = 5 \text{ san}$
(b) $a = 0 \text{ için } 6t - 18 = 0$
 $6(t-3) = 0 \Rightarrow t = 3 \text{ san}$
 $t = 3 \text{ san için } S = (3)^3 - 9(3)^2 + 15(3) + 5 = -4 \text{ m}$
Gidilen toplam yolu bulmak için $t = 1 \text{ san de } V = 0$ olduğu hatırlanır ve aşağıdaki aralıklar göz önüne alınır:
 $t = 0 \text{ dan } t = 1 \text{ san kadar:}$
 $S_1 = (1)^3 - 9(1)^2 + 15(1) + 5 = 12 \text{ m}$
 $S_0 = 5$
Alınan yol $= S_1 - S_0 = 12 - 5 = 7 \text{ m} \rightarrow$
 $t = 1 \text{ san dan } t = 3 \text{ san kadar: } S_1 = 12 \text{ m, } S_3 = -4 \text{ m}$
Alınan yol $= S_3 - S_1 = -4 - 12 = -16 \text{ m} \leftarrow$
Alınan toplam yol $= 7 \text{ m} + 16 \text{ m} = 23 \text{ m}$

1.4 Prob 1.3 den $V = 15 \text{ m/san}$
 $3t^2 - 18t + 15 = 15$
 $3t^2 - 18t = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ ve } t = 6 \text{ san}$
 $t = 6 \text{ san deki konum:}$
 $S_6 = (6)^3 - 9(6)^2 + 15(6) + 5 = -13 \text{ m}$
Prob 1.3 den $t = 1 \text{ san ve } t = 5 \text{ san için } V = 0 \text{ dir.}$
 $S_5 = (5)^3 - 9(5)^2 + 15(5) + 5 = -20 \text{ m}$
 $S_0 = 5 \text{ m, } S_1 = 12 \text{ m}$
 $0 < t < 1 \text{ san: Uzaklık} = S_1 - S_0 = 12 - 5 = 7 \text{ m} \rightarrow$
 $1 \text{ san} < t < 5 \text{ san: Uzaklık} = S_5 - S_1 = -20 - 12 = -32 \text{ m} \leftarrow$
 $5 \text{ san} < t < 6 \text{ san: Uzaklık} = S_6 - S_5 = -13 - (-20) = 7 \text{ m} \rightarrow$
Alınan toplam yol $= 7 + 32 + 7 = 46 \text{ m}$

1.5 $\frac{dv}{dt} = a = -5 \text{ m/san}^2$
 $\int_{20}^t dv = \int_{0}^t -5 dt$
 $v = 20 - 5t \quad v = 20 - 5t$
 $\frac{ds}{dt} = v = 20 - 5t \quad \int_0^5 ds = \int_0^5 (20 - 5t) dt$
 $S = 20t - \frac{5}{2} t^2$
 $t = 6 \text{ san iken } S_6 = 20(6) - \frac{5}{2}(6)^2 = 30 \text{ m}$
 $V_6 = 20 - 5(6) = -10 \text{ m/san}$
 $V = 0 \text{ iken}$
 $v = 0 = 20 - 5t \quad t = 4 \text{ san}$
 $S_4 = 20(4) - \frac{5}{2}(4)^2 = 40 \text{ m}$
 $0 < t < 4 \text{ san: Uzaklık} = S_4 - S_0 = 40 - 0 = 40 \text{ m} \rightarrow$
 $4 \text{ san} < t < 6 \text{ san Uzaklık} = S_6 - S_4 = 30 - 40 = -10 \text{ m} \leftarrow$
Alınan toplam yol $= 40 + 10 = 50 \text{ m}$

1.6 $a = kt$ (1)
 $\frac{dv}{dt} = kt$
 $\int_{-5}^v dv = \int_0^t kt dt$
 $v + 5 = \frac{1}{2} kt^2 \quad v = \frac{1}{2} kt^2 - 5$ (2)
 $\frac{ds}{dt} = v = \frac{1}{2} kt^2 - 5$
 $\int_{S_0}^s ds = \int_0^t (\frac{1}{2} kt^2 - 5) dt$
 $S = \frac{1}{6} kt^3 - 5t + S_0$ (3)
(2) de $t = 3, V = 0$ koyarak
 $0 = \frac{1}{2} k(3)^2 - 5 \quad k = 2 \text{ m/san}^2$
(3) de $t = 3, S = 0$ ve $k = 2$ koyarak
 $0 = \frac{1}{6}(2)(3)^3 - 5(3) + S_0 \quad S_0 = 18 \text{ m}$
(1), (2) ve (3) de $k = 2, S_0 = 18 \text{ m}$ koyarak
 $a = 2t \quad v = t^2 - 5$
 $S = \frac{1}{3} t^3 - 5t + 18$

1.7 $a = kt^2$ (1)
(a) $\frac{dv}{dt} = kt^2$ (2)
 $\int_{-32}^v dv = \int_0^t kt^2 dt$
 $32 - (-32) = \frac{1}{3} k(t)^3 \quad k = 3 \text{ m/san}^3$
(b) (1) de $k = 3$ koyarak $a = 3t^2$
 $\frac{dv}{dt} = a = 3t^2$
 $\int_{-32}^v dv = \int_0^t 3t^2 dt$
 $v - (-32) = t^3 \quad v = t^3 - 32$
 $\frac{ds}{dt} = v = t^3 - 32$
 $\int_0^5 ds = \int_0^5 (t^3 - 32) dt$
 $S = \left[\frac{t^4}{4} - 32t \right]_0^5 = \frac{625}{4} - 32(5) = \frac{625}{4} - 160 = \frac{625 - 640}{4} = -\frac{115}{4}$
 $S = -\frac{115}{4} - 32(5) + 64$

1.8 $a = 9 - 3t^2$
 $\frac{dv}{dt} = 9 - 3t^2$
 $\int_0^t dv = \int_0^t (9 - 3t^2) dt$
 (a) $v = 9t - t^3$
 $v=0$ iken $0 = 9t - t^3$ $t = 3$ san
 (b) $\frac{ds}{dt} = v = 9t - t^3$
 $\int_{-3}^s ds = \int_0^t (9t - t^3) dt$
 $s - (-3) = \frac{9}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^4$
 $s = -3 + \frac{9}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^4$
 $t = 3$ iken $s_3 = -3 + \frac{9}{2}(3)^2 - \frac{1}{4}(3)^4$ $s_3 = 17,25$ m
 $t = 4$ iken $s_4 = -3 + \frac{9}{2}(4)^2 - \frac{1}{4}(4)^4$ $s_4 = 5$ m
 $v_4 = 9(4) - (4)^3$ $v_4 = -28$ m/san
 (c) Gidilen toplam yol
 $0 < t < 3$ san : Uzaklık $s_3 - s_0 = 17,25 - (-3) = 20,25$ m $\rightarrow$
 $3 \text{ san} < t < 4 \text{ san}$: Uzaklık $s_4 - s_3 = 5 - 17,25 = -12,25 = 12,25$ m $\rightarrow$
 Gidilen toplam yol = $20,25 + 12,25 = 32,5$ m

1.9 $a = -ks$ $v \frac{dv}{ds} = -ks$ $\int_{15}^0 v dv = -\int_{15}^0 ks ds$
 $\left| \frac{1}{2}v^2 \right|_{15}^0 = -\left| \frac{1}{2}ks^2 \right|_{15}^0$ $-\frac{1}{2}(15)^2 = -\frac{1}{2}k(3)^2$ $k = 25 \text{ san}^2$

1.10 $a = 25 - 3s^2$ $v \frac{dv}{ds} = 25 - 3s^2$
 $\int_0^s v dv = \int_0^s (25 - 3s^2) ds$ $\frac{1}{2}v^2 = 25s - s^3$
 (a) $s = 2$ m de $\frac{1}{2}v^2 = 25(2) - (2)^3$
 $v^2 = 84$ $v = \pm 9,17$ m/san
 (b) $v = 0$ için $0 = 25s - s^3$
 $0 = s(25 - s^2)$ $s = 5$ m
 Not: Diğer $s = -5$ m kökü, başlangıç şartları
 $s = 0$ da $v = 0$ olduğu zaman, erişilemeyen bir
 konumu gösterir.
 $a = 0 = 25 - 3s^2$ $s = 2,89$ m

1.11 $a = -\frac{k}{s}$
 $t = 0$ da, $s = +2$ m, $a = -3 \text{ m/san}^2$, $v = +4$ m/san
 $-3 = -\frac{k}{2}$ $k = 6$ $\therefore a = -\frac{3}{s}$
 $v \frac{dv}{ds} = a = -\frac{3}{s}$ $\int_4^v v dv = \int_2^s -\frac{3}{s} ds$
 $\left| \frac{1}{2}v^2 \right|_4^v = -6 \left| \ln s \right|_2^s$
 $\frac{1}{2}(v^2 - 16) = -6 \ln \frac{s}{2}$
 (a) $s = 3$ m için : $\frac{1}{2}(v^2 - 16) = -6 \ln \frac{3}{2} = -6(0,4055)$
 $v^2 = 11,134$ $v = \pm 3,34$ m/san
 (b) $v = 0$ için : $\frac{1}{2}(0 - 16) = -6 \ln \frac{s}{2}$
 $\frac{4}{3} = \ln \frac{s}{2}$
 $\frac{s}{2} = 3,793$ $s = 7,59$ m

1.12 $a = -\frac{k}{s^2}$ $v \frac{dv}{ds} = -\frac{k}{s^2}$ (1)
 $\int_0^s v dv = -k \int_{10}^s \frac{1}{s^2} ds$ $\frac{1}{2}v^2 = -k \left[-\frac{1}{s} \right]_{10}^s = k \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{10} \right)$ (2)
 (a) $s = 5$ m iken $v = 4$ m/san olduğundan
 $\frac{1}{2}(4)^2 = k \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right)$ $k = 80 \text{ cm}^2/\text{san}^2$
 Not: Denk. (1) göz önünde tutularak birimler
 bulunur.
 $a = -\frac{k}{s^2}$; $\frac{\text{cm}}{\text{san}^2} = \frac{k}{\text{cm}^2}$ $\therefore k$ nin birimi cm^2/san^2
 Denk (2) den
 $\frac{1}{2}v^2 = 80 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{10} \right)$
 $s = 1$ cm için
 $\frac{1}{2}v^2 = 80 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{10} \right) = 80 \left(\frac{9}{10} \right)$
 $v^2 = 144$ $v = 12$ cm/san

1.13 $a = -0,002 v^2$
 $v \frac{dv}{ds} = -0,002 v^2$
 $\int_{10}^0 \frac{dv}{v} = -0,002 \int_0^s ds$ $\ln v - \ln v_0 = -0,002 s$
 $s = 500 \ln \frac{v_0}{v}$
 (a) $v = v_0/2$ için $s = 500 \ln \frac{v_0}{v_0/2} = 500 \ln 2 = 500(0,6931)$
 $s = 347$ m
 (b) $v = 0$ için $s = 500 \ln \frac{v_0}{0} = 500 \ln \infty = \infty$
 Maaddesel nokta hiç durmayacaktır. $s = \infty$

1.14 $a = -20v$
 (a) $v \frac{dv}{ds} = -20v$
 $v = 200$ m/san için $s = 0$ seçilirse $\int_{200}^0 v dv = -20 \int_0^s ds$
 $-200 = -20s$
 Maaddesel noktanın hareketi $s = 10$ m
 (b) $a = -20v$
 $\frac{dv}{dt} = -20v$
 $\int_{200}^v \frac{dv}{v} = -20 \int_0^t dt$
 $\ln v - \ln 200 = -20t$
 $t = \frac{1}{20} \ln \frac{200}{v}$
 Maaddesel noktanın durması için, $v = 0$ konulur
 $t = \frac{1}{20} \ln \frac{200}{0} = \frac{1}{20} \ln \infty$ $t = \infty$

(c) Hızın, başlangıç hızının %1 i kadar olması
 için, $v = 0,01 v_0$ konulur
 $t = \frac{1}{20} \ln \frac{v_0}{0,01 v_0} = \frac{1}{20} \ln 100 = \frac{1}{20}(4,605) = 0,230$ san
 Not: Sonuç v_0 dan bağımsızdır. $t = 0,230$ san

1.15 (a) $s = f(v)$ ve ayrı olarak $t = g(v)$ bulalım
 $a = -kv^{1,5}$ $a = -kv^{1,5}$
 $v \frac{dv}{ds} = -kv^{1,5}$ $\frac{dv}{dt} = -kv^{1,5}$
 $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^{1,5}} = -\int_{s_0}^s k ds$ $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^{1,5}} = -\int_{t_0}^t k dt$
 $2 \left| \frac{1}{\sqrt{v}} \right|_{v_0}^v = -ks$ $-2 \left| \frac{1}{\sqrt{v}} \right|_{v_0}^v = -kt$
 $2(\sqrt{v} - \sqrt{v_0}) = -ks$ $2 \left(\frac{1}{\sqrt{v}} - \frac{1}{\sqrt{v_0}} \right) = -kt$
 $2 \left(\frac{1}{\sqrt{v}} - \frac{1}{\sqrt{v_0}} \right) = -kt$

Son iki denklem taraf tarafa bölünürse

$\frac{1}{\sqrt{v_0}} = \frac{t}{s}$ veya $\frac{s}{t} = \sqrt{v_0 v}$
 (b), (a) şikkından : $2(\sqrt{v} - \sqrt{v_0}) = -ks$
 $v_0 = 100$ m/san ; $v = 0$ da $s = 5$ m olduğundan
 $2(\sqrt{0} - \sqrt{100}) = -k(5)$ $k = 4 \text{ m}^{-1/2} \text{ san}^{-1/2}$

1.16 (a) $a = g(1 - k^2 v^2)$
 $\frac{dv}{dt} = g(1 - k^2 v^2)$
 $\int_0^v \frac{dv}{1 - (kv)^2} = \int_0^t g dt$
 $\int \frac{du}{1 - u^2} = Th^{-1}u$ olduğundan $\frac{1}{k} \int_0^v \frac{k dv}{1 - (kv)^2} = \int_0^t g dt$
 $\left| \frac{1}{k} Th^{-1}(kv) \right|_0^v = gt$
 $kv = Th \tanh kt$ $v = \frac{1}{k} Th \tanh kt$

(b) $a = g(1 - k^2 v^2)$
 $v \frac{dv}{ds} = g(1 - k^2 v^2)$ $\int_0^s \frac{v dv}{1 - (kv)^2} = \int_0^s g ds$
 $\int \frac{du}{1 - u^2} = \ln u$ olduğundan, $u = 1 - (kv)^2$ seçerek
 $du = -2k^2 v dv$
 $-\frac{1}{2k^2} \int_0^s \frac{-2k^2 v dv}{1 - (kv)^2} = \int_0^s g ds$
 $\left| -\frac{1}{2k^2} \ln[1 - (kv)^2] \right|_0^v = gs$
 $\ln \frac{1 - (kv)^2}{1} = -2k^2 gs$
 $1 - (kv)^2 = e^{-2k^2 gs}$
 $v^2 = \frac{1}{k^2} \left[1 - e^{-2k^2 gs} \right]$

(c) s nin büyük değerleri için $e^{-2k^2 gs} \approx 0$ olur.
 Böylece minimum hızı erişilir; bu $v_m = \frac{1}{k}$ dir.
 Maksimum hız nesninin hızıdır.

1.17 $s = A \sin(pt + \phi)$
 $v = \frac{ds}{dt} = Ap \cos(pt + \phi)$
 $a = \frac{dv}{dt} = -Ap^2 \sin(pt + \phi)$
 (a) $t = 0$ iken $s_0 = A \sin \phi$ $\sin \phi = s_0/A$ (1)
 $v_0 = Ap \cos \phi$ $\cos \phi = v_0/Ap$ (2)
 $\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{s_0/A}{v_0/Ap}$ $\tan \phi = \frac{s_0 p}{v_0}$
 (b) $\sin(pt + \phi)$ birden büyük olamayacağından
 s nin maksimum değeri A olur.
 Böylece $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$
 $\left(\frac{s_0}{A} \right)^2 + \left(\frac{v_0}{Ap} \right)^2 = 1$ $A = \sqrt{s_0^2 + (v_0/p)^2}$

1.18 $\frac{dv}{dt} = a = k \sin \pi t/T$
 (a) $\int_0^t dv = \int_0^t k \sin \pi t/T dt$
 $v = -\left| k \frac{T}{\pi} \cos \frac{\pi t}{T} \right|_0^t$
 $v = k \frac{T}{\pi} (1 - \cos \pi t/T)$
 $\int_0^s ds = \int_0^t v dt = k \frac{T}{\pi} \int_0^t (1 - \cos \pi t/T) dt$
 $s = k \frac{T}{\pi} \left(t - \frac{T}{\pi} \sin \pi t/T \right) = \frac{kT^2}{\pi^2} \left(\frac{\pi t}{T} - \sin \frac{\pi t}{T} \right)$
 (b) $\cos \frac{\pi t}{T} = -1$ ise $v_{\max} = 2k \frac{T}{\pi}$
 (c) $t = 2T$, $\sin \frac{\pi(2T)}{T} = \sin 2\pi = 0$
 $s = k \frac{T}{\pi} (2T + 0)$ $s = 2k \frac{T^2}{\pi}$
 (d) Ortalama hız $t = 0$ dan $t = 2T$ ye kadar
 $\Delta s = 2k \frac{T^2}{\pi}$ $\Delta t = 2T$
 $v_{\text{ort}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2kT^2/\pi}{2T}$ $v_{\text{ort}} = k \frac{T}{\pi}$

1.19 $a = v \frac{dv}{dr} = -g \frac{R^2}{r^2}$
 $\int_{v_0}^v v dv = -gR^2 \int_{R}^r \frac{dr}{r^2}$
 $\left| \frac{1}{2}v^2 \right|_{v_0}^v = gR^2 \left| \frac{1}{r} \right|_R^r$
 $\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = gR^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$
 $v^2 = 2gR$
 $v_0 = \sqrt{2gR}$
 Not: Kaçış hızı, başlangıç hızının doğrultu-
 sundan bağımsızdır (bkz 88/3)
 Bu problemde r dünyanın merkezinden
 ölçülür. Prob. 1.20 de yerçekim ivmesi, dünya
 yüzünden ölçülen uzaklık cinsinden ifade
 edilmiştir.

$$v \frac{dv}{dy} = a = -\frac{9,81}{\left(1 + \frac{y}{(6,37)10^6}\right)^2}$$

$$\int_0^y v dv = \int_0^y \frac{-9,81}{\left(1 + \frac{y}{(6,37)10^6}\right)^2} dy$$

$$\frac{1}{2} v^2 \Big|_0^y = \left(\frac{(9,81) (6,37) (10^6)}{1 + \frac{y}{(6,37)10^6}} \right) \Big|_0^y$$

$$y = \frac{V_0^2}{19,62 - \frac{V_0^2}{(6,37)10^6}}$$

$$(a) V_0 = 500 \text{ m/san} \quad y = \frac{25(10^6)}{19,62 - \frac{25(10^6)}{(6,37)10^6}} = 12760 \text{ m}$$

$$(b) V_0 = 5000 \text{ m/san} \quad y = \frac{25(10^6)}{19,62 - \frac{25(10^6)}{(6,37)10^6}} = 1593 \text{ km}$$

$$(c) V_0 = 11180 \text{ m/san} \quad y = \frac{(11180)^2}{19,62 - \frac{(11180)^2}{(6,37)10^6}} = \infty$$

$$*1.21 \quad v \frac{dv}{ds} = a = -k \tan \frac{\pi s}{2L}$$

$$\int_0^s v dv = -k \int_0^s \tan \frac{\pi s}{2L} ds = -k \int_0^s \frac{\sin \frac{\pi s}{2L}}{\cos \frac{\pi s}{2L}} ds$$

$$\frac{1}{2} v^2 \Big|_0^s = \left(\frac{2L}{\pi} k \ln \left(\cos \frac{\pi s}{2L} \right) \right) \Big|_0^s$$

$$\frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = \frac{2L}{\pi} k \ln \left(\cos \frac{\pi s}{2L} \right)$$

$$v^2 = v_0^2 + \frac{4Lk}{\pi} \ln \left(\cos \frac{\pi s}{2L} \right)$$

Not $\cos \frac{\pi s}{2L} < 1$, $\ln \left(\cos \frac{\pi s}{2L} \right) < 0$ ve $v < v_0$ olduğu için $v=0$ olunca yer koordinatları maksimum olur.

$$0 = v_0^2 + \frac{4Lk}{\pi} \ln \left(\cos \frac{\pi s_{maks}}{2L} \right)$$

$$v_0^2 = -\frac{4Lk}{\pi} \ln \left(\cos \frac{\pi s_{maks}}{2L} \right)$$

$$L = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}, k = 300 \text{ m/san}^2 \text{ için}$$

$$v_0^2 = -\frac{4(0,3)300}{\pi} \ln \left(\cos \frac{\pi s_{maks}}{2(0,3)} \right)$$

$$v_0^2 = -114,60 \ln \left(\cos \frac{\pi s_{maks}}{0,6} \right)$$

$$(a) s_{maks} = 0,15 \text{ m için}$$

$$v_0^2 = -114,6 \ln \left(\cos \frac{\pi}{4} \right) = -114,6 \ln (0,707)$$

$$v_0^2 = -114,6 (-0,346) = 39,65$$

$$v_0 = 6,3 \text{ m/san}$$

$$(b) s_{maks} = 0,30 \text{ m için}$$

$$v_0^2 = -114,6 \ln \left(\cos \frac{\pi}{2} \right) = -114,6 \ln (0) = -114,6 (\infty)$$

$$v_0^2 = \infty$$

$S = s_{maks}$ ise ivme maksimum dur.

$$(a) \text{ halinde } a_{maks} = -k \tan \frac{\pi s}{2L} = -300 \tan \frac{\pi}{4} = -300 \text{ m/san}^2$$

$$(b) \text{ halinde } a_{maks} = -k \tan \frac{\pi s}{2L} = -300 \tan \frac{\pi}{2} = -\infty$$

Sunu işaret edelim ki her V_0 için $s_{maks} < L$ dir.

*1.22 (a) $a = -g \frac{R^2}{r^2}$ olduğuna ve r ise dünyanın merkezinden ölçüldüğüne göre,

$$r = 2R \text{ iken } v = 0$$

$$r = R \text{ iken } v = V$$

$$v \frac{dv}{dr} = a = -g \frac{R^2}{r^2}$$

$$\int_0^V v dv = -g R^2 \int_{2R}^R \frac{dr}{r^2}$$

$$\frac{1}{2} V^2 = +g R^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right) \quad (1)$$

$$r = R \text{ de } v^2 = 2g R^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right) \quad v = \sqrt{gR}$$

$$R = 6370000 \text{ m}, g = 9,81 \text{ cm/san}^2$$

$$v = \sqrt{9,81 (6370000)} = \sqrt{62483700} = 7910 \text{ m/san}$$

$$(b) (1) \text{ denkleminde: } v^2 = 2g R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2R} \right)$$

$$\frac{dr}{dt} = -\sqrt{2g R^2 \left(\frac{2R-r}{2Rr} \right)} = -\sqrt{gR} \sqrt{\frac{2R-r}{r}} \quad (\text{aşağıdaki nota bkz.})$$

$$-\int_{2R}^R \sqrt{\frac{r}{2R-r}} dr = \sqrt{gR} \int_0^t dt = \sqrt{gR} t \quad (2)$$

integraller tablosunu kullanarak

$$\int \sqrt{\frac{p+x}{2-x}} dx = -\sqrt{p+x} \sqrt{2-x} - (p+x) \sin^{-1} \sqrt{\frac{2-x}{p+x}} \quad (3)$$

$p=0$ ve $z=2R$ olduğu hatırlanırsa (2) denkleminde

$$\int \sqrt{gR} t = -\sqrt{r} \sqrt{2R-r} - (2R) \sin^{-1} \sqrt{\frac{2R-r}{2R}} \Big|_{2R}^R$$

$$\sqrt{gR} t = \left[\sqrt{R} \sqrt{R} + (2R) \sin^{-1} \sqrt{\frac{R}{2R}} - 0 - 0 \right]$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{gR}} \left[R + 2R \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} \right] = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{g}} \left[1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \right] = \sqrt{\frac{R}{g}} (2,571)$$

$$R = 6370000 \quad g = 9,81 \text{ m/san}^2$$

$$t = \sqrt{\frac{6370000}{9,81}} (2,571) = 2072 \text{ san} = 34,5 \text{ dakika}$$

*Not V aşağı doğru olduğundan ve r nin pozitif yönü yukarı doğru seçildiğinden işaret negatif alınmıştır.

$$*1.23 \quad \int_0^V v dv = -g R^2 \int_{R_0}^R \frac{dr}{r^2}$$

$$\frac{1}{2} V^2 = g R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_0} \right) = g R^2 \left(\frac{R - R_0}{r R_0} \right)$$

Not: V aşağı doğru olduğundan ve pozitif r yukarı doğru seçildiğinden negatif işaret konulmuştur.

Prob. 1.22 de denk. (3) de bu hal için $p=0, z=2R$ olduğundan

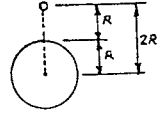
$$\sqrt{2g \frac{R^2}{r_0}} t = -\left[\sqrt{r} \sqrt{R-r} - (R) \sin^{-1} \sqrt{\frac{R-r}{R}} \right] \Big|_0^R$$

$$\sqrt{2g \frac{R^2}{r_0}} t = \left[\sqrt{r(R-r)} + R \sin^{-1} \sqrt{\frac{R-r}{R}} - 0 - 0 \right]$$

$r=R$ olunca maddesel nokta dünyaya çarpar. Buna karşı gelen t ise

$$t = \sqrt{\frac{R}{2gR^2}} \left[\sqrt{R(R-R)} + R \sin^{-1} \sqrt{\frac{R-R}{R}} \right]$$

$$t = \sqrt{\frac{r_0}{2g}} \left[\sqrt{\frac{r_0}{R}} - 1 + \frac{r_0}{R} \sin^{-1} \sqrt{1 - \frac{R}{r_0}} \right]$$



1.24 $S_0=0$ için düzgün değişen hareket

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$a) \quad 200 = 0 + v_0 (20) + \frac{1}{2} (0,5) (20)^2$$

$$200 = 20 v_0 + 100 \quad v_0 = 5 \text{ m/san}$$

$$b) \quad t = 20 \text{ san ise}$$

$$v = v_0 + at$$

$$v_{son} = 5 + (0,5) 20 \quad v_{son} = 15 \text{ m/san}$$

$$c) \quad S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$S = 0 + 5(10) + \frac{1}{2} (0,5) (10)^2 \quad S_{10} = 75 \text{ m}$$

1.25 Düzgün değişen hareket

$v_0 = 5 \text{ m/san}$ Başlangıç yer düzeyinde ve pozitif yön yukarı doğru alınıyor.

$a = -9,81 \text{ m/san}^2$, $v_0 = 5 \text{ m/san}$
 $S_0 = \text{Asansörün başlangıç yüksekliği}$
 $S = \text{Asansörün } t \text{ tiki yüksekliği}$

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$(a) \quad t = 3 \text{ san için } S = 0$$

$$0 = S_0 + 5(3) + \frac{1}{2} (-9,81) (3)^2$$

$$0 = S_0 + 15 - 44,14 \quad S_0 = 29,14 \text{ m}$$

$$(b) \text{ Son hız}$$

$$v = v_0 + at \quad v = 5 + (-9,81) 3 \quad v = -24,43 \text{ m/san}$$

$$\text{Kontrol } v^2 = v_0^2 + 2a(S - S_0) \therefore v^2 = (5)^2 + 2(-9,81)(0 - 29,14)$$

$$v^2 = 25 + 571,73 = 596,73$$

$$v = 24,43 \text{ m/san}$$

1.26 Düzgün değişen hareket

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2, \quad v = v_0 + at$$

$$v_0 = 0, S_0 = 0 \text{ konulursa}$$

$$S = \frac{1}{2} a t^2 \quad v = at$$

$$a) \text{ Dünyada}$$

$$S = \frac{1}{2} a t^2 \quad 6 = \frac{1}{2} (9,81) t^2$$

$$t^2 = 1,223 \quad t = 1,106 \text{ san}$$

$$v = at$$

$$v = (9,81) (1,106) \quad v = 10,85 \text{ m/san}$$

$$b) \text{ Ayda}$$

$$S = \frac{1}{2} a t^2 \quad 6 = \frac{1}{2} (1,62) t^2$$

$$t^2 = 7,407 \quad t = 2,72 \text{ san}$$

$$v = at$$

$$v = (1,62) (2,72) \quad v = 4,406 \text{ m/san}$$

c) Resim sayısı ay ve dünyadaki hızlar veya zamanlarla orantılı olarak artar:

$$\frac{n}{24} = \frac{2,72}{1,106} \text{ veya } \frac{n}{24} = \frac{10,85}{4,406} \quad n = 59,1$$

1.27 Düzgün değişen hareket

$$S_0 = 0 \quad v_0 = 80 \text{ km/saat} = 22,22 \text{ m/san}$$

$$a) \quad S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$t = 15 \text{ için } S = 250 \text{ m}$$

$$250 = 0 + 22,2(15) + \frac{1}{2} a (15)^2 \quad a = -0,74 \text{ m/san}^2$$

$$b) \quad v = v_0 + at$$

$$t = 15 \text{ olduğundan}$$

$$v = 22,22 + (-0,74) (15) \quad v = 11,12 \text{ m/san}$$

1.28 (a)

Taşın $v_0=0$ ile su yüzüne düşmesi için gerekli zaman t ile gösterilirse

$$\text{Taş düşüyor: } S = \frac{1}{2} (9,81) t^2$$

$$\text{Ses geliyor: } S = 340 (4,7 - t)$$

$$S \text{ yol ediliirse}$$

$$9,81 t^2 + 680 t - 3196 = 0$$

$$\text{Pozitif kök: } t = 4,421 \text{ san}$$

Su derinliği:

$$S = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (9,81) (4,421)^2 \quad S = 95,86 \text{ m}$$

(b) Taş kuyuya v_0 hızı ile atılıyor

Sesin gelmesi için gerekli zaman

$$\frac{S}{v_{ses}} = \frac{95,86}{340} = 0,282 \text{ san}$$

Toplam zaman = 4,3 san olduğundan, taşın suya erişmesi için gerekli zaman

$$t = 4,3 - 0,282 = 4,018 \text{ san}$$

Taşın alacağı yol, (a) şikkından $S = 95,86 \text{ m}$

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$95,86 = v_0 (4,018) + \frac{1}{2} (9,81) (4,018)^2$$

$$v_0 = 4,15 \text{ m/san}$$

1.29 Sekseninin başlangıcı için ilk konumunda ve pozitif yönü aşağı doğru seçilsin.

Asansörün hareketi
 $(v_0)_0 = 0$
 $v_0 = (v_0)_0 + at = v_0$ (1)
 $S_0 = 0$ (2)

Taşın hareketi
 $(v_0)_0 = v_0$
 $v_0 = (v_0)_0 + at$ (3)
 $S_t = \frac{1}{2} g t^2$ (4)

Düzgün değişen $a = g$, $(v_0)_0 = 0$

(a) Taş asansöre çarpıyor: $S_t = S_0$

$$(2) \text{ ve } (4) \text{ den: } v_0 t = \frac{1}{2} g t^2 \quad t = \frac{2v_0}{g} \quad (5)$$

$$\text{Bağıl hız} = v_t - v_0$$

$$(1) \text{ ve } (3) \text{ den, } t = \frac{2v_0}{g} \text{ ile, } (5) \text{ den}$$

$$\text{Bağıl hız} = g t - v_0 = g \left(\frac{2v_0}{g} \right) - v_0 = v_0$$

(b) $v_0 = 5 \text{ m/san}$ için

$$(5) \text{ den, } t = \frac{2v_0}{g} \text{ için taş asansöre çarpmaktadır}$$

$$t = \frac{2v_0}{g} = \frac{2(5 \text{ m/san})}{9,81}$$

$$t = 1,019 \text{ san}$$

$$t = 1,019 \text{ san için}$$

$$S_a = v_0 t = (5 \text{ m/san}) (1,019) = 5,095 \text{ m}$$

$$\text{veya } S_t = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} (9,81 \text{ m/san}^2) (1,019)^2 = 5,095 \text{ m}$$

Buna göre taş, asansörün taşa ilk vurduğu noktadan 5,095 m aşağıda asansöre çarpır.

1.30 Trafik ışığında başlayan düzgün değişen hareket. Başlangıç trafik ışığında alınıyor.

A otomobili: $t=0$ da $a_A = 1 \text{ m/s}^2$ lik ivme ile harekete başlıyor

$$V_A = (V_A)_0 + a_A t \quad V_A = (1)t \quad (1)$$

$$S_A = (S_A)_0 + (V_A)_0 t + \frac{1}{2} a_A t^2 \quad S_A = \frac{1}{2} (1)t^2 \quad (2)$$

B otomobili: $t=2$ san de $a_B = 1.3 \text{ m/s}^2$ ivmesi ile harekete başlıyor

$$V_B = (V_B)_0 + b(t-2) \quad V_B = (1.3)(t-2) \quad (3)$$

$$S_B = (S_B)_0 + (V_B)_0(t-2) + \frac{1}{2} b(t-2)^2 \quad S_B = \frac{1}{2} (1.3)(t-2)^2 \quad (4)$$

$S_A = S_B$ olduğu anda B, A'ya yetişir

(2) ve (4) den

$$\frac{1}{2} t^2 = \frac{1}{2} (1.3)(t-2)^2$$

Her iki tarafın karekökünü alırsak

$$t = \sqrt{1.3(t-2)} \quad t = \frac{2\sqrt{1.3}}{\sqrt{1.3}-1} = 16.28 \text{ san}$$

(2) den:

$$S_A = \frac{1}{2} (16.28)^2 = S_A = 132.5 \text{ m}$$

veya (4) den

$$S_B = \frac{1}{2} (1.3)(16.28-2)^2 = S_B = 132.5 \text{ m}$$

(b) $t = 16.28$ daki hızlar

$$(1) \text{ den } V_A = 16.28 (1) \quad V_A = 16.28 \text{ m/san}$$

$$(2) \text{ den } V_B = 1.3(16.28-2) \quad V_B = 18.56 \text{ m/san}$$

1.31 Başlangıç çeşme ve pozitif yönü aşağı doğru olan düzgün değişen hareket

A damlası: $t=0$ da düşmeye başlıyor

$$s = 0.25 \text{ m olunca zaman } S_A = \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$0.25 = \frac{1}{2} (9.81) t_1^2 \quad t_1^2 = \frac{0.50}{9} = \frac{1}{18.62}$$

B damlası: $t=t_1$ oluncu düşmeye başlıyor

$$S_B = \frac{1}{2} g (t-t_1)^2$$

A ve B damlaları arasındaki uzaklık 0.75 m oluncu

$$S_A - S_B = 0.75$$

$$\frac{1}{2} g t^2 - \frac{1}{2} g (t-t_1)^2 = 0.75$$

$$\frac{1}{2} g t^2 - \frac{1}{2} g t^2 + g t t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 0.75$$

$$t \text{ yi çözersek } t = \frac{1}{g t_1} (0.75 + \frac{1}{2} g t_1^2)$$

$$S_A = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{g t_1^2} (0.75 + \frac{1}{2} g t_1^2)^2$$

$$t_1^2 = \frac{1}{2g} \text{ veya } 2g t_1^2 = 1 \text{ olduğu hatırlanırsa}$$

$$S_A = \frac{1}{2} (0.75 + \frac{1}{4})^2 = 1 \text{ m}$$

A damlası 1 m düşer.

Not: iki damlanın bağıl hızı sabittir

$$V_A = g t \quad V_B = g(t-t_1)$$

$$\text{Bağıl hız} = V_A - V_B = g t_1 = \text{Sabit}$$

1.32 İlk damlanın 100 m. yol alarak asansöre vurması için gerekli zaman

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \quad 100 = \frac{1}{2} (9.81) t^2 \quad t = 4.515 \text{ san}$$

ikinci damla 1 san sonra hareket ediyor ve ilk damlanın vurmasından Δt saniye sonra asansöre vuruyor. Bu zaman $(t-1+\Delta t)$ dir. Bu süre içinde ikinci damlanın gittiği yol.

$$S_2 = \frac{1}{2} (9.81) (t-1+\Delta t)^2 \quad (1)$$

Fakat Δt zaman aralığındada asansör 10 Δt kadar yukarı çıkıyor. O halde 2. damlanın asansöre çarpma kadar asansörün aldığı yol.

$$S_a = 100 - V_a \Delta t = 100 - 10 \Delta t \quad (2)$$

Buna göre $S_2 = S_a$ olduğundan

$$100 - 10 \Delta t = \frac{1}{2} (9.81) (t-1+\Delta t)^2$$

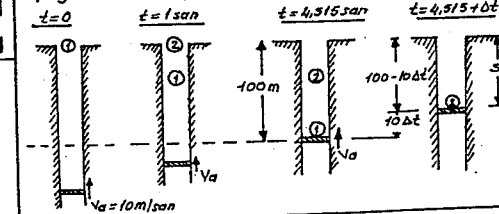
$$t = 4.515 \text{ olduğuna göre}$$

$$100 - 10 \Delta t = \frac{1}{2} (9.81) (3.515 + \Delta t)^2$$

$$\Delta t = 0.812 \text{ san}$$

$$S_a = 100 - 10(0.812) = 91.88 \text{ m}$$

1. damla çarptıktan 0.812 san sonra 2. damla çarpar. Asansör bu anda zeminden 91.88 m aşağıdadır. Olayın safhaları aşağıda görülmektedir.



1.33 Prob. 1.32 deki çözümün aynısıdır. Yalnız V_a aşağı doğrudur.

$$S_a = 100 + V_a \Delta t = 100 + 10 \Delta t$$

$$S_2 = S_a = \frac{1}{2} g (t-1+\Delta t)^2 = 100 + 10 \Delta t$$

$$\frac{9.81}{2} (3.515 + \Delta t)^2 = 100 + 10 \Delta t$$

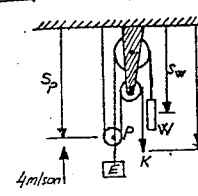
$$\Delta t \text{ çözüldürse:}$$

$$\Delta t = 1.281 \text{ san}$$

$$S_a = 100 + 10(1.281) = 112.81 \text{ m}$$

1. damla çarptıktan 1.281 san sonra ikinci damla çarpar ve bu anda asansör zeminden 112.81 m aşağıdadır.

1.34 a) Pozitif yönü aşağı doğru seçelim.



$$2S_P + S_K = \text{Sabit}$$

$$2V_P + V_C = 0$$

$$\text{Fakat}$$

$$V_P = V_E = -4 \text{ m/san}$$

$$\text{Böylece}$$

$$2(-4) + V_C = 0$$

$$V_C = +8 \text{ m/san}$$

b) $S_P + S_W = \text{Sabit}$

$$V_P + V_W = 0 \quad V_W = -V_P = +4 \text{ m/san} \quad V_W = 4 \text{ m/san}$$

c) K'nin E'ye göre bağıl hızı

$$V_{K/E} = V_C - V_E = 8 - (-4) = 12 \text{ m/san}$$

d) W'nin E'ye göre bağıl hızı

$$V_{W/E} = V_W - V_E = 4 - (-4) = 8 \text{ m/san}$$

1.35 Prob. 1.34 deki resime bakarak W karşıt ağırlığının hareketi

$$S_W = \frac{1}{2} a_W t^2 \quad 10 \text{ m} = \frac{1}{2} a_W (5)^2$$

$$a_W = 0.8 \text{ m/san}^2 \quad a_W = 0.8 \text{ m/san}^2$$

(a) $S_W + S_P = \text{Sabit}$ olduğundan

$$V_W + V_P = 0 \text{ ve } a_W + a_P = 0$$

$$\text{Oysa } a_E = a_P = -a_W = -0.8 \text{ m/san}^2 \quad a_E = 0.8 \text{ m/san}^2$$

$$2S_P + S_K = \text{Sabit} \quad 2a_P + a_K = 0$$

$$a_K = -2a_P = -2(-0.8) = 1.6 \text{ m/san}^2$$

$$a_K = 1.6 \text{ m/san}^2$$

(b) Asansörün hızı: $V_E = (V_E)_0 + a_E t$

$$V_E = 0 + (-0.8)5 = -4 \text{ m/san} \quad V_E = 4 \text{ m/san}$$

1.36 Pozitif yönü aşağı doğru seçelim

$$a) V_W = 30 \text{ cm/san} = +30 \text{ cm/san}$$

$$V_A = V_W \quad V_A = 30 \text{ cm/san}$$

$$\text{Kablunun AB kısmı}$$

$$S_W + S_B = \text{Sabit}$$

$$V_W + V_B = 0 \quad V_B = -V_W$$

$$V_B = -30 \text{ cm/san} \quad V_B = 30 \text{ cm/san}$$

$$\text{Kablunun ABC kısmı}$$

$$2S_W + (S_W - S_C) = \text{Sabit}$$

$$3V_W - V_C = 0 \quad V_C = 90 \text{ cm/san}$$

$$\text{Kablunun CP kısmı}$$

$$S_C + S_P = \text{Sabit} \quad V_C + V_P = 0 \quad V_P = -V_C = 90 \text{ cm/san}$$

$$V_D = V_P, \quad V_D = 90 \text{ cm/san} \quad V_D = 90 \text{ cm/san}$$

$$\text{b) P'nin W'ye göre bağıl hızı}$$

$$V_{P/W} = V_P - V_W = -90 - 30 = -120 \text{ cm/san}$$

$$V_{P/W} = 120 \text{ cm/san}$$

$$\text{c) B'nin C'ye göre bağıl hızı}$$

$$V_{B/C} = V_B - V_C = -30 - 90 = -120 \text{ cm/san}$$

$$V_{B/C} = 120 \text{ cm/san}$$

1.37 Pozitif yön aşağı doğru seçiliyor

Kablunun tümü için

$$3S_W + S_P = \text{Sabit}$$

$$3V_W + V_P = 0$$

$$3a_W + a_P = 0$$

$$a_P = -3a_W$$

$$\text{P'nin W'ye göre bağıl hızı}$$

$$a_{P/W} = a_P - a_W = -3a_W - a_W$$

$$a_{P/W} = -4a_W$$

(a) $t = 5$ san için $V_{P/W} = 0.75 \text{ m/san}$ ise

$$V_{P/W} = (V_{P/W})_0 + a_{P/W} t \quad 0.75 = 0 + a_{P/W} \cdot 5$$

$$a_{P/W} = 0.15 \text{ m/san}^2$$

(4) den $a_{P/W} = -4a_W$

$$0.15 = -4a_W$$

$$a_W = -0.0375 \text{ m/san}^2 \quad a_W = 0.0375 \text{ m/san}^2$$

(3) den $a_P = -3a_W = -3(-0.0375) = 0.1125 \text{ m/san}^2$

$$a_P = 0.1125 \text{ m/san}^2$$

(b) $V_W = (V_W)_0 + a_W t$

$$V_W = 0 + (-0.0375)4 = -0.15 \text{ m/san} \quad V_W = 0.15 \text{ m/san}$$

$$S_W = (S_W)_0 + (V_W)_0 t + \frac{1}{2} a_W t^2$$

$$S_W = 0 + 0 + \frac{1}{2} (-0.0375)(4)^2 = -0.30 \text{ m} \quad S_W = 0.30 \text{ m}$$

1.38 A, B ve C için aşağıdaki yönleri pozitif olarak seçelim

$$\text{Tüm kablo}$$

$$2S_A + S_B + 2S_C = \text{Sabit}$$

$$2V_A + V_B + 2V_C = 0$$

$$2a_A + a_B + 2a_C = 0$$

A bloku Düzgün değişen hareket

$$a_A = 6 \text{ cm/san}^2 \rightarrow a_A = -6 \text{ cm/san}^2$$

$$V_A = (V_A)_0 + a_A t = 0 + (-6)t \quad V_A = -6t$$

$$S_A = (S_A)_0 + (V_A)_0 t + \frac{1}{2} a_A t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} (-6)t^2 \quad S_A = -3t^2$$

B bloku $a_B = 2t \text{ cm/san}^2 \quad a_B = 2t$

$$\frac{dV_B}{dt} = a_B = 2t \quad \int dV_B = \int 2t dt \quad V_B = t^2$$

$$\frac{dS_B}{dt} = V_B = t^2 \quad \int dS_B = \int t^2 dt \quad S_B = \frac{1}{3} t^3$$

(a) Denk. (1) den $V_C = -V_A - \frac{1}{2} V_B$

$$V_C = -(-6t) - \frac{1}{2} (t^2) = 6t - \frac{1}{2} t^2$$

$$V_C = 0 \text{ koyarak}$$

$$0 = 6t - \frac{1}{2} t^2$$

$$t \text{ ye göre çözersek } t=0 \text{ ve } t=12 \text{ san}$$

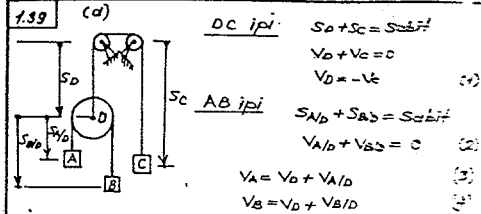
(b) $t=12$ san ise

$$S_A = -3t^2 = -3(12)^2 = -432 \text{ cm} \quad S_A = 432 \text{ cm}$$

$$S_B = \frac{1}{3} t^3 = \frac{1}{3} (12)^3 = 576 \text{ cm} \quad S_B = 576 \text{ cm}$$

$$S_C = -S_A - \frac{1}{2} S_B = -(-432) - \frac{1}{2} (576) = 144 \text{ cm}$$

$$S_C = 144 \text{ cm}$$



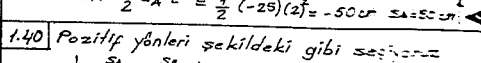
(3) ve (4) ü toplayarak
 $V_A + V_B = 2V_D + (V_{AB} - V_{BD})$

$V_{AB} + V_{BD} = 0$ olduğundan $V_A + V_B = 2V_D$
 (1) den $V_D = -V_C$ konularak $V_A + V_B = -2V_C$ (5)

(b) (5) den $V_A = -V_B - 2V_C$ ve türetilerek $2V_A = -2V_B - 2V_C$
 $a_B = 10 \text{ cm/s}^2$ ve $a_C = 7.5 \text{ cm/s}^2$ için

$a_A = -10 - 2(7.5) = -25 \text{ cm/s}^2$
 $t = 2 \text{ san}$ ise $V_D = a_A t = (-25)(2) = -50 \text{ cm/s}$
 $V_A = 50 \text{ cm/s}$
 $S_A = \frac{1}{2} a_A t^2 = \frac{1}{2} (-25)(2)^2 = -50 \text{ cm}$ $S_A = 50 \text{ cm}$

1.40 Pozitif yönleri şekildedeki gibi seçiyoruz



A ve B için pozitif yönler aynı seçildiğinden
 B'nin A'ya göre bağıl konumu
 $S_{B/A} = S_A + S_B$ (Pozitif yön seçildi)

böylece $V_{B/A} = V_A + V_B$
 Verilenler: $V_C = 25 \text{ cm/s}$ $V_{B/A} = 10 \text{ cm/s}$
 $V_C = 25 \text{ cm/s}$ $V_{B/A} = 10 \text{ cm/s}$

(1) Denk. $25 = -V_A - \frac{1}{2} V_B$
 (3) Denk. $10 = V_A + V_B$

$V_A = -60 \text{ cm/s}$ $V_B = 70 \text{ cm/s}$
 $V_B = 70 \text{ cm/s}$ $V_B = 70 \text{ cm/s}$

1.41 Prob. 1.39 a) bakarak Denk. (5) den
 $V_C = -\frac{1}{2} (V_A + V_B)$

A'nın C'ye göre bağıl hızı $= 30 \text{ cm/s}$
 $V_{AC} = V_A - V_C$
 $30 = V_A - V_C$ $V_A = V_C + 30$

B'nin C'ye göre bağıl hızı $= 10 \text{ cm/s}$
 $V_{BC} = V_B - V_C$
 $10 = V_B - V_C$ $V_B = V_C - 10$

Denk. (1) $V_C = -\frac{1}{2} (V_A + V_B)$
 (2) ve (3) kullanılarak $V_C = -\frac{1}{2} (V_C + 30 - V_C - 10)$

$V_C = -5 \text{ cm/s}$ $V_C = -5 \text{ cm/s}$
 $V_A = V_C + 30 = -5 + 30 = 25 \text{ cm/s}$ $V_A = 25 \text{ cm/s}$

$V_B = V_C - 10 = -5 - 10 = -15 \text{ cm/s}$ $V_B = -15 \text{ cm/s}$

1.42 Pozitif yön aşağı doğru (bkz. Şek. 1.9)
 $V_{C/B} = 7 \text{ m/s}$ $V_{C/B} = -7 \text{ m/s}$
 $V_C - V_B = -7$ (1)

$V_{A/B} = 6 \text{ m/s}$ $V_{A/B} = 6 \text{ m/s}$
 $V_A - V_B = 6$ (2)

Oysa Kıs. 1.6 dan:
 $2V_A + 2V_B + V_C = 0$ (3)

(1) den $V_C = V_B - 7$
 $V_C = V_B - 7$ (3) de yerlerine konularak

$2(V_B + 6) + 2V_B + V_B - 7 = 0$
 $V_B = -1 \text{ m/s}$ $V_B = 1 \text{ m/s}$

$V_C = V_B - 7 = -1 - 7 = -8 \text{ m/s}$ $V_C = 8 \text{ m/s}$
 $V_A = V_B + 6 = -1 + 6 = 5 \text{ m/s}$ $V_A = 5 \text{ m/s}$

1.43 $a \text{ (m/s}^2\text{)}$
 $+8$ $+4$ -5
 $t \text{ (san)}$

V nin değişimi $= a-t$ eğrisi altında kalan alan $V_0 = 24 \text{ m/s}$

$0 < t < 6$: $V_6 - V_0 = (+8)(6) = 48$ $V_6 = +24 \text{ m/s}$
 $6 < t < 10$: $V_{10} - V_6 = (+4)(4) = 16$ $V_{10} = +40 \text{ m/s}$
 $10 < t < 14$: $V_{14} - V_{10} = (-5)(4) = -20$ $V_{14} = +20 \text{ m/s}$
 $14 < t < t_1$: $V_{t_1} - V_{14} = (-5)(t_1 - 14)$

$t = t_1$ olunca $V_{t_1} = 0$ yapalım
 $0 - (+20) = (-5)(t_1 - 14)$ $t_1 = 18 \text{ san}$

S nin değişimi $= V-t$ eğrisi altında kalan alan $S_0 = 0$

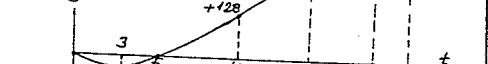
$0 < t < 3$: $S_3 - S_0 = \frac{1}{2} (-24)(3) = -36$ $S_3 = -36 \text{ m}$
 $3 < t < 6$: $S_6 - S_3 = \frac{1}{2} (+24)(3) = +36$ $S_6 = 0$
 $6 < t < 10$: $S_{10} - S_6 = \frac{1}{2} (+40)(4) = +80$ $S_{10} = +80 \text{ m}$
 $10 < t < 14$: $S_{14} - S_{10} = \frac{1}{2} (+20)(4) = +40$ $S_{14} = +120 \text{ m}$
 $14 < t < 18$: $S_{18} - S_{14} = \frac{1}{2} (-20)(4) = -40$ $S_{18} = +80 \text{ m}$
 $18 < t < 20$: $S_{20} - S_{18} = \frac{1}{2} (-10)(2) = -10$ $S_{20} = +70 \text{ m}$

(b) (a) şikkındaki eğriden okunarak
 $t = 14 \text{ san}$: $V_{14} = +20 \text{ m/s}$ $S_{14} = +120 \text{ m}$
 $t = 0$ den $t = 3 \text{ san}$ kadar: Gidilen yol $= 36 \text{ m}$
 $t = 3 \text{ san}$ den $t = 14 \text{ san}$ kadar: Gidilen yol $= (36 + 120) \text{ m}$
 Gidilen toplam yol $= 36 + 36 + 120 = 192 \text{ m}$

1.44 $V-t$ ve $S-t$ eğrileri için Prob. 1.43 e bkz
 $V-t$ ve $S-t$ eğrilerinden okunarak

(a) $t = 10 \text{ san}$ de $V_{maks} = +40 \text{ m/s}$

(b) $t = 18 \text{ san}$ de (V_0) : $S_{maks} = +288 \text{ m}$



(b) (a) şikkındaki eğriden okunarak
 $t = 14 \text{ san}$: $V_{14} = +20 \text{ m/s}$ $S_{14} = +120 \text{ m}$
 $t = 0$ den $t = 3 \text{ san}$ kadar: Gidilen yol $= 36 \text{ m}$
 $t = 3 \text{ san}$ den $t = 14 \text{ san}$ kadar: Gidilen yol $= (36 + 120) \text{ m}$
 Gidilen toplam yol $= 36 + 36 + 120 = 192 \text{ m}$

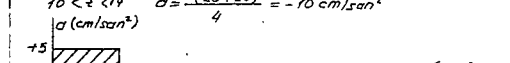
1.44 $V-t$ ve $S-t$ eğrileri için Prob. 1.43 e bkz
 $V-t$ ve $S-t$ eğrilerinden okunarak

(a) $t = 10 \text{ san}$ de $V_{maks} = +40 \text{ m/s}$

(b) $t = 18 \text{ san}$ de (V_0) : $S_{maks} = +288 \text{ m}$

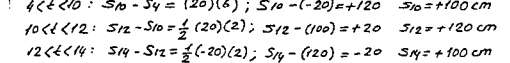
1.45 $a-t$ eğrisi: $V-t$ eğrisinin eğimlerini işaretliyerek $a-t$ eğrisi elde edilir.

$0 < t < 4$: $a = 20/4 = +5 \text{ cm/s}^2$
 $4 < t < 10$ ve $t > 14$: $a = 0$
 $10 < t < 14$: $a = \frac{(20+20)}{4} = -10 \text{ cm/s}^2$



$S-t$ eğrisi: S deki değişim $= V-t$ eğrisi altında kalan alan

$0 < t < 4$: $S_4 - S_0 = \frac{1}{2} (20)(4) = 40$ $S_4 = +40 \text{ cm}$
 $4 < t < 10$: $S_{10} - S_4 = (20)(6) = 120$ $S_{10} = +160 \text{ cm}$
 $10 < t < 12$: $S_{12} - S_{10} = \frac{1}{2} (20)(2) = 20$ $S_{12} = +180 \text{ cm}$
 $12 < t < 14$: $S_{14} - S_{12} = \frac{1}{2} (-20)(2) = -20$ $S_{14} = +160 \text{ cm}$
 $14 < t < 16$: $S_{16} - S_{14} = (-20)(2) = -40$ $S_{16} = +120 \text{ cm}$



(a) $0 < t < 12 \text{ san}$: Gidilen yol $= 60 + 120 = 180 \text{ cm}$
 $12 < t < 16 \text{ san}$: Gidilen yol $= 120 - 60 = 60 \text{ cm}$
 $0 < t < 16 \text{ san}$: Gidilen toplam yol $= 240 \text{ cm}$

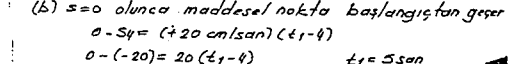
Not: Gidilen toplam yol $= V-t$ eğrisi altında kalan alan (t ekseninin ister sağında ister solunda olsun pozitif) $= 40 + 120 + 20 + 20 + 40 = 240 \text{ cm}$

(b) $s = 0$ olunca maddesel nokta başlangıçtan geçer
 $0 - S_4 = (+20 \text{ cm/s})(t_1 - 4)$
 $0 - (-20) = 20(t_1 - 4)$ $t_1 = 5 \text{ san}$
 $0 - S_{16} = (-20 \text{ cm/s})(t_2 - 16)$
 $0 - (-60) = -20(t_2 - 16)$ $t_2 = 19 \text{ san}$

1.46 $a-t$ ve $S-t$ eğrileri için Prob. 1.45 e bkz

(a) Prob. 1.45 deki $S-t$ eğrisinde
 $t = 12 \text{ san}$ olunca $S_{maks} = 120 \text{ cm}$

(b) $S \pm 60 \text{ cm}$ için t nin değerlerini bulalım. Bu amaçla $S-t$ eğrisini tekrar çizelim



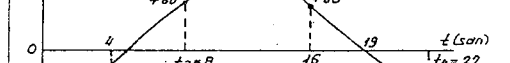
$S-t$ eğrisinden görüldüğü $S = 60 \text{ m}$
 $t = 8$ ve $t = 16 \text{ san}$ de alınmaktadır
 $0 < t < 10$ olunca $S = +60 \text{ cm}$ olduğuna dikkat etmeli
 $\therefore t_3$ de: $60 - (-20) = (20 \text{ cm/s})(t_3 - 4)$ $t_3 = 8 \text{ san}$
 buna göre $t_4 > 19$ $S = -60$ olur
 $\therefore t_4$ de $(-60) - 0 = (-20 \text{ cm/s})(t_4 - 19)$ $t_4 = 22 \text{ san}$

1.47 i vmenin artma safhası
 $a \text{ (cm/s}^2\text{)}$
 $a_1 = 675 \text{ cm/s}^2$
 $a_2 = 1350 \text{ cm/s}^2$
 $S_1 = A_1 = \frac{1}{2} (675)(0.02)$
 $S_1 = 6.75 \text{ cm}$
 $100 \text{ cm} - S_1 = A_2$
 $100 - 6.75 = \frac{1}{2} (1350)(t_2 - 0.02)$
 $t_2 - 0.02 = 0.276 \text{ san}$
 $t_2 = 0.296 \text{ san}$

i vmenin azalma safhası
 $a_2 = \frac{675}{t_2 - 0.02} = \frac{675}{0.276} = 2445 \text{ cm/s}^2$ $a_2 = 2445 \text{ cm/s}^2$

1.48 $V_0 = V_{15} = 80 \text{ km/saat} = 22.2 \text{ m/s}$ alarak $V-t$ eğrisi çizilir $V-t$ eğrisi altındaki alan $= 250 \text{ m}$

Mümkün olan en küçük $(+)$ ve $(-)$ ivme için şiddetler aynı olmalıdır.



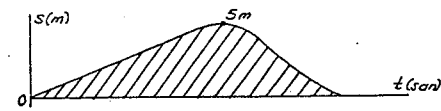
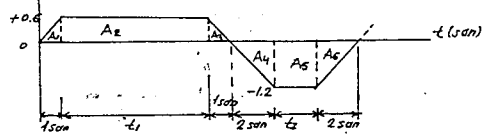
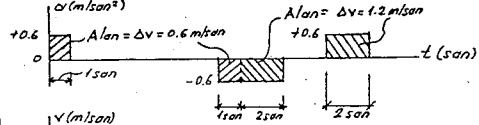
$a = \frac{22.2 - 0}{7.5} = 2.96 \text{ m/s}^2$
 $a = \frac{0 - 22.2}{7.5} = -2.96 \text{ m/s}^2$

1.49 $50 \text{ km/saat} = 13.89 \text{ m/s}$
 13.89 m/s hızla giden bir otomobil B sinyaliyle tam yeşil yandığı anda geleceğinden, sinyal B yeşile dönene kadar geçecek zaman

$t_2 = \frac{240}{13.89} = 17.28 \text{ san}$ $t_2 = 17.28 \text{ san}$

$V-t$ eğrisi altında kalan toplam alan
 $\frac{1}{2} (2t_1)(t_1) + 2t_1(17.28 - t_1) = 240$
 $t_1^2 - 34.56t_1 + 240 = 0$ $t_1 = 3.625 \text{ san}$
 $V_1 = 2t_1 = 2(3.625) = 7.25 \text{ m/s}$ $V_1 = 7.25 \text{ m/s}$
 Sürücü 3.625 saniye süre ile hızlanmalı ve sonra sabit 7.25 km/saat hızı ile yol almalıdır.

1.50 Pozitif yönü sağa doğru seçelim. Böylece mümkün olan bütün hızlar $(-1,2 \text{ m/san}) < v < 0,6 \text{ m/san}$ limitler arasında kalır. İvme $0,6 \text{ m/san}^2$ veya $-0,6 \text{ m/san}^2$, $v-t$ eğrisinin eğimi sabit ve şiddeti $-0,6 \text{ m/san}^2$ veya $0,6 \text{ m/san}^2$ olmalıdır.



Planıya 5m hareket ettiğinden

$$A_1 + A_2 + A_3 = 5 \text{ m}$$

$$\frac{1}{2}(1)(0,6) + (0,6)(1) + \frac{1}{2}(1)(0,6) = 5 \quad t_1 = 7,33 \text{ san}$$

Planıyanın -5m hareket edip $s=0$ geri dönmesi için

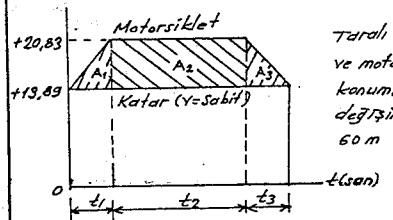
$$A_4 + A_5 + A_6 = -5$$

$$\frac{1}{2}(2)(-1,2) + (-1,2)(2) + \frac{1}{2}(2)(-1,2) = -5 \quad t_2 = 2,17 \text{ san}$$

Tam bir çevrim için gereken toplam zaman

$$t = t_1 + t_2 = 7,33 + 2,17 = 9,5 \text{ san}$$

1.51 Otomobil katarmın hızı $50 \text{ km/saat} = 13,89 \text{ m/san}$
Motosikletin maks. hız $75 \text{ km/saat} = 20,83 \text{ m/san}$
Hızın izin verilen maks. artışı $20,83 - 13,89 = 6,94 \text{ m/san}$



Taralı alan, katarmın ve motosikletin bağıl konumlarındaki değişimdir ve $= 60 \text{ m}$ olmalıdır.

$$\text{İvme} = 3,5 \text{ m/san}^2 = \frac{20,83 - 13,89}{t_1} = 1,98 \quad t_1 = 2 \text{ san}$$

$$\text{Azalan ivme} = -3,5 \text{ m/san}^2 = \frac{20,83 - 13,89}{t_2} = -1,98 \quad t_2 = 2 \text{ san}$$

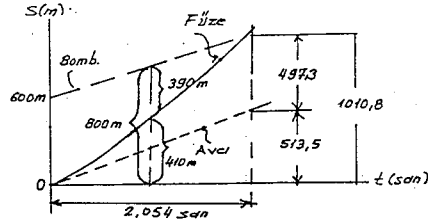
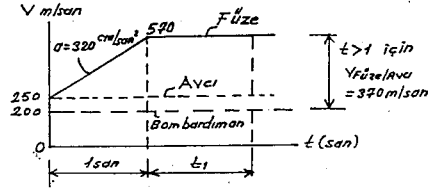
$$\text{Toplam taralı alan: } A_1 + A_2 + A_3 = 60$$

$$\frac{1}{2}(6,94)(2) + (6,94)(2) + \frac{1}{2}(6,94)(2) = 60 \quad t_3 = 6,645 \text{ san}$$

$$(a) \text{ Gerekli zaman: } t_1 + t_2 + t_3 = 2 + 6,645 + 2 = 10,645 \text{ san}$$

$$(b) \text{ Gidilen toplam yol: } A_1 + A_2 + A_3 + (13,89)(10,645) = 60 + 147,86 = 207,86 \text{ m}$$

1.52



$$t = 1 \text{ san de } v_{\text{füze}} = 250 + (320)(1) = 590 \text{ m/san}$$

$$s_{\text{füze}} = v-t \text{ eğrisi altındaki alan}$$

$$= \frac{1}{2}(250 + 590)(1) = 410 \text{ m}$$

$$s_{\text{bomb.}} = 600 + 200(1) = 800 \text{ m}$$

$$s_{\text{bomb.}} - s_{\text{füze}} = 800 - 410 = 390 \text{ m}$$

$t > 1 \text{ san. için}$ Füzenin bombardıman uçağına göre bağıl hız $= 370 \text{ m/san}$

$$t_1 = \frac{390 \text{ m}}{370 \text{ m/san}} = 1,054 \text{ san}$$

(a) Füze, bombardıman uçağına 2,054 san sonra vurur
(b) 2,054 san

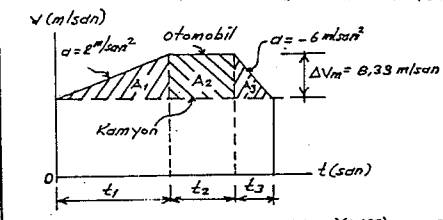
$$s_{\text{bomb.}} = 600 + 200(2,054) = 1010,8 \text{ m}$$

$$s_{\text{füze}} = 0 + 250(2,054) = 513,5 \text{ m}$$

$$\text{iki uçak arasındaki uzaklık} = 497,3 \text{ m}$$

1.53

otomobilin kamyonu göre gitmek zorunda olduğu yol $4 + 10 + 12 + 10 = 36 \text{ m}$
Hızda izin verilen artışı $30 \text{ km/saat} - 60 \text{ km/saat}$
 $\Delta v_m = 30 \text{ km/saat} = 8,33 \text{ m/san}$



$$t_1 = \frac{8,33}{2} = 4,165 \text{ san} \quad A_1 = \frac{1}{2}(8,33)(4,165) = 17,35 \text{ m}$$

$$t_2 = \frac{8,33}{6} = 1,388 \text{ san} \quad A_2 = \frac{1}{2}(8,33)(1,388) = 5,78 \text{ m}$$

$$\text{Oysa: } A_1 + A_2 + A_3 = 36$$

$$17,35 + A_2 + 5,78 = 36 \quad A_2 = 12,87 \text{ m}$$

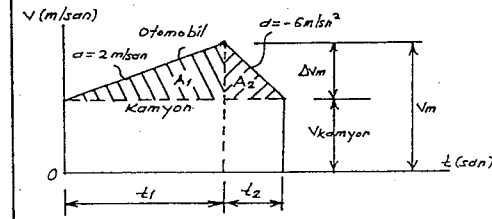
$$A_2 = 8,33(t_2) \quad 12,87 = 8,33(t_2)$$

$$t_2 = 1,545 \text{ san}$$

$$\text{Gerekli zaman} = t_1 + t_2 + t_3 = 4,165 + 1,545 + 1,388$$

$$= 7 \text{ san}$$

1.54 Otomobilin kamyonu göre gitmek zorunda olduğu yol $= 36 \text{ m}$



$$\Delta v_m = 2t_1 = 6t_2 \quad t_2 = \frac{1}{3}t_1$$

$$A_1 = \frac{1}{2}(\Delta v_m)t_1 = \frac{1}{2}(24)t_1 = 12t_1$$

$$A_2 = \frac{1}{2}(\Delta v_m)t_2 = \frac{1}{2}(24)\frac{1}{3}t_1 = 4t_1$$

$$\text{Oysa } A_1 + A_2 = 36 \text{ m} \quad 12t_1 + 4t_1 = 36$$

$$t_1^2 = 27 \quad t_1 = 5,2 \text{ san} \quad t_2 = 1,73 \text{ san}$$

$$\text{Toplam zaman} = t_1 + t_2 = 5,2 + 1,73 = 6,93 \text{ san}$$

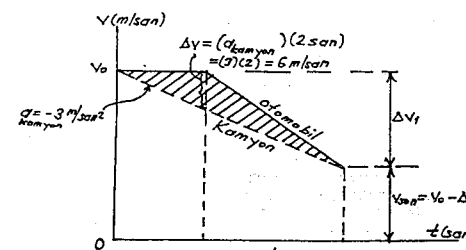
$$\Delta v_m = 2t_1 = 2(5,2) = 10,4 \text{ m/san} = 37,4 \text{ km/saat}$$

$$\text{Başlangıç hızı} = v_{\text{kamyon}} = 60 \text{ km/saat}$$

$$v_m = v_{\text{kamyon}} + \Delta v_m = 60 + 37,4 = 97,4 \text{ km/saat}$$

1.55

Kamyon ve otomobil için $v-t$ eğrilerini çizelim (Ortak v_{son} hızların pozitif olduğu farzediliyor)



Not: Çarpışmaya ancak engel alınmıştır. Böylece otomobil ile kamyon aralığı kapanmış olduğuna göre, kamyon ve otomobil aynı v_{son} hızlarına sahip olmaları gerekir.

$$\text{Taralı alan} = \Delta s = \frac{1}{2}(6)(2) + \frac{1}{2}(6)t_1 = 10 \text{ m}$$

$$t_1 = 1,333 \text{ san}$$

$$\Delta v_1 = (a_{\text{kamyon}})(2 + t_1) = (-3)(2 + 1,333) = -10 \text{ m/san}$$

$$\text{Diğer yandan}$$

$$\Delta v_1 = (a_{\text{oto}})(t_1) = -10 \text{ m/san} = (a_{\text{oto}})(1,333)$$

$$v_{\text{son}} \text{ un pozitif olduğunu kontrol etmeliyiz}$$

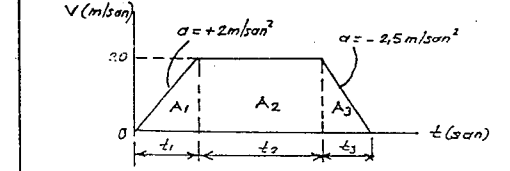
$$v_{\text{son}} = v_0 - \Delta v_1 = 50 \text{ km/saat} - 10 = 40 \text{ km/saat} > 0$$

1.56

Prob. 1.55'deki şartların aynı. Otomobilin ivmesinde istenilen azalma, v_0 ilk hızından bağımsızdır. Böylece $a_{\text{oto}} = -7,5 \text{ m/san}^2$

1.57 Duraklı tren A-B arası $= 400 \text{ m}$

Duraklı trenin A dan B ye gitmesi için gerekli zamanı bulalım.



$$t_1 = \frac{20}{2} = 10 \text{ san} \quad A_1 = \frac{1}{2}(20)(10) = 100 \text{ m}$$

$$t_3 = \frac{20}{2,5} = 8 \text{ san} \quad A_3 = \frac{1}{2}(20)(8) = 80 \text{ m}$$

$$\text{Oysa: } A_1 + A_2 + A_3 = 400 \text{ m} \quad 100 + (20)t_2 + 80 = 400$$

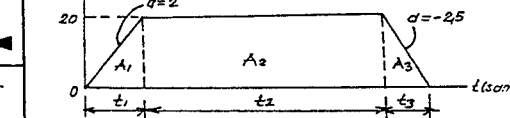
$$t_2 = 11 \text{ san}$$

A dan B ye gidiş zamanı $= t_1 + t_2 + t_3 = 10 + 11 + 8 = 29 \text{ san}$

Duraklı A dan E ye gitmesi için toplam zaman

$$t_{\text{duraklı}} = 4(29) + 3(30) = 206 \text{ san}$$

Ekspres tren A-E arası $= 1600 \text{ m}$



$$t_1 = \frac{20}{2} = 10 \text{ san} \quad A_1 = \frac{1}{2}(20)(10) = 100 \text{ m}$$

$$t_2 = \frac{20}{2,5} = 8 \text{ san} \quad A_3 = \frac{1}{2}(20)(8) = 80 \text{ m}$$

$$\text{Oysa: } A_1 + A_2 + A_3 = 1600 \text{ m} \quad 100 + 20(t_2) + 80 = 1600$$

$$t_2 = 71 \text{ san}$$

Ekspres trenin toplam yol alma zamanı

$$t_1 + t_2 + t_3 = 10 + 71 + 8 = 89 \text{ san}$$

Fakat Ekspres tren A dan, duraklı trenden 4 dakika geç kalktığına göre, duraklı trenin kalktığı anı $t=0$ zaman başlangıcı alırsak

$$(a) \quad t_{\text{duraklı}} = 206 \text{ san}$$

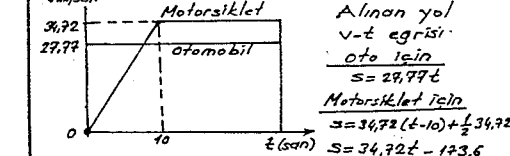
$$t_{\text{ekspres}} = 89 + 4(60) = 329 \text{ san}$$

Duraklı tren önce varır, sonra lokomotif gelir.

1.58

$$v_{0\text{oto}} = 100 \text{ km/saat} = 27,77 \text{ m/san}$$

$$v_{m\text{oto}} = 125 \text{ km/saat} = 34,72 \text{ m/san}$$



$$s = 34,72(t-10) + \frac{1}{2}34,72(10)$$

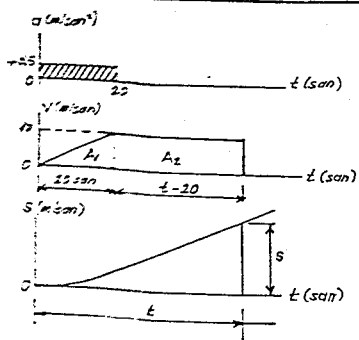
$$s = 34,72t - 173,6$$

$$s = s$$

$$27,77t = 34,72t - 173,6$$

$$t = \frac{173,6}{6,95} = 24,98 \text{ san}$$

1.59



Trenin hızının 15 m/s olması için geçen zaman
 $v = at$ $15 = 0.5t$ $t = 30$ s

$t = 30$ s yer koordinatı

$$s = A_1 + A_2 = \frac{1}{2}(10)(20) + (10)(t-20) \quad (1)$$

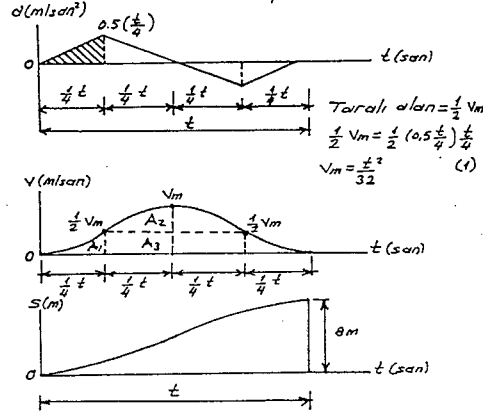
$t = 30$ s $t = 20$ s $t = 30$ s ortalam hız
 $v_{ort} = \frac{s}{t}$ veya $s = (v_{ort}) \cdot t$

(a) $v = 6$ m/s için $t = 6$ s
 (b) $v = 9$ m/s için $t = 9$ s

(c) $v = 15$ m/s için $t = 30$ s
 (d) $v = 15$ m/s için $t = 30$ s

1.61

$a-t$ eğrisinin eğimi ± 0.5 m/san²
 t = Gerekli toplam zaman



$v-t$ eğrisi altındaki alan = 8 m

$2(A_1 + A_2 + A_3) = 8$ m

$$2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} V_m \right) \frac{1}{4} t + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} V_m \right) \frac{1}{4} t + \left(\frac{1}{2} V_m \right) \frac{1}{4} t \right] = 8$$

$t \cdot V_m = 16$

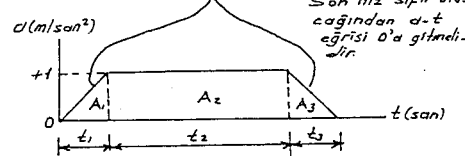
Oysa (1) den $V_m = \frac{16}{32}$ olduğundan

$$\left(\frac{16}{32} \right) t = 16 \quad t = 32 \cdot 16 = 512 \quad t = 8 \text{ s}$$

Not: $t = 8$ s için $a_{maks} = 1$ m/san² $V_m = 2$ m/s

1.62

$a_{maks} = 1$ m/san², $a-t$ eğrisinin eğimi ± 0.5 m/san²



$t_1 = \frac{1}{0.5} = 2$ s

$A_1 = \frac{1}{2}(2)(1) = 1$ m/san

$t_3 = \frac{1}{0.5} = 2$ s

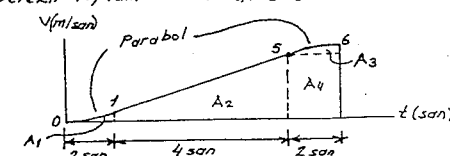
$A_2 = \frac{1}{2}(2)(1) = 1$ m/san

San hız = 6 m/san olduğuna göre

$A_1 + A_2 + A_3 = 6$

$$1 + (1)(t_3) + 1 = 6 \quad t_3 = 4 \text{ s}$$

Gerekli toplam zaman = $t_1 + t_2 + t_3 = 2 + 4 + 2 = 8$ s



Alınan yol = $v-t$ eğrisi altındaki alan

$$s = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$s = \frac{1}{2}(1)(2) + \frac{1}{2}(1+5)4 + \frac{3}{2}(1)(2) + (2)(5)$$

$$s = 0.667 + 12 + 1.333 + 10 = 24 \text{ m} \quad s = 24 \text{ m}$$

1.63

İzlenecak yol:

1. $a-t$ eğrisine, aşağıda görülen dikdörtgenlerle yaklaşacağız. Bunlar her $\Delta t = 0.5$ s aralığı için çizilir.

v deki değişim = $a-t$ eğrisi altındaki alan
 $\Delta v = (\text{Ortalama}) \Delta t$ (1. Kolona bkz)

2. $t = 3$ de $v = 0$ olacağından başlangıç hızı

$v_0 = a-t$ eğrisi altında kalan alanın -işaretlisi

$v_0 = -\Sigma \Delta v = -(41 \text{ m/san})$ (1. kolonunun toplamına bkz)

3. Hi. İki Δv değişimlerini (ki bunlar negatiftir) ar.larda başlangıç hızına katılarak $v-t$ eğrisi teşkil edilir. (2. kolonuna bkz)

4. $v-t$ eğrisine aşağıda görülen dikdörtgenlerle yaklaşacağız. Bunlar her $\Delta t = 0.5$ s aralığı için çizilir

s deki değişim = $v-t$ eğrisi altındaki alan

$\Delta s = (\text{Ortalama}) \Delta t$ (3. kolonuna bkz)

5. $t = 0$ da $s = 0$ olacağından

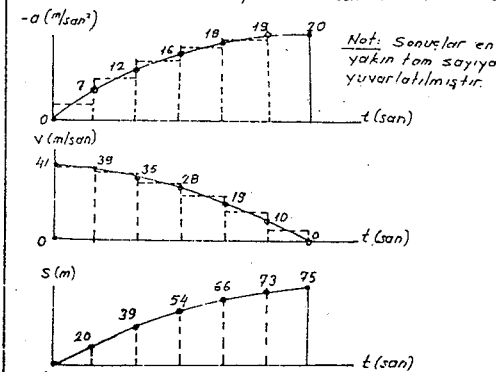
$s_{\text{son}} = \Sigma \Delta s$ (3. kolonunun toplamına bkz)

6. Δs konumundaki değişimleri ardarda toplayarak $s-t$ eğrisi elde edilir

t s	a m/san ²	a_{Ortalama}	$\Delta v = (\text{Ortalama}) \Delta t$	v m/san	v_{Ortalama}	$\Delta s = (\text{Ortalama}) \Delta t$	s m
0	0			41			0
0.5	-7	-3.5	-1.75	39.25	40.125	20.0625	20.0625
1.0	-12	-9.5	-4.75	34.50	36.875	18.4375	38.50
1.5	-16	-14	-7	27.50	31.00	15.50	54.00
2.0	-18	-17	-8.5	19.00	23.25	11.625	65.625
2.5	-19	-18.5	-9.25	9.75	14.375	7.1875	72.8125
3.0	-20	-19.5	-9.75	0	4.875	2.4375	75.25
			$V_0 = \Sigma \Delta v$	$V = 41$		$s_{\text{son}} = \Sigma \Delta s$	$s = 75.25$

(a) Başlangıç hızı $v_0 = 41$ m/san

(b) Gidilen yol $s_{\text{son}} = 75.25$ m



Not: Sonuçlar en yakın tam sayıya yuvarlatılmıştır.

1.64

$a-t$ eğrisine, şekilde görüldüğü gibi, yavaş çizgilerle yaklaşalım. Her aralıkta v ve s sabit olur.

$\Delta v = a \Delta t$ veya $\Delta t = \Delta v / a$

$$\Delta s = v \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$v_0 = 54 \text{ km/saat} = 15 \text{ m/san}$$

$v = 15$ m/san den $v = 10$ m/san ye:

$$a = -1 \text{ m/san}^2 \quad \Delta v = 10 - 15 = -5 \text{ m/san}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-5}{-1} = 5 \text{ s}$$

$$\Delta s = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$\Delta s = (15)(5) + \frac{1}{2} (-1)(5)^2 = 75 - 12.5 = 62.5 \text{ m}$$

$v = 10$ m/san den $v = 5$ m/san ye:

$$a = -1.25 \text{ m/san}^2 \quad \Delta v = 5 - 10 = -5 \text{ m/san}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-5}{-1.25} = 4 \text{ s}$$

$$\Delta s = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$\Delta s = (10)(4) + \frac{1}{2} (-1.25)(4)^2 = 40 - 10 = 30 \text{ m}$$

$v = 5$ m/san den $v = 0$ a:

$$a = -1.5 \text{ m/san}^2 \quad \Delta v = 0 - 5 = -5 \text{ m/san}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-5}{-1.5} = 3.33 \text{ s}$$

$$\Delta s = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$\Delta s = 5(3.33) + \frac{1}{2} (-1.5)(3.33)^2 = 16.65 - 8.33 = 8.32 \text{ m}$$

Tüm hareket için: $v = 15$ m/san den $v = 0$ a:

$$(a) t = \Sigma \Delta t = 5 + 4 + 3.33 = 12.33 \text{ s} \quad t = 12.33 \text{ s}$$

$$(b) s = \Sigma \Delta s = 62.5 + 30 + 8.32 = s = 100.82 \text{ m}$$

1.65

Prob. 1.64 e bkz. Yöntemi $v_0 = 72$ km/saat hızına genişletelim. $72 \text{ km/saat} = 20 \text{ m/san}$

$v = 20$ m/san den $v = 15$ m/san ye:

$$a = -0.875 \text{ m/san}^2 \quad \Delta v = 15 - 20 = -5 \text{ m/san}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-5}{-0.875} = 5.714 \text{ s}$$

$$\Delta s = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$\Delta s = (20)(5.714) + \frac{1}{2} (-0.875)(5.714)^2 = 114.28 - 14.28 = 100 \text{ m}$$

$v = 15$ m/san den $v = 10$ m/san ye:

Prob. 1.64 dekinin aynısıdır. $\Delta t = 5$ s

$$\Delta s = 62.5 \text{ m}$$

$v = 10$ m/san den $v = 5$ m/san ye:

Prob. 1.64 dekinin aynısıdır.

$$\Delta t = 4 \text{ s}$$

$$\Delta s = 30 \text{ m}$$

$v = 5$ m/san den $v = 0$ a:

$$\Delta t = 3.33 \text{ s}$$

$$\Delta s = 8.32 \text{ m}$$

Tüm hareket için:

$$(a) t = \Sigma \Delta t = 5.714 + 5 + 4 + 3.33 \quad t = 18.044 \text{ s}$$

$$(b) s = \Sigma \Delta s = 100 + 62.5 + 30 + 8.32 \quad s = 200.82 \text{ m}$$

1.76	$x = 10(1 - \bar{p}^t)$
------	-------------------------

(b) Denk. (2) den ise q nın, OP uzaklığı ile orantılı görürüz.

1.73

$$\vec{r} = t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$$

$$\vec{v} = \vec{i} + 2t\vec{j} + 3t^2\vec{k}$$

$$\vec{a} = 2\vec{j} + 6t\vec{k}$$

Hızın şiddeti

$$v_x = 1 \quad v_y = 2t \quad v_z = 3t^2$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{1 + 4t^2 + 9t^4}$$

İvmenin şiddeti

$$a_x = 0 \quad a_y = 2 \quad a_z = 6t$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{4 + 36t^2}$$

(a) $t=0$ ise

$$v = \sqrt{1+0+0} \quad v = 1 \text{ m/san}$$

$$a = \sqrt{4+0} \quad a = 2 \text{ m/san}^2$$

(b) $t=1$ san:

$$v = \sqrt{1+4+9} \quad v = \sqrt{14} \text{ m/san}$$

$$a = \sqrt{4+36} \quad a = \sqrt{40} \text{ m/san}^2$$

Prob. 1.121 de kullanılmak üzere y nin şiddetinin değişim hızını hesaplıyoruz

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{1+t^2+9t^4} = \frac{1}{2} \frac{2t+36t^3}{\sqrt{1+t^2+9t^4}}$$

$$t=0 \text{ ise: } \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} \frac{0}{\sqrt{1}} = 0$$

$$t=1 \text{ ise: } \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} \frac{37}{\sqrt{14}} = \frac{22}{\sqrt{14}}$$

1.80

$$\vec{r} = ct\vec{i} + (R\sin pt)\vec{j} + (R\cos pt)\vec{k}$$

$$\vec{v} = c\vec{i} + (Rp\cos pt)\vec{j} - (Rp\sin pt)\vec{k}$$

$$\vec{a} = - (Rp^2\sin pt)\vec{j} - (Rp^2\cos pt)\vec{k}$$

Hızın şiddeti

$$v_x = c \quad v_y = Rp\cos pt \quad v_z = -Rp\sin pt$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{c^2 + R^2p^2(\cos^2 pt + \sin^2 pt)}$$

$$v = \sqrt{c^2 + R^2p^2}$$

İvmenin şiddeti

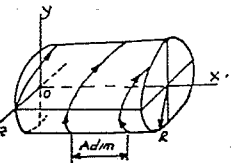
$$a_x = 0 \quad a_y = -Rp^2\sin pt \quad a_z = -Rp^2\cos pt$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{0 + R^2p^4(\sin^2 pt + \cos^2 pt)}$$

$$a = \sqrt{R^2p^4} \quad a = Rp^2$$

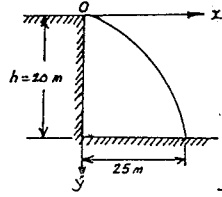
v ve a nin sabit olduğuna işaret edelim. Prob. 1.122 de kullanılmak üzere $\frac{dy}{dt} = 0$ olduğunu ifade edelim.

Yörünge, R yarıçaplı bir dik silindirin üzerine sarılmış bir helisidir. y ve z doğrultusundaki hareketler periyodik olup bunların periyodu $T = \frac{2\pi}{p}$ dir.



$$Adim = v_x T = c \left(\frac{2\pi}{p} \right) = 2\pi \frac{c}{p}$$

1.81



(a)

Düsey hareket
(Düzgün değişen hareket)

$$y_0 = 0 \quad (v_y)_0 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$20 = \frac{1}{2} (9.81) t^2$$

$$t = 2.02 \text{ san}$$

Yatay hareket (Düzgün hareket)

$$x = (v_x)_0 t$$

$$(v_x)_0 = 12.37 \text{ m}$$

$$25 = (v_x)_0 (2.02)$$

(b) $h = 40 \text{ m}$ olsaydı

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad 40 = \frac{1}{2} (9.81) t^2 \quad t = 2.856 \text{ san}$$

$$x = (v_x)_0 t \quad x = (12.37) (2.856) \quad x = 35.35 \text{ m}$$

Kontrol $h = \frac{1}{2} g t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$x = (v_x)_0 t = (v_x)_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ böylece } x; \sqrt{h} \text{ ile orantılıdır}$$

$$h = 20 \text{ m ise } x = 25 \text{ dir. } h = 40 \text{ m olunca}$$

$$x = 25 \sqrt{\frac{40}{20}} = 25\sqrt{2} = 35.35 \text{ m}$$

1.82

Düsey hareket

(Düzgün değişen hareket)

$$y_0 = 0 \quad (v_y)_0 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$3500 = \frac{1}{2} (9.81) t^2$$

$$t = 26.7 \text{ san}$$

Yatay hareket (Düz. har.)

$$(v_x)_0 = v_{düz}$$

$$= 400 \text{ km/saat} = 111.1 \text{ m/san}$$

$$x = (v_x)_0 t = (111.1) (26.7) = 2966.67$$

$$(a) \quad \tan \beta = \frac{2966.67}{3500} = 0.848 \quad \beta = 40.3^\circ$$

(b) Uçagın hareketi, bombanın yatay hareketi ile aynı olduğundan, bomba hedefe çarptığı anda uçak hedefin tam üzerinde olacaktır.

1.83

Prob. 1.82 deki şekile bkz. $\beta = 45^\circ$ ise $\tan \beta = 1$ ve $x = h$ olur.

Düsey hareket (Düzgün değişen)

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad h = \frac{1}{2} g t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$

Yatay hareket (Düzgün)

$$(v_x)_0 = 400 \text{ km/saat} = 111.1 \text{ m/san}$$

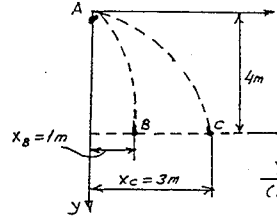
$$x = (v_x)_0 t \quad x = 111.1 t \quad t = \frac{x}{111.1} \quad (2)$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ den } \frac{x}{111.1} = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \frac{x^2}{(111.1)^2} = \frac{2h}{g}$$

 $x = h$ olduğu hatırlanırsa

$$\frac{h^2}{(111.1)^2} = \frac{2h}{g} \quad h = \frac{2(111.1)^2}{9.81} = 2516.4 \text{ m}$$

1.84



Düsey hareket

(Düzgün değişen hareket)

$$y_0 = 0 \quad (v_y)_0 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$4 = \frac{1}{2} (9.81) t^2$$

$$t = 0.904 \text{ san}$$

Yatay hareket

(Düzgün hareket)

$$(v_x)_0 = v_{bant} \quad x = (v_{bant}) t$$

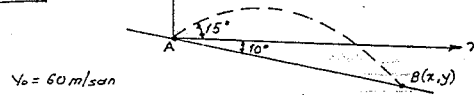
$$x = x_B \quad 1 = v_{bant} (0.904) \quad v_{bant} = 1.11 \text{ m/san}$$

$$x = x_C \quad 3 = v_{bant} (0.904) \quad v_{bant} = 3.32 \text{ m/san}$$

Kumun oluğa gidebilmesi için

$$1.11 \text{ m/san} < v_{bant} < 3.32 \text{ m/san}$$

1.85



$$v_0 = 60 \text{ m/san}$$

$$(v_x)_0 = v_0 \cos 15^\circ = 60 (0.9659) = 57.95 \text{ m/san}$$

$$(v_y)_0 = v_0 \sin 15^\circ = 60 (0.2598) = 15.53 \text{ m/san}$$

Düsey hareket (Düzgün değişen)

$$y = (v_y)_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 15.53 t - 4.905 t^2$$

Yatay hareket (Düzgün)

$$x = (v_x)_0 t = 57.95 t$$

B noktasında

$$y = mx \quad y = (-\tan 10^\circ) x \quad \tan 10^\circ = 0.1763$$

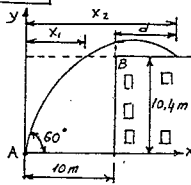
$$15.53 t - 4.905 t^2 = (-0.1763) (57.95 t)$$

$$25.746 t = 4.905 t^2 \quad t = 0, \quad t = 5.248 \text{ san}$$

$$d = x = (v_x)_0 t = 57.95 (5.248) \quad d = 304.12 \text{ m}$$

1.86

Başlangıcı A da alalım.



Düsey hareket

$$(v_y)_0 = 18 \sin 60^\circ = 15.59 \text{ m/san}$$

$$y = (v_y)_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 15.59 t - 4.905 t^2$$

$$y = 12 - 1.6 = 10.4 \text{ olarak}$$

$$10.4 = 15.59 t - 4.905 t^2$$

$$4.905 t^2 - 15.59 t + 10.4 = 0$$

$$t_1 = 0.954 \text{ san} \quad t_2 = 2.225 \text{ san}$$

Yatay hareket

$$(v_x)_0 = 18 \cos 60^\circ = 9 \text{ m/san}$$

$$x = (v_x)_0 t = 9 t$$

$$t = t_1 = 0.954 \text{ iken } x_1 = 9 (0.954) = 8.586 \text{ m}$$

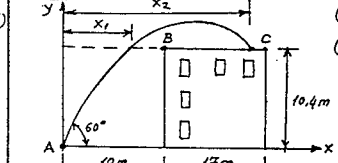
$$t = t_2 = 2.225 \text{ san; } x_2 = 9 (2.225) = 20.025 \text{ m}$$

$x_1 = 8.586 \text{ m}$ 10 m den küçük olduğundan top dam kenarına çarpmaz

Şekilden $d = 20.02 - 10 = 10.02 \text{ m}$.

1.87

Başlangıcı A da seçiyoruz.



$$(v_x)_0 = v_0 \cos 60^\circ = \frac{1}{2} v_0$$

$$(v_y)_0 = v_0 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$$

DÜSEY HAREKET: (Düzgün değişen)

$$y = (v_y)_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t - 4.905 t^2 \quad (1)$$

YATAY HAREKET: (Düzgün)

$$x = (v_x)_0 t = \frac{1}{2} v_0 t \quad (2)$$

TOPUN C ye çarpması için: $x_c = 27 \text{ m}$, $y_c = 12 - 1.6 = 10.4 \text{ m}$

$$(2) \text{ den } 27 = \frac{1}{2} v_0 t \text{ veya } t = \frac{54}{v_0}$$

$$(1) \text{ den } 10.4 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t - 4.905 t^2$$

$$10.4 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \left(\frac{54}{v_0} \right) - 4.905 \left(\frac{54}{v_0} \right)^2$$

$$10.4 = 46.76 - 4.905 \left(\frac{54}{v_0} \right)^2$$

$$\frac{54}{v_0} = \sqrt{7.4127} = 2.7226 \quad v_0 = 19.83 \text{ m/san}$$

TOPUN DAMA DÜŞEBİLMESİ İÇİN, B yi AŞMASI GEREKİR

$$x_B = 10 \text{ m} \quad y_B = 12 \text{ m}$$

$$(2) \text{ den } 10 = \frac{1}{2} v_0 t \text{ veya } t = \frac{20}{v_0}$$

$$(1) \text{ den } 10.4 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t - 4.905 t^2$$

$$10.4 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 \left(\frac{20}{v_0} \right) - 4.905 \left(\frac{20}{v_0} \right)^2$$

$$10.4 = 17.32 - 4.905 \left(\frac{20}{v_0} \right)^2$$

$$\frac{20}{v_0} = \sqrt{1.108} = 1.053 \quad v_0 = 19.03 \text{ m/san}$$

$$v_0 < 16.87 \text{ m/san için top binaya çarpar}$$

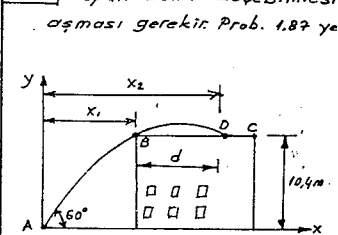
$$v_0 > 19.83 \text{ m/san için top binanın üzerinden geçer}$$

Buna göre topun dama düşebilmesi için

$$16.83 \text{ m/san} < v_0 < 19.83 \text{ m/san}$$

1.88

Topun dama düşebilmesi için B noktasını aşması gerekir. Prob. 1.87 ye bkz.



Prob. 1.87 de denk (1) den

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t - 4.905 t^2$$

$$10.4 = \frac{\sqrt{3}}{2} (16.87) t - 4.905 t^2$$

$$3.81 t^2 - 23.219 t + 20.8 = 0$$

$$t_1 = 1.193 \text{ san} \quad t_2 = 1.805 \text{ san}$$

Prob. 1.87 denk (2) den

$$x = \frac{1}{2} v_0 t$$

$$x_2 = \frac{1}{2} v_0 t_2 = \frac{1}{2} (16.87) (1.805) = 15.19 \text{ m}$$

$$d = 15.19 - 10.0 = 5.19 \text{ m}$$

Top damın $d = 5.19 \text{ m}$ lik bölgesine düşmez.

1.89 YATAY HAREKET (Düzgün)

$$(V_x)_0 = 300 \cos \alpha \quad x = (V_x)_0 t = (300 \cos \alpha) t$$

$$x = 4000 \text{ m koyarsak } 4000 = (300 \cos \alpha) t$$

DÜŞEY HAREKET (Düzgün değişen)

$$(V_y)_0 = 300 \sin \alpha \quad a = -g = -9.81 \text{ m/s}^2$$

$$y = (V_y)_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$y = (300 \sin \alpha) t - 4.905 t^2$$

$y=0$ yapıp t yerine değerini koyarsak

$$(300 \sin \alpha) \frac{4000}{300 \cos \alpha} - 4.905 \left(\frac{4000}{300 \cos \alpha} \right)^2 = 0$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{(4.905)(4000)}{(300)^2} = 0$$

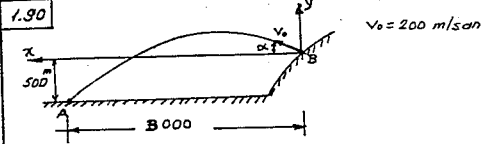
$$\frac{1}{2} \sin 2\alpha = \frac{4.905(4000)}{(300)^2} = 0.218$$

$$\sin 2\alpha = 0.436$$

$$2\alpha = 25.80 \text{ veya } 154.20^\circ$$

$$\alpha = 12.90^\circ \quad 77.10^\circ$$

1.90



Yatay hareket (Düzgün)

$$(V_x)_0 = 200 \cos \alpha \quad x = (V_x)_0 t = (200 \cos \alpha) t$$

$$x = 3000 \text{ m koyarsak } 3000 = (200 \cos \alpha) t$$

$$t = \frac{3000}{200 \cos \alpha} = \frac{15}{\cos \alpha} \quad (1)$$

Düşey hareket (Düzgün değişen)

$$(V_y)_0 = 200 \sin \alpha \quad a = -g = -9.81 \text{ m/s}^2$$

$$y = (V_y)_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$y = (200 \sin \alpha) t - 4.905 t^2$$

$$y = -500 \text{ m ve } t \text{ nin (1) deki değerini koyarsak}$$

$$-500 = (200 \sin \alpha) \frac{15}{\cos \alpha} - 4.905 \left(\frac{15}{\cos \alpha} \right)^2$$

$$1/\cos^2 \alpha = 1 + \frac{4.905}{\sin^2 \alpha} \text{ olduğundan}$$

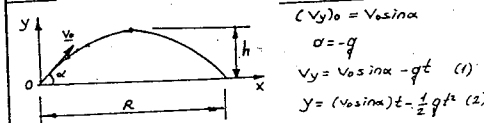
$$1004 \tan^2 \alpha - 3000 \tan \alpha + 504 = 0$$

$$\tan \alpha_1 = 2.808 \quad \tan \alpha_2 = 0.1793$$

$$\alpha_1 = 70.4^\circ \quad \alpha_2 = 10.2^\circ$$

Not: Herbir yörünge, Örnek Prb. 1.9'daki yörünge'nin aynı olacaktır. A'daki çarpma hızında aynı örnek problemdeki atış hızına eşit olur.

1.91



$$(a) (1) \text{ de } y=0 \text{ yaparak: } V_0 \sin \alpha - g t = 0$$

$$t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

t nin bu değeri (2) de yerine konulursa

$$h = y = (V_0 \sin \alpha) \left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{V_0 \sin \alpha}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$(b) (2) \text{ de } y=0 \text{ yaparak: } (V_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$

$$t=0 \text{ ve } t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$\text{Yatay hareket: } V_x = V_0 \cos \alpha \quad x = (V_0 \cos \alpha) t$$

$$t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} \text{ konulursa: } R = x = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

1.92 Prob. 1.91 de menzil $R = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ olarak bulunmuştur. $\sin 2\alpha = 1$ olursa menzil maksimum olur.

$$2\alpha = 90^\circ$$

$$R_{\max} = \frac{V_0^2}{g} \quad \alpha = 45^\circ$$

1.93 Prob. 1.92 den maksimum menzil

$$R_{\max} = V_0^2 / g$$

Oysa aynı V_0 hızı için

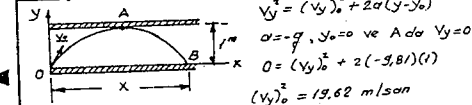
$$(a) \frac{(R_{\max})_{\text{Singapur}}}{(R_{\max})_{\text{New York}}} = \frac{g_{\text{New York}}}{g_{\text{Singapur}}} = \frac{9.81}{9.78}$$

$$(R_{\max})_{\text{Singapur}} = 30 \cdot \frac{9.81}{9.78} = 30.09 \text{ m}$$

$$(b) \frac{(R_{\max})_{\text{ay}}}{(R_{\max})_{\text{New York}}} = \frac{g_{\text{New York}}}{g_{\text{ay}}} = \frac{9.81}{1.62}$$

$$(R_{\max})_{\text{ay}} = 30 \cdot \frac{9.81}{1.62} = 181.67 \text{ m}$$

1.94 Düşey hareket (Düzgün değişen)



$$V_y^2 = (V_y)_0^2 + 2a(y - y_0)$$

$$a = -g, y_0 = 0 \text{ ve } A \text{ da } V_y = 0$$

$$0 = (V_y)_0^2 + 2(-9.81)(1)$$

$$(V_y)_0^2 = 19.62 \text{ m/s}^2$$

$$(V_y)_0 = 4.43 \text{ m/s}$$

$$V_0 = 10 \text{ m/s olduğundan}$$

$$V_0^2 = (V_x)_0^2 + (V_y)_0^2 \quad (10)^2 = (V_x)_0^2 + (4.43)^2 \quad (V_x)_0 = 8.965 \text{ m/s}$$

$$\text{Suyun } V_y = 0 \text{ olan A noktasına gelmesi için gerekli } t_A \text{ zamanı için } V_y = (V_y)_0 - g t_A, 0 = 4.43 - 9.81 t_A, t_A = 0.452 \text{ s}$$

$$\text{Suyun B'ye erişmesi için geçen zaman } t_B = 2t_A = 0.904 \text{ s}$$

$$\text{Yatay Hareket}$$

$$x = (V_x)_0 t_B \quad x = 8.965 \cdot 0.904 = 8.10 \text{ m}$$

1.95 Prob. 1.91 den yatay menzil için

$$x = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (1)$$

$$2\alpha = 90^\circ, \alpha = 45^\circ \text{ için}$$

$$R = x_{\max} = \frac{V_0^2}{2g} \quad (2)$$

(1) ve (2) taraf tarafa bölünürse

$$\frac{x}{R} = \sin 2\alpha$$

$$x = \frac{R}{2} \text{ için } \sin 2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$2\alpha = 30^\circ \text{ ve } 2\alpha = 150^\circ$$

$$\alpha = 15^\circ \text{ ve } \alpha = 75^\circ$$

1.96 $V_0 = 25 \text{ m/s}$ YATAY HAREKET: (Düzgün)

$$(V_x)_0 = 25 \cos \alpha \quad x = (25 \cos \alpha) t$$

$$B \text{ noktasında } x = d = 15 \text{ m}$$

$$15 = (25 \cos \alpha) t \quad t = \frac{3}{5 \cos \alpha} \quad (1)$$

DÜŞEY HAREKET: (Düzgün değ.)

$$(V_y)_0 = 25 \sin \alpha \quad y = (25 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

$$B \text{ noktasında } y = h, t = \frac{3}{5 \cos \alpha}$$

$$h = (25 \sin \alpha) \left(\frac{3}{5 \cos \alpha} \right) - 4.905 \left(\frac{3}{5 \cos \alpha} \right)^2 \quad (3)$$

$$h = 15 \tan \alpha - 4.905 \left(\frac{9}{25 \cos^2 \alpha} \right)$$

$$1/\cos^2 \alpha = 1 + \frac{4.905}{\sin^2 \alpha} \text{ olduğuna göre}$$

$$h = 15 \tan \alpha - 1.766 (1 + \tan^2 \alpha) \quad (4)$$

$$h \text{ yi } \tan \alpha \text{ nin bir fonksiyonu olarak düşünürsek}$$

$$\frac{dh}{d(\tan \alpha)} = 15 - 3.532 \tan \alpha = 0 \quad h_{\max} \text{ için}$$

$$\tan \alpha = \frac{15}{3.532} = 4.246 \quad \alpha = 76.75^\circ$$

$$\text{Bu } \tan \alpha \text{ değeri (4) de yerine konulursa}$$

$$h_{\max} = 15(4.246) - 1.766(1 + 18.027) = 63.687 - 33.597 \quad h_{\max} = 30.10 \text{ m}$$

1.97 Prob. 1.96'daki çözümün aynı

$$d = 30 \text{ m}$$

$$(1) \text{ den } 30 = (25 \cos \alpha) t \quad t = \frac{6}{5 \cos \alpha}$$

$$t \text{ nin bu değeri (2) de yerine konulursa}$$

$$h = (25 \sin \alpha) \left(\frac{6}{5 \cos \alpha} \right) - 4.905 \left(\frac{6}{5 \cos \alpha} \right)^2 \quad (3)$$

$$h = 30 \tan \alpha - 4.905 \left(\frac{36}{25 \cos^2 \alpha} \right)$$

$$h = 30 \tan \alpha - 7.0632 (1 + \tan^2 \alpha) \quad (4)$$

$$\frac{dh}{d(\tan \alpha)} = 30 - 14.1264 \tan \alpha = 0$$

$$\tan \alpha = \frac{30}{14.1264} = 2.1236 \quad \alpha = 64.8^\circ$$

$$\tan \alpha = 2.1236 \text{ değeri (4) de yerine konulursa}$$

$$h_{\max} = 30(2.1236) - 7.0632(1 + 4.510) = 63.708 - 30.316 = 33.39 \text{ m}$$

$$h_{\max} = 33.39 \text{ m}$$

1.98 YATAY HAREKET (Düzgün)

$$(V_x)_0 = V_0 \cos \alpha$$

$$x = (V_0 \cos \alpha) t$$

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \quad (1)$$

DÜŞEY HAREKET (Düzgün değişen)

$$(V_y)_0 = V_0 \sin \alpha \quad a = -g$$

$$y = (V_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

t nin değerini yerine koyarsak

$$y = V_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{V_0 \cos \alpha} \right)^2$$

$$y = (\tan \alpha) x - \left(\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha} \right) x^2$$

Bu; eksenli düşey olan bir parabol denklemdir.

1.99 Örnek prb. 1.7 de denk. (4) ve (2) yi kullanarak

$$x = 129 t \quad (4)$$

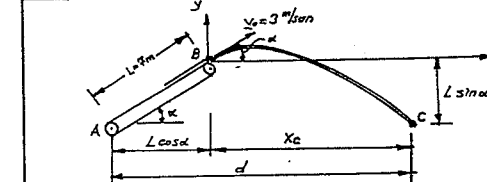
$$y = 100 t - 4.905 t^2 \quad (2)$$

t yi yok ederek

$$y = 100 \left(\frac{x}{129} \right) - 4.905 \left(\frac{x}{129} \right)^2$$

$$y = 0.578 x - 0.0001638 x^2$$

1.100 Başlangıcı B noktasında alalım.



DÜŞEY HAREKET: (Düzgün değişen)

$$(V_y)_0 = V_0 \sin \alpha \quad a = -g$$

$$y = (V_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$C \text{ noktasında: } y = -L \sin \alpha, t = t_c$$

$$-L \sin \alpha = (V_0 \sin \alpha) t_c - \frac{1}{2} g t_c^2$$

$$\sin \alpha \text{ yi çözer ve } \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \text{ koyarsak}$$

$$\sin \alpha = \frac{g t_c^2}{2(L + V_0 t_c)} \quad \cos^2 \alpha = 1 - \frac{g^2 t_c^4}{4(L + V_0 t_c)^2}$$

YATAY HAREKET (Düzgün)

$$(V_x)_0 = V_0 \cos \alpha \quad x = (V_0 \cos \alpha) t$$

$$C \text{ noktasında: } d = L \cos \alpha + x = L \cos \alpha + (V_0 \cos \alpha) t_c$$

$$d = \frac{(L + V_0 t_c) \cos \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{(L + V_0 t_c)}{\cos^2 \alpha} \left[1 - \frac{g^2 t_c^4}{4(L + V_0 t_c)^2} \right]$$

$$d^2 \text{ maksimum olunca } d \text{ de maksimum olacağından}$$

$$\frac{d(d^2)}{dt_c} = 2V_0(L + V_0 t_c) - g^2 t_c^3 = 0$$

$$L = 9 \text{ m } V_0 = 3 \text{ m/s için } 2(3)(9 + 3t_c) - (9.81)^2 t_c^3 = 0$$

$$56.236 t_c^3 - 18t_c - 42 = 0 \text{ Kübik denklemi tatonmanla}$$

$$\text{çözülürse, } t_c = 0.840$$

$$\sin \alpha = \frac{9.81(0.840)^2}{2(9 + 0.840)} = 0.3635 \quad \alpha = 21.3^\circ$$

$$d_{\max} = (L + V_0 t_c) \cos \alpha = [9 + 3(0.840)] \cos 21.3^\circ \quad d_{\max} = 8.965 \text{ m}$$

1.111 $v = 70 \text{ km/saat} = 19,44 \text{ m/san}$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad p = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(19,44)^2}{1} = 378 \text{ m}$$

1.112 (a) $v = 70 \text{ km/saat} = 19,44 \text{ m/san}$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(19,44)^2}{300} = \frac{377,91}{300} = 1,26 \text{ m/san}^2$$

(b) a_n ivmesi v^2 ile orantılıdır.

$$\frac{v^2}{70} = \frac{2a_n}{a_n} \quad v = \sqrt{2 \cdot 70} = 99 \text{ km/saat}$$

1.113 $v = 2400 \text{ km/saat} = 666,67 \text{ m/san}$

$$a_n = 6g = 6(9,81) = 58,86 \text{ m/san}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \cdot p = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(666,67)^2}{58,86} = 7550,93 \text{ m}$$

$$p = 7,551 \text{ km}$$

1.114 $p = 0,55 \text{ m}$

$$a_n = \frac{v^2}{p} = \frac{(222)^2}{0,55} = 89,600 \text{ m/san}^2$$

1.115 Hız 60 km/saat ise $v = 16,67 \text{ m/san}$

$$a_n = \frac{v^2}{p} = \frac{(16,67)^2}{160} = 1,85 \text{ m/san}^2$$

Verilen değerlerden $a_t = 1,5 \text{ m/san}^2$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(1,85)^2 + (1,5)^2} = \sqrt{5,67}$$

$$a = 2,38 \text{ m/san}^2$$

Nat: Başlangıç hızı olan 70 km/saat probleme etmez.

1.116 $a = 2 \text{ m/san}^2$

$$a_t = 1 \text{ m/san}^2$$

Oysa $a^2 = a_t^2 + a_n^2 \quad 2^2 = 1^2 + a_n^2$

$$4 = 1 + a_n^2 \quad a_n = \sqrt{3} = 1,732 \text{ m/san}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad v^2 = a_n p = (1,732)(120) = 207,8$$

$$v = 14,4 \text{ m/san}$$

Düzgün değişen teğetsel hareket

$$v^2 = v_0^2 + 2a_t(s - s_0)$$

$v_0 = 0, s_0 = 0, a_t = 1 \text{ m/san}^2$ ve $v = 14,4 \text{ m/san}$ konularak

$$207,8 = 2(1)(s - 0) \quad s = 103,90 \text{ m}$$

1.117 Teğetsel hareket (Düzgün değişen)

$s_0 = 0$ da $v_0 = 70 \text{ km/saat} = 19,44 \text{ m/san}$

$s = 150 \text{ m}$ de $v_{san} = 95 \text{ km/saat} = 26,39 \text{ m/san}$

$$(v_{san})^2 = v_0^2 + 2a_t(s - s_0)$$

$$(26,39)^2 = (19,44)^2 + 2a_t(150) \quad a_t = 1,062 \text{ m/san}^2$$

$s = 100 \text{ m}$ de

$$v^2 = v_0^2 + 2a_t(s - 0)$$

$$v^2 = (19,44)^2 + 2(1,062)(100)$$

$$v = 59,3$$

$s = 100 \text{ m}$ de ivmenin normal bileşeni

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{59,3^2}{200} = 17,55 \text{ m/san}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(1,062)^2 + (17,55)^2} = \sqrt{3,13}$$

$$a = 3,14 \text{ m/san}^2$$

1.118 Birinci Frenleme Süresinde

$v_0 = 100 \text{ km/saat} = 27,78 \text{ m/san}$

$t = 0$ da $a_n = \frac{v^2}{p} = \frac{(27,78)^2}{1200} = 0,643 \text{ m/san}^2$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

$$(0,75)^2 = a_t^2 + (0,643)^2 \quad a_t^2 = 0,1491$$

$$a_t = -0,386 \text{ m/san}^2 \text{ (yavaşlamadan dolayı -)}$$

$t = 10 \text{ san}$ $v = v_0 + a_t t$

$$v = 27,78 + (-0,386)(10)$$

$$v_{10} = 23,92 \text{ m/san}$$

İkinci Frenleme Süresinde

$t = 10 \text{ san}$ $a_n = \frac{v_{10}^2}{p} = \frac{(23,92)^2}{1200} = 0,477 \text{ m/san}^2$

$$a^2 = a_t^2 + a_n^2$$

$$(0,75)^2 = a_t^2 + (0,477)^2 \quad a_t^2 = 0,3350$$

$$a_t = -0,579 \text{ m/san}^2$$

$v_0 = 23,92 \text{ m/san}$ ve $a_t = -0,579 \text{ m/san}^2$ olduğundan

$$v = v_{10} + a_t(t - 10)$$

$v = 0$ için $0 = 23,92 + (-0,579)(t - 10)$

$$t - 10 = 41,31 \text{ san} = \text{ikinci frenleme süresi}$$

Gerekli toplam zaman $t = 51,31 \text{ san}$

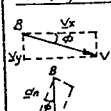
1.119 (a) $a_n = \frac{v^2}{p}$ y yatay olduğundan $a_n = g = 9,81 \text{ m/san}^2$

$$p = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(20)^2}{9,81} \quad p_0 = 40,77 \text{ m}$$

(b) Yatay hareket $v_x = 20 \text{ m/san}$

$$x_B = v_x t \quad 10 = 20t \quad t = \frac{1}{2} \text{ san}$$

Düşey hareket $v_y = (v_y)_0 - gt = 0 - (9,81)(\frac{1}{2}) = -4,905 \text{ m/san}$



$$tg \phi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-4,905}{20} = -0,2453 \quad \phi = 13,8^\circ$$

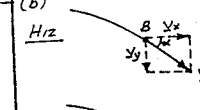
$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = (20)^2 + (-4,905)^2 = 424,06$$

$$a_n = 9,81 (\cos 13,8^\circ) = 9,81(0,971) = 9,526 \text{ m/san}^2$$

$$p_B = \frac{v^2}{a_n} = \frac{424,06}{9,526} = 44,51 \text{ m}$$

1.120 (a) Örnek prob. 1.11 e bkz.

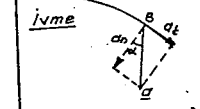
(b) Hız



$v_x = \text{Sabit}$

$$v = \frac{v_x}{\cos \alpha}$$

İvme



İvme sabittir

$$a = g$$

$$a_n = a \cos \alpha = g \cos \alpha$$

$$p = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(v_x / \cos \alpha)^2}{g \cos \alpha} = \frac{v_x^2}{g \cos^3 \alpha}$$

$\alpha = 0$ için (A noktasında) $p_{min} = \frac{v_x^2}{g}$

Böylece B noktasında $p = p_{min} \left(\frac{1}{\cos^3 \alpha} \right)$

1.121 Denk 1.39 dan $a = \frac{dv}{dt} i_t + \frac{v^2}{p} i_n$

$i_t \perp i_n$ olduğundan $a^2 = \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 + \frac{v^4}{p^2}$

(a) $t = 0$ için: $a = 2 \text{ m/san}^2, v = 1 \text{ m/san}$ (Prob. 1.39 a bkz)

$$2^2 = 0 + \frac{1^4}{p^2} \quad p^2 = \frac{1}{4} \quad p = 0,5 \text{ m}$$

(b) $t = 1 \text{ san}$ için: $a = \sqrt{40}, v = \sqrt{14}, dv/dt = 22/\sqrt{14}$

$$(\sqrt{40})^2 = \left(\frac{22}{\sqrt{14}} \right)^2 + \left(\frac{(\sqrt{14})^4}{p^2} \right) \quad 40 = \frac{484}{14} + \frac{196}{p^2}$$

$$p^2 = 36,1 \quad p = 6,01 \text{ m}$$

1.122 Denk. 1.39 dan $a = \frac{dv}{dt} i_t + \frac{v^2}{p} i_n$

$i_t \perp i_n$ olduğundan $a^2 = \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 + \frac{v^4}{p^2}$

Prob. 1.80 den $a = R p^2, v = \sqrt{R^2 + R^2 p^2}, \frac{dv}{dt} = 0$

$$(R p^2)^2 = 0 + \frac{(\sqrt{R^2 + R^2 p^2})^4}{p^2} \quad p = \frac{R^2 + R^2 p^2}{R p^2}$$

$$p = R + \frac{R^2}{p^2}$$

1.123 $v = 24000 \text{ km/saat} = 6666,67 \text{ m/san}$

$$a_n = g \left(\frac{R}{r} \right)^2 = 9,81 \frac{(6370000)^2}{r^2}$$

Oysa $a_n = \frac{v^2}{r}$

$$9,81 \frac{(6370000)^2}{r^2} = \frac{(6666,67)^2}{r}$$

$$r = \frac{9,81(6370000)^2}{(6666,67)^2} = 8956334 \text{ m} \approx 8956 \text{ km}$$

Yükseklik $8956 - 6370 = 2586 \text{ km}$

1.124 $a_n = \frac{v^2}{r} \quad v^2 = r a_n$

$$a_n = g \left(\frac{R}{r} \right)^2 \text{ koyarak } v^2 = r g \left(\frac{R}{r} \right)^2 = \frac{g R^2}{r}$$

Veriler $r = (6370 + 480) = 6850 \text{ km}$

$$R = 6370 \text{ km} \quad g = 9,81$$

$$v = \sqrt{\frac{g}{r}} \cdot R = \sqrt{\frac{9,81}{6850000}} \cdot 6370000 = 22,6370 = 7644 \text{ m/san}$$

$$v = 27520 \text{ km/saat}$$

1.125 $r = 384000 \text{ km} = 384000000 \text{ m} = 3,84 \times 10^8 \text{ m}$

$$R = 6370 \text{ km} = 6370000 \text{ m} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$$

Ay yörüngesindeki hız:

$$a_n = g \left(\frac{R}{r} \right)^2 = g \frac{(6,37 \times 10^6)^2}{(3,84 \times 10^8)^2} = 9,81 \frac{40,5769 (10)^{12}}{14,7456 (10)^{16}}$$

$$a_n = 0,0026995 \text{ m/san}^2 \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = 0,00270(3,84)(10)^8 = 0,010366 = (10)^8 \quad v = 1018 \text{ m/san}$$

$$v = 3665 \text{ km/saat}$$

Başka bir çözüm

$$a_n = \frac{v^2}{p} \quad a_n = g \left(\frac{R}{r} \right)^2 \quad a_n = a_n$$

$$\frac{v^2}{r} = g \left(\frac{R}{r} \right)^2 \quad v^2 = \frac{g R^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{9,81(6,37(10)^6)^2}{3,84 \times 10^8} = \frac{39,8059 (10)^{13}}{3,84 (10)^8}$$

$$v = 1018 \text{ m/san}$$

$$v = 3665 \text{ km/saat}$$

1.126 (a) $a_n = \frac{v^2}{r}$ ve $a_n = g \left(\frac{R}{r} \right)^2$

$$a_n = a_n \text{ yapılarak } \frac{v^2}{r} = g \left(\frac{R}{r} \right)^2 \quad v^2 = g \frac{R^2}{r} \quad (1)$$

Buna göre $v, \frac{1}{\sqrt{r}}$ ile orantılı olur.

(b) r yarıçaplı bir yörüngenin boyu: $s = 2\pi r$

r yarıçaplı bir yörüngenin zamanı

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2\pi r}{v}$$

Oysa (1) den $v^2 = g \frac{R^2}{r} \quad v = R \sqrt{\frac{g}{r}}$

Böylece $t = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{R} \frac{r^{3/2}}{\sqrt{g}}$

r mümkün merteye küçük yapıldsa (Atmosfer direnci ihmal ediliyor)

$$t_{min} = R \sqrt{\frac{2\pi}{g}} \quad t_{min} = \frac{2\pi}{R} \frac{R^{3/2}}{\sqrt{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

$$t_{min} = 2,314 \sqrt{\frac{6370000}{9,81}} = 6,28 \sqrt{649340} = 6,28 \cdot 806$$

$$t_{min} = 5064 \text{ san} = 84,4 \text{ dakika}$$

Buna karşılık gelen hız: $v = \sqrt{gR} = \sqrt{9,81(6370000)}$

$$v = 7905 \text{ m/san} = 28,458 \text{ km/saat}$$

1.127 $r = t^3 - 2t^2 \quad \theta = t^2 - 4t$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = 3t^2 - 4t$$

$$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = (t^3 - 2t^2)(2t - 4)$$

$$a_r = \frac{dv_r}{dt} = r \frac{d^2\theta}{dt^2} = (6t - 4) - (t^3 - 2t^2)(2t - 4)$$

$$a_\theta = r \frac{d^2r}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = (t^3 - 2t^2)(6t) + 2(3t^2 - 4t)(2t - 4)$$

(a) $t = 0$ ise $r = 0 \quad \theta = 0$

$$v_r = 0 \quad v_\theta = 0 \quad a_r = 0$$

$$a_\theta = -4 \quad a_\theta = 0$$

Burada θ , pozitif r ekseninden saat ibrelerinin ters yönünde ölçülmektedir.

(b) $t = 1 \text{ san}$ ise

$$r = -1 - 2 = -3 \text{ cm} \quad \theta = 1 - 4 = -3 \text{ radyan}$$

$$v_r = 3 - 4 = -1$$

$$v_\theta = (1 - 2)(3 - 4) = 1$$

$$v = \sqrt{2} \text{ cm/san} \quad \gamma = 135^\circ$$

$$a_r = (6 - 4) - (1 - 2)(3 - 4) = +3 \text{ cm/san}^2$$

$$a_\theta = (1 - 2)(6) + 2(3 - 4)(3 - 4) = -4 \text{ cm/san}^2$$

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm/san}^2$$

$$tg \gamma = \frac{-4}{3}$$

$$\gamma = 53,1^\circ$$

1.128 $r = t^3 - 2t^2 = t^2(t - 2), t = 0$ ve $t = 2 \text{ san}$ için $r = 0$

$t = 2 \text{ san}$ ise: v_r, v_θ, a_r ve a_θ için prob. 1.127 ye bkz

$$\theta = 2^2 - 4(2) = 0 \quad v_r = 3(2) - 4(2) = -4$$

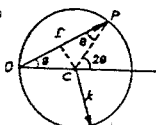
$$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = 0$$

$$v = 4 \text{ cm/san} \quad \gamma = 0$$

$$a_r = [6(2) - 4] - r \frac{d^2\theta}{dt^2} = 8 - 0 = 8$$

$$a_\theta = r \frac{d^2r}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = 0 + 2(4)(0) = 0$$

$$a = 8 \text{ cm/san}^2, \gamma = 82,9^\circ$$

1.123 (a) 

Merkezi ve K yarıçapı
1. bir çemberde
OC = CP = k
r = OP = 2k cos θ
θ = t olduğundan

r = 2k cos t olduğu kontrol edilir

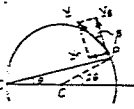
1.5. r = 2k cos t θ = t
 $\frac{dr}{dt} = -2k \sin t$ $\frac{d\theta}{dt} = 1$
 $\frac{d^2r}{dt^2} = -2k \cos t$ $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$

$v_r = \frac{dr}{dt} = -2k \sin t$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = 2k \cos t$
 $v^2 = v_r^2 + v_\theta^2 = 4k^2 (\sin^2 t + \cos^2 t) = 4k^2$ $v = 2k$
 $\dot{\theta} = \frac{v_\theta}{r} = \frac{2k \cos t}{2k \cos t} = 1$ $\dot{\theta} = 1$ $\theta = t$
 Böylece θ = t ve r = 2k olur ve v'nin çember boyunca yönlenmediği kontrol edilir.

Y = 2k çember boyunca yönlenmiş.

$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -2k \cos t - (2k \cos t)(1)^2 = -4k \cos t$
 $a_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = 0 + 2(-2k \sin t)(1) = -4k \sin t$
 $a^2 = a_r^2 + a_\theta^2 = (4k)^2 (\cos^2 t + \sin^2 t) = 16k^2$ $a = 4k$

$\tan \alpha = \frac{a_\theta}{a_r} = \frac{-4k \sin t}{-4k \cos t} = \tan t$ $\alpha = t$
 Böylece α = t ve a yönlenmiştir.

1.132 

Raket, düşey bir doğru boyunca hareket ettiğinden
 immeside bu doğru boyunca yönlenmeli ve bu ne-
 denle doğrulttu sabit olmalıdır. Bu doğrultu hareket için

$\alpha = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left[d \sec \theta \frac{d\theta}{dt} \right]$
 $= 2d \sec \theta (\sec \theta \tan \theta) \frac{d\theta}{dt} + d \sec^3 \theta \frac{d^2\theta}{dt^2}$
 $\alpha = d \sec^3 \theta \left[2 \tan \theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{d^2\theta}{dt^2} \right]$

Diğer bir çözüm

$\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{d}{dt} \left[d \sec \theta \frac{d\theta}{dt} \right] - d \sec \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $= d \sec \theta \tan^2 \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + d \sec^3 \theta \left(\frac{d^2\theta}{dt^2} \right) - d \sec \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $= d \sec \theta \tan^2 \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\alpha_\theta = \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2d \sec \theta \tan \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$
 $\alpha_\theta = d \sec \theta \left[\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \tan \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]$

$\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2}$
 $= d \sec \theta \left[\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \tan \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \sqrt{1 + \tan^2 \theta}$
 $\alpha = d \sec^2 \theta \left[\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \tan \theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]$
 $\tan \theta = \frac{\alpha_r}{\alpha_\theta} = \tan \theta$
 Böylece θ = t ve α düşey olur.

1.133 $r = k(1 + \cos \frac{\pi}{2} t)$ $\theta = \frac{\pi}{2} t$

$\frac{dr}{dt} = \frac{\pi}{2} k (-\sin \frac{\pi}{2} t)$ $\frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi}{2}$
 $\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\pi^2}{4} k (-\cos \frac{\pi}{2} t)$ $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$

$v_r = \frac{dr}{dt} = -\frac{\pi}{2} k \sin \frac{\pi}{2} t$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi}{2} k (1 + \cos \frac{\pi}{2} t)$
 $\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{\pi^2}{4} k \cos \frac{\pi}{2} t - \frac{\pi^2}{4} k (1 + \cos \frac{\pi}{2} t)$
 $\alpha_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = 0 - 2 \frac{\pi^2}{4} k \sin \frac{\pi}{2} t$

(a) t = 1 ise $\sin \frac{\pi}{2} = 1$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$

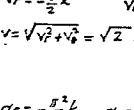
$v_r = -\frac{\pi}{2} k$ $v_\theta = \frac{\pi}{2} k$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \sqrt{2} \frac{\pi}{2} k = \frac{\pi}{\sqrt{2}} k$ $\tan \gamma = \frac{v_\theta}{v_r} = -1$, $\gamma = 135^\circ$
 $\gamma = \frac{\pi}{4}$, $\gamma = 135^\circ$

$\alpha_r = -\frac{\pi^2}{4} k$ $\alpha_\theta = -\frac{\pi^2}{4} k$
 $\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2} = \sqrt{2} \frac{\pi^2}{4} k$ $\tan \delta = \frac{\alpha_r}{\alpha_\theta} = 1$, $\delta = 135^\circ$
 $\delta = \frac{\pi}{4}$, $\delta = 135^\circ$

(b) t = 2 ise $\sin \pi = 0$, $\cos \pi = -1$

$v_r = 0$, $v_\theta = 0$, $\gamma = 0$
 $\alpha_r = -\frac{\pi^2}{4} k(1) - \frac{\pi^2}{4} k(0) = -\frac{\pi^2}{4} k$ $\alpha_\theta = 0$ $\alpha = \frac{\pi^2}{4} k$, $\delta = 0$

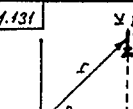
Not: Yörünge bir Kardoid veya bir episkloid dir. R₁ = R₂ dir. B çemberi sabit A çemberi üzerinde yuvarlanırken B'nin A noktası bu eğriyi çizer.

1.134 

Arkhimedes Spirali $r = b\theta$

Hız $v_r = \frac{dr}{dt} = b \frac{d\theta}{dt}$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = b\theta \frac{d\theta}{dt}$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = b \sqrt{1 + \theta^2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$

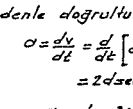
İvme $\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = b \frac{d^2\theta}{dt^2} - b\theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\alpha_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = b\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2b \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{Sabit}$ için $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$ ve
 $\alpha_r = -b\theta \omega^2$ $\alpha_\theta = 2b\omega^2$
 $\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2} = b\omega^2 \sqrt{\theta^2 + 4}$

1.135 

Hiperbolik Spiral $r = \frac{b}{\theta}$

Hız $v_r = \frac{dr}{dt} = -\frac{b}{\theta^2} \frac{d\theta}{dt}$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = \frac{b}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \frac{b}{\theta^2} \sqrt{1 + \theta^2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$

İvme $\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \left[-\frac{b}{\theta^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2b}{\theta^3} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] - \frac{b}{\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\alpha_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = \frac{b}{\theta} \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \left(-\frac{b}{\theta^2} \frac{d\theta}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{Sabit}$ için $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$ ve
 $\alpha_r = \left(\frac{2b}{\theta^3} - \frac{b}{\theta} \right) \omega^2 = \frac{b\omega^2}{\theta^3} (2 - \theta^2)$
 $\alpha_\theta = -\frac{2b}{\theta^3} \omega^2 = -\frac{b\omega^2}{\theta^3} (2\theta)$
 $\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2} = \frac{b\omega^2}{\theta^3} \sqrt{(2 - \theta^2)^2 + 4\theta^2} = \frac{b\omega^2}{\theta^3} \sqrt{4 - 4\theta^2 + \theta^4 + 4\theta^2}$
 $\alpha = \frac{b\omega^2}{\theta^3} \sqrt{4 + \theta^4}$

1.136 

Logaritmik Spiral $r = e^{b\theta}$

Hız $v_r = \frac{dr}{dt} = b e^{b\theta} \frac{d\theta}{dt}$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = e^{b\theta} \frac{d\theta}{dt}$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = e^{b\theta} \sqrt{b^2 + 1} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$

İvme $\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \left[b e^{b\theta} \frac{d^2\theta}{dt^2} + b^2 e^{b\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] - e^{b\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\alpha_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = e^{b\theta} \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2b e^{b\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{Sabit}$, $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$,
 $\alpha_r = e^{b\theta} (b^2 - 1) \omega^2$ $\alpha_\theta = 2b e^{b\theta} \omega^2$
 $\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2} = e^{b\theta} \omega^2 \sqrt{(b^2 - 1)^2 + 4b^2} = e^{b\theta} \omega^2 \sqrt{b^4 - 2b^2 + 1 + 4b^2}$
 $\alpha = e^{b\theta} \omega^2 \sqrt{b^4 + 2b^2 + 1} = e^{b\theta} \omega^2 (b^2 + 1)$

1.137 

(a) Hızın radyal ve radyal dik bileşenleri (θ = 0 için)

$v_r = 0$
 $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = v_0$
 $\frac{d\theta}{dt} = \frac{v_0}{r} = \frac{v_0}{34}$

(b) Hız bileşenleri (θ = 90°)

$v_r = -v_0 \cos \theta = -\frac{29}{26} v_0$
 $v_\theta = -\frac{12}{13} v_0$
 $a_r = \frac{dv_r}{dt} = v_0 \left(\frac{29}{26} \right)$
 $\frac{d\theta}{dt} = \frac{5}{338} v_0$

1.138 $R = 2k \cos t$ $\theta = t$ $z = \rho t$
 $\dot{R} = -2k \sin t$ $\dot{\theta} = 1$ $\dot{z} = \rho$
 $\ddot{R} = -2k \cos t$ $\ddot{\theta} = 0$ $\ddot{z} = 0$

(a) Maddesel noktanın yörüngesi $OP = R$, $\theta = t$

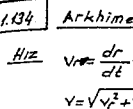
P'nin xy düzlemi üzerindeki izdüşümü göz önüne alalım.
 $x = R \cos \theta = 2k \cos^2 t = 2k \left(\frac{1 + \cos 2t}{2} \right)$
 $(x - k) = k \cos 2t$
 $y = R \sin \theta = 2k \cos t \sin t = 2k \left(\frac{1}{2} \right) \sin 2t$
 $y = k \sin 2t$
 $(x - k)^2 + y^2 = k^2$ denkleminin $x = k$, $y = 0$ da k yarıçaplı bir çember gösterdiği hatırlanırsa; z hız bileşeninin $\dot{z} = \rho$ sabit olduğu hatırlanırsa yörünge $\theta = 0$, $R = k$ da düşey eksenli bir helis olur.

(b) Hız ve ivme

Denk. 1.49 dan $\mathbf{v} = \dot{R} \hat{e}_R + R \dot{\theta} \hat{e}_\theta + \dot{z} \hat{k}$
 $\mathbf{v} = (-2k \sin t) \hat{e}_R + (2k \cos t) \hat{e}_\theta + \rho \hat{k}$
 $\hat{e}_R, \hat{e}_\theta$ ve $\hat{k}$ ortogonal bir üçlü teşkil ettiklerinden
 $v = \sqrt{v_R^2 + v_\theta^2 + v_z^2} = \sqrt{(-2k \sin t)^2 + (2k \cos t)^2 + \rho^2}$
 $= \sqrt{4k^2 (\sin^2 t + \cos^2 t) + \rho^2}$ $v = \sqrt{4k^2 + \rho^2}$
 $v = \text{Sabit}$ olduğuna göre $dv/dt = 0$ dir.
 Denk. 1.50 den $\mathbf{a} = (\ddot{R} - R \dot{\theta}^2) \hat{e}_R + (R \ddot{\theta} + 2\dot{R} \dot{\theta}) \hat{e}_\theta + \ddot{z} \hat{k}$
 $\mathbf{a} = (-2k \cos t - 2k \cos t) \hat{e}_R + (0 + (-4k \sin t)) \hat{e}_\theta + 0 \hat{k}$
 $\mathbf{a} = -(4k \cos t) \hat{e}_R - (4k \sin t) \hat{e}_\theta$
 $a = \sqrt{a_R^2 + a_\theta^2 + a_z^2} = \sqrt{(4k)^2 (\cos^2 t + \sin^2 t)}$ $a = 4k$

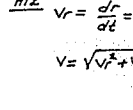
(c) Eğrilik yarıçapı

$\frac{dv}{dt} = 0$ olduğuna göre Denk. 1.39 dan
 $\mathbf{a} = \frac{dv}{dt} \hat{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \hat{e}_n = 0 + \frac{v^2}{\rho} \hat{e}_n$
 $\mathbf{a} = \frac{v^2}{\rho} \hat{e}_n$ $\rho = \frac{v^2}{a}$
 $\rho = \frac{(\sqrt{4k^2 + \rho^2})^2}{4k} = \frac{4k^2 + \rho^2}{4k}$
 $\rho = k + \frac{\rho^2}{4k}$

1.139 

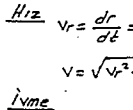
Hız $v_r = \frac{dr}{dt} = b \frac{d\theta}{dt}$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = b\theta \frac{d\theta}{dt}$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = b \sqrt{1 + \theta^2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$

İvme $\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = b \frac{d^2\theta}{dt^2} - b\theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\alpha_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = b\theta \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2b \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{Sabit}$ için $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$ ve
 $\alpha_r = -b\theta \omega^2$ $\alpha_\theta = 2b\omega^2$
 $\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2} = b\omega^2 \sqrt{\theta^2 + 4}$

1.140 

Hız $v_r = \frac{dr}{dt} = -\frac{b}{\theta^2} \frac{d\theta}{dt}$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = \frac{b}{\theta} \frac{d\theta}{dt}$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \frac{b}{\theta^2} \sqrt{1 + \theta^2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$

İvme $\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \left[-\frac{b}{\theta^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2b}{\theta^3} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] - \frac{b}{\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\alpha_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = \frac{b}{\theta} \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \left(-\frac{b}{\theta^2} \frac{d\theta}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{Sabit}$ için $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$ ve
 $\alpha_r = \left(\frac{2b}{\theta^3} - \frac{b}{\theta} \right) \omega^2 = \frac{b\omega^2}{\theta^3} (2 - \theta^2)$
 $\alpha_\theta = -\frac{2b}{\theta^3} \omega^2 = -\frac{b\omega^2}{\theta^3} (2\theta)$
 $\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2} = \frac{b\omega^2}{\theta^3} \sqrt{(2 - \theta^2)^2 + 4\theta^2} = \frac{b\omega^2}{\theta^3} \sqrt{4 - 4\theta^2 + \theta^4 + 4\theta^2}$
 $\alpha = \frac{b\omega^2}{\theta^3} \sqrt{4 + \theta^4}$

1.141 

Hız $v_r = \frac{dr}{dt} = b e^{b\theta} \frac{d\theta}{dt}$ $v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = e^{b\theta} \frac{d\theta}{dt}$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = e^{b\theta} \sqrt{b^2 + 1} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$

İvme $\alpha_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \left[b e^{b\theta} \frac{d^2\theta}{dt^2} + b^2 e^{b\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] - e^{b\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\alpha_\theta = r \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = e^{b\theta} \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2b e^{b\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{Sabit}$, $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$,
 $\alpha_r = e^{b\theta} (b^2 - 1) \omega^2$ $\alpha_\theta = 2b e^{b\theta} \omega^2$
 $\alpha = \sqrt{\alpha_r^2 + \alpha_\theta^2} = e^{b\theta} \omega^2 \sqrt{(b^2 - 1)^2 + 4b^2} = e^{b\theta} \omega^2 \sqrt{b^4 - 2b^2 + 1 + 4b^2}$
 $\alpha = e^{b\theta} \omega^2 \sqrt{b^4 + 2b^2 + 1} = e^{b\theta} \omega^2 (b^2 + 1)$

1.139 $R = A(1 - e^t)$ $\theta = 2\pi t$ $z = B(1 - e^t)$
 $\dot{R} = A e^t$ $\dot{\theta} = 2\pi$ $\dot{z} = B e^t$
 $\ddot{R} = A e^t$ $\ddot{\theta} = 0$ $\ddot{z} = B e^t$

Hız: (Denk. 1.49)

$\mathbf{v} = \dot{R}\mathbf{e}_R + R\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z$
 $\mathbf{v} = A e^t \mathbf{e}_R + A(1 - e^t) 2\pi \mathbf{e}_\theta + B e^t \mathbf{e}_z$
 $t=0$ ise: $\mathbf{e}_R = \mathbf{e}_1$ $\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_2$ $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_3$
 $\mathbf{v} = A \mathbf{e}_1 + 2\pi A \mathbf{e}_2 + B \mathbf{e}_3$
 $v = \sqrt{A^2 + B^2}$
 $t \rightarrow \infty$ ise: $\mathbf{e}_R = \mathbf{e}_1$ $\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_2$ $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_3$
 $\mathbf{v} = 2\pi A \mathbf{e}_2$ $v = 2\pi A$

İvme: (Denk. 1.50)

$\mathbf{a} = (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_R + (R\ddot{\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta + \ddot{z}\mathbf{e}_z$
 $\mathbf{a} = [A e^t - A(1 - e^t) 4\pi^2]\mathbf{e}_R + [0 + 2A e^t 2\pi]\mathbf{e}_\theta + B e^t \mathbf{e}_z$
 $t=0$ ise: $\mathbf{e}_R = \mathbf{e}_1$ $\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_2$ $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_3$
 $\mathbf{a} = A \mathbf{e}_1 + 4\pi A \mathbf{e}_2 - B \mathbf{e}_3$
 $a = \sqrt{A^2 + (4\pi A)^2 + B^2}$
 $t \rightarrow \infty$ ise: $\mathbf{e}_R = \mathbf{e}_1$ $\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_2$ $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_3$
 $\mathbf{a} = -4\pi^2 A \mathbf{e}_1$ $a = 4\pi^2 A$

1.140 $R = A$ $\theta = 2\pi t$ $z = B \sin 2\pi t$
 $\dot{R} = 0$ $\dot{\theta} = 2\pi$ $\dot{z} = 2\pi B \cos 2\pi t$
 $\ddot{R} = 0$ $\ddot{\theta} = 0$ $\ddot{z} = -4\pi^2 B \sin 2\pi t$

Hız: (Denk. 1.49)

$\mathbf{v} = \dot{R}\mathbf{e}_R + R\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z$
 $\mathbf{v} = 0 + A(2\pi)\mathbf{e}_\theta + 2\pi B \cos 2\pi t \mathbf{e}_z$
 $v = 2\pi \sqrt{A^2 + B^2 \cos^2 2\pi t}$

İvme: (Denk. 1.50)

$\mathbf{a} = (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_R + (R\ddot{\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta + \ddot{z}\mathbf{e}_z$
 $\mathbf{a} = [-A - A(2\pi)^2]\mathbf{e}_R + [0 + 0]\mathbf{e}_\theta + (-4\pi^2 B \sin 2\pi t)\mathbf{e}_z$
 $a = \sqrt{A^2 + B^2 \sin^2 2\pi t} \cdot 4\pi^2$

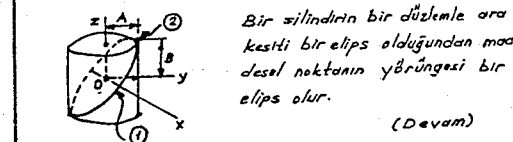
1.141 Prob. 1.140 dan $n=1$ $2\pi t = \theta$
 $\mathbf{v} = 2\pi [A \mathbf{e}_\theta + B \cos 2\pi t \mathbf{e}_z] = 2\pi [A \mathbf{e}_\theta + B \cos \theta \mathbf{e}_z]$
 $\mathbf{a} = 4\pi^2 [-A \mathbf{e}_R - B \sin 2\pi t \mathbf{e}_z] = 4\pi^2 [-A \mathbf{e}_R - B \sin \theta \mathbf{e}_z]$
 Binormalin yönü $\mathbf{y}$ ya paraleldir. Şekil 1.26 dan: $\mathbf{i}_R \times \mathbf{i}_\theta = \mathbf{i}_z$ ve $\mathbf{i}_\theta \times \mathbf{i}_z = \mathbf{i}_R$

$\mathbf{v} \times \mathbf{a} = 8\pi^3 [A \mathbf{e}_\theta + B \cos \theta \mathbf{e}_z] \times [-A \mathbf{e}_R - B \sin \theta \mathbf{e}_z]$
 $\mathbf{v} \times \mathbf{a} = 8\pi^3 [A^2 \mathbf{k} - AB \cos \theta \mathbf{i}_\theta - AB \sin \theta \mathbf{i}_R]$ (1)

$\mathbf{i}_R = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j}$ $\mathbf{i}_\theta = -\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j}$
 Bunlar (1) denklemine yerleştirilirse
 $\mathbf{v} \times \mathbf{a} = 8\pi^3 [A^2 \mathbf{k} - AB(-\cos \theta \sin \theta \mathbf{i} + \cos^2 \theta \mathbf{j}) - AB(\sin \theta \cos \theta \mathbf{i} + \sin^2 \theta \mathbf{j})]$

$\mathbf{v} \times \mathbf{a} = 8\pi^3 [A^2 \mathbf{k} - AB(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) \mathbf{j}]$
 $\mathbf{v} \times \mathbf{a} = 8\pi^3 [A^2 \mathbf{k} - AB \mathbf{j}]$

(a) A ve B sabit olduklarından binormalin yönü sabittir ve hareket bir düzlem içinde olur.



(Devam)

1.141 Devam (b) Prob. 1.140 dan $n=1$ için

$\mathbf{v} = 2\pi \sqrt{A^2 + B^2 \cos^2 2\pi t} \mathbf{e}_\theta$
 $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = 2\pi \left(\frac{2B^2 \cos 2\pi t (-\sin 2\pi t) 2\pi}{\sqrt{A^2 + B^2 \cos^2 2\pi t}} \right) = \frac{-4\pi^3 B^2 \sin 2\pi t \cos 2\pi t}{\sqrt{A^2 + B^2 \cos^2 2\pi t}}$

veya $2\pi t = 0$ olduğundan
 $\mathbf{v} = 2\pi \sqrt{A^2 + B^2 \cos^2 0} \mathbf{e}_\theta = 4\pi \sqrt{A^2 + B^2} \mathbf{e}_\theta$
 $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -4\pi^3 B^2 \sin 0 \cos 0 / \sqrt{A^2 + B^2 \cos^2 0} = 0$

$\theta = 0$ olan ① noktasında eğrilik yarıçapı maksimum olur.
 $\theta = 0$ için $v^2 = 4\pi^2 (A^2 + B^2)$, $a = 4\pi^2 A$ $dv/dt = 0$
 Oysa $a = \frac{v^2}{\rho_{maks}}$ $\rho_{maks} = \frac{A^2 + B^2}{A}$ $\rho_{maks} = A + \frac{B^2}{A}$

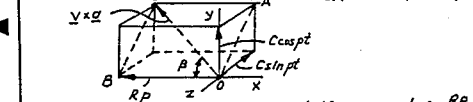
$\theta = \frac{\pi}{2}$ olan ② noktasında eğrilik yarıçapı minimum olur.
 $\theta = \frac{\pi}{2}$ için $v^2 = 4\pi^2 A^2$, $a = 4\pi^2 A$, $dv/dt = 0$
 Oysa $a = \frac{v^2}{\rho_{min}}$ $\rho_{min} = \frac{A^2}{A} = A$ $\rho_{min} = \frac{A^2}{A + B^2}$

1.142 Prob. 1.80

$\mathbf{v} = c\mathbf{i} + (R\rho \cos pt)\mathbf{j} - (R\rho \sin pt)\mathbf{k}$
 $\mathbf{a} = -R\rho^2 \sin pt \mathbf{j} - R\rho^2 \cos pt \mathbf{k}$
 Kıs. 1.13 den hatırlanacağı gibi, $\mathbf{y}$ ve $\mathbf{g}$ osküllerör düzlemin içindedir. Buna göre binormalin yönü $\mathbf{y} \times \mathbf{g}$ ya paraleldir.

$\mathbf{y} \times \mathbf{g} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ c & R\rho \cos pt & -R\rho \sin pt \\ 0 & -R\rho \sin pt & -R\rho \cos pt \end{vmatrix} = -R^2 \rho^2 (\cos^2 pt + \sin^2 pt) \mathbf{i} + cR\rho^2 \cos pt \mathbf{j} - cR\rho^2 \sin pt \mathbf{k}$

$\mathbf{i}_b$ nin yönü: $\mathbf{y} \times \mathbf{g} = R^2 \rho^2 [-\mathbf{i} + c \cos pt \mathbf{j} - c \sin pt \mathbf{k}]$
 $OA = c \sqrt{\sin^2 pt + \cos^2 pt} = c$



Binormal ile x eksenini arasındaki açı: $\cot \gamma = \frac{BP}{c}$ (1)
 Binormal osküllerör düzleme dik olduğunda x eksenini ile osküllerör düzlem arasındaki açı, $\gamma = 90^\circ - \beta$.

$\tan \gamma = \tan(90^\circ - \beta) = \cot \beta = \frac{BP}{c}$
 Başka bir çözüm Denk 3.21 i kullanarak
 $\cos \beta = \frac{(\mathbf{y} \times \mathbf{g}) \cdot \mathbf{i}}{|\mathbf{y} \times \mathbf{g}|} = \frac{R^2 \rho^2 (-1)}{R^2 \rho^2 (\cos^2 pt + \sin^2 pt) + c^2}$
 $\cos \beta = \frac{RP}{\sqrt{(R\rho)^2 + c^2}}$ bu ise $\cot \gamma = \frac{RP}{c}$ ye eşdeğerdir.

*1.143 Prob. 1.73 dan $\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 3t^2\mathbf{k}$ $\mathbf{a} = 2\mathbf{j} + 6t\mathbf{k}$
 $\mathbf{y}$ ve $\mathbf{g}$ osküllerör düzlemde bulunduklarından binormalin yönü $\mathbf{y} \times \mathbf{g}$ ya paraleldir.

$\mathbf{y} \times \mathbf{g} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 2t & 3t^2 \\ 0 & 2 & 6t \end{vmatrix} = (12t^2 - 6t^2) \mathbf{i} - 6t \mathbf{j} + 2 \mathbf{k}$

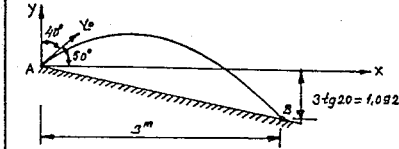
(a) $t=0$ ise: $\mathbf{y} \times \mathbf{g} = 2\mathbf{k}$
 Binormal birim vektördür: $\mathbf{i}_b = \mathbf{k}$

(b) $t=1$ ise $\mathbf{y} \times \mathbf{g} = 6\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ $|\mathbf{y} \times \mathbf{g}| = \sqrt{6^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{76}$
 Binormal birim vektördür $\mathbf{i}_b = \mathbf{y} \times \mathbf{g} / |\mathbf{y} \times \mathbf{g}|$

$\mathbf{i}_b = \frac{1}{\sqrt{76}} (6\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k})$

Binormalin doğrulttu açısı
 $\cos \theta_x = 6/\sqrt{76} = 0,688$ $\theta_x = 46,5^\circ$
 $\cos \theta_y = -6/\sqrt{76} = -0,688$ $\theta_y = 133,5^\circ$
 $\cos \theta_z = 2/\sqrt{76} = 0,229$ $\theta_z = 76,7^\circ$

1.144



Yatay hareket: (Düzgün)

$(v_x)_0 = v_0 \cos 50^\circ$
 $x = x_0 + (v_x)_0 t = 0 + (v_0 \cos 50^\circ) t$
 B de $x = 3 \text{ m} = (v_0 \cos 50^\circ) t$ $v_0 = \frac{3}{t \cos 50^\circ}$ (1)

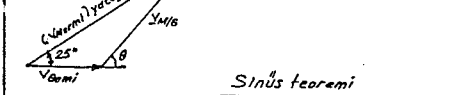
Düşey hareket: (Düzgün değ.)

$(v_y)_0 = v_0 \sin 50^\circ$ $a = -g = -9,81 \text{ m/s}^2$
 $y = y_0 + (v_y)_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 0 + (v_0 \sin 50^\circ) t - 4,905 t^2$
 B de $y = -1,092 \text{ m}$ ve (1) den $v_0 = \frac{3}{t \cos 50^\circ}$
 $-1,092 = \frac{3}{t \cos 50^\circ} (\sin 50^\circ) t - 4,905 t^2$

$-1,092 = 3 \tan 50^\circ - 4,905 t^2$
 $-1,092 = 3,575 - 4,905 t^2$
 $4,905 t^2 = 4,667$ $t = \sqrt{\frac{4,667}{4,905}} = \sqrt{0,9515}$
 $t = 0,975 \text{ s}$
 $v_0 = \frac{3}{t \cos 50^\circ} = \frac{3}{0,975 \times 0,643} = 4,785 \text{ m/s}$ $\angle 50^\circ$

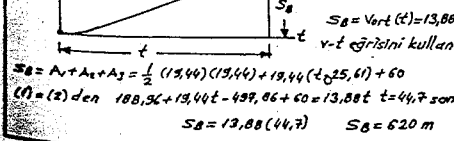
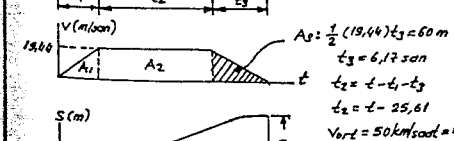
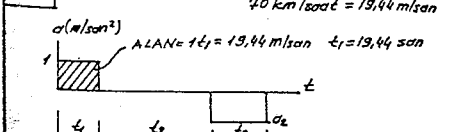
1.145 Merminin gemiye göre hızının yatay bileşenini göz önüne alalım.

$v_{10} = (600 \text{ m/s}) \cos 20^\circ = 563,8 \text{ m/s}$
 $v_{\text{gemi}} = 30 \text{ m/saat} = 15,44 \text{ m/s}$
 $v_{\text{merm}} = v_{\text{gemi}} + v_{10}$

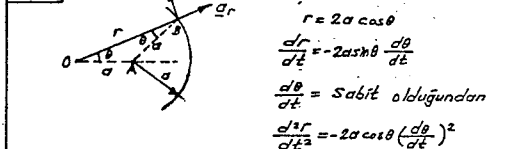


Sinüs teoremi
 $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$
 $\frac{\sin \alpha}{0,016} = \frac{\sin \beta}{15,44} = \frac{\sin 25^\circ}{563,8}$
 $\sin \beta = 0,016 \cdot \frac{\sin 25^\circ}{563,8} = 0,66$
 $\beta = 25^\circ + \beta = 25,66^\circ$ Geminin seyir doğrultusu ik yaptığı açı.

1.146



1.147

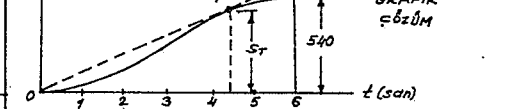


Şekilden
 $r = 2a \cos \theta$
 $\frac{dr}{d\theta} = -2a \sin \theta \frac{d\theta}{d\theta}$
 $\frac{d\theta}{d\theta} = \text{Sabit}$ olduğundan
 $\frac{d^2 r}{d\theta^2} = -2a \cos \theta \left(\frac{d\theta}{d\theta} \right)^2$

$a_r = \frac{d^2 r}{d\theta^2} - r \left(\frac{d\theta}{d\theta} \right)^2 = -4a \cos \theta \left(\frac{d\theta}{d\theta} \right)^2$
 $a_\theta = r \frac{d^2 \theta}{d\theta^2} + 2 \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{d\theta} = 0 - 4a \sin \theta \left(\frac{d\theta}{d\theta} \right)^2$
 $a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = 4a \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} \left(\frac{d\theta}{d\theta} \right)^2$
 $a = 4a \left(\frac{d\theta}{d\theta} \right)^2$, $\frac{d\theta}{d\theta} = \text{Sabit}$ olduğundan $a = \text{Sabit}$

$\tan \psi = \frac{-a_\theta}{a_r} = \tan \theta$ $\psi = \theta$
 O halde ψ , A ya yönelmiştir.

1.148 Hareketin s-t eğrisini tekrar çizelim



$v_{\text{ort}} = \frac{\text{Seki değışim}}{t}$ $v_{\text{ort}} \text{ nin maksimum değeri için}$
 eğriye, 0 başlangıcından geçen bir teğet çizelim. s-t eğrisinden
 $s_T = 455 \text{ cm}$ $t = 4,5 \text{ san}$
 $v_{\text{ort}} = \frac{455}{4,5}$ $v_{\text{ort}} = 101 \text{ cm/san}$

ANALİTİK ÇÖZÜM

$t=0$ için $a = 90 \text{ cm/san}^2$ olup ivme $t=6$ s'nde $a = -90 \text{ cm/san}^2$ ye kadar doğrusal olarak değişeceğinden
 $a = 90 (1 - t/6)$

$\frac{dv}{dt} = 90 (1 - t/6)$ $t=0, v=0$
 $\int_0^t dv = 90 \int_0^t (1 - \frac{t}{6}) dt$
 $v = 90 (t - \frac{t^2}{12})$

$\frac{ds}{dt} = 90 (t - \frac{t^2}{6})$ $t=0, s=0$
 $\int_0^t ds = 90 \int_0^t (t - \frac{t^2}{6}) dt$
 $s = 90 (\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{18})$

$v_{\text{ort}} = \frac{s}{t} = 90 (\frac{t}{2} - \frac{t^2}{18})$ (1)

Maksimum için $\frac{d(v_{\text{ort}})}{dt} = 0$
 $90 (\frac{1}{2} - \frac{2t}{18}) = 0$ $t = 4,5 \text{ san}$

$t = 4,5 \text{ san}$ ise (1) den
 $(v_{\text{ort}}) = 90 (\frac{4,5}{2} - \frac{4,5^2}{18})$ $(v_{\text{ort}})_{\text{maks}} = 101,25 \text{ cm/san}$

1.149

Prob. 1.123'deki bilgilerden

$$a_n = g \left(\frac{R}{r} \right)^2 \quad (1)$$

$R = \text{Dünyanın yarıçapı}$ $r = \text{Dünya merkezinden uzaklık}$

$$r = R + h = 6370 + 6400 = 12770 \text{ km}$$

Dairesel bir yörünge için

$$a_n = \frac{v^2}{r} = g \left(\frac{R}{r} \right)^2$$

$$v^2 = g \frac{R^2}{r} = 9,81 \frac{(6370000)^2}{12770000}$$

$$v = 3,177 \times 10^3 = 3177 \text{ m/san}$$

$$v = 1783 \text{ m/san} = 6419 \text{ km/saat}$$

1.150 MERHİNİN YATAY HAREKETİ

Hedef uzaklığı: $6(1853) \cos 12,5^\circ$

$$x = 11118(0,9753) = 10854,5 \text{ m}$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha = 800 \cos \alpha$$

$$x = V_x t: 10854,5 = (800 \cos \alpha) t \quad t = \frac{10854,5}{800 \cos \alpha} \quad (1)$$

MERHİNİN DÜŞEY HAREKETİ

$(V_y)_0 = 800 \sin \alpha \quad a = -9,81 \text{ m/san}^2$

$$y = (800 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = -20 \text{ m alınır ve t'nin (1)deki değeri yerine konulursa}$$

$$-20 = (800 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} (9,81) \left(\frac{10854,5}{800 \cos \alpha} \right)^2$$

$$-20 = 10854,5 \tan \alpha - 902,98 \sec^2 \alpha$$

$$\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha \text{ konulursa}$$

$$\tan^2 \alpha - 12,0207 \tan \alpha + 0,9778 = 0$$

$$\tan \alpha_1 = 0,0819 \text{ veya } \tan \alpha_2 = 11,9389$$

$$\alpha_1 = 4,7^\circ \quad \alpha_2 = 85,2^\circ$$

GÖRÜŞ AÇISI: (1) den

$$t = \frac{10854,5}{800 \cos 4,7^\circ} = 11,17 \text{ san veya } t = \frac{10854,5}{800 \cos 85,2^\circ} = 162,14 \text{ san}$$

Bu süre içinde geminin aldığı yol: d

$$V_{\text{gemini}} = 25(1853) \frac{1}{3600} = 12,87 \text{ m/san}$$

$$d = 12,87(11,17) = 143,76 \text{ m veya } d = 12,87(162,14) = 2086,74 \text{ m}$$

$$\tan \beta = \frac{143,76}{10854,5} = 0,0132 \quad \beta = 0,8^\circ \text{ veya } \tan \beta = \frac{2086,74}{10854,5} \quad \beta = 10,9^\circ$$

1.151 DÜZBÜN HAREKET

$$a = 0,003 \text{ m/san}^2$$

$$v = v_0 + at$$

$$v - v_0 = 35000 - 30000 = 5000 \text{ km/saat} = 1388,89 \text{ m/san}$$

$$1388,89 = (0,003) t \quad t = 462963 \text{ san}$$

$$t = 128,6 \text{ saat}$$

1.152 $\alpha = 32,6^\circ$

$V_0 = 200 \text{ m/san}$

$$a_n = a \cos 32,6^\circ = g \cos 32,6^\circ$$

$$a_n = 9,81 \times 0,842 = 8,26 \text{ m/san}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(200)^2}{8,26}$$

$$r = 4840 \text{ m}$$

$\alpha = 67,4^\circ$

$$a_n = a \cos 67,4^\circ = g \cos 67,4^\circ$$

$$a_n = 9,81 \times 0,3987 = 3,833 \text{ m/san}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(200)^2}{3,833}$$

$$r = 10440 \text{ m}$$

1.153

Yerçekimi ivmesi: $g \downarrow$ Hava direncinin ivmesi: $kv^2 \downarrow$ Toplam ivme: $a = -(g + kv^2)$

$$v \frac{dv}{dy} = -(g + kv^2)$$

$$\int_{v_0}^0 \frac{v dv}{g + kv^2} = \int_h^0 dy$$

$$\left[-\frac{1}{2k} \ln(g + kv^2) \right]_{v_0}^0 = h$$

$$h = \left[-\frac{1}{2k} \ln(g + kv^2) \right]_{v_0}^0$$

$$h = \frac{1}{2k} \ln \frac{g + kv^2}{g}$$

Veriler: Direnç: $0,0006 v^2$, 0 halde $k = 0,0006$

$$v_0 = 10 \text{ m/san}$$

$$h = \frac{1}{2(0,0006)} \ln \left(\frac{9,81 + 0,0006(100)^2}{9,81} \right)$$

$$h = 833,33 \ln \frac{15,81}{9,81} = 833,33 \ln (1,6116) = 833,33(0,4772)$$

$$h = 397,9 \text{ m}$$

1.154

Yerçekim ivmesi: $g \downarrow$ Hava direncinin ivmesi: $kv^2 \downarrow$ Toplam ivme: $a = -(g + kv^2)$ Prob. 1.153 den $h = 397,9 \text{ m}$, $k = 0,0006$

$$v \frac{dv}{dy} = -(g + kv^2)$$

$$\int_{v_0}^0 \frac{v dv}{g + kv^2} = \int_h^0 dy$$

$$\left[-\frac{1}{2k} \ln(g + kv^2) \right]_{v_0}^0 = h$$

$$\frac{1}{2k} \ln \frac{g + kv^2}{g} = -h$$

$$\ln \frac{g + kv^2}{g} = -2kh = -2(0,0006)(397,9) = -0,4772$$

$$\frac{g + kv^2}{g} = e^{-0,4772} = 0,6205$$

$$9,81 - 0,0006 v^2 = 0,6205(9,81) = 5,987$$

$$v^2 = \frac{9,81 - 5,987}{0,0006} = 6205 \quad v = 78,8 \text{ m/san}$$

1.155

Prob. 1.153 den $a = -(g + kv^2)$

$$\frac{dv}{dt} = -(g + kv^2)$$

$$-\frac{dv}{g + kv^2} = dt$$

$$-\int_{v_0}^0 \frac{dv}{g + kv^2} = \int_0^t dt$$

$$t = -\frac{1}{k} \int_{v_0}^0 \frac{dv}{(g/k + v^2)} = \left[-\frac{1}{k} \left(\frac{g}{k} \right)^{1/2} \arctan \left(\frac{v}{(g/k)^{1/2}} \right) \right]_{v_0}^0$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{kg}} \arctan \sqrt{\frac{k}{g}} \frac{v_0}{1}$$

Verilenler: $k = 0,0006$, $v_0 = 100 \text{ m/san}$, $g = 9,81 \text{ m/san}^2$

$$\sqrt{kg} = \sqrt{0,0006(9,81)} = \sqrt{0,005886} = 0,0765$$

$$\sqrt{\frac{k}{g}} v_0 = \sqrt{\frac{0,0006}{9,81}} (100) = \sqrt{0,0006116} (100) = 0,782$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{kg}} \arctan \sqrt{\frac{k}{g}} \frac{v_0}{1} = \frac{1}{0,0765} \arctan (0,782) = \frac{0,668}{0,0765} = 8,73 \text{ san}$$

$$t = 8,73 \text{ san}$$

2.1

 $g = 9,78(1 + 0,053 \sin^2 \phi)$

$$\phi = 0^\circ: g = 9,78 \text{ m/san}^2$$

$$\phi = 45^\circ: g = 9,78(1 + 0,053 \times 0,5) = 9,8059 \text{ m/san}^2$$

$$\phi = 90^\circ: g = 9,78(1 + 0,053 \times 1) = 9,8318 \text{ m/san}^2$$

Kütle: Bütün enlemlerde kütle

$$m = 100,00 \text{ kg veya } m = \frac{100,00}{9,8059} = 10,198 \text{ kg-san}^2/\text{m}$$

Ağırlık $W = mg$

$$\phi = 0^\circ: W = (10,198 \text{ kg-san}^2/\text{m})(9,78) = 99,73 \text{ kg}$$

$$\phi = 45^\circ: W = (10,198 \text{ kg-san}^2/\text{m})(9,8059) = 100,00 \text{ kg}$$

$$\phi = 90^\circ: W = (10,198 \text{ kg-san}^2/\text{m})(9,8318) = 100,26 \text{ kg}$$

2.2

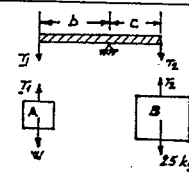
Kütle arz üzerindeki değerine eşittir.

$$m = 100 \text{ kg veya } m = \frac{100}{9,81} = 10,19 \frac{\text{kg-san}^2}{\text{m}}$$

$$\text{Ağırlık} = 10,19 \left(\frac{\text{kg-san}^2}{\text{m}} \right) \left(1,62 \frac{\text{m}}{\text{san}^2} \right) = 16,5 \text{ Kg}$$

2.3

(a)



Kaldıraç kolları farklı kabul ediliyor.

Asansör dururken $a = 0$

$$T_2 = 25 \text{ kg}; T_1 = W \quad \therefore \frac{T_1}{T_2} = \frac{W}{25} \quad (1)$$

Asansör yukarı doğru artan hızla çıkarken $a = 2 \text{ m/san}^2$

$$\text{A için: } \uparrow \Sigma F_y = ma: T_1 - W = \frac{W}{g} (2) \quad (2)$$

$$\text{B için: } \uparrow \Sigma F_y = ma: T_2 - 25 = \frac{25}{g} (2) \quad (3)$$

$$T_2 = 25 \left(1 + \frac{2}{g} \right) \quad (3)$$

(2) yi (3) e bölecek olursak:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{W}{25}$$

Bu oran, asansör dururken bulunmuş olan orana eşit olduğundan tartım göstergesi değişmez ve ağırlık 25 kg, gösterir.

(b)

$T = \text{ipteki kuvvet}$

$$\uparrow \Sigma F_y = ma$$

$$T - 25 = \frac{25}{g} (2) = 6,1$$

$$T = 25 + 6,1 = 30,1 \text{ Kg}$$

2.4

$T = \text{ipteki kuvvet } 22 \text{ kg}$

$$\uparrow \Sigma F_y = ma$$

$$22 - 25 = \frac{25}{g} a \quad -3 = \frac{25}{9,81} a$$

$$a = \frac{-3(9,81)}{25} = -1,177 \text{ m/san}^2$$

$$a = 1,177 \text{ m/san}^2$$

Kollu tartı 25 kg, gösterir (Prob. 2.3 ün a şıkkına bkz.)

2.5

Düzgün değişen hareket

$$(a) \quad V_0 = 50 \text{ km/saat} = 13,89 \text{ m/san}^2 \quad V = 0$$

$$S_0 = 0 \quad S = 20 \text{ m}$$

$$V^2 = V_0^2 + 2as$$

$$0 = (13,89)^2 + 2a(20) \quad a = -4,82 \text{ m/san}^2$$

$$V = V_0 + at$$

$$0 = 13,89 + (-4,82)t \quad t = 2,88 \text{ san}$$

$$\uparrow \Sigma F_x = ma$$

$$-\mu W = \frac{W}{g} (-4,82)$$

$$\mu = \frac{4,82}{9,81} = 0,491$$

2.6

(a) $\mu = 0,80$

$$\uparrow \Sigma F_x = ma$$

$$-\mu W = \frac{W}{g} a$$

$$a = -\mu g \quad a = -7,848 \text{ m/san}^2$$

$$a = -0,80(9,81) = -7,848 \text{ m/san}^2$$

$$V_0 = 95 \text{ km/saat} = 26,39 \text{ m/san}$$

$$V^2 = V_0^2 + 2as$$

$$0 = (26,39)^2 + 2(-7,848)s \quad s = 44,37 \text{ m}$$

$$(b) \mu = 0,08 \text{ ise}$$

$$a = -\mu g = -0,08(9,81) = -0,7848 \text{ m/san}^2$$

$$V^2 = V_0^2 + 2as$$

$$0 = V_0^2 + 2(-0,7848)(44,37) \quad V^2 = 63,64$$

$$V_0 = 8,345 \quad V_0 = 8,35 \text{ m/san} = 30,0 \text{ km/saat}$$

Başka bir çözüm V_0 değeri a ile orantılı olduğundan V_0 aynı zamanda μ ile de orantılı olur.

$$\mu = 0,80 \text{ için } V_0^2 = 95^2 \quad V_0 = \frac{95}{9,81} = 9,69 \text{ m/san}$$

$$\mu = 0,08 \text{ için } V_0^2 = \frac{1}{10}(95^2) \quad V_0 = \frac{9,69}{10} = 0,969 \text{ m/san}$$

2.7

Yukarı Tırmanırken $I = \text{Kamyon motorunun etki}$

sine eşdeğer kuvvet

 $F = \text{Direnç, sürtünme vb ye}$

eşdeğer kuvvet

$$\uparrow \Sigma F = 0: T - F - W \sin \phi = 0$$

$$T = F + W \sin \phi$$

$$\text{Oysa eğim } 0,03 \quad \sin \phi \approx \tan \phi = \frac{3}{100}$$

$$T = F + \frac{3}{100} W$$

Yolun düz kısmında

$$\cos \phi = \cos \left(\frac{3}{100} \right) \approx 1,0 \text{ ve başlangıç hızı } 50 \text{ km/saat}$$

olduğuna göre E kuvvetinin değişmediğini kabul

edebiliriz. Gaz durumu ve hızı değişmediğine göre

 T kuvveti (a) şıkkındaki gibi aynı olur

$$T = F + \frac{3}{100} W$$

$$\uparrow \Sigma F = ma$$

$$T - F = \frac{W}{g} a$$

$$\left(F + \frac{3}{100} W \right) - F = \frac{W}{g} a$$

$$\frac{3}{100} W = \frac{W}{g} a$$

$$a = \frac{3}{100} g = \frac{3}{100} (9,81) = 0,294$$

$$a = 0,294 \text{ m/san}^2$$

2.42 HAREKETİN KİNEMATİĞİ Prob. 2.41

Denk (1) den $a_A + 2a_B + a_C = 0$ (1)

$W_A = 5 \text{ kg}$, $W_B = 15 \text{ kg}$
 $W_C = 10 \text{ kg}$
 Her blok için
 $\uparrow \Sigma F = ma$

A Bloku: $W_A - T = \frac{W_A}{g} a_A$ $5 - T = \frac{5}{g} a_A$ (2)

B Bloku: $W_B - 2T = \frac{W_B}{g} a_B$ $15 - 2T = \frac{15}{g} a_B$ (3)

C Bloku: $W_C - T = \frac{W_C}{g} a_C$ $10 - T = \frac{10}{g} a_C$ (4)

(2), (3) ve (4) den $a_A = g(1 - \frac{2T}{5})$ (5)

$a_B = g(1 - \frac{2T}{15})$ (6)

$a_C = g(1 - \frac{T}{10})$ (7)

a_A , a_B ve a_C nin bu değerleri (1) de yerlerine konursa

$g(1 - \frac{2T}{5}) + 2g(1 - \frac{2T}{15}) + g(1 - \frac{T}{10}) = 0$
 $120 - 17T = 0$ $T = 7,06 \text{ kg}$

$a_A = g(1 - \frac{2 \cdot 7,06}{5}) = -4,04$ $a_A = 4,04 \text{ m/s}^2$ ↑

$a_B = g(1 - \frac{2 \cdot 7,06}{15}) = +0,58$ $a_B = 0,58 \text{ m/s}^2$ ↓

$a_C = g(1 - \frac{7,06}{10}) = +2,88$ $a_C = 2,88 \text{ m/s}^2$ ↓

Bloklar tabana çarpıyor:

$S_B = \frac{1}{2} a_B t^2$ $0,30 = \frac{1}{2} (0,58) t^2$ $t_B = 1,02 \text{ s}$

$S_C = \frac{1}{2} a_C t^2$ $0,45 = \frac{1}{2} (2,88) t^2$ $t_C = 0,56 \text{ s}$

Tabana önce C bloku vurur.

2.43 HAREKETİN KİNEMATİĞİ B Bloku hareket etmediğine göre, $a_B = 0$ dir. O halde $a_A + a_C = 0$ veya

$a_A = a$ ↑ ve $a_C = a$ ↓

$W_A = 5 \text{ kg}$
 $W_C = 10 \text{ kg}$

A Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$; $T - W_A = \frac{W_A}{g} a$ $T - 5 = \frac{5}{g} a$ (1)

C Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$; $W_C - T = \frac{W_C}{g} a$ $10 - T = \frac{10}{g} a$ (2)

(1) ve (2) yi toplayarak: $10 - 5 = \frac{10+5}{g} a$ $a = \frac{5}{3} g$

(1) den: $T - 5 = \frac{5}{g} (\frac{5}{3} g)$ $T = 6,67 \text{ kg}$

B Bloku: $\uparrow \Sigma F = 0$ $W_B - 2T = 0$ $W_B = 2(6,67) = 13,34 \text{ kg}$

2.44 HAREKETİN KİNEMATİĞİ

Kablonun toplam uzunluğu sabit olduğundan

$S_A + 2S_B + S_C = \text{Sabit}$

$V_A + 2V_B + V_C = 0$

$a_A + 2a_B + a_C = 0$ (1)

veya $a_C = -a_A - 2a_B$ (2)

a_C nin pozitif yönü sağa doğrudur

2.44 Devam $a_A = \frac{g}{5}$ ↓ ve $a_B = \frac{g}{5}$ ↓

(2) den $a_C = -\frac{g}{5} - 2(\frac{g}{5}) = -\frac{3}{5} g$ $a_C = \frac{3}{5} g$ ↑

$W_C = 5 \text{ kg}$ $a_C = \frac{3}{5} g$

C Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$

$T - 1,5 = \frac{5}{g} (\frac{3}{5} g)$

$T = 4,5 \text{ kg}$

A Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$

$W_A - 4,5 = \frac{W_A}{g} (\frac{g}{5})$

$W_A = 5,625 \text{ kg}$

B Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$

$W_B - 9 = \frac{W_B}{g} (\frac{g}{5})$

$W_B (1 - \frac{1}{5}) = 9$ $W_B = 11,25 \text{ kg}$

Ortak ağırlığı W ile gösterelim $W_A = W_B = W_C = W$

A Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$; $W - T = \frac{W}{g} a_A$

$a_A = g(1 - \frac{T}{W})$ (1)

B Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$; $W - 2T = \frac{W}{g} a_B$

$a_B = g(1 - \frac{2T}{W})$ (2)

C Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma$; $T - 0,3W = \frac{W}{g} (a_A + 2a_B)$ (3)

a_A ve a_B nin (1) ve (2) deki değerleri (3) de yerine konursa

$T - 0,3W = \frac{W}{g} [g(1 - \frac{T}{W}) + 2g(1 - \frac{2T}{W})]$

$\frac{T}{W} - 0,3 = 1 - \frac{T}{W} + 2 - \frac{4T}{W}$ $\frac{6T}{W} = 3,3$ $\frac{T}{W} = 0,550$

(1) den $a_A = g(1 - 0,55) = 0,45g$ $a_A = 4,415 \text{ m/s}^2$ ↓

(2) den $a_B = g(1 - 1,10) = -0,10g$ $a_B = 0,981 \text{ m/s}^2$ ↑

$a_C = a_A + 2a_B = 4,415 + 2(-0,981)$ $a_C = 2,453 \text{ m/s}^2$ ↓

2.46 C Bloğunun hareket etmediğini kabul edelim. Buna göre $a_A = a$ ↑ ve $a_B = \frac{1}{2} a$ ↓ olur.

A Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma_A$

$T - 5 = \frac{5}{g} a$

$a = g(\frac{T}{5} - 1)$ (1)

B Bloku: $\uparrow \Sigma F = ma_B$

$20 - 2T = \frac{20}{g} (\frac{1}{2} a)$

$20 - 2T = \frac{20}{g} (\frac{1}{2} g(\frac{T}{5} - 1))$

$20 - 2T = 2T - 10$ $T = 7,5 \text{ kg}$

(1) den $a = g(\frac{7,5}{5} - 1) = 0,5g$ $a_A = 0$ $a_B = \frac{1}{2} g$ ↓

C Bloku: $\uparrow \Sigma F = 0$ $F = T$ $F_{\text{gerg}} = 7,5 \text{ kg}$

$F = \mu N = 0,5(15) = 7,5 \text{ kg}$

Förrek F den büyük olmadığından C hareket etmez.

2.47 (a) $T = \frac{2}{\cos 30^\circ}$

$T = 2,31 \text{ kg}$

$p = L \sin 30^\circ$

$p = 2 \sin 30^\circ = 2(\frac{1}{2}) = 1 \text{ m}$

(b) Kuvvetler üçgeninden $ma_n = W \sin 30^\circ$

$\frac{W}{g} a_n = W (0,577)$

$a_n = g(0,577) = 5,66 \text{ m/s}^2$

$V_0^2 = p a_n = (1)(5,66) = 5,66$

$V_0 = 2,38 \text{ m/s}^2$

2.48 $\cos \theta = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\theta = 90,5^\circ$

$\sin \theta = 0,9433$

(a) $L = 2 \text{ m}$ için $p = 2 \sin \theta = 2(\sin 90,5^\circ) = 1,88 \text{ m}$

Kuvvetler üçgeninden: $ma_n = W \sin \theta$

$\frac{W}{g} a_n = W (2,824)$

$a_n = 2,824g = 27,70 \text{ m/s}^2$

$V_0^2 = p a_n = 1,88(27,70) = 52,07$ $V_0 = 7,22 \text{ m/s}$

(b) $v = 5 \text{ m/s}$ için θ ve a_n değerleri a daki gibidir.

$a_n = 27,7 \text{ m/s}^2$

$p = \frac{V_0^2}{a_n} = \frac{(5)^2}{27,7} = 0,902 \text{ m}$

$p = L \sin \theta$ $0,902 = L(0,9433)$ $L = 95,6 \text{ cm}$

2.49 Not: İplerdeki kuvvetler eşit değildir.

ABC üçgeni ikizkenar olduğundan

$BC = 2 \text{ m}$

$p = BC (\sin 60^\circ)$

$p = 2 \sin 60^\circ$

$p = 1,73 \text{ m}$

Verilen konumda $T_{BC} = 0$ için v değerini bulalım

$ma_n = W \sin 30^\circ$

$\frac{W}{g} a_n = W (0,577)$

$a_n = 5,66 \text{ m/s}^2$

$V^2 = p a_n = (1,73)(5,66) = 9,79$ $V = 3,13 \text{ m/s}$

Verilen konumda $T_{AC} = 0$ için v değerini bulalım

$ma_n = W \sin 60^\circ$

$\frac{W}{g} a_n = W (1,732)$

$a_n = 16,99$

$V^2 = p a_n = (1,73)(16,99) = 29,42$ $V = 5,42 \text{ m/s}$

Her iki ipin gergin durabilmesi için $3,13 \text{ m/s} < v < 5,42 \text{ m/s}$

2.50 İplerdeki çekmeler eşit olmalıdır.

$T_{AC} = T_{BC} = T$

T_{AC} ve T_{BC} nin bileşkeleri, iplerin yaptığı açıyı ortalamalıdır.

$T_{AC} + T_{BC}$

W

$ma_n = W \sin 45^\circ$

$\frac{W}{g} a_n = W$ $a_n = g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Prob. 2.49 dan

$p = 2 \sin 60^\circ = 1,73 \text{ m}$

$V^2 = p a_n = 1,73(9,81) = 16,97$ $V = 4,12 \text{ m/s}$

2.51 $\uparrow \Sigma F_x = ma_x$

$W \sin \theta = \frac{W}{g} a_x$

$a_x = g \sin \theta$

(a) $\theta = 90^\circ$; $a_x = g$ ↑

(b) $\theta = 30^\circ$; $a_x = \frac{1}{2} g$ ↑

(c) $\theta = 0^\circ$; $a_x = 0$

2.52 $L = 0,60 \text{ m}$ $a_n = \frac{V^2}{p} = \frac{2^2}{0,60} = 6,67 \text{ m/s}^2$

$a_n = 6,67 \text{ m/s}^2$

$\Sigma F_n = m a_n$

$T - W \cos 60^\circ = \frac{W}{g} a_n$

$T - (1)(\frac{1}{2}) = \frac{1}{9,81} (6,67)$

$T - 0,5 = 0,679$ $T = 1,179 \text{ kg}$

2.53 (a) $\uparrow \Sigma F_x = ma_x$

$W \sin \theta = \frac{W}{g} a_x$ $a_x = g \sin \theta$ $a_x = g \sin \theta$

(b) a_x yerine $v \frac{dv}{ds}$ koyalım

$v \frac{dv}{ds} = g \sin \theta$ $v dv = g \sin \theta ds$

$v dv = g \sin \theta (-ds)$

$\int v dv = - \int g \sin \theta ds$

$\frac{v^2}{2} = -g l (\cos \theta - \cos \theta_0)$

$v = \sqrt{2gl (\cos \theta - \cos \theta_0)}$

(c) a şıkkındaki şekli kullanarak

$\Sigma F_n = m a_n$ $a_n = \frac{v^2}{l}$

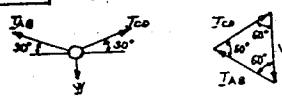
$T - W \cos \theta = \frac{W}{g} \frac{2gl (\cos \theta - \cos \theta_0)}{l}$

C konumu için: $T = 2W, \theta = 0$; $2W - W(1 - 2W(1 - \cos \theta_0))$

$-W = -2W \cos \theta_0$ $\cos \theta_0 = \frac{1}{2}$ $\theta_0 = 60^\circ$

2.54 (a) Statik Denge

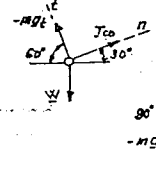
Eşkenar üçgen



$$T_{co} = W$$

(b) Dinamik Denge

Küre hareketi terk edildiği anda



$$v=0 \text{ ve } a_n=0$$

Dik üçgen

$$T_{co} = W \sin 30^\circ$$

$$= W(0,50)$$

$$T_{co} = \frac{1}{2} W$$

$$m a_t = W \cos 30^\circ \quad \frac{W}{g} a_t = W(0,866)$$

$$a_t = 0,866 g \quad 60^\circ$$

2.55

A Noktasında $a_n = \frac{v^2}{r}$ (Merkeze yönelmiş)Pilot ağırlıksızdır demek $N=0$ dir; etkiyen tek kuvvet W 

$$\sum F_n = m a_n$$

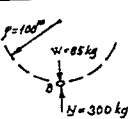
$$W = \frac{m v^2}{r}$$

$$v^2 = g r$$

$$= (9,81)(100) = 981$$

$$v = 31,32 \text{ m/san}$$

$$v = 112,75 \text{ km/saat}$$

B Noktasında $a_n = \frac{v^2}{r}$ (Merkeze doğru)

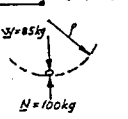
$$\sum F_n = m a_n; \quad 300 - 85 = \frac{85}{g} \frac{v^2}{r}$$

$$v^2 = \frac{215 g (100)}{85} = 2481,3$$

$$v = 49,81 \text{ m/san}$$

$$v = 179,3 \text{ km/saat}$$

2.56

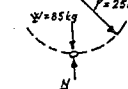
(a) $v = 75 \text{ km/saat} = 20,83 \text{ m/san}$ $a_n = \frac{v^2}{r}$ 

$$\sum F_n = m a_n$$

$$100 - 85 = \frac{85}{g} \frac{(20,83)^2}{r}$$

$$r = \frac{85 (20,83)^2}{15 (9,81)} \quad r = 251 \text{ m}$$

(b)

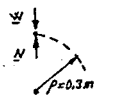
 $v = 100 \text{ km/saat} = 27,78 \text{ m/san}$ 

$$\sum F_n = m a_n$$

$$N - 85 = \frac{85}{g} \frac{(27,78)^2}{251}$$

$$N - 85 = 26,64 \quad N = 111,64 \text{ kg}$$

2.57

 $v = 1 \text{ m/san}$ $a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(1)^2}{0,3} = 3,33 \text{ m/san}^2$ 

$$\sum F_n = m a_n$$

$$W - N = \frac{W}{g} (3,33) \quad N = W \left(1 - \frac{3,33}{g}\right)$$

$$N = 0,30 \left(1 - \frac{3,33}{9,81}\right)$$

$$N = (0,300) \left(\frac{9,81 - 3,33}{9,81}\right)$$

$$N = (0,3) \left(\frac{6,48}{9,81}\right) = 0,3 (0,6605) = 0,198 \text{ kg}$$

$$N = 0,198 \text{ kg}$$

2.58

 $F = \mu N$ olunce kayma başlar $v = \text{Sabit olduğu} \Rightarrow a = 1 \text{ m/san}$

$$g r = 0$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(1)^2}{0,3} = 3,33 \text{ m/san}^2$$

$$\sum F_t = m a_t$$

$$W \sin \theta - F = 0$$

$$F = W \sin \theta$$

$$\sum F_n = m a_n$$

$$W \cos \theta - N = \frac{W}{g} (3,33)$$

$$N = W (\cos \theta - 0,339)$$

Oysa B de $F = 0,5 N$ olup (1) ve (2) de yerine konulursa

$$W \sin \theta = 0,5 W (\cos \theta - 0,339)$$

$$2 \sin \theta - \cos \theta = -0,339 \quad \theta = 17,8^\circ$$

Not: $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ yı kullanarak θ ya göre elde edilen ikinci derece denklemi çözümlenir.

2.59



Emniyet hızında yolun reaksiyonu yola diktir

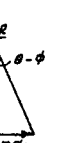
$$m a_n = W \tan \theta$$

$$\frac{W}{g} \frac{v^2}{r} = W \tan \theta$$

$$v = \sqrt{g r \tan \theta}$$

2.60

Minimum emniyet hızı

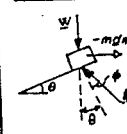


$$m a_n = W \tan (\theta - \phi)$$

$$\frac{W}{g} \frac{v^2}{r} = W \tan (\theta - \phi)$$

$$v_{\min} = \sqrt{g r \tan (\theta - \phi)}$$

Maksimum emniyet hızı

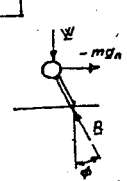


$$m a_n = W \tan (\theta + \phi)$$

$$\frac{W}{g} \frac{v^2}{r} = W \tan (\theta + \phi)$$

$$v_{\max} = \sqrt{g r \tan (\theta + \phi)}$$

2.61

 $v = 75 \text{ km/saat} = 20,83 \text{ m/san}$ 

$$t g \phi = \frac{m a_n}{W}$$

$$t g \phi = \frac{v^2}{g r}$$

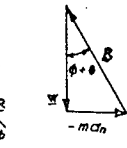
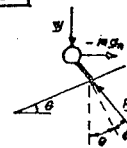
$$= \frac{(20,83)^2}{(9,81)(30)}$$

$$t g \phi = 1,474$$

$$\mu = t g \phi \text{ olduğundan}$$

$$\mu = 1,474$$

2.62

 $v = 75 \text{ km/saat} = 20,83 \text{ m/san}$ 

$$t g (\theta + \phi) = \frac{m a_n}{W}$$

$$= \frac{v^2}{g r}$$

$$t g (\theta + \phi) = \frac{(20,83)^2}{(9,81)(30)}$$

$$t g (\theta + \phi) = 1,474$$

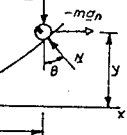
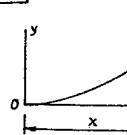
$$\theta + \phi = 55,8^\circ$$

$$\theta = 34^\circ$$

Oysa $\mu = 0,40 = t g \phi$ $\phi = 21,8^\circ$ olduğundan

$$\theta = 55,8^\circ - 21,8^\circ = 34^\circ$$

2.63



$$t g \theta = \frac{m a_n}{W} = \frac{v^2}{g r}$$

 $r = x$ olduğundan

$$\frac{dy}{dx} = t g \theta = \frac{v^2}{g r} = \frac{k^2 x}{g x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{k^2 x}{g} \quad y = \frac{k^2 x^2}{2g} + C$$

$$0 \text{ başlangıcında ; } x=0, y=0 \quad 0 = 0 + C, C=0$$

$$A \text{ noktasında ; } x=b, y=h \quad h = \frac{k^2 b^2}{2g} \quad k^2 = \frac{2gh}{b^2}$$

$$\text{Bu değer (1) de yerine konulursa } y = h \frac{x^2}{b^2}$$

2.64

Prob. 2.63 den $t g \theta = \frac{v^2}{g r}$ Oysa $r = x$ olup $v = k y$ olmasını istediğimizden

$$\frac{dy}{dx} = t g \theta = \frac{v^2}{g r} = \frac{k^2 y^2}{g x}$$

$$\frac{dy}{y^2} = \frac{k^2}{g} \frac{dx}{x} \quad -\frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} \ln x + C$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ yi taraf tarafa çıkarırsak}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

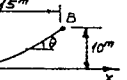
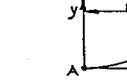
$$c^2 = \frac{k^2}{g} \text{ konulursa } \frac{1}{h} - \frac{1}{y} = c^2 \ln \frac{x}{b}$$

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{y} = \frac{k^2}{g} [\ln x - \ln b]$$

2.65

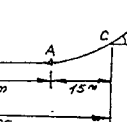
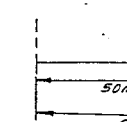
Pist en kesidinin geometrisi. Sağağaç A da

Seçersek



$$y = 10 \left(\frac{x}{15}\right)^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{20}{225} x = t g \theta$$

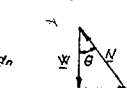
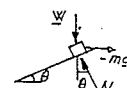


$$x = d = 2 \text{ m}$$

$$t g \theta = \frac{20,8}{225} = \frac{32}{45}$$

$$t g \theta = 0,711 \quad \theta = 35,4^\circ$$

(a) Yanal kuvvet = 0 için



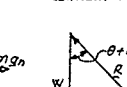
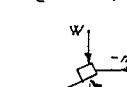
$$t g \theta = \frac{m a_n}{W} = \frac{v^2}{g r}$$

$$0,711 = \frac{v^2}{9,81 \times 55}$$

$$v^2 = 404,54$$

$$v = 20,11 \text{ m/san}$$

$$v = 72,39 \text{ km/saat}$$

(b) $\mu = 0,60$ için maksimum hız

$$\mu = 0,60 = t g \phi \quad \phi = 31,6^\circ$$

$$t g (\phi + \theta) = \frac{m a_n}{W} = \frac{v^2}{g r}$$

$$t g (31,6^\circ + 31^\circ) = \frac{v^2}{9,81 \times 55}$$

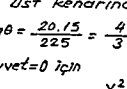
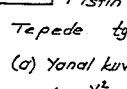
$$= 2,253$$

$$v^2 = 1302,39$$

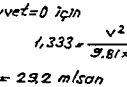
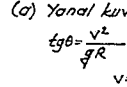
$$v = 36,1 \text{ m/san}$$

$$v = 129,9 \text{ km/saat}$$

2.66

Pistin üst kenarında $d = 15 \text{ m}$ $p = 55 \text{ m}$ Tepe de $t g \theta = \frac{20,15}{225} = \frac{4}{3} = 1,333 \quad \theta = 53,1^\circ$

(a) Yanal kuvvet = 0 için



$$t g \theta = \frac{v^2}{g r} \quad 1,333 = \frac{v^2}{9,81 \times 65}$$

$$v^2 = 850,20$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v = 105 \text{ km/saat}$$

$$v = 29,2 \text{ m/san} \quad v$$

2.67 $\tan 30^\circ = \frac{v_y}{v_x}$ olduğundan $p = 0,5 \text{ m}$

$\tan 30^\circ = \frac{m a_y}{W} = \frac{v^2}{g p}$

$0,577 = \frac{v^2}{(9,81)(0,5)}$

$v^2 = 2,83$

$v = 1,68 \text{ m/san}$

Sıfır hızla düşüşü:

Saniye, düşey bileşeni sıfır olan bir ilk hızla düşmeye başladıklarından

$S = \frac{1}{2} g t^2$

$1,134 = \frac{1}{2} (9,81) t^2$

$t^2 = 0,23 \quad t = 0,48 \text{ san}$

Saniye yatay bileşeni, 1,68 m/san olan bir hızla düşme süresinde her damla

$v_x = v \cos 30^\circ = 1,68 \cos 30^\circ = 1,46 \text{ m/san}$

$v_y = v \sin 30^\circ = 1,68 \sin 30^\circ = 0,84 \text{ m/san}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1,46^2 + 0,84^2} = 1,71 \text{ m/san}$

$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0,84}{1,46} \right) = 30^\circ$

A da terkeden bir sudan. B de düşmeye başlar.

$p = 1 \sin \theta$

$\tan 30^\circ = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v^2}{g p}$

$\tan 30^\circ = \frac{v^2}{9,81 \sin \theta}$

$\theta = 30^\circ$

$p = 1 \sin 30^\circ$

$p = 0,5 \text{ m}$

Serbest düşmeden

$S = \frac{1}{2} g t^2$

$1,135 = \frac{1}{2} (9,81) t^2$

$t^2 = 0,233 \quad t = 0,48 \text{ san}$

Saniye süresinde her damla $v_x = 1,46 \text{ m/san}$ yol alır. d, yörünge.

$d = \sqrt{p^2 + v_x^2 t^2} = \sqrt{(0,5)^2 + (1,46)^2 (0,48)^2}$

$d = 3,05 \text{ m}$

2.69 Yatay Hareket (Düzgün)

$v_x = v_0 = \text{Sabit}$

$t_1 = \text{Elektronun plâklar arasında olduğu süre olsun}$

$L = v_0 t_1 \quad t_1 = L/v_0$

$t_2 = \text{Elektronun ekrana varması için geçen süre olsun}$

$L = v_0 t_2 \quad t_2 = L/v_0$

Düşey Hareket

Elektron, plâklar arasında iken F kuvvetinin etkisi altındadır

$F = \frac{eV}{d}$

$\Sigma F_y = m a_y$

$\frac{eV}{d} = m a_y \quad a_y = \frac{eV}{md}$

t_1 zaman aralığında düzgün değişen hareket ortaya çıkar

$v_y = a_y t_1 = \frac{eV}{md} \frac{L}{v_0} \quad v_y = \frac{eV L}{m v_0 d}$

t_2 zaman aralığında düşey hareket düzgündür

$\delta = v_y t_2 = \frac{eV L}{m v_0 d} \frac{L}{v_0} \quad \delta = \frac{eV L^2}{m v_0^2 d}$

Not: Elektron, plâklar arasında ilerlerken $\frac{1}{2} a_y t_1^2 = \frac{1}{2} \frac{eV}{md} \left(\frac{L}{v_0} \right)^2$ ye eşit bir düşey yer değiştirme yapar. Diğer yandan plâklarla ekran arasındaki uzaklık gerçekte $L - \frac{\delta}{2}$ dir. Bunlar göz önünde tutularak gerekli düzeltme yapılırsa yine ilk $\delta = \frac{eV L^2}{m v_0^2 d} \left(L - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2} \right) = \frac{eV L^2}{m v_0^2 d}$ değeri elde edilir.

2.70 Prob. 2.69 dan

$\delta = \frac{eV L^2}{m v_0^2 d}$

yeni boy L' ve L' ile gösterilirse; δ ve diğer karakteristikler değişmediğine göre

$\delta = \delta; \frac{eV L^2}{m v_0^2 d} = \frac{eV L'^2}{m v_0^2 d}$ veya $\frac{L'}{L} = \frac{L}{L'}$

$\frac{L'}{L} = \frac{1}{2}$ olduğuna göre $\frac{L'}{L} = \frac{1}{2}$

Plâk boyları iki misli olmaktadır.

2.71 Elektron, plâklar arasında yol alırken F kuvvetinin etkisinde kalır;

$F = \frac{eV}{d}$

$\Sigma F_y = m a_y$

$\frac{eV}{d} = m a_y \quad a_y = \frac{eV}{md}$

Yatay hareket (Düzgün) C noktasında $L = v_0 t_1 \quad t_1 = L/v_0$

Düşey hareket (Düzgün değişen) $(v_0)_y = 0$

C da: $\frac{1}{2} d = (v_0)_y t_1 + \frac{1}{2} a_y t_1^2$

$\frac{1}{2} d = 0 + \frac{1}{2} \frac{eV}{md} \left(\frac{L}{v_0} \right)^2$

$\frac{d^2}{L^2} = \frac{eV}{m v_0^2}$

$\frac{d}{L} = \sqrt{\frac{eV}{m v_0^2}}$

2.72 $F = e B \times v$

F kuvvetinin, başlangıçta, z ekseninin ters yönünde etki. Şine işaret edelim. Böylece,

$\Sigma F_y = m a_y$

$0 = m a_y \quad a_y = 0$

$(v_y)_0 = 0$ ve $a_y = 0$ olduğundan elektron xz düzleminde hareket eder.

F , yörüngeye dik olduğundan

$\Sigma F_x = m a_x \quad a_x = 0$

Hız sabittir: $v = v_0$

$\Sigma F_n = m a_n$

$e B v_0 = m \frac{v_0^2}{r}$

$r = \frac{m v_0}{e B}$ yörünge yarıçapıdır

Yörünge denklemi $(z+p)^2 + x^2 = r^2 \quad (z+p)^2 = r^2 - x^2$

$x = L$ de; $z = \sqrt{r^2 - L^2} - p$

$L \ll r$ için kök binom serisine açılırsa

$z = p \left[1 - \frac{1}{2} \frac{L^2}{r^2} + \dots \right] - p = -\frac{1}{2} \frac{L^2}{r^2} - \frac{1}{2} \frac{L^2}{r^2}$

$x = L, \quad y = 0 \quad z = -\frac{1}{2} \frac{e B L^2}{m v_0}$

Not: Başlangıçta $L \ll r$ ve $v_x = v_0 = \text{Sabit}$ kabulleri yapılarak aynı sonuç elde edilir. Bu halde $a_x = -a_n = -\frac{e B v_0}{m}$ ve $t_A = \frac{L}{v_0}$ olurdu

A noktasında $z = \frac{1}{2} a_x t_A^2 = \frac{1}{2} \left(-\frac{e B v_0}{m} \right) \left(\frac{L}{v_0} \right)^2 = -\frac{1}{2} \frac{e B L^2}{m v_0}$

2.73 (a) $F = k r$

$F_x = -F \frac{x}{r} = -(k r) \frac{x}{r} = -k x$

$F_y = -F \frac{y}{r} = -(k r) \frac{y}{r} = -k y$

$\Sigma F_x = m a_x: -k x = m a_x$

$v_0 \frac{dx}{dt} = a_x = -\frac{k}{m} x$

$\int_{v_0}^0 dx = -\frac{k}{m} \int_{x_0}^0 x dx$

$\frac{1}{2} v_0^2 = -\frac{1}{2} \frac{k}{m} (x^2 - x_0^2)$

$\frac{dx}{dt} = v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{x_0^2 - x^2}$

$\int_{x_0}^0 \frac{dx}{\sqrt{x_0^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \int_0^t dt$

$\left[\arcsin \frac{x}{x_0} \right]_{x_0}^0 = \sqrt{\frac{k}{m}} t$

$\frac{x}{x_0} = \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (1)$

$\Sigma F_y = m a_y: -k y = m a_y$

$v_0 \frac{dy}{dt} = a_y = -\frac{k}{m} y$

$\int_{v_0}^0 dy = -\frac{k}{m} \int_{y_0}^0 y dy$

$\frac{1}{2} v_0^2 = -\frac{1}{2} \frac{k}{m} (y^2 - y_0^2)$

$\frac{dy}{dt} = v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{y_0^2 - y^2}$

$\int_{y_0}^0 \frac{dy}{\sqrt{y_0^2 - y^2}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \int_0^t dt$

$\left[\arcsin \frac{y}{y_0} \right]_{y_0}^0 = \sqrt{\frac{k}{m}} t$

$\frac{y}{y_0} = \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (2)$

Devamı

2.73 devam (1) ve (2) denklemlerinin karelerini alır ve

taraf tarafa toplarsak

$\frac{x^2}{x_0^2} + \frac{y^2}{y_0^2} = 1$

Bu, yarı eksenleri x_0 ve y_0 olan bir elips denklemdir

(b) $t=0, x=x_0, y=0, v_x=0$ ve $v_y=v_0$ ise

$F = -kx = -k x_0$

$\Sigma F_x = m a_x$

$-k x_0 = m \left(-\frac{v_0^2}{r} \right)$

$r = \frac{m v_0^2}{k x_0}$

2.74 Bu problemin kinematigi için Prob. 1.127 ye bkz. (Yalnız burada m kullanılmaktadır)

(a) $t=0$ ise $a_x = -4 \text{ m/san}^2 \quad a_y = 0$

$F_x = m a_x = \left(\frac{5}{9,81} \right) (-4)$

$F_x = -2,04 \text{ kg}$

$F_y = m a_y = \left(\frac{5}{9,81} \right) (0)$

$F_y = 0$

(b) $t=1$ san ise: $a_x = +3 \text{ m/san}^2 \quad a_y = -4 \text{ m/san}^2$

$F_x = m a_x = \left(\frac{5}{9,81} \right) (3)$

$F_x = 1,53 \text{ kg}$

$F_y = m a_y = \left(\frac{5}{9,81} \right) (-4)$

$F_y = -2,04 \text{ kg}$

2.75 Hareketin kinematigi için Prob. 1.128 e bkz (Yalnız burada r uzunluğu r elipsoidinden alınmıştır)

$t=2$ san ise $a_x = +8 \text{ m/san}^2 \quad a_y = 6 \text{ m/san}^2$

$F_x = m a_x = \left(\frac{5}{9,81} \right) (8)$

$F_x = 3,26 \text{ kg}$

$F_y = m a_y = \left(\frac{5}{9,81} \right) (6)$

$F_y = 3,26 \text{ kg}$

2.76 Prob. 1.130 a bkz $k=10 \text{ m}$

(a) $t=0$ ise: $a_x = -\frac{10}{9} (10) = -11,1 \text{ m/san}^2 \quad a_y = 0$

$F_x = m a_x = \left(\frac{1}{9,81} \right) (-11,1)$

$F_x = -1,13 \text{ kg}$

$F_y = m a_y = \left(\frac{1}{9,81} \right) (0)$

$F_y = 0$

(b) $t=1$ san ise:

$a_x = -\frac{10}{9} = -1,11 \text{ m/san}^2 \quad a_y = -\frac{10}{9} (20) = -22,2 \text{ m/san}^2$

$F_x = m a_x = \left(\frac{1}{9,81} \right) (-1,11)$

$F_x = -0,113 \text{ kg}$

$F_y = m a_y = \left(\frac{1}{9,81} \right) (-22,2)$

$F_y = -2,26 \text{ kg}$

2.77 Örnek Prob. 1.12 ye bkz

(a) $\theta=0, t=0, r=90 \text{ cm}, \frac{dr}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = 0, \frac{d^2 r}{dt^2} = -24 \text{ cm/san}^2$

$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0,30 \text{ rad/san}^2$

$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -24 - 90(0) = -24 \text{ cm/san}^2$

$a_\theta = r \frac{d^2 \theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = 90(0,30) + 2(0)(0) = 27 \text{ cm/san}^2$

$\Sigma F_r = m a_r: F_r = \left(\frac{1}{9,81} \right) (-24)$

$F_r = -2,45 \text{ kg}$

$\Sigma F_\theta = m a_\theta: F_\theta = \left(\frac{1}{9,81} \right) (27)$

$F_\theta = 2,75 \text{ kg}$

(b) $\theta=30^\circ$ ise. Örnek Prob. 1.12 den

$a_r = -33,14 \text{ cm/san}^2, \quad a_\theta = -33,14 \text{ cm/san}^2$

$\Sigma F_r = m a_r: F_r = \left(\frac{1}{9,81} \right) (-33,14)$

$F_r = -3,38 \text{ kg}$

$\Sigma F_\theta = m a_\theta: F_\theta = \left(\frac{1}{9,81} \right) (-33,14)$

$F_\theta = -3,38 \text{ kg}$

2.78 Denk. 2.15 den $r^2 \frac{d\theta}{dt} = h$ veya $\frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{r^2}$

Başlangıç şartlarından: $h = r_0^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = r_0 v_0 \frac{d\theta}{dt} = \frac{r_0 v_0}{r^2}$

$v_r = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \cdot \frac{h}{r^2} = -\frac{h}{r^2} \frac{dr}{d\theta} = -\frac{h}{r^2} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{h}{r^2} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\cos\theta}{r_0} \right)$

$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{\cos\theta}{r_0} \right) = -\frac{1}{r_0} \sin\theta$ ise $v_r = \frac{h}{r_0} \sin\theta$

$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = r \frac{h}{r^2} = \frac{h}{r} = \frac{r_0 v_0}{r}$ $v_\theta = v_0 \cos\theta$

$\theta = 0$ ise: $r = r_0$, $v_r = 0$, $v_\theta = v_0$ Düzgün dairesel hareket

$\theta = \pi$ ise: $r = r_0 / \cos\theta$

$v_r = v_0 \sin\theta$ $v_\theta = v_0 \cos\theta$

$v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = v_0$ Düzgün doğrusal hareket

2.79 Yörünge denklemi $r = r_0 \cos\theta$

Denk. 2.15 den $\frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{r^2 \cos^2\theta}$

$v_r = \frac{dr}{dt} = -r_0 \sin\theta \frac{d\theta}{dt} = -\frac{h \sin\theta}{r_0 \cos^2\theta}$ $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$

$v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = r_0 \cos\theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{h \cos\theta}{r_0 \cos^2\theta}$ $v = \frac{h}{r_0 \cos\theta}$

Oysa, başlangıç şartlarından: $h = r_0^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = r_0 v_0$

$v = \frac{r_0 v_0}{r_0 \cos\theta}$ $v = \frac{v_0}{\cos\theta}$

2.80 $g = \frac{GM}{R^2}$ veya $M = \frac{gR^2}{G}$

$G = 6,673 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{g.san}^2$ Teknik Birimde ise

$G = 9,81 (6,673) 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg.san}^2 = 6,55 (10)^{-10} \text{ m}^3/\text{kg.san}^2$

$M = \frac{9,81 (6370000)^2}{6,55 (10)^{-10}} = 6,08 (10)^{23} \text{ kg.san}^2/\text{m}^3$

Agrilik $M = 6,08 (10)^{23} (9,81) = 5,966 (10)^{24} \text{ kg}$

2.81 Dünyadan: $g_D = \frac{GM_D}{R_D^2}$ (1)

Marstan: $g_M = \frac{GM_M}{R_M^2}$ (2)

(2) yi (1) e bölersek $\frac{g_M}{g_D} = \frac{M_M}{M_D} \frac{R_D^2}{R_M^2}$

$\frac{M_M}{M_D} = 0,108$, $R_D = 6370 \text{ km}$, $R_M = 3400 \text{ km}$

$\frac{g_M}{9,81} = (0,108) \left(\frac{6370}{3400} \right)^2$ $g_M = 3,713 \text{ m/san}^2$

2.82 Dünya için: $g_D = \frac{GM_D}{R_D^2}$ (1)

Ay için: $g_A = \frac{GM_A}{R_A^2}$ (2)

(2) yi (1) e bölersek: $\frac{g_A}{g_D} = \frac{M_A}{M_D} \frac{R_D^2}{R_A^2}$

$\frac{M_A}{M_D} = 1/81,3$, $R_D = 6370 \text{ km}$, $R_A = 1730 \text{ km}$

$\frac{g_A}{g_D} = \frac{M_A}{M_D} \frac{R_D^2}{R_A^2}$ $g_A = \frac{1}{81,3} \left(\frac{6370}{1730} \right)^2 (9,81) = 1,62 \text{ m/san}^2$

2.83

Çevre = $2\pi R$
 $v_m = A_y$ 'in hızı
 $\tau = \frac{2\pi R}{v_m}$ veya $v_m = \frac{2\pi R}{\tau}$
 $a_r = \frac{v_m^2}{r} = \frac{4\pi^2 R}{\tau^2} = \frac{4\pi^2 r}{\tau^2}$

(2.18) ve (2.19) dan:

$F = GM \frac{m}{r^2} = g \frac{R^2}{r^2} m$

$\Sigma F = m a_r$: $g \frac{R^2}{r^2} m = m \frac{4\pi^2 r}{\tau^2}$

Verilenler: $\tau = 27,3 \text{ gün} = (27,3)(24)(3600) = 2360000 \text{ san}$

$R = 6370000 \text{ m}$ $g = 9,81 \text{ m/san}^2$

$r = \frac{9,81 (6370000)^2 (2,36)^2 (10)^2}{4\pi^2} = 56,216 (10)^{14} \text{ m}$

$r = 3,831 (10)^8 \text{ m}$ $r = 383100 \text{ km}$

2.84 (a) $r_0 = (6370 + 600) = 6970 \text{ km} = 6970000 \text{ m}$

$GM = gR^2 = 9,81 (6370000)^2 = 3,9806 (10)^{14} \text{ m}^3/\text{san}^2$

$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}} = \sqrt{\frac{3,9806 (10)^{14}}{6,97 (10)^6}} = 10^4 \sqrt{0,5711} = 7560 \text{ m/san}$

$v_0 = 27220 \text{ km/saat}$

(b) A noktasında $r_0 = 6370 \text{ km}$, $\theta = 0$

Denk. (2.21) den $\frac{1}{r_0} = \frac{GM}{h^2} + C$ (1)

A' noktasında $r = 6370 + 300 = 6670 \text{ km}$

Denk. (2.21) den $\frac{1}{r_1} = \frac{GM}{h^2} - C$ (2)

(1) ve (2) yi toplayarak: $\frac{2GM}{h^2} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1} = \frac{r_0 + r_1}{r_0 r_1}$

Denk. (2.23) den $h = r_0 v_0$ $\frac{2GM}{r_0^2 v_0^2} = \frac{r_0 + r_1}{r_0 r_1}$

$v_0 = v_0 \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{r_1}{r_0}}}$ $v_0 = v_0 \sqrt{\frac{2}{1 + 1,044}}$

Oysa $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}}$; $v_0 = v_0 \sqrt{\frac{2}{1 + 1,044}} = v_0 \sqrt{0,989}$

$v_0 = v_0 (1 - 0,011)$ hata % 1,1

Not: x 'in küçük değerleri için

$\frac{1}{1+x} \approx 1-x$ ve $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$

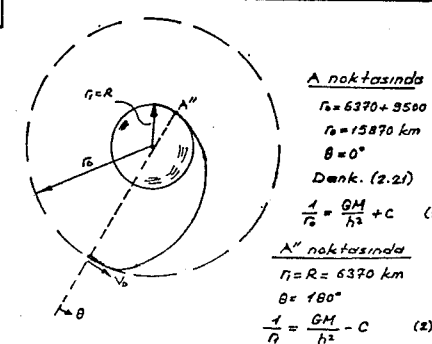
veya $\sqrt{\frac{1}{1+x}} \approx \sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$

Böylece $v_0 = v_{daire} \sqrt{\frac{2}{2,048}} \approx v_{daire} \sqrt{1 + 0,024}$

$\approx v_{daire} (1 - 0,012)$

$v_0 = v_{daire} (1 - 0,012)$

2.85



A noktasında

$r_0 = 6370 + 9500$

$r_0 = 15870 \text{ km}$

$\theta = 0^\circ$

Denk. (2.21)

$\frac{1}{r_0} = \frac{GM}{h^2} + C$ (1)

A' noktasında

$r = R = 6370 \text{ km}$

$\theta = 180^\circ$

$\frac{1}{r_1} = \frac{GM}{h^2} - C$ (2)

(1) ve (2) yi toplayarak: $\frac{2GM}{h^2} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1}$

$h = r_0 v_0$ $\frac{2GM}{r_0^2 v_0^2} = \frac{r_0 + r_1}{r_0 r_1}$

(a) $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}} \sqrt{\frac{2r_1}{r_0 + r_1}}$

$v_0 = \sqrt{\frac{9,806 (10)^{14}}{15,870 (10)^6}} \sqrt{\frac{2 \cdot 6370}{6370 + 15870}} = 3791 \text{ m/san}$

$v_0 = 13650 \text{ km/saat}$

(b) Uydu: yarıçaplı dairesel bir yörüngede olduğundan

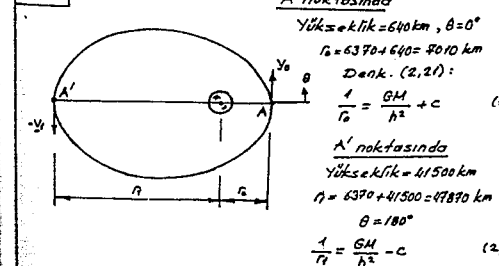
$v_{uydu} = \sqrt{\frac{GM}{r_0}} = 5008 \text{ m/san} = 18030 \text{ km/saat}$

$v_{kapsül/uydu} = v_{kapsül} - v_{uydu}$

$= 13650 - 18030 = -4380 \text{ km/saat}$

Not: Kapsül, uydunun gidiş yönünün tersine fırlatılmalıdır.

2.86



A noktasında

Yükseklik = 640 km , $\theta = 0^\circ$

$r_0 = 6370 + 640 = 7010 \text{ km}$

Denk. (2.21): $\frac{1}{r_0} = \frac{GM}{h^2} + C$ (1)

A' noktasında

Yükseklik = 41500 km

$r_1 = 6370 + 41500 = 47870 \text{ km}$

$\theta = 180^\circ$

$\frac{1}{r_1} = \frac{GM}{h^2} - C$ (2)

(1) ve (2) yi toplayarak: $\frac{2GM}{h^2} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1}$

$\frac{2GM}{h^2} = \left(\frac{1}{7010} + \frac{1}{47870} \right) \frac{1}{10^6}$

$\frac{2GM}{h^2} = (0,0001425 + 0,00000209) 10^6 = 1,635 (10)^{-9}$

$h^2 = \frac{2GM}{1,635 (10)^{-9}} = \frac{2(3,9806) 10^{14}}{1,635 (10)^{-9}} = 4,868 (10)^{21}$

$v_0 = \frac{h}{r_0} = \frac{6,98 (10)^{10}}{7,010 (10)^6} = 0,9957 (10)^4 \text{ m/san} = 35845 \text{ km/saat}$

$v_1 = \frac{h}{r_1} = \frac{6,98 (10)^{10}}{4,787 (10)^7} = 1,458 (10)^3 \text{ m/san} = 5250 \text{ km/saat}$

2.87 $GM_{VENUS} = 0,826 GM_{DÜNYA}$ GM_D değeri için Prob. 2.86 ya bks.

$= (0,826)(3,9806) 10^{14}$

$GM_V = 3,2880 (10)^{14} \text{ m}^3/\text{san}^2$

(a) Uçay taşıtı A ya yaklaşıyor

Eksantrisite = $e = 2$

$E = \frac{Ch^2}{GM_D} = 2$

$C = 2 \frac{GM_D}{h^2}$

Yörünge A noktasında Venüs'e en yakındır. Buna göre $\theta = 0^\circ$

Denk. (2.21) den $\frac{1}{r_0} = \frac{GM_D}{h^2} + C = \frac{GM_D}{h^2} + 2 \frac{GM_D}{h^2} = \frac{3GM_D}{h^2}$

Oysa $h = r_0 v_0$ $\frac{1}{r_0} = 3 \frac{GM_D}{h^2} = 3 \frac{GM_D}{r_0^2 v_0^2}$

$v_0^2 = 3 \frac{GM_D}{r_0} = 3 \frac{3,2880 (10)^{14}}{9500000}$

$v_0^2 = 1,0383 (10)^8$

Yaklaşım hızı $v_0 = 10190 \text{ m/san} = 36684 \text{ km/saat}$

(b) Ters roketlerin çalıştırılmasından sonraki yörünge-

nin yarıçapı $r_0 = 9500 \text{ km}$

$v_{DAİRE} = \sqrt{\frac{GM_V}{r_0}} = \sqrt{\frac{3,2880 (10)^{14}}{9500000}} = 5883 \text{ m/san}$

$v_0 = 21180 \text{ km/saat}$

2.88 $GM_{MARS} = 0,108 GM_{DÜNYA}$ GM_D değeri için Prob. 2.86 ya bks.

$= 0,108 (3,9806) (10)^{14}$

$= 0,4299 (10)^{14} \text{ m}^3/\text{san}^2$

Parabolik yörünge

$r_A = 12800 \text{ km}$

$r_B = r_{MARS} = 3400 \text{ km}$

(a) A ya geliş hızı: Yörünge parabolik olduğundan

$r_A = 12800 \text{ km}$ için $v_1 = v_{KAŞIŞ}$ dir.

$v_1 = v_{KAŞIŞ} = \sqrt{\frac{2GM_M}{r_A}} = \sqrt{\frac{2(0,4299) 10^{14}}{12800000}} = 2592 \text{ m/san}$

$= 9330 \text{ km/saat}$

A dan B ye eliptik yörünge

A noktasında: $\theta = 0^\circ$, $r_A = 12800 \text{ km}$

Denk (2.21) $\frac{1}{r_A} = \frac{GM_M}{h^2} + C$ (1)

B noktasında: $\theta = 180^\circ$, $r_B = 3400 \text{ km}$

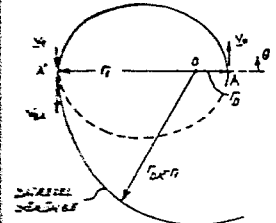
Denk (2.21) $\frac{1}{r_B} = \frac{GM_M}{h^2} - C$ (2)

(1) ve (2) yi toplayarak $\frac{2GM_M}{h^2} = \frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} = \left(\frac{1}{12800} + \frac{1}{3400} \right) \frac{1}{10^6}$

2.83

$$G = 6370 + 480 = 6850 \text{ km}$$

$$r_1 = 32000 \text{ km}$$



GM değeri için Prob. 2.82'ye bakınız.

A noktasında: $\theta = 0^\circ$

Denk. (2.21)

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{h^2} + C \quad (1)$$

A' noktasında: $\theta = 180^\circ$

Denk. (2.21)

$$\frac{1}{r} = \frac{GM}{h^2} - C \quad (2)$$

(1) ve (2) toplanarak $\frac{2GM}{h^2} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \left(\frac{1}{6850} + \frac{1}{32000}\right) \frac{1}{1000}$

$$\frac{2 \cdot 3.9806 \cdot 10^{14}}{0.00017923 \cdot 10^3} = \frac{1}{h^2} = \frac{2 \cdot 3.9806 \cdot 10^{17}}{0.00017923}$$

$$h^2 = 44.92 \cdot 10^{20} \quad h = 6.702(10)^{10}$$

A ve A'deki hızın radyal bileşenleri sıfır olduğundan $h = v_1 r_1 = v_2 r_2$

A'deki başlangıç hızı

$$v_1 = \frac{h}{r_1} = \frac{6.702 \cdot 10^{10}}{6850} = 9784 \text{ m/san} = 35220 \text{ km/saat}$$

A' ve A'deki hızı

$$v_2 = \frac{h}{r_2} = \frac{6.702(10)^{10}}{32(10)^3} = 2094 \text{ m/san} = 7538 \text{ km/saat}$$

Yörünge için: $r_1 = r_2 = 32000 \text{ km}$

$$v_2 = \frac{GM}{r_2} = \frac{3.9806(10)^{14}}{32(10)^3} = 3526 \text{ m/san} = 12696 \text{ km/saat}$$

A'de istenen hız artışı

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 12696 - 7538 = 5158 \text{ km/saat}$$

2.85

Prob. 2.86'nin çözümünden

$$r_1 = 7010 \text{ km} \quad r_2 = 47870 \text{ km} \quad h = 6.98 \cdot 10^{10} \text{ m}^2/\text{san}$$

Yörünge yarı büyük eksen (Denk. 2.29)

$$a = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) = \frac{1}{2}(7010 + 47870) = 29440 \text{ km}$$

Yörünge yarı küçük eksen (Denk. 2.30)

$$b = \sqrt{r_1 r_2} = \sqrt{(7010)(47870)} = 10^3 \sqrt{335.57}$$

$$b = 18320 \text{ km}$$

Periyot $T = \frac{2\pi ab}{h} = \frac{2\pi(29440)(18320)}{69800} = 45220 \text{ san}$

$$T = 45220 \text{ san} = 753.6 \text{ dak} = 12 \text{ saat } 36 \text{ dak}$$

2.87

Dairesel yörünge: $r_1 = 9500 \text{ km}$

2.87'den $v_{0A} = 2180 \text{ km/saat} = \text{Sabit}$

Yörünge periyodu = 286

Periyot süresi: $T = \frac{2\pi r_1}{v_{0A}} = \frac{2\pi(9500 \text{ km})}{2180 \text{ km/saat}} = 2.817 \text{ saat}$

$$T = 169 \text{ dakika}$$

2.88

Denk. (2.28)den

$$T = \frac{2\pi ab}{h}$$

2.88 için, $a = b = r_1$ ve $h = r_1 v_{0A}$ olduğundan

$$T = \frac{2\pi r_1^2}{r_1 v_{0A}} = \frac{2\pi r_1}{v_{0A}}$$

2.92

Prob. (2.88) dan

$$r_1 = 12800 \text{ km} \quad r_2 = 3400 \text{ km}$$

$$h = 1.52(10)^{10}$$

Yörünge yarı büyük eksen (Denk. 2.29)

$$a = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) = \frac{1}{2}(12800 + 3400) = 8100 \text{ km}$$

Yörünge yarı küçük eksen (Denk. 2.30)

$$b = \sqrt{r_1 r_2} = \sqrt{(12800)(3400)} = 6600 \text{ km}$$

Periyot süresi: $T = \frac{2\pi ab}{h} = \frac{2\pi(8100)(6600)}{1.52(10)^{10}} = 22088 \text{ san}$

$$T = 22088 \text{ san}$$

A dan B'ye gitmesi için gerekli zaman, periyodik zamanın yarısı olduğundan

Gerekli zaman = $\frac{T}{2} = 11044 \text{ san} = 3 \text{ saat } 40 \text{ dak.}$

2.93

Prob. 2.89 dan

$$r_1 = 6850 \text{ km} \quad r_2 = 32000 \text{ km}$$

$$h = 6.707(10)^{10}$$

Yörünge yarı büyük eksen (Denk. 2.29)

$$a = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) = \frac{1}{2}(6850 + 32000) = 19425 \text{ km}$$

Yörünge yarı küçük eksen (Denk. 2.30)

$$b = \sqrt{r_1 r_2} = \sqrt{6850(32000)} = 14800 \text{ km}$$

Periyot süresi: $T = \frac{2\pi ab}{h} = \frac{2\pi(19425)(14800)}{6.707(10)^{10}} = 26920 \text{ san}$

$$T = 26920 \text{ san}$$

A dan A'ye gitmek için gerekli zaman periyodik zamanın yarısı olduğundan

Gerekli zaman = $\frac{T}{2} = 13460 \text{ san} = 3 \text{ saat } 44 \text{ dak.}$

2.94



Dairesel Yörünge için

$$v_{0A} = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$$

$$T_{0A} = \frac{2\pi r_1}{v_{0A}}$$

Elipsit Yörünge için:

$$v_0 = \frac{h}{r_1} = \frac{h}{r_1}$$

$$h^2 = v_0^2 r_1^2 = \frac{16}{9} \left(\frac{GM}{r_1}\right) r_1^2 = \frac{16}{9} GM r_1$$

A noktasında: $\theta = 0^\circ$ Denk. (2.21)

$$\frac{1}{r_1} = \frac{GM}{h^2} + C \quad (1)$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{GM}{h^2} - C \quad (2)$$

A' noktasında: $\theta = 180^\circ$

(1) ve (2)'yi toplayarak $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2GM}{h^2} = \frac{2}{3} \frac{GM}{r_1}$

Periyot süresi (Keplerin 3. Kanunu'na göre)

$$a = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) = \frac{1}{2}(r_1 + 8r_1) = \frac{9}{2} r_1 \quad b = \sqrt{r_1 r_2} = \sqrt{r_1(8r_1)} = 2\sqrt{2} r_1$$

$$T_{0A} = \frac{2\pi ab}{h} = \frac{2\pi \left(\frac{9}{2} r_1\right) (2\sqrt{2} r_1)}{v_0 r_1} = \frac{2\pi r_1}{v_0} (9\sqrt{2}) = \frac{2\pi r_1}{v_0} \cdot 9\sqrt{2}$$

$$T_{0A} = \frac{2\pi r_1}{v_0} \left(\frac{27\sqrt{2}}{4}\right) = T_{0A} \left(\frac{27\sqrt{2}}{4}\right)$$

Periyot sürelerinin oranı: $\frac{T_{0A}}{T_{0A}} = \frac{27\sqrt{2}}{4} = 9.54$

2.85

S₁ istasyonunu: r_0 yarıçaplı dairesel yörüngede

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}} \quad (1)$$

TASIT:

A noktasında: $\theta = 0^\circ$ (Denk. 2.21)

$$\frac{1}{r_0} = \frac{GM}{h^2} + C \quad (2)$$

A' noktasında: $\theta = 180^\circ$ (Denk. 2.21)

$$\frac{1}{r_1} = \frac{GM}{h^2} - C \quad (3)$$

(2) ve (3)'ü toplayarak $\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_1} = \frac{2GM}{h^2}$

$r_1 = 8r_0$ ve $h = v_0 r_0$ olduğundan

$$\frac{1}{r_0} + \frac{1}{8r_0} = \frac{2GM}{v_0^2 r_0^2} \quad \frac{9}{8r_0} = \frac{2GM}{v_0^2 r_0^2} \quad v_0^2 = \frac{16}{9} \frac{GM}{r_0} \quad v_0 = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{GM}{r_0}}$$

Oysa (1)den $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}}$ olduğundan $v_0 = \frac{4}{3} v_0$

Tağıt S₁ istasyonundan $v_0 = \frac{4}{3} v_0$ salt hızı ile fırlatılmalıdır.

Tağıtın S₁ istasyonuna göre bağıl hızı;

(a) Bağıl hız: $\frac{4}{3} v_0 - v_0 = \frac{1}{3} v_0$

A' noktasında: $v_A r_1 = v_0 r_0 \quad v_A = v_0 \frac{r_0}{r_1} = \frac{1}{8} v_0$

Tağıtın salt hızı: $v_A = \frac{1}{8} v_0 = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} v_0 = \frac{1}{6} v_0$

S₂ istasyonunu: $8r_0$ yarıçaplı dairesel yörünge

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{8r_0}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \sqrt{\frac{GM}{r_0}} = \frac{1}{\sqrt{8}} v_0$$

(b) İniş anında, istasyonun hızının tağıtın hızından daha büyük olduğuna işaret eder.

h. Buna göre Tağıt, hızı artırmak ve S₂ istasyonunun hızına eşit bir hızla sahip

olmak için roketlerini ateşler

$$v_2 - v_A = \left(\frac{1}{\sqrt{8}} - \frac{1}{6}\right) v_0 = 0.187 v_0$$

(c) Tağıtın uçuş süresi: $t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi ab}{h}$

Şak 2.16'ya bkz $a = \frac{1}{2}(r_1 + 8r_1) = \frac{9}{2} r_1$

$$b = \sqrt{r_1(8r_1)} = \sqrt{8} r_1 = 2\sqrt{2} r_1$$

A da: $h = r_1 v_A$

$$t = \frac{\pi ab}{h} = \frac{\pi \left(\frac{9}{2} r_1\right) (2\sqrt{2} r_1)}{r_1 v_A} = \frac{\pi r_1}{v_A} 9\sqrt{2}$$

(4) den: $v_A = \frac{1}{6} v_0 \quad t = \frac{\pi r_1}{\frac{1}{6} v_0} 9\sqrt{2} \quad t = \frac{27\sqrt{2}}{4} \frac{\pi r_1}{v_0}$

Dairesel yörünge boyunca S₂ istasyonunun $t=0, t=t$ zamanlarında olduğu yol

$$d = v_2 t = v_2 \frac{27\sqrt{2}}{4} \frac{\pi r_1}{v_0}$$

Oysa (3)den $v_2 = \frac{1}{\sqrt{8}} v_0$

$$d = \frac{1}{\sqrt{8}} v_0 \frac{27\sqrt{2}}{4} \frac{\pi r_1}{v_0} = \frac{27}{4} \pi r_1$$

$$\theta = \frac{d}{r_1} = \frac{27}{4} \pi \text{ radyan} = \frac{27}{4} (180^\circ) = 75.9^\circ$$

2.96

(a) Yörünge parabol olduğu için v_0 fırlatma hızı, dünyanın merkezinden r_0 uzaklığındaki kaçış hızına eşittir.

$$r_0 = 6370 + 550 = 6920 \text{ km}$$

$$GM = g r_0^2 = 9.81 (6920000)^2 = 3.9806(10)^{14} \text{ m}^2/\text{san}^2$$

Denk. (2.26)'yı kullanarak

$$v_0 = v_{0c} = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.9806 \cdot 10^{14}}{6920000}} = 10700 \text{ m/san}$$

$$v_0 = 38500 \text{ km/saat}$$

Parabolik yörünge için

$$e = 1 \quad C = \frac{GM}{h^2}$$

A noktasında (Denk. 2.21)

$$\frac{1}{r_0} = \frac{GM}{h^2} + C \cos \theta$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{GM}{h^2} + \frac{GM}{h^2} \cos \theta$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{2GM}{h^2} \quad \frac{GM}{h^2} = \frac{1}{2r_0} \quad (1)$$

B noktasında (Denk. 2.21)

$$\frac{1}{r_2} = \frac{GM}{h^2} + C \cos \theta = \frac{GM}{h^2} + \frac{GM}{h^2} \cos \theta = \frac{GM}{h^2} (1 + \cos \theta)$$

Denk. (1): $\frac{1}{r_2} = \frac{1}{2r_0} (1 + \cos \theta) \quad \cos \theta = \frac{2r_0}{r_2} - 1 \quad (2)$

Oysa: $r_1 = 6320 \text{ km} \quad r_2 = 384000 \text{ km}$

$$\cos \theta = \frac{2(6320)}{384000} - 1 = 0.036 - 1 = -0.9640 \quad \theta = 164.6^\circ$$

Parabolik Yörünge geometrisi

$$OB = 384000$$

$$OC = OB(\cos 15.4^\circ) = 384000(0.964)$$

$$OC = 370214 \text{ km} \quad \text{Parabol için } CA = AC$$

$$CB = 0.036 \sin 15.4^\circ = 101971 \text{ km}$$

$$180^\circ - \theta = 15.4^\circ$$

$$370214 \quad 6320 \quad 377134$$

$$t = \frac{CB}{CO} = \frac{101971}{377134} = 0.13519 \quad \theta = 7.7^\circ$$

$$\theta = 15.4^\circ - \theta = 7.7^\circ$$

$$v_0 = v_0 \frac{r_0}{r_2} = 38500 \frac{6920}{384000} = 633.8 \text{ km/saat}$$

$$v_0 = \frac{v_0}{\sin \theta} = \frac{633.8}{0.13398} = 5178 \text{ km/saat}$$

(d) Uçuş Süresi

$$= \frac{2}{3} (377134)(0.13519) - \frac{1}{2} (370214)(0.13519)$$

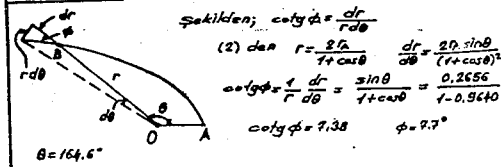
$$= 67.62 \times 10^3 \text{ km}^2$$

$$A \text{'nın hızı} = \frac{1}{2} h = \frac{1}{2} r_2 v_0 = \frac{1}{2} (6920)(38500)$$

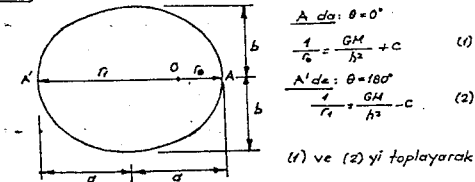
$$= 133.2 \times 10^6 \text{ km}^2/\text{saat}$$

$$t = \frac{67.62 \times 10^3}{133.2 \times 10^6} = 50.76 \text{ saat}$$

$$t = 50 \text{ saat } 45 \text{ dakika}$$

2.96 Devam ϕ nın değişik bir hesabı

2.97



$$\frac{2GM}{h^2} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad \frac{GM}{h^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{r_2 + r_1}{r_1 r_2} \right)$$

$$h^2 = \frac{GM}{2} \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right)$$

Oysa (2.29) ve (2.30) dan $a = \frac{1}{2} (r_1 + r_2)$ $b = \sqrt{r_1 r_2}$
 Böylece $h^2 = \frac{GM b^2}{a}$

Denk (2.28) i kullanarak $\epsilon = \frac{2ab}{h^2}$ veya $\epsilon^2 = \frac{4a^2 b^2}{h^4}$
 h^2 nin değeri yerine konulursa
 $\epsilon^2 = \frac{4a^2 b^2}{GM^2} = \frac{4a^2 b^2}{GM^2}$

Böylece ϵ^2 değeri a^3 ile orantılı olur

2.98 Her üç hal için $\sum F = ma$ $\mu = 0.60$

$$v = 80 \text{ km/h} = 22.22 \text{ m/s}$$

$-F = ma$ $-F = m a$
 $-N = \frac{W}{g} a$ $a = -\mu g \left(\frac{N}{W} \right)$ (1)

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

(1) den: $a_t = -(0.60)(9.81)(0.665) = -3.84 \text{ m/s}^2$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = 3.23 \text{ m/s}^2$$

(1) den: $a_t = -(0.60)(9.81)(1.335) = -7.86 \text{ m/s}^2$

$$(c) \text{ Düz Yolda: } N = W \quad a_t = -0.60(9.81) = 5.89 \text{ m/s}^2$$

2.99

Tepede:
 $\sum F = ma_n$ $W - N = \frac{W}{g} a_n$
 $N = W \left(1 - \frac{a_n}{g} \right)$ $\frac{N}{W} = 1.335$
 Oysa $a_n = \frac{v^2}{r}$
 $v^2 = r g \left(\frac{N}{W} - 1 \right) = 3.81$ $v = 3.13 \text{ m/s}$

2.100

Makanın yarıçapı ihmal edilir:

Net kuvvet $w(x) - w(l-x) = w(2x-l)$ Zincirin kütlesi wL/g

$$F = ma: \quad w(2x-l) = \frac{wL}{g} a$$

a = $\frac{v dv}{dx}$ olduğundan

$$v \frac{dv}{dx} = \frac{g}{L} (2x-l)$$

$$\int v dv = \int \frac{g}{L} (2x-l) dx$$

$$\frac{1}{2} v^2 = \frac{g}{L} \left[x^2 - xl \right]_0^L = \frac{g}{L} h(l-h)$$

$$v^2 = 2gh \left(1 - \frac{h}{L} \right) \quad v = \sqrt{2gh \left(1 - \frac{h}{L} \right)}$$

$$h = \frac{1}{2} L \text{ için: } v_{\max} = \sqrt{2g \frac{L}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \right)} = \sqrt{\frac{1}{2} g L}$$

2.101

$$\sum F = ma$$

$$T - kv^2 = ma$$

$$a = \frac{1}{m} (T - kv^2)$$

$$a = v \frac{dv}{ds} = \frac{1}{m} (T - kv^2)$$

$$\int \frac{m v dv}{T - kv^2} = \int ds$$

$$s = -\frac{m}{2k} \ln(T - kv^2) \Big|_{v_0}^v = -\frac{m}{2k} \ln \left(\frac{T - kv^2}{T - kv_0^2} \right)$$

$$\frac{T - kv^2}{T - kv_0^2} = e^{-\frac{2ks}{m}}$$

(1) den $ma = T - kv^2$ ve $ma_0 = T - kv_0^2$
 $\frac{ma}{ma_0} = e^{-\frac{2ks}{m}}$ $a = a_0 e^{-\frac{2ks}{m}}$
 Burada $a_0 = \frac{1}{m} (T - kv_0^2)$

2.102

$$\sum F = ma$$

$$T - kv^2 = ma$$

$$a = \frac{1}{m} (T - kv^2)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} (T - kv^2)$$

$$\int \frac{m dv}{T - kv^2} = \int dt$$

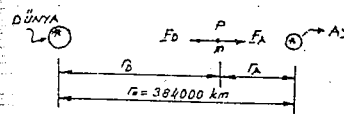
$$t = \frac{m}{k} \int \frac{dv}{\left(\frac{T}{k} - v^2 \right)} = \left| \frac{m}{k} \frac{1}{\sqrt{T/k}} \operatorname{Arctg} \left(\frac{v}{\sqrt{T/k}} \right) \right|_{v_0}^v$$

$$t = \frac{m}{\sqrt{T/k}} \left[\operatorname{Arctg} \left(v \sqrt{k/T} \right) - \operatorname{Arctg} \left(v_0 \sqrt{k/T} \right) \right]$$

$v > \sqrt{T/k}$ ise $v \sqrt{k/T} > 1$ olur. Bu mümkün değildir zira tangent hiperbolik 1'den büyük olamaz. Fiziki açıdan $v > \sqrt{T/k}$ olması imkânsızdır, zira bu durumda D direnci T'ine kuvvetinden büyük olur. Kablo olan maksimum hız $v = \sqrt{T/k}$ dr. ve bu hız elde edilir.

2.103

P, Dünyanın ve Ay'ın çekim kuvvetlerinin eşit olduğu noktada bulunsun.



M_0 - Dünyanın kütlesi M_A - Ayın kütlesi

P de bulunan ufak bir m kütlesi için

$$F_D = \frac{GM_0 m}{r_2^2} \quad F_A = \frac{GM_A m}{r_1^2} = \frac{GM_0 m}{81.3 r_2^2}$$

P de:

$$F_D = F_A \text{ dir; Buna göre } r_2 = 81.3 r_1 \quad r_2 = 9.02 r_1$$

$$r_0 + r_1 = r_2 \text{ olduğuna göre}$$

$$r_0 = 384000 \frac{9.02}{1+9.02} = 346000 \text{ km}$$

Not: Dünya-Ay sistemi kendi kütle merkezi etrafında döndüğünden, dünya ve ayın çekim kuvvetlerinin eşit olduğu P noktasında bulunan bir cisim dengede kalır. yavaşça; cismin aya olan uzaklığı artacağından, cisim dünyaya doğru hareket edecektir.

2.104

$$\sum F = ma$$

$$P - kv = ma$$

$$a = \frac{1}{m} (P - kv)$$

$$T=0 \text{ da } v=0$$

$$\frac{dv}{dt} = a = \frac{1}{m} (P - kv)$$

$$\int \frac{dv}{P - kv} = \int \frac{1}{m} dt$$

$$\frac{t}{m} = \left| -\frac{1}{k} \ln(P - kv) \right|_0^v = -\frac{1}{k} \ln \frac{P - kv}{P}$$

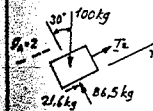
$$P - kv = P e^{-\frac{kt}{m}}$$

Bu değer (1) de yerine konulursa

$$a = \frac{P}{m} e^{-\frac{kt}{m}}$$

2.105

Örnek Prob. (2.3) deki verileri kullanarak



$$\text{A Blok: } \sum F_x = ma_x$$

$$T_2 - 100 \sin 30^\circ + 21.6 = \frac{100}{9.81} (-2)$$

$$T_2 = 50 - 21.6 - 20.39 = 8 \text{ kg}$$

$$T_1 = 2T_2 = 2(8) = 16 \text{ kg}$$

$$\text{B Blok: } \sum F_y = may$$

$$16 - W = \frac{W}{9}$$

$$16 = W \left(1 + \frac{1}{9} \right) = W \frac{10}{9}$$

$$W = \frac{16(9.81)}{10.61} = 14.52 \text{ kg}$$

$$W = 14.52 \text{ kg}$$

2.106

$$v = 50 \text{ km/h} = 13.89 \text{ m/s}$$

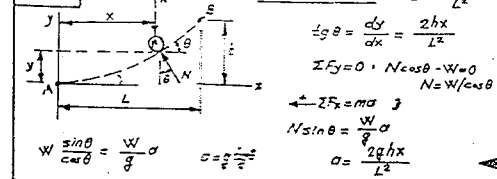
$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{13.89^2}{100} = 1.93 \text{ m/s}^2$$

$$\sum F_x = ma_n: \quad N \cos \theta = \frac{W}{g} a_n$$

$$\sum F_y = 0: \quad F - W = 0$$

$$\text{Oysa } \mu = \frac{F}{N} = \frac{W}{N} = \frac{9.81}{13.89} = 0.706$$

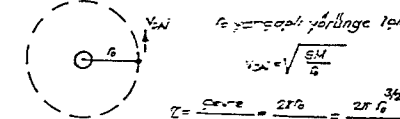
2.107



2.108

Uydunun Periyodu = 1 yıldız günü

$$T = 23 \text{ saat } 56 \text{ dak } 86.160 \text{ san}$$



Prob. 2.96 dan $GM = 3.986 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$

$$r_0^3 = \frac{3.986 \times 10^{14} \times (86164)^2}{4\pi^2} = 74.65 \times 10^{21}$$

$$r_0 = 42150 \text{ km}$$

Not: Bu yörünge için

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r_0}} = \sqrt{\frac{3.986 \times 10^{14}}{42150 \times 10^3}} = 3.07 \text{ m/s} = 11052 \text{ km/saat}$$

Eğer dairesel yörünge dâhil düzlemde değilse uydu hemen hemen ayın meridyen üzerinde kalır fakat, ekvatorun iki yanına Güney Kuzey doğrultusunda salınım yapar.

2.109

$$D = \text{Direnc} = kv$$

Kablo kopmadan önce dengeledir.

$$\sum F_x = 0: \quad T_0 = D$$

$$T_0 = kv_0 \quad k = \frac{T_0}{v_0}$$

Kablo kopuktan sonra: $D = kv = ma_n$
 $\sum F_x = 0: \quad T_0 - W = \frac{W}{g} a_n$
 $\sum F_y = 0: \quad N - W = 0$
 Böylece $D = k(v_0 - v) = \frac{T_0}{v_0} (v_0 - v)$

$$\sum F = ma: \quad D = ma$$

$$\frac{T_0}{v_0} (v_0 - v) = \frac{W}{g} a$$

$$\frac{dv}{dt} = a = \frac{T_0}{W} (v_0 - v)$$

$$\frac{v dv}{v_0 - v} = \int dt$$

$$t = \frac{W}{T_0} \left| \ln(v_0 - v) \right|_0^{v_0} = \frac{W}{T_0} \left[\ln \left(\frac{v_0 - v}{v_0} \right) \right] = \frac{W}{T_0} \ln 2$$

3.2 (a) Düz yolda

$$m = \frac{3}{9.81} = 0.3058 \text{ kg.san}^2/\text{m}$$

$$v = 30 \text{ m/san}$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (0.3058) (30)^2$$

$$T = 137.6 \text{ Kg.m}$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \quad h = \frac{T}{W} = \frac{137.6}{3} = 45.87 \text{ m}$$

$$h = 45.87 \text{ m}$$

(b) Eğide

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \quad m = 0.3058 \text{ kg.san}^2/\text{m}$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \quad v = 30 \text{ m/san}$$

$$T = 137.6 \text{ Kg.m}$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \quad v = 30 \text{ m/san}$$

$$T = 137.6 \text{ Kg.m}$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 \quad h = \frac{T}{W} = \frac{137.6}{0.495} = 278 \text{ m}$$

$$m = \frac{20}{9.81} = 2.038 \text{ kg.san}^2/\text{m}$$

$$v = \frac{20000 \cdot 1000}{3600} = 5555.56 \text{ m/san}$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (2.038) (5555.56)^2 = 31.1 \cdot 10^6 \text{ kgm}$$

4.2. Serbest düşme hareketinin göz önüne alınan hareketin bağımsızdır.

$$v = 10 \text{ km/saat} = 2.778 \text{ m/san} \quad v_2 = 0$$

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (2.778)^2 \quad T_2 = 0$$

$$T_{1+2} = -F d = -(0.8W) d$$

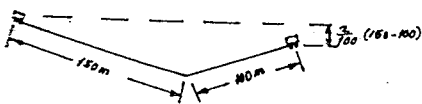
$$T_1 + T_2 = T_2 \quad \frac{1}{2} (2.778)^2 - 0.8W d = 0$$

$$d = \frac{(2.778)^2}{2(9.81)(0.8)} = 49.17 \text{ m}$$

$$d = 49 \text{ m}$$

$$T_1 = T_2 = 0$$

$$T_{1+2} = 40000 \left(\frac{3}{100} \right) (150 - 100) - F (150 + 100)$$



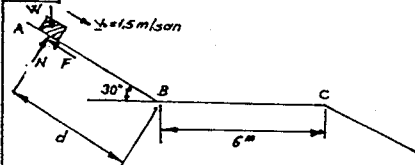
$$T_1 + T_2 = T_2$$

$$40000 \left(\frac{3}{100} \right) 50 - 250F = 0$$

$$40000(1) - 250F = 0$$

$$F = 160 \text{ Kg}$$

3.5



$$N = W \cos 30^\circ \quad F = \mu N$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (1.5)^2$$

$$U_{1+2} = (W \sin 30^\circ - \mu W \cos 30^\circ) d - 6 \mu W$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (2.5)^2$$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2 \text{ de yerlerine konursa}$$

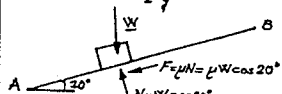
$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} 2.25 + W [0.5 - 0.25(0.666)] d - W(6)(0.25) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} 6.25$$

$$(0.5 - 0.2165) d = \frac{6.25 - 2.25}{2g} + 6(0.25)$$

$$0.2835 d = \frac{4}{2g} + 1.5 = \frac{2}{g} + 1.5 = 0.204 + 1.5 = 1.704$$

$$d = \frac{1.704}{0.2835} = 6 \text{ m} \quad d = 6 \text{ m}$$

$$3.6 (a) T_A = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (8)^2 \quad T_B = 0 \quad d = 7 \text{ m}$$



$$U_{A \rightarrow B} = - (W \sin 20^\circ) (7) - (\mu W \cos 20^\circ) (7)$$

$$= -7W (\sin 20^\circ + \mu \cos 20^\circ)$$

$$T_A + U_{A \rightarrow B} = T_B : \frac{1}{2} \frac{W}{g} (8)^2 - 7W (\sin 20^\circ + \mu \cos 20^\circ) = 0$$

$$\mu = \frac{\frac{1}{2} \frac{W}{g} (8)^2}{7W (\sin 20^\circ + \cos 20^\circ)} = \frac{32}{7(9.81)(0.9337)} = 0.4939$$

$$\mu = 0.4939 - 0.3640 \quad \mu = 0.1319$$

$$(b) T_B = 0 \quad T_A = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_A^2$$

$$U_{B \rightarrow A} = (W \sin 20^\circ) (7 \text{ m}) - (\mu W \cos 20^\circ) (7 \text{ m})$$

$$= 7W (\sin 20^\circ - \mu \cos 20^\circ)$$

$$T_B + U_{B \rightarrow A} = T_A : 7W (\sin 20^\circ - \mu \cos 20^\circ) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_A^2$$

$$v_A^2 = 2(7)(9.81)(0.3420 - 0.132 \cdot 0.9337)$$

$$(v_A')^2 = 29.94 \quad v_A' = 5.48 \text{ m/san}$$

$$3.7 T_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} \frac{10}{9.81} (20)^2 \quad T_B = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} \frac{10}{9.81} v_B^2$$

$$U_{A \rightarrow B} = \int_A^B P \cdot dr = \int_A^B (2x^2 i + 3y^2 j + z^2 k) (dx i + dy j + dz k)$$

$$= \int_A^B (2x^2 dx + 3y^2 dy + z^2 dz)$$

$$= \int_0^5 2x^2 dx + \int_0^5 3y^2 dy + \int_0^5 z^2 dz = 233 \text{ kgm}$$

$$T_A + U_{A \rightarrow B} = T_B : \frac{1}{2} \frac{10}{9.81} (20)^2 + 233 = \frac{1}{2} \frac{10}{9.81} v_B^2$$

$$v_B^2 = 859.15 \quad v_B = 29.3 \text{ m/san}$$

Not: $U_{A \rightarrow B}$ değeri yoldan bağımsızdır. P kuvveti konservatiftir. Kıs. 3.6 ya bkz.

3.8

$$T_0 = 0 \quad T_A = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$U_{0 \rightarrow A} = \int_0^A P \cdot dr$$

$$= \int_0^A (P_1 \cos \frac{\pi x}{2a} i + P_2 \cos \frac{\pi y}{2b} j + P_3 \cos \frac{\pi z}{2c} k) (dx i + dy j + dz k)$$

$$= \int_0^A P_1 \cos \frac{\pi x}{2a} dx + \int_0^A P_2 \cos \frac{\pi y}{2b} dy + \int_0^A P_3 \cos \frac{\pi z}{2c} dz$$

$$= \left[\frac{2a}{\pi} P_1 \sin \frac{\pi x}{2a} + \frac{2b}{\pi} P_2 \sin \frac{\pi y}{2b} + \frac{2c}{\pi} P_3 \sin \frac{\pi z}{2c} \right]_0^A$$

$$= \frac{2a}{\pi} P_1 + \frac{2b}{\pi} P_2 + \frac{2c}{\pi} P_3$$

$$T_0 + U_{0 \rightarrow A} = T_A$$

$$\frac{2a}{\pi} P_1 + \frac{2b}{\pi} P_2 + \frac{2c}{\pi} P_3 = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$v_A^2 = 4 \left[P_1 a + P_2 b + P_3 c \right] / m$$

Not: $U_{0 \rightarrow A}$ değeri yoldan bağımsızdır. P kuvveti konservatiftir. Kıs. 3.6 ya bkz.

3.9

$$T_{\text{tüm tren}} = 50 \text{ km/saat} \quad 50 \text{ km/saat} = 13.89 \text{ m/san}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} (2m) v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{100000}{g} (13.89)^2$$

$$T_2 = 0$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -F d = -5000 d$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : \frac{1}{2} \frac{100000}{g} (13.89)^2 - 5000 d = 0$$

$$d = \frac{1929.3210}{19.62(9000)} = 109.3 \text{ m}$$

$$C \text{ Vagonu: } T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{30000}{g} (13.89)^2$$

$$T_2 = 0$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -F_{AB} d$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : \frac{1}{2} \frac{30000}{g} (13.89)^2 - F_{AB} d = 0$$

Bu denklem (1) ile taraf tarafa bölünürse hesaplar basitleşir ve

$$\frac{30000}{100000} = \frac{F_{AB}}{5000} \quad F_{AB} = 2700 \text{ kg}$$

$$F_{AB} = 2700 \text{ kg basınç}$$

B ve C Vagonları:

$$T_1 = \frac{1}{2} (m_B + m_C) v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{70000}{g} (13.89)^2$$

$$T_2 = 0 \quad U_{1 \rightarrow 2} = -F_{AB} d$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : \frac{1}{2} \frac{70000}{g} (13.89)^2 - F_{AB} d = 0$$

(1) denklemi ile taraf tarafa bölünürse

$$\frac{70000}{100000} = \frac{F_{AB}}{5000} \quad F_{AB} = 6300 \text{ kg}$$

$$F_{AB} = 6300 \text{ kg Basınç}$$

3.10 Tüm tren

$$T_1 = \frac{1}{2} (2m) v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{120000}{g} (13.89)^2$$

$$T_2 = 0$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -F d = -21000 d$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : \frac{1}{2} \frac{120000}{g} (13.89)^2 - 21000 d = 0$$

$$d = \frac{1929.3210}{19.62(21000)} = 46.8 \text{ m}$$

$$d = 46.8 \text{ m}$$

$$A \text{ Vagonu: } T_1 = \frac{1}{2} m_A v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{30000}{g} (13.89)^2$$

$$T_2 = 0 \quad U_{1 \rightarrow 2} = -F_{AB} d$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : \frac{1}{2} \frac{30000}{g} (13.89)^2 - F_{AB} d = 0$$

$$(1) \text{ ile bu denklemi taraf tarafa bölersek}$$

$$\frac{30000}{100000} = \frac{F_{AB}}{21000} \quad F_{AB} = 6300 \text{ kg}$$

$$F_{AB} = 6300 \text{ kg Çekme}$$

$$C \text{ Vagonu: } T_1 = \frac{1}{2} m_C v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{30000}{g} (13.89)^2$$

$$T_2 = 0$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = -F_{BC} d = -3000 d$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : \frac{1}{2} \frac{30000}{g} (13.89)^2 - (3000 - F_{BC}) d = 0$$

$$(1) \text{ ile taraf tarafa bölersek}$$

$$\frac{30000}{100000} = \frac{3000 - F_{BC}}{21000} \quad 3000 - F_{BC} = 6300$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

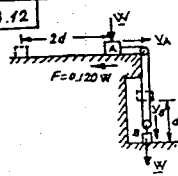
$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

$$F_{BC} = 2700 \text{ kg Çekme}$$

3.12



B bloku yere çarptığı anda

$$T_1=0 \quad T_2=\frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

$$\text{Oysa } v_B = \frac{1}{2}v_A$$

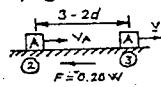
$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} v_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} \left(\frac{1}{2}v_A\right)^2 = \frac{5}{8} \cdot \frac{W}{g} v_A^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = Wd - (0.120W)2d = 0.76Wd$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \quad 0.76Wd = \frac{5}{8} \cdot \frac{W}{g} v_A^2 \quad v_A^2 = 1.216gd \quad (1)$$

B yere çarptıktan sonra B durduğundan sadece

A yı göze önüne alalım.



$$T_2 = \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} v_A^2 \quad T_3=0$$

$$U_{2 \rightarrow 3} = -0.120W(3-2d)$$

$$T_2 + U_{2 \rightarrow 3} = T_3 \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} v_A^2 - 0.120W(3-2d) = 0$$

Oysa (1) den $v_A^2 = 1.216gd$ olduğundan

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} (1.216gd) - 0.120W(3-2d) = 0$$

$$0.48d + 1.216d = 0.72$$

$$1.696d = 0.72$$

$$d = 42 \text{ cm}$$

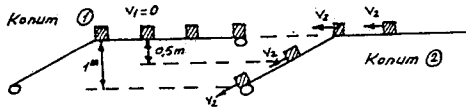
Not: Çarpmadan sonra B'nin enerjisi kaybolduğundan iş ve enerji ilkesi, hareketin başlangıcından sonuna kadar sistemin tümüne uygulanamaz.

3.13

$$T_1=0$$

$$T_2 = 4 \left(\frac{1}{2} m v_2^2 \right) = 4 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} v_2^2 \right) = \frac{2W}{g} v_2^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = W(1m) + W(0.5m) = 1.5W$$



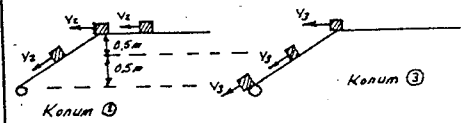
$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \quad \frac{2W}{g} v_2^2 = 1.5W$$

$$v_2^2 = \frac{1.5g}{2} = 7.36$$

$$v_2 = 2.71 \text{ m/s}$$

3.14

Önce 2'nci pakedin, 1'ci paket bandtan düştüğü andaki hızını belirlemeye çalışalım. Bu, prob. 3.13 de bulunmuş olan v_2 hızıdır. Bundan sonra 3'cü pakete iş ve enerji ilkesini uygulayalım.



$$T_2 = 3 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{W}{g} v_2^2 \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{W}{g} v_2^2 \quad T_3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{W}{g} v_3^2$$

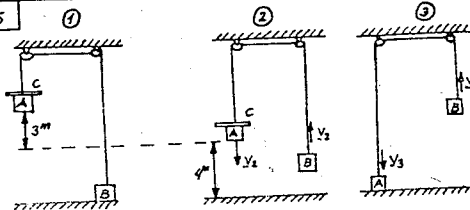
$$U_{2 \rightarrow 3} = W(0.5) + W(0.5) = W$$

$$T_2 + U_{2 \rightarrow 3} = T_3 \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{W}{g} v_2^2 + W = \frac{3}{2} \cdot \frac{W}{g} v_3^2$$

$$v_3^2 = v_2^2 + \frac{2}{3} = 7.36 + 0.75 = 8.11$$

$$\text{Prob. 3.13 den } v_2^2 = 7.36 \quad v_3^2 = 7.36 + 0.75 = 8.11 \quad v_3 = 2.87 \text{ m/s}$$

3.15



1 den 2 ye Tüm sistemi göz önüne alalım

$$T_1=0 \quad T_2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B + m_C) v_2^2 \quad U_{1 \rightarrow 2} = (W_A + W_B + W_C) 3m$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \quad 3(W_A + W_B + W_C) = \frac{1}{2} (m_A + m_B + m_C) v_2^2$$

$$v_2^2 = (6g) \frac{W_A + W_B + W_C}{W_A + W_B + W_C} \quad (1)$$

$$\text{Veriler: } W_A = 9 \text{ kg}, W_B = 10 \text{ kg}, W_C = 5 \text{ kg}$$

$$v_2^2 = 6g \cdot \frac{24}{24} = g \quad v_2 = 3.13 \text{ m/s}$$

2 den 3 e A ve B bloklarını kullandım

$$T_2 = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_2^2 \quad T_3 = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_3^2$$

$$U_{2 \rightarrow 3} = (W_A + W_B) (4m)$$

$$T_2 + U_{2 \rightarrow 3} = T_3 \quad \frac{1}{2} (W_A + W_B) v_2^2 + 4(W_A + W_B) = \frac{1}{2} (W_A + W_B) v_3^2$$

$$v_3^2 = v_2^2 + (8g) \frac{W_A + W_B}{W_A + W_B} \quad (2)$$

$$\text{Veriler } W_A = 9 \text{ kg}, W_B = 10 \text{ kg}$$

$$v_3^2 = v_2^2 + 8g \left(\frac{1}{19} \right) = v_2^2 + \frac{8}{19}g$$

v_2 nin bulunmuş değeri yerine konulursa

$$v_3^2 = g + \frac{8}{19}g = \frac{11}{19}g = 5.68 \quad v_3 = 2.38 \text{ m/s}$$

Not: Halka kaldırılınca C'nin kinetik enerjisi kaybolduğundan iş ve enerji ilkesi 1 den 3 e kadar tüm sisteme uygulanamaz.

3.16 Prob. 3.15 deki (1) ve (2) formüllerini kullanalım

$$v_2^2 = (6g) \frac{W_A + W_B + W_C}{W_A + W_B + W_C} \quad (1)$$

$$v_3^2 = v_2^2 + (8g) \frac{W_A + W_B}{W_A + W_B} \quad (2)$$

$$\text{Verilen değerler } W_A = 9 \text{ kg}, W_B = 10 \text{ kg}, W_C = W_C$$

$$v_2^2 = (6g) \frac{W_C + 1}{W_C + 19} \quad (1') \quad v_3^2 = v_2^2 + \frac{8}{19}g \quad (2')$$

Eğer A ancak yere erişiyorsa $v_3 = 0$ olur. Bunu (2') de yerine koyarsak

$$0 = v_2^2 + \frac{8}{19}g \quad v_2^2 = -\frac{8}{19}g$$

Bu değer (1') de yerine konursa

$$\frac{6}{19}g = 6g \frac{W_C + 1}{W_C + 19} \quad 8W_C + 152 = 114W_C - 114$$

$$106W_C = 226 \quad W_C = 2.11 \text{ kg}$$

3.17

Her sistem için $T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$:

$$(1) \quad 0 + (300 - 200)3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{300 + 200}{g} v^2$$

$$v^2 = \frac{300g}{250} = 11.772 \quad v = 3.43 \text{ m/s}$$

$$(2) \quad 0 + (300 - 200)3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{300}{g} v^2$$

$$v^2 = \frac{300g}{150} = 19.62 \quad v = 4.43 \text{ m/s}$$

$$(3) \quad 0 + (2300 - 2200)3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2300 + 2200}{g} v^2$$

$$v^2 = \frac{300g}{2250} = 1.308 \quad v = 1.14 \text{ m/s}$$

3.18

$$T_1=0, \quad T_2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \quad U_{1 \rightarrow 2} = m_2 gh - m_1 gh$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \quad (m_2 - m_1)gh = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

$$g = \frac{v^2}{2h} \frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1}$$

3.19

$$T_1=0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{50}{g} v_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{g} (2v_A)^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{50 + 80}{g} v_A^2 = \frac{65}{g} v_A^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = (50 \text{ kg})d - (20 \text{ kg})2d$$

$$= 50d - 40d = 10d$$

$$20d = \frac{65}{g} v_A^2 = \frac{65}{g} (2.5)^2$$

$$d = \frac{65(6.25)}{(10)(9.81)} = 4.14 \quad d = 4.14 \text{ m}$$

3.20

$$T_1=0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{50}{g} v_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{g} (3v_A)^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{50 + 180}{g} v_A^2 = \frac{230}{g} v_A^2 = \frac{115}{g} v_A^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = (20)(3d) - (50)d$$

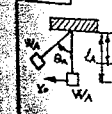
$$= 60d - 50d = 10d$$

$$10d = \frac{115}{g} v_A^2 = \frac{115}{g} (2.5)^2$$

$$d = \frac{115(6.25)}{(10)(9.81)} = 7.32 \quad d = 7.32 \text{ m}$$

3.21

$$W_A \text{ yükü için: } T_1 = \frac{1}{2} \frac{W_A}{g} v_1^2, \quad T_2=0$$



$$U_{1 \rightarrow 2} = -W_A(L - L \cos \theta)$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \quad \frac{1}{2} \frac{W_A}{g} v_1^2 - W_A L (1 - \cos \theta) = 0$$

$$v_1^2 = 2gL(1 - \cos \theta) \quad (1)$$

(1) eşitliği $\cos \theta$ ya göre çözülürse

$$\cos \theta = 1 - \frac{v_1^2}{2gL}$$

$$\theta = \arccos \left(1 - \frac{v_1^2}{2gL} \right)$$

(2) $\theta = 30^\circ$, $L = 3 \text{ m}$ konulursa (1) den

$$v_1^2 = 2(9.81)(3)(1 - 0.866) = 9.89$$

$$v_1 = 2.81 \text{ m/s}$$

3.22

Prob. 3.21 de bulunan (1) bağıntısını ele alalım

$$v_1^2 = 2gL(1 - \cos \theta) \quad (1)$$

Benzer olarak W_B ağırlığı için

$$v_2^2 = 2gL(1 - \cos \theta) \quad (2)$$

Bunlardan v_1^2 yok edilirse

$$L_A(1 - \cos \theta_A) = L_B(1 - \cos \theta_B)$$

Veriler; $L_A = 3 \text{ m}$, $L_B = 6 \text{ m}$, $\theta_A = 30^\circ$

$$3(1 - 0.866) = 6(1 - \cos \theta_B)$$

$$1 - \cos \theta_B = 0.134 = 0.0670$$

$$\cos \theta_B = 1 - 0.067 = 0.933$$

$$\theta_B = 21.1^\circ$$

3.23

$$(a) \quad T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{500}{9.81} (44.44)^2 = 603940 \text{ kgm}$$

Gerçek uzaklık diyagramdan, F-S eğrisinin altında kalan ve T ye eşit olan bölge olarak bulunur, zira $\text{Alan} = -U_{1 \rightarrow 2} = T$ dir. Alanın hesabı onu trapezlere bölerek kolaylaşır.

	Kısmi alan	Toplam alan
$s=0$ dan $s=15$:	$\frac{1}{2} (15 \text{ m})(4 \text{ m}) = 30 \text{ m}$	30 m
$s=15$ den $s=30$:	$\frac{1}{2} (15 \text{ m})(4+8) = 90 \text{ m}$	120 m
$s=30$ den $s=45$:	$\frac{1}{2} (15 \text{ m})(8+13) = 157.5 \text{ m}$	277.5 m
$s=45$ den $s=60$:	$\frac{1}{2} (15 \text{ m})(13+19) = 240 \text{ m}$	517.5 m

Bizim hata $630,940 - 517.5 = 113.44 \text{ m}$ ye ihtiyacımız vardır.

Diyagramda $s=60$ ile $s=75$ arasında yaklaşık olarak bir doğru ile birleştirirsek

$$\frac{\Delta s}{15} = \frac{F - 19}{28.5 - 19} \quad F = 19 + \frac{9.5}{15} \Delta s$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \Delta s (19 + 19 + \frac{9.5}{15} \Delta s) = 113.44$$

$$3.5 \Delta s^2 + 570 \Delta s - 3403.2 = 0$$

$$\Delta s = 5.47$$

$$s = 60 + 5.47 = 65.47$$

$$s = 65.5 \text{ m}$$

(b) $F = ma$ den $a = F/m$

$$|F_{maks}| = 19 + \frac{9.5}{15} 5.47 = 22.64 \text{ ton} = 22640 \text{ kg}$$

$$|a_{maks}| = |F_{maks}|/m = 22640 / (6000 / 9.81)$$

$$|a_{maks}| = 37.0 \text{ m/s}^2$$

3.24

Prob 3.23 deki çizelgeden kabloya gelen kuv-

vetin $s=0$ dan $s=60 \text{ m}$ ya kadar yaptığı toplam iş

$$U_{1 \rightarrow 2} = -517.5 \text{ m} = -517500 \text{ kgm dir.}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{9000}{9.81} v_1^2 \quad T_2=0$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{9000}{9.81} v_1^2 - 517500 = 0$$

$$v_1^2 = 112.14$$

$$v_1 = 33.5 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 121 \text{ km/saat}$$

3.25

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{100000}{9,81} (0,416)^2 = 882 \text{ kgm} = 0,882 \text{ t}$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2 = 0 \quad U_{1-2} = -T_1 = -882 \text{ kgm}$$

$$= -88,2 \text{ t cm}$$

A Enerjisi

$$\text{Ziryo gramdan: } F = -kx \quad k = \frac{30 \text{ ton}}{30 \text{ cm}} = 1 \text{ ton/cm}$$

$$U_{1-2} = \int_1^2 F ds = - \int_1^2 kx dx = -\frac{1}{2} kx^2$$

$$-88,200 = -\frac{1}{2} (1) x^2$$

$$x^2 = 176,4 \quad x = 13,3 \text{ cm}$$

B Enerjisi: B eğrisi altında kalan alanı trapezlerle Etkelim.

Kısımlar Alan	Toplam alan
$s=0$ dan $s=5$ cm ye: $\frac{1}{2} (5 \text{ cm}) (2 \text{ ton}) = 5 \text{ ton cm}$	5 ton cm
$s=5$ den $s=10$ cm ye: $\frac{1}{2} (5) (2+6) = 19,5 \text{ ton cm}$	22,5 ton cm
$s=10$ dan $s=15$ cm ye: $\frac{1}{2} (5) (5+9) = 35 \text{ ton cm}$	57,5 ton cm

Ezilm hâli 88,2-57,5 = 30,7 ton cm ye ihtiyacımız vardır Eğrinin 15 ile 20 cm arasını yaklaşık olarak bir doğru ile birleştirirsek

$$\frac{\Delta s}{5} = \frac{F-9}{15-9} \quad F = 9 + 1,2 \Delta s$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} (\Delta s) (9 + 9 + 1,2 \Delta s) = 30,7$$

$$1,2 (\Delta s)^2 + 18 (\Delta s) - 61,4 = 0$$

$$\Delta s = 2,87 \text{ cm}$$

$$s = 15 + 2,87$$

$$s = 17,9 \text{ cm}$$

3.26

Talekten iletilen kuvvetin yaptığı işi hesaplayalım: $F_{maks} = 6 \text{ kg}$ dir. $U_{1-2} = -$ Eğri altındaki alan olduğuna göre $s=0$ ile $s=5$ ($F=6 \text{ kg}$ in olduğu yer) arasında kalan eğriyi hesaplayalım.

Alanı trapezlerle bölersek

$$s=0$$
 dan $s=1$ e: $\frac{1}{2} (1 \text{ cm}) (0,4 \text{ kg}) = 0,2 \text{ kg cm}$

$$s=1$$
 den $s=2$ ye: $\frac{1}{2} (1 \text{ cm}) (0,4+1) = 0,7 \text{ kg cm}$

$$s=2$$
 den $s=3$ e: $\frac{1}{2} (1 \text{ cm}) (1+1,7) = 1,35 \text{ kg cm}$

$$s=3$$
 den $s=4$ e: $\frac{1}{2} (1 \text{ cm}) (1,7+3) = 2,35 \text{ kg cm}$

$$s=4$$
 den $s=4,5$ e: $\frac{1}{2} (0,5) (3+4) = 1,75 \text{ kg cm}$

$$s=4,5$$
 den $s=5$ e: $\frac{1}{2} (0,5) (4+5) = 2,5 \text{ kg cm}$

$$\text{Toplam alan} = 8,85 \text{ kg cm}$$

$$\text{Dış kuvvetlerin işi} = -8,85 \text{ kg cm}$$

$$\text{Ağırlığın işi} = W(h+5)$$

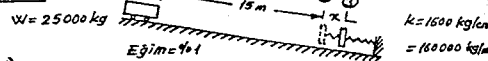
$$= 0,110 (h+5) \text{ kg cm}$$

$$T_1 = T_2 = 0 \quad U_{1-2} = 0$$

$$0,110 (h+5) - 8,85 = 0$$

$$h = 75,4 \text{ cm}$$

3.27



(a)

$$T_1 + U_{1-2} = T_2 \quad 0 + (25000) \left(\frac{1}{1500} \right) 15 = \frac{1}{2} \frac{25000}{9,81} v_2^2$$

$$v_1^2 = \frac{2(9,81)(15)}{100} = 2,943 \quad v_2 = 1,71 \text{ m/san.}$$

(b)

$$T_1 + U_{1-3} = T_3 \quad \text{Ziryo } T_1 = T_3 = 0$$

$$U_{1-3} = (25000) \left(\frac{1}{1500} \right) \frac{1}{2} (15+160000) x^2 = 0$$

$$x^2 = 0,046875 \quad x = 0,216 \text{ m} = 21,6 \text{ cm}$$

3.28

Prob. 3.27'deki şekilden

$$T_1 + U_{1-2} = T_2 \quad T_1 = T_2 = 0 \quad U_{1-2} = 0$$

$$\text{Ağırlığın işi} = (25000) \left(\frac{1}{1500} \right) 15 = 3750 \text{ kgm} = 375000 \text{ kg cm}$$

$$\text{Tampon kuvvetin işi} = -\frac{1}{2} (kx_1 + kx_2) (18)^2 - \frac{1}{2} kx_2 (18-8)^2$$

$$= -\frac{1}{2} (800+800) (18)^2 - \frac{1}{2} kx_2 (10)^2$$

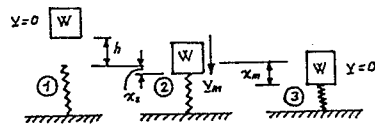
$$U_{1-3} = 0 \text{ olduğunu yazarak}$$

$$375000 - \frac{1}{2} 1600 (324) - 50 kx_2 = 0$$

$$375000 - 259200 = 50 kx_2$$

$$kx_2 = \frac{115800}{50} = 2316 \text{ kg/cm} \quad kx_2 = 2316 \text{ kg/cm}$$

3.29



$$(a) T_1 + U_{1-2} = T_2 \quad \text{Ziryo } T_1 = T_2 = 0 \quad U_{1-2} = 0$$

$$U_{1-2} = W(h+x_m) - \frac{1}{2} kx_m^2 = 0$$

$$x_m^2 = \frac{2Wh}{k} \quad x_m = \sqrt{\frac{2Wh}{k}}$$

$$x_m = \frac{W}{k} + \sqrt{\frac{W^2}{k^2} + \frac{2Wh}{k}} \quad x_m = \frac{W}{k} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2kh}{W}} \right]$$

$$(b) \text{ Maks. hız: Yay kuvveti} = W \text{ ise}$$

$$kx_2 = W \quad x_2 = \frac{W}{k}$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2 \quad 0 + W(h+x_2) - \frac{1}{2} kx_2^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_m^2$$

$$W(h + \frac{W}{k}) - \frac{1}{2} k \left(\frac{W}{k} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_m^2$$

$$h + \frac{W}{k} - \frac{1}{2} \frac{W}{k} = \frac{1}{2} \frac{v_m^2}{g}$$

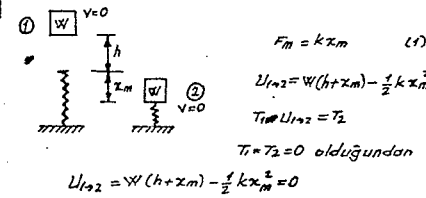
$$v_m = \sqrt{g(2h + \frac{W}{k})}$$

$$(c) h=0 \text{ için}$$

$$x_m = \frac{2W}{k}$$

$$v_m = \sqrt{g \frac{W}{k}}$$

3.30



$$F_m = kx_m \quad (1)$$

$$U_{1-2} = W(h+x_m) - \frac{1}{2} kx_m^2$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2$$

$$T_1 = T_2 = 0 \text{ olduğundan}$$

$$U_{1-2} = W(h+x_m) - \frac{1}{2} kx_m^2 = 0$$

$$h = \frac{1}{2} \frac{k}{W} x_m^2 - x_m$$

$$h = x_m \left(\frac{1}{2} \frac{k}{W} x_m - 1 \right)$$

$$(1) \text{ den: } x_m = \frac{F_m}{k}$$

$$\text{Böylece } h = \frac{F_m}{k} \left(\frac{1}{2} \frac{k}{W} \frac{F_m}{k} - 1 \right)$$

$$h = \frac{F_m}{k} \left(\frac{1}{2} \frac{F_m}{W} - 1 \right)$$

$$(a) F_m = 20 \text{ kg}, W = 5 \text{ kg}, k = 1 \text{ kg/cm}$$

$$h = \frac{20}{1} \left(\frac{1}{2} \frac{20}{5} - 1 \right) \quad h = 20 \text{ cm}$$

$$(b) F_m = 10 \text{ kg}, W = 5 \text{ kg}, k = 1 \text{ kg/cm}$$

$$h = \frac{10}{1} \left(\frac{1}{2} \frac{10}{5} - 1 \right) \quad h = 0$$

$$(c) F_m = 2 \text{ kg}, W = 5 \text{ kg}, k = 1 \text{ kg/cm}$$

$$h = \frac{2}{1} \left(\frac{1}{2} \frac{2}{5} - 1 \right) \quad h = -2,1 \text{ cm}$$

3.32

$$(1) \text{ c de } N=0$$

$$\sum F_n = ma_n \quad W = \frac{W}{g} \frac{v_c^2}{r} \quad v_c^2 = gr$$

$$(a) \text{ İş-Enerji: } T_A + U_{A \rightarrow C} = T_C:$$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2 - W(2r) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} gr$$

$$v_c^2 = 2g(2r) + gr = 5gr \quad v_c = \sqrt{5gr}$$

$$(b) T_A + U_{A \rightarrow B} = T_B:$$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2 - Wr = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_B^2$$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} (5gr) - Wr = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_B^2$$

$$v_B^2 = 5gr - 2gr = 3gr$$

$$N_B = ma_n = \frac{W}{g} \frac{v_B^2}{r} = \frac{W}{g} \cdot 3g = 3W$$

$$N_B = 3W \rightarrow$$

$$(2) \text{ c de } v_c = 0$$

$$(a) T_A + U_{A \rightarrow C} = T_C: \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2 - W(2r) = 0$$

$$v_c^2 = 4gr$$

$$v_c = \sqrt{4gr}$$

$$(b) T_B + U_{B \rightarrow C} = T_C: \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_B^2 - Wr = 0$$

$$v_B^2 = 2gr$$

$$N_B = ma_n = \frac{W}{g} \frac{v_B^2}{r} = \frac{W}{g} 2g = 2W$$

$$N_B = 2W \rightarrow$$

3.31

İş-Enerji

$$T_A + U_{A \rightarrow B} = T_B: 0 + W(15) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_B^2$$

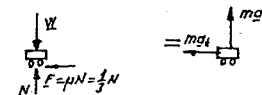
$$v_B^2 = 2g(15)$$

İvmenin normal bileşeni

$$a_n = \frac{v_B^2}{r} = \frac{2g(15)}{15} \quad a_n = 2g \uparrow$$

İvmenin teğetsel bileşeni

Newtonun ikinci kanunu



$$\sum F_n = ma_n$$

$$N - W = ma_n = \frac{W}{g} 2g = 2W$$

$$N = W + 2W = 3W$$

$$\sum F_t = ma_t$$

$$\frac{1}{3} N = ma_t$$

$$\frac{1}{3} (3W) = \frac{W}{g} a_t$$

$$a_t = g \rightarrow$$

3.33

$$(a) \text{ c de } a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(2 \text{ m/san})^2}{0,60} = 6,67 \text{ m/san}^2$$

$$\sum F_n = ma_n$$

$$N + W = \frac{W}{g} (6,67)$$

$$N = W \left(\frac{6,67}{g} - 1 \right) < 0 \text{ imkânsız}$$

Zir bu olukta yukarı doğru herhangi bir etkiyi sağlayacak bir parça yoktur.

$$(b) T_A + U_{A \rightarrow C} = T_C: \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2 - W(2r) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2$$

$$v_c^2 = v_c^2 + 2g(2r)$$

$$v_c = 2 \text{ m/san ve } r = 0,6 \text{ m olduğundan}$$

$$v_c^2 = (2)^2 + 2g(1,2) = 4 + 23,54 = 27,54$$

$$v_c = 5,25 \text{ m/san}$$

3.34

$$F = -\frac{k}{s^2} \quad -0,150 = \frac{k}{(0,25)^2} \quad k = 0,00938 \text{ kgm}^2$$

$$U_{1-2} = \int_1^2 F ds = - \int_{0,25}^{0,10} \frac{0,00938}{s^2} ds = \left| \frac{0,00938}{s} \right|_{0,25}^{0,10}$$

$$= 0,00938 \left(\frac{1}{0,10} - \frac{1}{0,25} \right) = 0,05628$$

$$T_1 + U_{1-2} = T_2: 0 + 0,005628 = \frac{1}{2} \frac{0,060}{g} v_2^2$$

$$v_2^2 = \frac{2(0,005628)(0,05628)}{0,060}$$

$$v_2 = 4,29 \text{ m/san}$$

3.35

$$p = (1 \text{ kg/cm}^2) \frac{25}{2} = \frac{25}{2}$$

$$\text{İç yüzdeki kuvvet} = p \cdot A = \frac{25}{2} \pi (9,5)^2 = \frac{25}{2} (56,25 \pi)$$

$$\text{Dış yüzdeki kuvvet} = p \cdot A = 1 \cdot \pi (9,5)^2 = 56,25 \pi$$

$$\text{Net kuvvet} = F = p \cdot A = 56,25 \pi (1 - \frac{25}{2})$$

$$U_{1+2} = \int_{15}^{10} F dx = 56,25 \pi \int_{15}^{10} (1 - \frac{25}{2}) dx = 56,25 \pi [x - 25 \ln x]_{15}^{10}$$

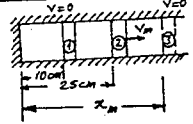
$$= 176,625 [10 - 25 \ln 10 - 15 + 25 \ln 15]$$

$$= 176,625 [25 \ln \frac{15}{10} - 5] = 176,625 [2,5 \ln 1,5 - 5]$$

$$= 176,625 [25 (0,91629) - 5] = 176,625 (7,90725)$$

$$U_{1+2} = 1396 \text{ kg cm}$$

3.36



$p = p_0$ olunca
 $V = V_m$ olsun. Bu
durumda $x = 25 \text{ cm}$
olur.

(a) Prob. 3.35 den $U_{1+2} = 1396 \text{ kg cm} = 13,96 \text{ kg m}$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2: \quad 0 + 13,96 = \frac{1}{2} \frac{4}{9} V_m^2$$

$$V_m^2 = 68,4 \quad V_m = 8,29 \text{ m/san}$$

(b) $T_1 + U_{1+3} = T_2$: Oysa $T_1 = T_2 = 0$ halde $U_{1+3} = 0$

Prob. 3.35 den Net kuvvet $F = 56,25 \pi (1 - \frac{25}{2})$

$$U_{1+3} = \int_{10}^{x_m} F dx = 56,25 \pi \int_{10}^{x_m} (1 - \frac{25}{2}) dx = 0$$

$$|x - 25 \ln x|_{10}^{x_m} = 0$$

$$x_m - 25 \ln x_m - 10 + 25 \ln 10 = 0$$

$$\ln \frac{x_m}{10} = \frac{x_m - 10}{25}$$

Tatınmanla çözümlerse $x_m = 50,5 \text{ cm}$

3.37

Kitapta formül 3.7 den

$$U_{1+2} = \frac{GMm}{r_2} - \frac{GMm}{r_1} = \frac{WR^2}{r_2} - \frac{WR^2}{r_1}$$

$$R = 6370 \text{ km} = \text{Dünyanın yarıçapı}$$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2: \quad 0 + \frac{WR^2}{r_2} - \frac{WR^2}{r_1} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} V_2^2$$

$$r_1 = R. \text{ Ve } r_2 = R \text{ olduğuna göre}$$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} V_2^2 = \frac{WR^2}{R}$$

$$V_2 = 2gR$$

$$V_2 = \sqrt{2gR}$$

$$g = 9,81 \text{ m/san}^2 \quad R = 6370000 \text{ m} \text{ konulursa}$$

$$V_2 = 11180 \text{ m/san}$$

$$V_2 = 40248 \text{ km/saat}$$

3.38

(a) Prob. 3.37'deki (1) denklemi kullanarak

$$r_1 = 6370 + 400 = 6770 \text{ km} \quad r_2 = R = 6370 \text{ km}$$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} V_2^2 = \frac{WR^2}{r_2} - \frac{WR^2}{r_1} = WR (1 - \frac{R}{r_1})$$

$$= W(6370000) (1 - \frac{6370}{6770}) = W(6370000) (1 - 0,9409)$$

$$V_2^2 = 2(9,81)(6370000)(0,0529) = 7,393 \times 10^6$$

$$V_2 = 2,72 \times 10^3 \text{ m/san} = 9792 \text{ km/saat}$$

(b) Yarıçakım alan üniform kabul edilirse;

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} V_2^2 = Wh \quad V_2^2 = 2gh$$

$$V_2^2 = 2 \times 9,81 \times 400000 = 7,848 \times 10^6$$

$$V_2 = 2,800 \times 10^3 \text{ m/san} = 10080 \text{ km/saat}$$

$$\text{Bazı hafız} = (2,80 - 2,72) / 2,8 = \frac{0,08}{2,8} = 0,029 \text{ \% 2,9}$$

3.39

Prob. 3.37 den $U_{1+2} = \frac{WR^2}{r_2} - \frac{WR^2}{r_1}$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2: \quad \frac{1}{2} \frac{W}{g} V_2^2 + \frac{WR^2}{r_2} - \frac{WR^2}{r_1} = 0$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = R (\frac{r_1}{r_2} - \frac{R}{r_2})$$

$$V_2 = 5000 \text{ m/san}, R = 6370000 \text{ m}, r_1 = 6370 + 60 = 6430 \text{ km}$$

$$\frac{R}{r_2} = \frac{R}{r_1} - \frac{V_2^2}{2gR} = \frac{6370}{6430} - \frac{(5000)^2}{2(9,81)(6370000)}$$

$$\frac{R}{r_2} = 0,9906 - 0,2000 = 0,7906$$

$$r_2 = 6370 / 0,7906 = 8057 \text{ km} \quad h = 8057 - 6370 = 1687 \text{ km}$$

3.40

Prob. 3.39'deki (1) denk. $V_2^2 = 2gR (\frac{r_1}{r_2} - \frac{R}{r_2})$

$$R = 6370 \text{ km}, r_1 = 6370 + 60 = 6430 \text{ km}, r_2 = 6370 + 900 = 7270 \text{ km}$$

$$V_2^2 = 2 \times 9,81 \times 6370 \times 10^3 (\frac{6370}{7270} - \frac{6370}{7270})$$

$$V_2^2 = 19,62 \times 6370 \times 10^3 (0,99067 - 0,87620)$$

$$V_2^2 = 19,62 \times 6,370 \times 10^6 \times 0,11447 = 14,306 \times 10^6$$

$$V_2 = 3782 \text{ m/san}, \quad V_2 = 13615 \text{ km/saat}$$

3.41

$$(a) V = - \int F dx = \int_0^x kx(1 + cx^2) dx$$

$$= k \int_0^x (x + cx^3) dx = k (\frac{x^2}{2} + \frac{cx^4}{4})$$

$$V = \frac{1}{2} kx^2 (1 + \frac{cx^2}{2})$$

(b)

$$F = kx(1 + cx^2)$$

$$5(\text{kg}) = k(2\text{cm}) [1 + c(4\text{cm}^2)]$$

$$13(\text{kg}) = k(4\text{cm}) [1 + c(16\text{cm}^2)]$$

$$c = 0,028 \text{ cm}^{-2} \quad k = 2,24 \text{ kg/cm}$$

3.42

$$(a) V_2 = \frac{1}{2} kx^2 \quad x = \text{Yayın boy değişimi}$$

$$\text{Kosinüs teoreminden}$$

$$(l+x)^2 = (2l)^2 + l^2 - 2(2l)l \cos \theta$$

$$(l+x)^2 = 5l^2 - 4l^2 \cos \theta$$

$$x = l [(5 - 4 \cos \theta)^{1/2} - 1]$$

$$V_2 = \frac{1}{2} kl^2 [(5 - 4 \cos \theta)^{1/2} - 1]^2$$

(b)

$$V_2 = Wl \sin \theta \quad \text{Oysa } V_2 = -Wl \sin \theta$$

$$V_2 = -Wl \sin \theta$$

3.43

Konservatif bir kuvvet için

$$F_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

olmalıdır. Bundan göre

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = -\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial F_y}{\partial x} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}$$

ya da yazabiliriz. Öte yandan

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} \quad \text{olduğundan} \quad \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

Değişkenleri değiştirerek

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial F_z}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial z}$$

3.44

$$F = (x\hat{i} + y\hat{j}) / (x^2 + y^2)$$

$$(a) F_x = \frac{x}{x^2 + y^2} \quad F_y = \frac{y}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{-x(2y)}{(x^2 + y^2)^2} \quad \frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{-y(2x)}{(x^2 + y^2)^2}$$

$$\text{Böylece} \quad \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}, \quad F \text{ konservatifdir}$$

$$(b) F_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad \text{ve} \quad F_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad \text{olduğu hatırlanırsa}$$

$$V = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) \quad \text{veya} \quad V = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$$

3.45

$$F = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) / (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$$

$$F_x = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, \quad F_y = \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}, \quad F_z = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$(a) \frac{\partial F_x}{\partial y} = -\frac{x(\frac{3}{2})(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(x^2 + y^2 + z^2)^3} \quad \frac{\partial F_y}{\partial x} = -\frac{y(\frac{3}{2})(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(x^2 + y^2 + z^2)^3}$$

$$\text{Böylece} \quad \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} \quad \text{indisleri değiştirerek}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial F_z}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial z} \quad F \text{ kuvveti konservatifdir}$$

$$(b) F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad \text{olduğu hatırlanırsa}$$

$$V = -\frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}$$

3.46

$$F = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) / (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$F_x = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad F_y = \frac{y}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad F_z = \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$(a) \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{-x(2y)}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} \quad \frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{-y(2x)}{(x^2 + y^2 + z^2)^2}$$

$$\text{Böylece} \quad \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

 x, y, z yi değiştirerek

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \quad \text{ve} \quad \frac{\partial F_z}{\partial x} = \frac{\partial F_x}{\partial z}$$

olduğu görüldü. Bundan göre F konservatif bir kuvvettir.

Devam

3.46 Devam

(b)

$$F_x = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad F_y = \frac{y}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad F_z = \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad \text{olduğu hatırlanırsa}$$

$$V = \frac{1}{3} \ln(x^2 + y^2 + z^2) \quad \text{veya} \quad V = \ln(x^2 + y^2 + z^2)^{1/3}$$

3.47

$$F = ky\hat{j}$$

$$F_x = ky \quad F_y = 0$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = k \quad \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial F_x}{\partial y} \neq \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

Kuvvet konservatif değildir.

$$U = \int F \cdot dr = \int (ky\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j}) = \int ky dy$$

$$U_{A \rightarrow B} = \int_0^a k(y) dy = 0$$

$$U_{B \rightarrow C} = \int_0^a ky dy = 0$$

$$U_{C \rightarrow D} = \int_0^a kx dx = \left[\frac{1}{2} kx^2 \right]_0^a = -\frac{1}{2} ka^2$$

$$U_{D \rightarrow A} = \int_0^a ky dy = 0$$

$$\text{Yapılan toplam iş} = -\frac{1}{2} ka^2$$

3.48

$$F = x^2\hat{i} + xy^2\hat{j}$$

$$F_x = x^2 \quad F_y = xy^2$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = 2xy \quad \frac{\partial F_y}{\partial x} = y^2 \quad \frac{\partial F_x}{\partial y} \neq \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

Kuvvet konservatif değildir.

$$U = \int F \cdot dr = \int (x^2\hat{i} + xy^2\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j})$$

$$U = \int x^2 dx + \int xy^2 dy$$

$$U_{A \rightarrow B} = \int_0^a x^2 dx + \int_0^a xy^2 dy = 0$$

$$U_{B \rightarrow C} = \int_0^a x^2 dx + \int_0^a xy^2 dy = 0 + \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^a = \frac{1}{3} a^3$$

$$= 0 + \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^a = \frac{1}{3} a^3$$

$$\text{ABC yolu boyunca yapılan iş} = \frac{1}{3} a^3$$

$$\text{ADC yolu} \quad U_{A \rightarrow C} = \int_0^a y dy + \int_0^a x^2 dx = 0$$

$$U_{D \rightarrow C} = \int_0^a x^2 dx + \int_0^a xy^2 dy = \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^a + \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_0^a = \frac{2}{3} a^3$$

$$\text{ADC yolu boyunca yapılan iş} = \frac{2}{3} a^3$$

$$\text{AC yolu} \quad \text{Bu yol boyunca } x = y \text{ dir}$$

$$U_{A \rightarrow C} = \int_0^a x^2 dx + \int_0^a xy^2 dy$$

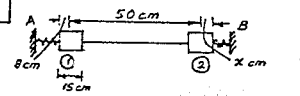
$$x = y \text{ konulacak olursa}$$

$$U_{A \rightarrow C} = \int_0^a x^2 dx + \int_0^a x^3 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^a + \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^a = \frac{1}{3} a^3 + \frac{1}{4} a^4$$

$$\text{AC yolu boyunca yapılan iş} = \frac{1}{3} a^3 + \frac{1}{4} a^4$$

3.49 $T_1=0$ $V_1=(1\text{kg})(0,60)+(2\text{kg})(0,76)=2,86\text{ kgm}$
 A'nın düşmeye çarptığı andaki maksimum hızı
 $T_2=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_2^2+\frac{1}{2}\frac{3}{g}V_2^2=\frac{2}{g}V_2^2$ $V_2=0+3(0,95)=2,25\text{ kgm}$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $2,86=\frac{2}{g}V_2^2+2,25$
 $V_2=\frac{0,60+3(0,95)}{2}=2,943$ $V_2=1,72\text{ m/san}$

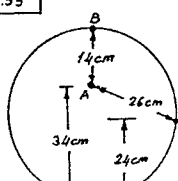
3.50 $T_1=0$ $V_1=1+0,60+3+0,75=2,85\text{ kgm}$
 $T_2=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_2^2+\frac{1}{2}\frac{3}{g}V_2^2=\frac{2}{g}V_2^2$ $V_2=1+3+0,75=Y+2,25$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $2,85=\frac{2}{g}V_2^2+Y+2,25$
 $Y=2,85-2,25-\frac{2}{g}V_2^2$ $V_2=1,5\text{ m/san}$ koyalım
 $Y=0,60-\frac{2}{9,81}(1,5)^2=0,60-0,459=0,141\text{m}$
 $Y=0,141\text{m}$

3.51 
 $T_1=T_2=0$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ den
 $V_1=V_2$
 $V_1=\frac{1}{2}(2\text{kg/cm})(8)^2=64\text{ kgcm}$ $V_2=\frac{1}{2}(2\text{kg/cm})x^2$
 $V_1=V_2$ $64=\frac{2x^2}{2}$ $x^2=32$ $x=5,66\text{ cm}$
 Alınan yol = $50-15+8+x=52,8\text{ cm}$
 (W den bağımsız)

3.52 $T_1=0$ $(V_1)_1=0$ $(V_2)_1=\frac{1}{2}(3)(8)^2=96\text{ kgcm}$
 $T_2=0$ $(V_2)_2=(50-15+8+x)W$ $(V_2)_2=\frac{1}{2}(2)x^2$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $96=(43+x)W+x^2$
 (a) $W=1\text{kg}$ ise $x^2+x-53=0$
 $x=6,8\text{ cm}$ Aralık = $43+6,8=49,8\text{ cm}$
 (b) $W=2,5\text{ kg}$ ise $x^2+2,5x+11,5=0$
 $x=\text{imajiner}$ B'deki yay sıkışmaz
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $96=Wh$ $h=\frac{96}{2,5}=38,4\text{ cm}$

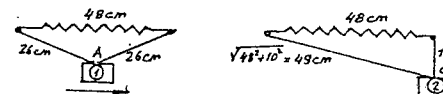
3.53 $T_1=0$ $V_1=\frac{1}{2}kx^2$
 $=\frac{1}{2}(60\text{ kg/m})(0,26-0,14)^2$
 $=0,432\text{ kg-m}$
 $T_2=\frac{1}{2}mV_2^2$ $V_2=0$
 $=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_2^2=\frac{V_2^2}{2g}$
 $T_2+V_2=T_1+V_1$ $\frac{V_2^2}{2g}=0,432$
 $V_2=0,8476$ $V_2=2,81\text{ m/san}$

3.54 Prob. 3.53'deki şekli kullanalım.
 (a) $T_0=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_0^2$ $V_0=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}(60)(0,34-0,14)^2=1,2\text{ kgm}$
 $T_B=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_B^2=\frac{1}{2}(24)^2=\frac{240}{g}$ $V_B=0$
 $T_B+V_B=T_0+V_0$ $\frac{240}{g}=1,2+\frac{V_0^2}{2g}$ $V_0^2=\frac{2(1,2)g}{1}$ $V_0=2,80\text{ m/san}$
 (b) $T_1=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_1^2$ $V_1=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}(60)(0,26-0,14)^2=0,432\text{ kg-m}$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $\frac{V_1^2}{2g}+0,432=\frac{V_2^2}{2g}+1,2$ $V_2^2=V_1^2+1,536g$
 $V_2=0,8g+1,536g=2,336g$ $V_2=4,79\text{ m/san}$

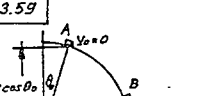
3.55 (a) $T_B=T_0$

 $V_B=Wy$ $V_0=\frac{1}{2}kx^2$
 $=(1\text{kg})(48)$ $=\frac{1}{2}k(34-14)^2$
 $=48\text{ kgcm}$ $=200\text{ k}$
 $T_B+V_B=T_0+V_0$ $48=200\text{ k}$
 $k=\frac{48}{200}=0,24\text{ kg/cm}$
 Karşılaştırmada D 40'ye
 (b) $T_B=\frac{1}{2}mV_B^2=\frac{1}{2}\frac{1}{g}(3)^2=\frac{4,5}{g}\text{ kgm}$
 $V_B=48\text{ kgcm}=0,48\text{ kgm}$
 $T_C=\frac{1}{2}mV_C^2=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_C^2=\frac{V_C^2}{2g}$
 $V_C=Wy+\frac{1}{2}kx^2=(1\text{kg})(0,24)+\frac{1}{2}(0,24)(0,26-0,14)^2=0,241728\text{ kgm}$
 $T_B+V_B=T_C+V_C$ $\frac{4,5}{g}+0,48=\frac{V_C^2}{2g}+0,241728$
 $V_C^2=g+19,62(0,238272)=19,6749$ $V_C=3,70\text{ m/san}$

3.56 $x_2=(2)$ konumunda yayın uzaması olsun

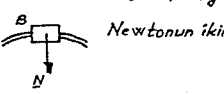
 $Y_1=V_1$ $Y_2=0$
 Geometriden: $48+26+26=48+49+10-x_2$
 $x_2=9,00\text{ cm}$
 $T_1=\frac{1}{2}mV_1^2=\frac{1}{2}\frac{1}{g}V_1^2$ $V_1=0$
 $T_2=\frac{1}{2}mV_2^2=0$ $V_2=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}(0,75)(9,00)^2=19,48\text{ kgcm}$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $\frac{V_1^2}{2g}=0,1848$ $V_1^2=19,62(0,1848)$
 $V_0^2=3,626$ $V_0=1,90\text{ m/san}$

3.57 1 konumunda yaydaki uzama x_1 olsun
 2 " " " " x_2 " "

 $Y_1=V_1=4\text{ m/san}$ $Y_2=3\text{ m/san}$
 Geometriden $48+26+26-x_1=48+49+10-x_2$
 $x_2=x_1+7=x_1+0,07\text{m}$
 $T_1=\frac{1}{2}mV_1^2=\frac{1}{2}\frac{1}{g}(4)^2=\frac{8}{g}$ $V_1=\frac{1}{2}kx_1^2=\frac{1}{2}75(\text{kg/m})x_1^2$
 $T_2=\frac{1}{2}mV_2^2=\frac{1}{2}\frac{1}{g}(3)^2=\frac{4,5}{g}$ $V_2=\frac{1}{2}kx_2^2=\frac{1}{2}75(x_1+0,07)^2$
 $=37,5(x_1^2+0,14x_1+0,0049)$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $\frac{8}{g}+37,5x_1^2=\frac{4,5}{g}+37,5(x_1^2+0,14x_1+0,0049)$
 $\frac{3,5}{g}=5,25x_1+0,18375$ $x_1=\frac{0,35478-0,18375}{5,25}=0,03296\text{m}$
 Başlangıçtaki sıkışma $=kx_1=75(0,03296)$
 $=2,47\text{ kg}$

3.58 Prob. 3.42 den
 $V_2=\frac{1}{2}kL^2[(5-4\cos\theta)^2-1]^2$ $V_2=-W\sin\theta$
 $T_1=0$ $V_1=(V_1)_1+(V_2)_1=\frac{1}{2}kL^2[(5-4)^2-1]^2-0=0$
 $T_2=\frac{1}{2}\frac{W}{g}V_2^2$ $V_2=\frac{1}{2}kL^2[(5-4\cos 45^\circ)^2-1]^2-W\sin 45^\circ$
 $=\frac{1}{2}kL^2[(2,172)^2-1]^2-W\sin 45^\circ$
 $=\frac{1}{2}kL^2(0,474)^2-W\sin 45^\circ$
 $=\frac{1}{2}kL^2(0,225)-W\sin 45^\circ$
 $kL=W$ olduğundan $V_2=W\sin 45^\circ(0,112-0,707)=-0,595W$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $0=\frac{1}{2}\frac{W}{g}V_2^2-0,595W$
 $V_2^2=2g(0,595)=1,190g$ $V_2=1,091\sqrt{V_2}$

3.59 
 Enerjinin korunumu
 $T_2=0$ $V_2=mgr\cos\theta_2$
 $T_1=\frac{1}{2}mV_1^2$ $V_1=mgr\sin\theta_1$
 $T_0+V_0=T_1+V_1$
 $mgr\cos\theta_2=\frac{1}{2}mV_1^2+mgr\sin\theta_1$
 (1) $V_1^2=2gr(\cos\theta_2-\sin\theta_1)$
 Newton'un ikinci kanunu:
 $\sum F=ma_n=m\frac{V_1^2}{r}$
 (1) den $mgsin\theta_1=m\frac{2gr(\cos\theta_2-\sin\theta_1)}{r}$
 $\sin\theta_1=2\cos\theta_2-2\sin\theta_1$
 $\sin\theta_1=\frac{2}{3}\cos\theta_2$

3.60 (a) Prob. 3.59'deki (1) denklemini göz
 önünde tutulursa
 $V_1^2=2gr(\cos\theta_2-\sin\theta_1)$
 $=2g\cdot 3(1-\frac{2}{3})=2g$
 $V_1=\sqrt{2g}=4,43\text{ m/san}$
 $(V_1)x=V_1\sin\theta_1=\frac{2}{3}\cdot 4,43=2,95\text{ m/san}$
 $(V_1)y=-V_1\cos\theta_1=-4,43\cdot 0,7455=-3,30\text{ m/san}$
 $x_1=r\cos\theta_1$
 $=3\cos 41,8^\circ$
 $=2,236\text{ m}$
 $y_1=r\sin\theta_1$
 $=3\cdot \frac{2}{3}=2\text{ m}$
 $x=x_1+(V_1)_x t$ $x=2,236+2,95t$ (1)
 $y=y_1+(V_1)_y t-\frac{1}{2}gt^2$ $y=2+(-3,30)t-\frac{1}{2}gt^2$
 $y=2-3,3t-4,905t^2$ (2)
 (2) de $y=0$ yapılırsa
 $4,905t^2+3,3t-2=0$
 $t=0,385\text{ san}$
 Bu değer (1) de yerine konulursa
 $x=2,236+2,95\cdot 0,385=2,236+1,134=3,37$
 $x=3,37\text{ m}$

3.61 $V_B=2,91\text{ m/san}$ olarak bulunmuştur
 $V_B^2=0,844g$

 Newton'un ikinci kanunu $\sum F_n=ma_n=m\frac{V_B^2}{r}$
 $N=\frac{1}{g}\frac{0,844g}{0,24}=3,6\text{ kg}$
 Not: Çubuğun B'de bileziğe uyguladığı N reaksiyonu yataydır; zira yaydaki kuvvet eğilirdir. Bileziğe gelen düşey kuvvetler, bilezik ağırlığı ile çubuğun buna uyguladığı kuvvetler ve bunlar birbirlerini götürür.
 3.62 Enerjinin korunumu
 $T_0=0$ $T_2=\frac{1}{2}mV_2^2$
 $V_0=\frac{1}{2}kx_0^2=\frac{1}{2}(60)(0,34-0,14)^2=1,2\text{ kgm}$
 $V_2=\frac{1}{2}kx_2^2=\frac{1}{2}(60)(0,26-0,14)^2=0,432\text{ kgm}$
 $T_0+V_0=T_2+V_2$ $1,2=\frac{1}{2}mV_2^2+0,432$
 $mV_2^2=1,536\text{ kgm}$
 Newton'un ikinci kanunu
 $\sum F_n=ma_n=m\frac{V_2^2}{r}$
 $\frac{24}{g}F_2-N=\frac{mV_2^2}{r}$
 Oysa $F_2=kx_2=60(0,26-0,14)=9,2\text{ kg}$
 $ve \frac{mV_2^2}{r}=\frac{1,536}{0,24}=6,4\text{ kg}$
 Böylece; $N=\frac{24}{g}(9,2)-6,4=6,646-6,4=0,246\text{ kg}$
 $N=0,246\text{ kg}$

3.63 Makaraların yarıçapı ihmal ediliyor
 $T_1=0$
 $V_1=-w(L-h)\frac{L-h}{2}$
 $=-wh\frac{L-h}{2}$
 $=-\frac{w}{2}[h^2+(L-h)^2]$
 $V_2=-w\frac{L}{2}=-\frac{w}{2}L^2$
 $T_1+V_1=T_2+V_2$ $-\frac{w}{2}[h^2+(L-h)^2]=\frac{1}{2}\frac{w}{g}V^2-\frac{w}{2}L^2$
 $\frac{1}{g}V^2=L^2-[h^2+(L-h)^2]$
 $=L^2-h^2-L^2+2hL-h^2$
 $=2hL-2h^2$
 $V^2=2gh(1-\frac{h}{L})$
 $V=\sqrt{2gh(1-\frac{h}{L})}$
 $h=\frac{L}{2}$ olursa v maksimum olur. Bu halde
 $V_{maks}=\sqrt{2g\frac{L}{2}(1-\frac{1}{2})}$
 $V_{maks}=\sqrt{\frac{gL}{2}}$

3.74 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.75 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.76 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.77 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.78 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.79 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.80 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.81 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.82 $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.78 (a) $Güç = F \cdot v = (2000 \text{ kg} - 1500 \text{ kg}) (6 \text{ m/san}) = 3000 \text{ kgm/san}$
 $= \frac{3000}{75} = 40 \text{ BB}$

(b) $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.79 (a) $Güç = F \cdot v = (2500 - 2000) (6) = 3000 \text{ kgm/san}$
 $= \frac{3000}{75} = 40 \text{ BB}$

(b) $\frac{1}{2}mv^2 = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$
 $1000 \text{ kg} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 50000 \text{ J}$

3.80 Not: Çözüm, verilen hızdan bağımsızdır.
(a) Ortalama güç $= \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{8000 (75 \text{ kg}) (5 \text{ m})}{3600} = 833,3 \text{ kgm/san}$
 $= \frac{833,3}{75} = 11,11 \text{ BB}$

(b) Taşınabilen maksimum yük $= \frac{100+300}{100} (11,11) = 44,44 \text{ BB}$
Gerekli motor kapasitesi $= \frac{\text{Taşınabilen maks. yük}}{\text{Verim}}$
 $= \frac{44,44}{0,85} = 52,3 \text{ BB}$

3.81 Not: Çözüm band hızından bağımsızdır
Verilen güç $= \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{4000000 (50)}{8 (3600)} = 8333,3 \text{ kgm/san}$
 $= \frac{8333,3}{75} = 111,1 \text{ BB}$
Alınan güç $= 0,65 (111,1) = 72,22 \text{ BB}$

3.82 (a) Ateşleme anında $v=0$ $Güç = F \cdot v = 0$

(b) Motor durdurulmadan hemen önce $F = 30000 \text{ kg}$ $v = 1944,4 \text{ m/san}$
 $Güç = F \cdot v = 30000 (1944,4) = 58333333 \text{ kgm/san}$
 $= \frac{58333333}{75} = 777778 \text{ BB}$

Not: F itme gücü tamamen roketi savetmekte kullanılır. Bu, ateşleme anında, roketin ağırlığından (4000 kg) daha fazla olduğu için yukarı doğru bir ivme meydana getirir.

3.83 Zaman
 $P = F \cdot v = (ma) \cdot v$
 $P = m \frac{dv}{dt} v$
 $dt = \frac{m}{P} v dv$
 $t = \frac{m}{P} \int v dv = \frac{m}{P} \left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2} \right)$
 $t = \frac{W}{2gP} (v_1^2 - v_2^2)$

Gidilen yol $P = F \cdot v = (ma) \cdot v$
 $P = m v \frac{dv}{ds}$
 $ds = \frac{m}{P} v^2 dv$
 $s = \frac{m}{P} \int v^2 dv = \frac{m}{P} \left(\frac{v_1^3}{3} - \frac{v_2^3}{3} \right)$
 $s = \frac{W}{3gP} (v_1^3 - v_2^3)$

3.84 Prob. 3.83 e bakarak
 $W = 15000 \text{ kg}$ $P = 75 \cdot 75 = 5625 \text{ kgm/san}$
 $v_0 = 13,89 \text{ m/san}$ $v_1 = 20,83 \text{ m/san}$
 $t = \frac{W}{2gP} (v_1^2 - v_0^2) = \frac{15000}{2 (9,81) (5625)} (20,83^2 - 13,89^2)$
 $t = 32,7 \text{ san}$
 $s = \frac{W}{3gP} (v_1^3 - v_0^3) = \frac{15000}{3 (9,81) (5625)} (20,83^3 - 13,89^3)$
 $s = 576 \text{ m}$

3.85 $Güç = P \cdot v \cdot F$
 $F = R + ma$ kullanılarak ($R = \text{Yuvarlanma direnci}$)
 $P = (R + ma) v$
 $P = (R + m \frac{dv}{dt}) v$
 $P = R v + m v \frac{dv}{dt}$
 $dt = \frac{m v}{P - R v} dv$
 $t = \int_{v_0}^{v_1} \frac{m v}{P - R v} dv = \frac{m}{R} \int_{v_0}^{v_1} \frac{v dv}{\frac{P}{R} - v} = \frac{m}{R} \int_{v_0}^{v_1} \frac{v - \frac{P}{R} + \frac{P}{R}}{\frac{P}{R} - v} dv$
 $= \frac{m}{R} \int_{v_0}^{v_1} \left[-1 + \frac{P/R}{P/R - v} \right] dv = \frac{m}{R} \left[-v - \frac{P}{R} \ln \left(\frac{P}{R} - v \right) \right]_{v_0}^{v_1}$
 $t = \frac{W}{gR} \left[-v_1 + v_0 + \frac{P}{R} \ln \frac{P - R v_0}{P - R v_1} \right]$

Verilenler: $W = 15000 \text{ kg}$ $R = (10)(15) = 150 \text{ kg}$
 $P = 75 \cdot 75 = 5625 \text{ kgm/san}$ $v_0 = 13,89 \text{ m/san}$ $v_1 = 20,83 \text{ m/san}$
 $t = \frac{15000}{9,81 (150)} \left[-20,83 + 13,89 + \frac{5625}{150} \ln \frac{5625 - 150 (13,89)}{5625 - 150 (20,83)} \right]$
 $= \frac{100}{9,81} \left[-6,94 + 37,5 \ln \frac{3541}{2500} \right] = \frac{100}{9,81} [-6,94 + 37,5 \ln 1,4164]$
 $= \frac{100}{9,81} [-6,94 + 37,5 (0,348)] = \frac{100}{9,81} (-6,94 + 13,05)$
 $= \frac{100}{9,81} (6,11) = 62,3$
 $t = 62,3 \text{ san}$

3.86 (a) Sabit hızda, Kuvvet $= F_2 = kv^2$
 $Güç = P_2 = F_2 \cdot v_0 = (kv_0^2) v_0 = kv_0^3$

(b) Güç artarsa gemi ivme kazanır ve gemiye uygulanan toplam kuvvet $Kuvvet = F + ma = kv^2 + m \frac{dv}{dt}$
Böylece; $Güç = P_2 = (kv^2 + m \frac{dv}{dt}) v$
 $ds = \frac{m v dv}{P_2 - kv^3} = \frac{m v^2 dv}{P_2 - kv^3}$
 $s = m \int_{v_0}^{v_1} \frac{v^2 dv}{P_2 - kv^3} = -\frac{m}{3k} \left[\ln (P_2 - kv^3) \right]_{v_0}^{v_1}$
 $s = \frac{W}{3kg} \ln \left(\frac{P_2 - kv_1^3}{P_2 - kv_0^3} \right)$

Not: $v_1 = v_2$ ise, v_2 hızı P_2 nin sağladığı hız olduğuna göre $P_2 - kv_1^3 = P_2 - kv_2^3 = 0$ dan $s = \infty$

3.87 $\Delta U = T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,015 \cdot (900)^2 = 619,2 \text{ m kg}$
Ortalama güç $= \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{619,2}{0,002} = 309600$
 $= 4128 \text{ BB}$

3.88 (a) $İş = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (4)^2 = \frac{8}{2} = 0,8154 \text{ kgm}$

(b) $T_2 - T_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (4^2 - 2^2) = \frac{16}{8} = 2,00 \text{ kgm}$

(c) (i) sıkı çocuğun yaptığı işi ve asansör motorunun sabit hızı sağlama halinde yaptığı işi kapsar.

3.89 Gözönüne alınan hareket, C nin v_0 başlangıç hızı ile sabit B noktası etrafındaki hareketidir.
(a) C ağırlığı B nin tam üstünde iken $v=0$ olabiliriz.
 $T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2$ $v_1 = 0$ $T_2 = 0$ $v_2 = mg$
 $T_1 + v_1 = T_2 + v_2$ $\frac{1}{2} m v_1^2 = mg$ $v_0^2 = 2g$ $v_0 = 4,43 \text{ m/san}$

(b) Tüpe noktasında $\sum F_n = m a_n$
 $W = \frac{W}{g} \frac{v_1^2}{r}$
 $v_1^2 = gr$
Enerjinin korunumu
 $T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2$ $v_1 = 0$
 $T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m (gr)$ $v_2 = mg (2r)$
 $T_1 + v_1 = T_2 + v_2$
 $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m gr + 2mgr$
 $v_0^2 = 5gr = 5 (9,81) (0,15)$
 $v_0^2 = 7,3575$
 $v_0 = 2,7 \text{ m/san}$

3.90 (a) $F = 25000 \text{ kg}$ $v = 6 \text{ km/saat} = 1,667 \text{ m/s}$

$$BB = \frac{Fv}{95} = \frac{(25000)(1,667)}{95} = 555,6 \text{ BB}$$

(b) F sürtünme direnci ile geminin v hızı arasındaki bağıntı: $F = kv^{1,8}$

$$F = 25000 \text{ kg ve } v = 1,667 \text{ m/s anı kayarak}$$

$$25000 = k(1,667)^{1,8}$$

$$k = \frac{25000}{(1,667)^{1,8}} = \frac{25000}{2,51} = 9960$$

Böylece bağıntı $F = 9960 v^{1,8}$ olur

Üç römorkör için $F = 3(25000)$ kayarsak

$$75000 = 9960 v^{1,8} \quad v^{1,8} = 7,53$$

$$v = 3,07 \text{ m/s an} \quad v = 11,04 \text{ km/saat}$$

Her römorkörün harcadığı beygir gücü

$$= \frac{(25000)(3,07)}{75} = 1023,3 \text{ BB}$$

(c) Her römorkör için:

$$Güç = 555,6 \text{ BB} = 555,6(75) = 41670 \text{ kgm/s an}$$

Üç römorkör için: $= 3(41670) = 125000 \text{ kgm/s an}$

$$Güç = Fv = (9960 v^{1,8})v = 9960 v^{2,8}$$

$$125000 = 9960 v^{2,8} \quad v^{2,8} = 12,55$$

$$v = 2,47 \text{ m/s an} = 8,89 \text{ km/saat}$$

Her römorkörden gelen kuvvet

$$= \frac{Güç}{v} = \frac{41670}{2,47} = 16870 \text{ kg}$$

3.91 Statik sürtünme $\mu_s = \tan 15^\circ = 0,268$

Kinetik sürtünme

$$N = 6 \cos 15^\circ = 5,795 \text{ kg}$$

$$F_k = \mu_k N = 5,795 \mu_k$$

$$\text{Yay: } F_{min} = 0$$

$$F_{maks} = (5 \text{ cm})(15 \text{ kg/cm})$$

$$= 7,5 \text{ kg}$$

$$F_{ort} = 3,75 \text{ kg}$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = (6 \text{ kg})(0,30 \sin 15^\circ) - (0,30)(5,795 \mu_k) - (0,05)(3,75)$$

$$= 0,46584 - 1,7385 \mu_k - 0,1875 = 0,27834 - 1,7385 \mu_k$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : T_1 = T_2 = 0 \text{ olduğunda göre } U_{1 \rightarrow 2} = 0$$

$$0,27834 - 1,7385 \mu_k = 0 \quad \mu_k = 0,16$$

3.92

$$AB = \sqrt{x^2 + l^2}$$

$$B \text{ deki uzama: } B = \sqrt{x^2 + l^2} - l$$

$$T_B = 0 \quad V_B = \frac{1}{2} k [\sqrt{x^2 + l^2} - l]^2$$

$$T_C = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2 \quad V_C = 0$$

$$T_C + V_C = T_B + V_B : \frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2 = \frac{1}{2} k [\sqrt{x^2 + l^2} - l]^2$$

$$v = \sqrt{\frac{gk}{W} [\sqrt{x^2 + l^2} - l]}$$

3.93

İp sürtünmesi

$$\frac{F_2}{F_1} = e = e = 2,546 \quad (1)$$

25 kg lık blok için iz ve Enerji ilkesi

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : 0 + F_1(4) - 25(4) = \frac{1}{2} 25 v^2 \quad (2)$$

100 kg lık blok için iz ve Enerji ilkesi

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : 0 + (100)(4) - F_1(4) = \frac{1}{2} 100 v^2 \quad (3)$$

Bu denklemler F_1 ve F_2 ye göre çözümlerse

$$F_1 = 25 + \frac{1}{8} 25 v^2$$

$$F_2 = 100 - \frac{1}{8} 100 v^2$$

Oysa (1) den $F_2 = 2,566 F_1$ olduğundan

$$100 - \frac{1}{8} 100 v^2 = 2,566 (25 + \frac{1}{8} 25 v^2)$$

$$100 - 64,15 = \frac{1}{8} 25 v^2 (100 + 64,15)$$

$$v^2 = 8g \frac{35,85}{164,15} = 17,13387 \quad v = 4,14 \text{ m/s an}$$

3.94

$$\text{Denk (3.15): } V = -\frac{GMm}{r} = -\frac{gR^2 m}{r}$$

$$\text{Fırlatmadan önce: } T_1 = 0, V_1 = -\frac{gR^2 m}{R} = -mgR$$

(a) R yüksekliğinde yani $r_2 = 2R$ de

$$T_2 = 0, V_2 = -\frac{gR^2 m}{2R} = -\frac{1}{2} mgR$$

$$\Delta E = T_2 + V_2 - (T_1 + V_1) = -\frac{1}{2} mgR - (-mgR)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} mgR$$

(b) $r = 2R$ yarıçaplı dairesel yörüngede

$$\Sigma F_n = m a_n : \frac{GMm}{(2R)^2} = m \frac{v^2}{2R}$$

$$V_2^2 = \frac{GM}{2R} = \frac{gR^2}{2R} = \frac{1}{2} gR$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\frac{1}{2} gR) = \frac{1}{4} mgR \quad V_2 = -\frac{1}{2} mgR$$

$$\Delta E = T_2 + V_2 - (T_1 + V_1) = \frac{1}{4} mgR - \frac{1}{2} mgR - (-mgR)$$

$$\Delta E = \frac{3}{4} mgR$$

3.95

$$F = (y+2)\mathbf{i} + (2x-2)\mathbf{j}$$

$$W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int [(y+2)\mathbf{i} + (2x-2)\mathbf{j}] \cdot (dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j})$$

$$W = \int (y+2)dx + \int (2x-2)dy$$

y

D

A

B

x

a

a

a

a

a

a

a

a

a

a

(a) ABC yolu

$$U_{A \rightarrow B} = \int_A^B (y+2)dx + \int_B^A (2x-2)dy = 2a$$

$$U_{B \rightarrow C} = \int_B^C (y+2)dx + \int_C^B (2x-2)dy = 2a^2 - 2a$$

$$= 0 + [2ax - 2x]_0^a = 2a^2 - 2a$$

$$ABC \text{ yolu boyunca toplam iş} = 2a^2$$

(b) AC yolu Bu yol için $x=y$

$$U_{A \rightarrow C} = \int_A^C (y+2)dx + \int_C^A (2x-2)dy = \int_0^a (x+2)dx + \int_a^0 (2y-2)dy$$

$$U_{A \rightarrow C} = [\frac{1}{2}x^2 + 2x]_0^a + [y^2 - 2y]_a^0 = \frac{a^2}{2} + 2a + a^2 - 2a = \frac{3}{2}a^2$$

(c) ADC yolu

$$U_{A \rightarrow D} = \int_A^D (y+2)dx + \int_D^A (2x-2)dy = 0 - 2a = -2a$$

$$U_{D \rightarrow C} = \int_D^C (y+2)dx + \int_C^D (2x-2)dy = [ax + 2x]_0^a + 0 = a^2 + 2a$$

$$\text{Toplam iş: ADC yolu için} = a^2$$

3.96

Boyu l , kesit alanı A , Elastisite modülü E olan ve F kuvvetinin etkisi altında Δ kadar uzayan ip için

$$F = \frac{AE}{L} \Delta$$

Kırılmadan önce

$$W = \frac{AE}{L-h} \Delta$$

Kırılmadan hemen sonra

$$F_0 = \frac{AE}{L} \Delta$$

Kırılmadan önce ve kırılmadan hemen sonra Δ aynı olduğu için (1) ve (2) den

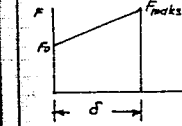
$$F_0 = \frac{L-h}{L} W$$

Ağırlığın kırılmadan sonraki hareketi

Kırmayı izleyen maksimum yer değiştirme δ ise

W nin yaptığı iş $= W\delta$

$$\text{İp kuvvetinin işi} = -\frac{1}{2}(F_0 + F_{maks})\delta$$



Kırılmadan hemen sonra ağırlık hareketsiz ve yer değiştirme yine maksimumdur

$$T_1 = T_2 = 0 \therefore U_{1 \rightarrow 2} = 0$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = W\delta - \frac{1}{2}(F_0 + F_{maks})\delta = 0$$

$$F_{maks} = 2W - F_0$$

$$(3) \text{ göz önünde tutularak } F_{maks} = 2W - W(1 - \frac{h}{L})$$

$$F_{maks} = W(1 + \frac{h}{L})$$

Not: Bu problem baştan sonuna kadar enerjinin korunumu ile çözülemez zira kırılmadan sonra AB ve BC deki kuvvetlerin eşit olması kabulü potansiyel enerjide bir kayıp ifade eder.

3.97

(a) Konum 1: $x_1 = 15 - 3 = 12 \text{ cm}$ $F = 4 \text{ kg}$

$$\text{Böylece } k = \frac{F}{x} = 0,333 \text{ kg/cm}$$

Konum 2: $x_2 = 15 - 9 = 6 \text{ cm}$ $F_2 = kx_2 = 0,333(6) = 2 \text{ kg}$

Ağırlığın işi ihmal edilirse

$$U_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2}(F_1 + F_2) \Delta x = \frac{1}{2}(4 + 2)(12 - 6) = 0,18 \text{ kgm}$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : 0,18 = \frac{1}{2} \frac{0,030}{9,81} v_2^2$$

$$v_2^2 = 117,72$$

$$v_2 = 10,85 \text{ m/s an}$$

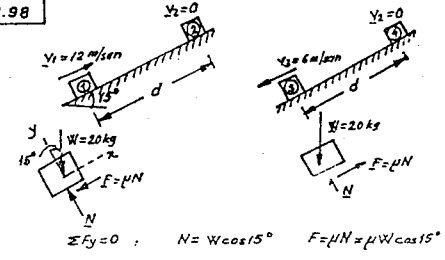
(b) Konum 3: Maksimum yükseklik

$$T_1 = T_3 = 0 \quad U_{1 \rightarrow 3} = 0$$

$$U_{1 \rightarrow 3} = 0,18 - (0,030)h = 0$$

$$h = 6 \text{ m}$$

3.98



$$\Sigma F_y = 0 : N = W \cos 15^\circ \quad F = \mu N = \mu W \cos 15^\circ$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = - (W \sin 15^\circ + \mu W \cos 15^\circ) d$$

$$U_{2 \rightarrow 3} = (W \sin 15^\circ - \mu W \cos 15^\circ) d$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (12)^2 ; T_2 = 0 ; T_3 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} (6)^2$$

(1) den (2) ye (2) den (3) e göre İş ve Enerji

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 :$$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} (12)^2 - (W \sin 15^\circ + \mu W \cos 15^\circ) d = 0$$

$$\text{veya } (W \sin 15^\circ + \mu W \cos 15^\circ) d = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (12)^2 \quad (1)$$

$$T_2 + U_{2 \rightarrow 3} = T_3 : (W \sin 15^\circ - \mu W \cos 15^\circ) d = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (6)^2 \quad (2)$$

(a) (1) ve (2) yi toplayarak

$$(2W \sin 15^\circ) d = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (12^2 - 6^2)$$

$$d = \frac{144 - 36}{4(3,81) \sin 15^\circ} = \frac{45}{9,81(0,2598)} \quad d = 17,808 \text{ m}$$

(b) (1) den (2) yi çıkararak

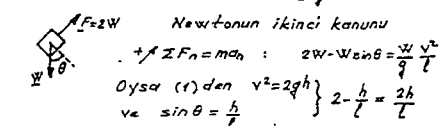
$$2\mu d W \cos 15^\circ = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (12^2 - 6^2)$$

$$\mu d = \frac{144 - 36}{4(3,81) \cos 15^\circ} = \frac{27}{9,81(0,9659)} = 2,848 \rightarrow \mu = 0,161$$

3.99

(a) İş-Enerji

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : 0 + W h = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2, \quad v^2 = 2gh \quad (1)$$



$$h = \frac{2}{3} l = \frac{2}{3} (4 \text{ m}) = 2,67 \text{ m}$$

(b) Fırlayan paket

$$\sin \theta = \frac{h}{l} = \frac{2}{3} \quad \theta = 41,8^\circ$$

$$x_0 = 4 - 4 \cos \theta = 4(1 - \cos 41,8^\circ) = 1,018 \text{ m}$$

$$y_0 = 4 - 2,67 = 1,33 \text{ m}$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g(2,67)} = 7,24 \text{ m/s an}$$

$$(v_0)_x = 7,24 \sin 41,8^\circ = 4,83 \text{ m/s an}$$

$$(v_0)_y = -7,24 \cos 41,8^\circ = -5,40 \text{ m/s an}$$

$$x = x_0 + (v_0)_x t \quad x = 1,018 + 4,83 t \quad (2)$$

$$y = y_0 + (v_0)_y t - \frac{1}{2} g t^2 \quad 0 = 1,33 - 5,4 t - 4,905 t^2 \quad (3)$$

(3) den t çözümlerse $t = 0,214 \text{ s an}$

Bu değer (2) de yerine konursa $x = 1,018 + 4,83(0,214) = 2,05 \text{ m}$

4.1 **TARIN KÜTLESİ** $m = \frac{3}{9.81}$

(a) $V_x = 30 \text{ m/san}$ $mv_x = \frac{3}{9.81}(30) = 9.17 \text{ kg.san}$

$mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$0 + (3)t = 9.17$

$t = 3.06 \text{ san}$

(b) Ayda : Kütle, yerçekiminin aynıdır $m = \frac{3}{9.81}$

Ağırlık $= mg_{ay} = (\frac{3}{9.81})(1.62) = 0.495 \text{ kg}$

$V_x = 30 \text{ m/san}$ $mv_x = (\frac{3}{9.81})(30) = 9.17 \text{ kg.san}$

$mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$0 + (0.495)t = 9.17$

$t = 18.33 \text{ san}$

4.2 Uydunun kütlesi : $m = \frac{25}{9.81} = 2.548 \text{ Kg.san}^2/\text{m}$

Uydunun hızı $v = 24000 \text{ km/saat} = 6666.7 \text{ m/san}$

Uydunun momentumu $mv = (2.548)(6666.7) = 16986.75$

$mv = 16986 \text{ Kg.san}$

4.3 $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$t \rightarrow x \text{ bileşenleri}$ $\frac{W}{g}(V_1) - Ft = 0$ $t = \frac{W}{g} \frac{V_1}{F}$

Oysa $F = \mu N = \mu W$: $t = \frac{WV_1}{g\mu W}$ $t = \frac{V_1}{g\mu}$

$V_1 = 72 \text{ km/saat} = 20 \text{ m/san}$

(a) $\mu = 0.80$ $t = \frac{20}{0.8(9.81)} = 2.55$ $t = 2.55 \text{ san}$

(b) $\mu = 0.10$ $t = \frac{20}{0.1(9.81)} = 2.04$ $t = 2.04 \text{ san}$

4.4 $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$t \rightarrow x \text{ bileşeni}$ $mv_1 + Pt = mv_2$

$t = m \frac{(V_2 - V_1)}{P}$

$P = 15000 \text{ kg}$

$W = 50000(1000) \text{ kg}$

$V_2 - V_1 = 2 \text{ km/saat} - 1 \text{ km/saat} = 0.2778 \text{ m/san}$

$t = \frac{50000(1000) \cdot 0.2778}{15000}$ $t = 94.4 \text{ san}$

(b) $V_2 - V_1 = 3 \text{ km} - 2 \text{ km} = 1 \text{ km/saat} = 0.2778 \text{ m/san}$

Hız değişimi a şıkının aynı olduğundan, zaman aralığıda aynı çıkar

$t = 94.4 \text{ san}$

4.5 Genel olarak şunu yazabiliriz

$mv_1 = m[(V_x)_1 i + (V_y)_1 j + (V_z)_1 k]$ (1)

$\text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = \int F dt = \int [F_x i + F_y j + F_z k] dt$ (2)

$mv_2 = m[(V_x)_2 i + (V_y)_2 j + (V_z)_2 k]$ (3)

İmpuls ve Momentum İlkesi

$mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$ (4)

(1), (2) ve (3) denklemlerindeki değerleri (4) denkleminde yerine koyar ve sonra birim vektörlerin katsayılarını eşitlersek;

$m(V_x)_1 + \int F_x dt = m(V_x)_2$ $(V_x)_2 = (V_x)_1 + \frac{1}{m} \int F_x dt$ (5)

$m(V_y)_1 + \int F_y dt = m(V_y)_2$ $(V_y)_2 = (V_y)_1 + \frac{1}{m} \int F_y dt$ (6)

$m(V_z)_1 + \int F_z dt = m(V_z)_2$ $(V_z)_2 = (V_z)_1 + \frac{1}{m} \int F_z dt$ (7)

Veriler : $m = \frac{10}{9.81}$ $F = 2t^2 i + (3-t^2) j + t^3 k$

$t_1 = 0$ $V_1 = -24 i + 15 j - 60 k$

$t_2 = 4 \text{ san}$ (5), (6) ve (7) denklemlerinden

$(V_x)_2 = -24 + \frac{1}{10} \int_0^4 2t^2 dt = -24 + \frac{2}{10} [t^3]_0^4 = -8.3$

$(V_y)_2 = 15 + \frac{1}{10} \int_0^4 (3-t^2) dt = 15 + \frac{1}{10} [3t - \frac{1}{3}t^3]_0^4 = 18.9$

$(V_z)_2 = -60 + \frac{1}{10} \int_0^4 t^3 dt = -60 + \frac{1}{10} [\frac{1}{4}t^4]_0^4 = -2.8$

$V_2 = -8.3 i + 18.9 j + 2.8 k \text{ (m/san)}$

4.6 $m = \frac{2}{9.81}$ $F = F_2 = 4t^2 i + (\frac{2}{3}t^2 + \frac{2}{3}t^2 + \frac{2}{3}t^2) k$

$F = 4t^2 i + 6t^2 j + 12t^2 k$

$t_1 = 0$: $V_1 = 180 i + 540 j$

$t_2 = 3 \text{ san}$: Prob. 4.5'deki (5), (6) ve (7) denklemlerinden

$(V_x)_2 = 180 + \frac{1}{2} \int_0^3 4t^2 dt = 180 + \frac{2}{3} [\frac{4}{3}t^3]_0^3 = 357$

$(V_y)_2 = 540 + \frac{1}{2} \int_0^3 6t^2 dt = 540 + \frac{3}{2} [\frac{6}{3}t^3]_0^3 = 805$

$(V_z)_2 = 0 + \frac{1}{2} \int_0^3 12t^2 dt = \frac{6}{2} [\frac{12}{3}t^3]_0^3 = 530$

$V_2 = 357 i + 805 j + 530 k \text{ (m/san)}$

4.7 $m = \frac{5}{9.81}$ $F = (4-3t) i + (2-t^2) j + (2+t) k$

$t_1 = 0$: $V_1 = 150 i + 100 j - 250 k$

$t_2 = t$: Prob. 4.5'deki (5), (6) ve (7) denklemlerinden

$(V_x)_2 = 150 + \frac{1}{5} \int_0^t (4-3t) dt = 150 + \frac{1}{5} [4t - \frac{3}{2}t^2]$ (1)

$(V_y)_2 = 100 + \frac{1}{5} \int_0^t (2-t^2) dt = 100 + \frac{1}{5} [2t - \frac{1}{3}t^3]$ (2)

$(V_z)_2 = -250 + \frac{1}{5} \int_0^t (2+t) dt = -250 + \frac{1}{5} [2t + \frac{1}{2}t^2]$ (3)

(a) Maddesel noktanın hızının yz düzlemine paralel olması için $(V_x)_2 = 0$ olmalıdır. Denk (1)'den

$0 = 150 + \frac{1}{5} [4t - \frac{3}{2}t^2]$ veya

$25.43t^2 - 78.48t - 150 = 0$ bulunur. Bunun çözümünden

$t = 8.59 \text{ san}$ bulunur

Bu değerle (2) ve (3) denklemlerine girilirse

$(V_y)_2 = 100 + \frac{1}{5} [2(8.59) - \frac{1}{3}(8.59)^3] = -281$

$(V_z)_2 = -250 + \frac{1}{5} [2(8.59) + \frac{1}{2}(8.59)^2] = -144$

(b) $V_2 = -281 j - 144 k \text{ (m/san)}$

4.8 $F = F_1 \cos t i + F_2 \cos t j + F_3 \cos t k$

$t_1 = 0$: $V_1 = 0$ $mv_1 = 0$

$t_2 = t$: $V_2 = V$

İmpuls ve Momentum İlkesi

$mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$0 + \int_0^t F dt = mV$

$V = \frac{1}{m} \int_0^t F dt$

$V = \frac{1}{m} \int_0^t [F_1 \cos t i + F_2 \cos t j + F_3 \cos t k] dt$

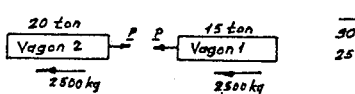
$V = \frac{1}{m} [F_1 \sin t i + F_2 \sin t j + F_3 \sin t k]$

(a) $t = \frac{\pi}{2}$: $\sin t = \sin \frac{\pi}{2} = 1$

$V = \frac{1}{m} (F_1 i + F_2 j + F_3 k)$

(b) $t = \pi$: $\sin t = \sin \pi = 0$

$V = 0$

4.9 

(a) Tüm tren için

$mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$\rightarrow \frac{35000}{9} 25 - 5000t = 0$

$t = 17.84 \text{ san}$

(b) Birinci Vagon

$\rightarrow \frac{15000}{9} 25 - (2500 + P)(17.84) = 0$

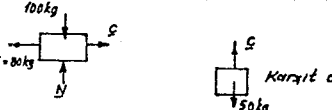
$2500 + P = 2143$

$P = 357 \text{ kg}$

$P = 357 \text{ kg basınç}$

4.10 (a) Araba için $V_1 = 3 \text{ m/san} \rightarrow V_2 = 0$

Karşıt ağırlık için $V_1 = 3 \text{ m/san} \downarrow V_2 = 0$



Araba için: $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$ $\rightarrow \frac{100}{9.81}(3) + (c-80)t = 0$

K. Ağırlık için: $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$ $\rightarrow \frac{50}{9.81}(3) + (50-c)t = 0$

Bu iki denklemi toplayarak c yok edilir

$\frac{450}{9.81} - 30t = 0$

$t = 1.53 \text{ san}$

4.10 Devam (b)

Araba için $V_1 = 3 \text{ m/san} \rightarrow V_2 = 3 \text{ m/san}$

Ağırlık için $V_1 = 3 \text{ m/san} \downarrow V_2 = 3 \text{ m/san} \downarrow$

(a) şıkındaki resimlere göre

Araba için $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$\rightarrow \frac{100}{9.81}(3) + (c-80)t = -\frac{100}{9.81}(3)$ (3)

Ağırlık için $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$\rightarrow \frac{50}{9.81}(3) + (50-c)t = -\frac{50}{9.81}(3)$ (3)

Bu iki denklem toplanıp c yok edilirse

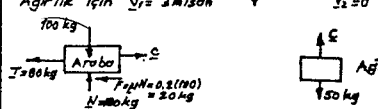
$\frac{450}{9.81} - 30t = -\frac{450}{9.81}$

$t = 3.06 \text{ san}$

4.11 (a) Araba sağa doğru hareket eder ve durur

Araba için: $V_1 = 3 \text{ m/san} \rightarrow V_2 = 0$

Ağırlık için $V_1 = 3 \text{ m/san} \downarrow V_2 = 0$



Araba için $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$ $\rightarrow \frac{100}{9.81}(3) + (c-80-20)t = 0$

Ağırlık için $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$ $\rightarrow \frac{50}{9.81}(3) + (50-c)t = 0$

Bu iki denklem toplanarak c yok edilir

$\frac{450}{9.81} - 60t = 0$

$t = 0.92 \text{ san}$

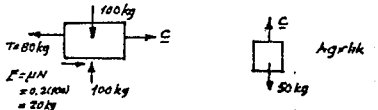
(b) Sürünme mevcut olduğundan, arabanın sağa ve sola doğru olan hareketlerini ayrı ayrı göz önüne almalıyız.

Birinci faz : (a) şıkından arabanın 0.92 saniyede durduğu görülür

İkinci faz : Araba sola doğru kayıyor

Araba için $V_1 = 0$ $V_2 = 3 \text{ m/san} \leftarrow$

Ağırlık için $V_1 = 0$ $V_2 = 3 \text{ m/san} \downarrow$



Araba için: $mv_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = mv_2$

$\rightarrow 0 + (80-20-c)t = \frac{100}{9.81}(3)$ (1)

Ağırlık için:

$\rightarrow 0 + (c-50)t = \frac{50}{9.81}(3)$ (2)

(1) ve (2) yi toplayarak $10t = \frac{150(3)}{9.81}$

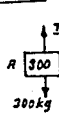
$t = 4.58 \text{ san}$

Gerekli toplam zaman = Birinci faz + İkinci faz

$t_{\text{toplam}} = 0.92 + 4.58$

$t_{\text{toplam}} = 5.50 \text{ san}$

4.12 (1)



$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$+ 300 \text{ kg blok: } 0 + (300 - 200)(4) = \frac{300}{9.81} \dot{y}_1$$

$$+ 200 \text{ kg blok: } 0 + (200 - 200)(4) = \frac{200}{9.81} \dot{y}_2$$

$$\text{Toplayarak: } (300 - 200)(4) = \frac{300 + 200}{9.81} \dot{y}_1$$

$$\dot{y}_1 = 7.85 \text{ m/san} \quad \dot{y}_2 = 7.85 \text{ m/san}$$

(2)



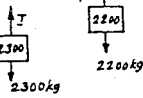
$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$+ 300 \text{ kg blok: } 0 + (300 - 200)(4) = \frac{300}{9.81} \dot{y}_1$$

$$+ 200 \text{ kg blok: } 0 + (200 - 200)(4) = \frac{200}{9.81} \dot{y}_2$$

$$\text{Toplayarak: } (300 - 200)(4) = \frac{300 + 200}{9.81} \dot{y}_1$$

$$\dot{y}_1 = 13.08 \text{ m/san} \quad \dot{y}_2 = 13.08 \text{ m/san}$$



$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

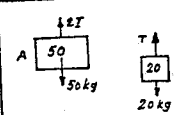
$$+ 2300 \text{ kg blok: } 0 + (2300 - 2100)(4) = \frac{2300}{9.81} \dot{y}_1$$

$$+ 2200 \text{ kg blok: } 0 + (2200 - 2100)(4) = \frac{2200}{9.81} \dot{y}_2$$

$$\text{Toplayarak: } (2300 - 2100)(4) = \frac{2300 + 2200}{9.81} \dot{y}_1$$

$$\dot{y}_1 = 0.872 \text{ m/san} \quad \dot{y}_2 = 0.872 \text{ m/san}$$

4.13



$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$+ 50 \text{ kg blok: } 0 + (50 - 20)(5) = \frac{50}{9.81} \dot{y}_1$$

$$+ 20 \text{ kg blok: } 0 + (20 - 20)(5) = \frac{20}{9.81} \dot{y}_2$$

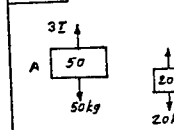
$$\text{ikinci denklem 2 ile çarpılıp (1) e eklenirse}$$

$$(50 - 20)(5) + 2(20 - 20)(5) = \frac{50 + 40}{9.81} \dot{y}_1$$

$$50 = \frac{90}{9.81} \dot{y}_1$$

$$\dot{y}_1 = 3.77 \text{ m/san} \quad \dot{y}_2 = 3.77 \text{ m/san}$$

4.14



$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$+ 50 \text{ kg blok: } 0 + (30 - 50)(5) = \frac{50}{9.81} \dot{y}_1$$

$$+ 20 \text{ kg blok: } 0 + (20 - 20)(5) = \frac{20}{9.81} \dot{y}_2$$

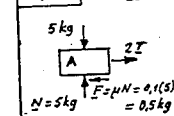
$$\text{ikinci denklem 3 ile çarpılıp (1) e eklenirse}$$

$$(30 - 50)(5) + 3(20 - 20)(5) = \frac{50 + 60}{9.81} \dot{y}_1$$

$$50 = \frac{110}{9.81} \dot{y}_1$$

$$\dot{y}_1 = 2.13 \text{ m/san} \quad \dot{y}_2 = 2.13 \text{ m/san}$$

4.15



$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$+ 5 \text{ kg blok: } 0 + (20 - 0.5)(7) = \frac{5}{9.81} \dot{y}_1$$

$$+ 20 \text{ kg blok: } 0 + (20 - 0.5)(7) = \frac{20}{9.81} \dot{y}_2$$

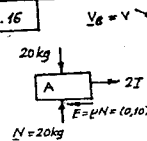
$$\text{ikinci denklem 2 ile çarpılıp (1) e eklenirse}$$

$$(20 - 0.5)(7) + 2(20 - 0.5)(7) = \frac{5 + 20}{9.81} \dot{y}_1$$

$$50 = \frac{25}{9.81} \dot{y}_1$$

$$\dot{y}_1 = 16.93 \text{ m/san} \quad \dot{y}_2 = 16.93 \text{ m/san}$$

4.16



$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$+ 20 \text{ kg blok: } 0 + (20 - 20)(5) = \frac{20}{9.81} \dot{y}_1$$

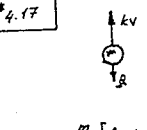
$$+ 10 \text{ kg blok: } 0 + (10 - 0.866)(5) = \frac{10}{9.81} \dot{y}_2$$

$$(20 - 20)(5) + 2(10 - 0.866)(5) = \frac{20 + 10}{9.81} \dot{y}_1$$

$$10(1 - 0.866) = \frac{30}{9.81} \dot{y}_1$$

$$\dot{y}_1 = 10.2 \text{ m/san} \quad \dot{y}_2 = 10.2 \text{ m/san}$$

4.17



$$F dt = m dv \quad F = Q - kv$$

$$(Q - kv) dt = m dv$$

$$dt = \frac{m dv}{Q - kv}$$

$$t = \int \frac{m dv}{Q - kv}$$

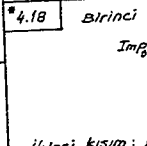
$$t = -\frac{m}{k} \ln(Q - kv)$$

$$t = -\frac{m}{k} \ln(Q - kv)$$

$$F = Q - kv = Q - k \frac{Q}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m} t})$$

$$F = Q e^{-\frac{k}{m} t}$$

4.18



$$\text{Birinci kısım: İmpuls ve Momentum ilkesi}$$

$$Imp_{P_1 \rightarrow 2} = A \text{ olduğundan } m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$m\dot{y}_1 + A = m\dot{y}_2$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y}_2 + \frac{A}{m}$$

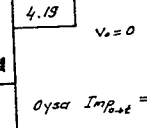
$$\text{ikinci kısım: Kısım 1.8'deki çıkışın aynısı}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Q - kv}{m}$$

$$\text{konulursa (4.13) formülü}$$

$$S_1 = S_0 + v_0 t_1 + \frac{(a_1 - a_2) t_1^2}{2}$$

4.19



$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$v_0 = 0 \text{ olduğundan } 0 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{m} (Imp_{P_1 \rightarrow 2})$$

$$\text{Oysa } Imp_{P_1 \rightarrow 2} = \int_0^t P dt = P \cdot t \text{ eğrisi altında kalan alan}$$

$$A_1 = \frac{1}{2} (200)(0.4) = 40 \text{ kg} \cdot \text{san}$$

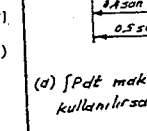
$$A_2 = \frac{1}{2} (-50)(1.0 + 0.1) = -27.5 \text{ kg} \cdot \text{san}$$

$$t = 1.326 \text{ için } v = 0 \text{ olur.}$$

$$P = -75 + 50(1.326) = -75 + 66.3 = -8.7 \text{ kg}$$

$$P = -8.7 \text{ kg}$$

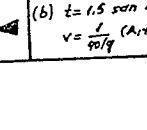
(1)



$$\text{(a) } \int P dt \text{ maksimum olunca hızda maksimum olur. (1) denklem kullanılırsa, } t = 0.4 \text{ san de } v_{\text{maks}} = \frac{1}{40} (40) = 1 \text{ m/san}$$

$$v_{\text{maks}} = 1 \text{ m/san}$$

(2)

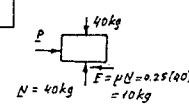


$$\text{(b) } t = 1.5 \text{ san de}$$

$$v = \frac{1}{40} (A_1 + A_2) = \frac{1}{40} (40 - 27.5) = 0.3125 \text{ m/san}$$

$$v = 0.3125 \text{ m/san}$$

4.20

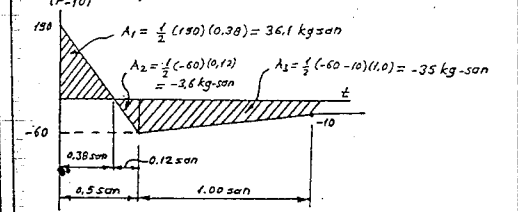


$$m\dot{y}_1 + \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2} = m\dot{y}_2$$

$$0 + \int_0^t (P - 10) dt = m\dot{y}_2$$

$$v = \frac{1}{m} \int_0^t (P - 10) dt$$

Şimdi $(P - 10)$ un t ye göre değişimini gösteren eğriyi çizelim



$$(P - 10) - t \text{ eğrisi altındaki alan} = \int_0^t (P - 10) dt = \frac{1}{m} \dot{I}m_{P_1 \rightarrow 2}$$

(a) $t = 0.38$ de $Imp_{P_1 \rightarrow 2}$ maksimum olur

$$v_{\text{maks}} = \frac{1}{m} A_1 = \frac{1}{40} 36.1 \quad v_{\text{maks}} = 0.9025 \text{ m/san}$$

(b) $t = 1.5$ san ise

$$v = \frac{1}{m} (A_1 + A_2 + A_3) = \frac{1}{40} (36.1 - 3.6 - 35) = \frac{1}{40} (-2.5)$$

Burada hızın negatif oluşu blokun $t = 1.5$ san den önce durduğunu ifade eder.

Toplam impuls sıfır olunca blok durur, şimdi $t = 0.5$ ile $t = 1.5$ arasında inceleyelim

$$t = 0.5 \text{ san} \quad v_{0.5} = \frac{1}{m} (A_1 + A_2)$$

$$v_{0.5} = \frac{1}{40} (36.1 - 3.6) = 0.8625 \text{ m/san}$$

$$v_{1.5} = \frac{1}{m} (36.1 - 3.6) = 0.8625 \text{ m/san}$$

$$P = -50 + 50(t - 0.5) = -75 + 50t$$

$$0.5 < t < 1.5: P = -50 + 50(t - 0.5) = -75 + 50t$$

$$v_{0.5} = \frac{1}{40} (7.7) + \int_0^t (P - 10) dt = 0$$

$$32.5 + \int_0^t (-75 + 50t - 10) dt = 0$$

$$32.5 - 85t + 25t^2 + 42.5 - 6.25 = 0$$

$$25t^2 - 85t + 60.75 = 0$$

$$t = 1.326 \text{ için } v = 0 \text{ olur.}$$

$$P = -75 + 50(1.326) = -75 + 66.3 = -8.7 \text{ kg}$$

$$P = -8.7 \text{ kg}$$

$$P = 8.7 \text{ kg, } F_{\text{gerçek}} = 10 \text{ kg dan küçüktür, blok tekrar harekete başlayamaz ve hareketsiz kalır ve } t = 1.5 \text{ san da de bu konumunu korur.}$$

$$t = 1.5 \text{ san de, } v = 0$$

4.21

$$\text{Önce } \int P dt \text{ yi hesaplıyalım}$$

$$\int_0^t P dt = \int_0^t \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} \right) e^{-t/t_1} dt = \frac{1}{t_1} \int_0^t \frac{1}{t} e^{-t/t_1} dt - \frac{1}{t_1} \int_0^t \frac{1}{t^2} e^{-t/t_1} dt$$

ikinci terim kısmı integrasyonla integre edilirse

$$u = t \quad dv = e^{-t/t_1} dt \quad v = -t_1 e^{-t/t_1}$$

$$\int_0^t P dt = \frac{1}{t_1} \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t - \frac{1}{t_1} \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t$$

$$\int_0^t P dt = \frac{1}{t_1} \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t + \frac{1}{t_1} \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t$$

$$t = t_1 \text{ olunca:}$$

$$\text{Toplam pozitif impuls} = \frac{P_0 t_1}{e}$$

$$t = \infty \text{ olunca:}$$

$$\text{Toplam impuls} = \frac{P_0 t_1}{e} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} e^{-t/t_1} = \frac{P_0 t_1}{e} (0) = 0$$

4.22

$$\text{Görünen kuvvet} = F = pA$$

$$\text{İmpuls - Momentum ilkesi: } m\dot{y}_1 + \int F dt = m\dot{y}_2$$

$$v_0 = 0 \text{ olunca } v = \frac{1}{m} \int F dt = \frac{1}{m} A \int P dt$$

$$\text{Prob. (4.21)deki (1) denklemi kullanılarak}$$

$$(a) \quad v_{\text{maks}} = v_1 = \frac{A}{m} P_0 t_1 e^{-t_1/t_1} = \frac{P_0 t_1}{m}$$

$$(b) \quad (2) \text{den şunu yazarız}$$

$$\frac{dv}{dt} = v = \frac{A}{m} P_0 t_1 e^{-t/t_1}$$

$$S = \frac{A}{m} P_0 t_1 \int_0^t e^{-t/t_1} dt = \frac{A}{m} P_0 t_1 \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t + \frac{A}{m} P_0 t_1 \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t$$

$$S = \frac{A}{m} P_0 t_1 \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t + \frac{A}{m} P_0 t_1 \left[-t_1 e^{-t/t_1} \right]_0^t$$

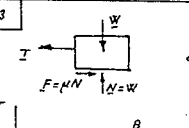
$$S = \frac{A}{m} P_0 t_1 \left[-t_1 e^{-t/t_1} - t_1 e^{-t/t_1} + t_1 e^{-t/t_1} \right]$$

$$t = t_1 \text{ olunca: } S_1 = \frac{A}{m} P_0 t_1 \left[-2e^{-1} + e \right] \quad S_2 = \frac{A}{m} P_0 t_1 \left(1 - \frac{2}{e} \right)$$

$$t = \infty \text{ olursa: } \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-t/t_1} = 0 \quad (\text{Prob. 4.21 de verilen bilgiye bkz})$$

$$(3) \text{ den } S_{\infty} = \frac{A}{m} P_0 t_1^2$$

4.23



$T < F$ olduğu sürece blok hareket etmez. $T = F$ olduğu $t = t_1$ anında hareket başlar. Tutarlı alan çizim

Üzerine etkiyen

Ket kuvvet = $T - F$ in impulsudur. $t = t_1$ ve $t = t_2$ de $v = 0$ olduğundan impuls da sıfır olmalıdır, böylece tutarlı alan = 0 olur.

$$\text{(a) BCE ve CGD üçgenlerinin benzerliğinden}$$

$$\frac{BE}{t_1} = \frac{BD}{t_2} \quad \frac{T_m + F}{t_2} = \frac{F}{t_1} \quad t_1 = t_2 \frac{F}{T_m + F}$$

$$ABC \text{ Alanı} = \frac{1}{2} (T_m - F) t_1 = (T_m - F) t_1$$

$$CGD \text{ Alanı} = -\frac{1}{2} F t_2 = -\frac{1}{2} F \frac{F}{T_m + F} t_2 = -\frac{1}{2} \frac{F^2}{T_m + F} t_2$$

$$\Sigma \text{ Alan} = 0: (T_m - F) t_1 - \frac{1}{2} \frac{F^2}{T_m + F} t_2 = 0 \quad (T_m - F) t_1 = \frac{1}{2} \frac{F^2}{T_m + F}$$

$$T_m - F = 0.707 F \quad T_m = 1.707 F = 1.707 \mu W$$

$$(b) \text{ Bir sonraki sayfaya bakınız.}$$

* 4.23 Devam (b)

$$(a) \text{ şıkkından } T_m = 1,907F = 1,7074W$$

$$\text{Böylece: } t_1 = t_2 \frac{F}{T_m - F} = t_2 \frac{F}{0,707F} = \frac{t_2}{0,707}$$

$$\text{Oysa } t_1 + t_2 = \frac{1}{2} t_0$$

$$\frac{t_2}{0,707} + t_2 = \frac{1}{2} t_0$$

$$t_2 = \frac{1}{2} t_0 \frac{0,707}{1,707} = 0,207 t_0$$

İmpuls maksimum olunca hızda maksimum olur

$$mV_{maks} = ABC \text{ Alanı} = (T_m - F)t_2$$

$$V_{maks} = \frac{T_m - F}{m} t_2 = \frac{0,707F}{1/4} (0,207 t_0) = 0,1465 \frac{F}{W} t_0$$

$$F = pW \text{ olduğuna göre } V_{maks} = 0,1465 p g t_0$$

$$4.24 \quad \frac{m_1 v_1}{g} + \frac{F \Delta t}{g} = \frac{m_1 v_2}{g} \quad F \Delta t = \frac{m_1 v_2}{g}$$

Mermi: $\frac{m v_1}{g} - F \Delta t = \frac{m v_2}{g}$

$$\frac{0,030}{g} (700) - F(0,001) = 0 \quad F = 2140 \text{ kg}$$

$$4.25 \quad (a) \quad v_1 = 180 \text{ km/saat} = 60,56 \text{ m/san}, v_2 = 0, t = 3 \text{ san}$$

$$\frac{m v_1}{g} - F t = \frac{m v_2}{g}$$

$$\frac{6000}{g} (60,56) - F(3) = 0 \quad F = 12347 \text{ Kg}$$

(b) $v_2 = v_{geminin}$ hızı ve uçağın gemiye göre bağıl hızı $60,56 \text{ m/san}$ olduğuna göre;

$$v_1 = 60,56 + v_2 \quad v_2 = v_2$$

$$\frac{m v_1}{g} - F t = \frac{m v_2}{g}$$

$$\frac{6000}{g} (60,56 + v_2) - F(3) = \frac{6000}{g} v_2$$

Geminin hızı ihmal edilirse (a) şıkkının aynısı bulunur.

$$F = 12347 \text{ Kg}$$

$$4.26 \quad \frac{m_1 v_1}{g} + \frac{F \Delta t}{g} = \frac{m_1 v_2}{g}$$

$$\frac{m_1 v_1}{g} + \frac{F \Delta t}{g} = \frac{m_1 v_2}{g}$$

$$\frac{m_1 v_1}{g} + \frac{F \Delta t}{g} = \frac{m_1 v_2}{g}$$

$$\frac{0,110}{g} (20) - F_x (0,03) = - \frac{0,110}{g} (40) \cos 30^\circ$$

$$F_x = \frac{0,110}{g} (20 + 40 \frac{\sqrt{3}}{2}) \quad F_x = 20,40 \text{ kg}$$

$$0 + F_y (0,03) = \frac{0,110}{g} (40) \sin 30^\circ$$

$$F_y = \frac{0,110}{g} (40) \frac{1}{2} = 4,47 \text{ kg} \quad F_y = 4,47 \text{ kg}$$

$$F_x = 20,40$$

$$F_y = 4,47$$

$$F = 21,72 \text{ kg} \angle 20,1^\circ$$

4.27

$$m_1 v_1 = 0 \quad \frac{W}{g} + \frac{F \Delta t}{g} = \frac{m_1 v_2}{g}$$

$$m_1 v_1 + \frac{F \Delta t}{g} = m_1 v_2$$

$$\rightarrow x \text{ Bileşeni: } 0 + F_x t = m_1 v_2 \cos 30^\circ$$

$$+ F_x (0,8) = \frac{80}{g} (2,5) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$F_x = 22,07 \quad F_x = 22,07 \text{ kg}$$

$$\rightarrow y \text{ Bileşeni: } 0 + F_y t - W t = m_1 v_2 \sin 30^\circ$$

$$F_y (0,8) - 80 (0,8) = \frac{80}{g} (2,5) \frac{1}{2}$$

$$F_y = 92,74 \quad F_y = 92,74 \text{ kg}$$

Yüzücüden iskeleye geçen kuvvetin bileşenleri bunlara eşit ve ters yönlüdür.

$$F_x = 22,07 \text{ kg} \quad F_y = 92,74 \text{ kg}$$

4.28

Momentumun korunumu

$$\Sigma m_1 v_1 = \Sigma m_2 v_2 : 0 = \frac{0,02}{g} (600) + \frac{4}{g} v$$

$$-12 = 4v \quad v = -3 \text{ m/san}$$

4.29

Momentumun korunumu

$$\Sigma m_1 v_1 = \Sigma m_2 v_2 : \frac{0,050}{g} v_0 = \frac{4 + 0,05}{g} (6)$$

$$v_{hermi} = 486 \text{ m/san}$$

4.30

(a) MOMENTUMUN KORUNUMU: BÜTÜN SİSTEM

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$m_A v_A + 0 = m_A v_A' + (m_B + m_C) v_B'$$

$$\Sigma m_1 v_1 = \Sigma m_2 v_2 : m_A v_A + 0 + 0 = m_A v_A' + (m_B + m_C) v_B'$$

$$\frac{1}{g} (0,02 v_0 + 0 + 0) = \frac{1}{g} (5) + \frac{1}{g} (3 + 0,02) (4)$$

$$v_0 = 854 \text{ m/san}$$

(b) Momentumun korunumu: B Blok

$$m_B v_B + 0 = m_B v_B' + (m_A + m_C) v_A'$$

$$\frac{1}{g} (0,02 v_0 + 0) = \frac{1}{g} (3 + 0,02) (4)$$

$$v_{AB} = 604 \text{ m/san}$$

$$\Sigma m_1 v_1 = \Sigma m_2 v_2 : m_B v_B + 0 = m_B v_B' + m_A v_A'$$

$$\frac{1}{g} (0,02 v_0 + 0) = \frac{1}{g} (5) + \frac{1}{g} (0,02 (604)) \quad v_0 = 854 \text{ m/san}$$

Not: Eğer (b) şıkkı önce çözülmüşse (a) şıkkının çözüümü şöyle olur:

Momentumun korunumu: B Blok

$$m_B v_B + 0 = m_B v_B' + m_A v_A'$$

$$\Sigma m_1 v_1 = \Sigma m_2 v_2 : m_B v_B + 0 = m_B v_B' + m_A v_A'$$

$$\frac{1}{g} (0,02 v_0 + 0) = \frac{1}{g} (5) + \frac{1}{g} (0,02 (604)) \quad v_0 = 854 \text{ m/san}$$

4.31

Mavnayı ve sandığı tek bir sistem olarak göz önüne alalım

$v_0 =$ Mavnanın hızı (sağa doğru +)

$v_c =$ Sandığın mutlak hızı (sağa doğru +)

$v_{c0} = v_c + v_0 =$ Mavnaya göre sandığın bağıl hızı

(a) $\Sigma \text{ Dış Imp} = 0$ olduğundan Momentumun korunumu ilkesi kullanılır

$$\Sigma m v = \Sigma m v' : m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$0 + 0 = 500 v_c' + 3000 v_B'$$

$$v_c' = -6 v_B'$$

$$\text{Oysa } v_{c0} = -3 \quad v_c' - v_0' = -3 \quad v_B' = \frac{3}{2} = 0,428 \text{ m/san}$$

$$-6 v_B' - v_0' = -3 \quad v_0' = 0,428 \text{ m/san}$$

$$v_c' + 0,428 = -3 \quad v_c' = -3,428 \quad v_c' = 2,572 \text{ m/san}$$

$$(b) t = \frac{10}{3} = 3,33 \text{ san}$$

$$s_B = v_B' t = 0,428 (3,33) = 1,425 \text{ m}$$

$$s_B = 1,425 \text{ m}$$

(c) Sandıkla mavnaya arasındaki sürtünme kuvveti Mavnaya sandık sistemine göre bir ig kuvvet olduğundan yine $\Sigma \text{ Dış Imp} = 0$ dir (a) ve (b) şıkları- nın sonuçları değişmez.

4.32

$$v_1 = 45 \text{ km/saat} = 0,417 \text{ m/san}$$

$$\frac{m_1 v_1}{g} + \frac{F \Delta t}{g} = \frac{m_1 v_2}{g}$$

$$\frac{40000}{g} (0,417) + 0 = \frac{40000 + 60000}{g} v'$$

$$v' = \frac{4}{10} (0,417) = 0,1668 \text{ m/san} = 0,60 \text{ km/saat}$$

(b) 60 tonluk lokomotif için: impuls ve momentum ilkesi

$$m_2 v_2 + F \Delta t = m_2 v_2'$$

$$0 + F(0,3) = \frac{60000}{g} (0,1668)$$

$$F = 3400 \text{ kg}$$

4.33

Prob. 4.32 nin çözümlünde olduğu gibi

$$m_1 = 60 \text{ ton ve } m_2 = 40 \text{ ton}$$

$$(a) \Sigma m_1 v_1 = \Sigma m_2 v_2 : m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\frac{60000}{g} (0,417) + 0 = \frac{40 + 60}{g} (1000) v'$$

$$v' = \frac{60}{100} (0,417) = 0,2502 \text{ m/san} = 0,90 \text{ km/saat}$$

(b) 40 tonluk lokomotif için:

$$m_2 v_2 + F \Delta t = m_2 v_2'$$

$$0 + F(0,3) = \frac{40000}{g} (0,2502)$$

$$F = 3400 \text{ kg}$$

4.34

(a) Momentumun korunumu

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$0 + \frac{12}{g} (3) = \frac{12 + 28}{g} v'$$

$$36 = 40 v' \quad v' = 0,9 \text{ m/san}$$

(b) Bu hal (a) nın aynısıdır.

4.35

$$(a) \quad \frac{m_A v_A}{g} + \frac{m_B v_B}{g} = \frac{(m_A + m_B) v'}{g}$$

$$\frac{12}{g} (3) + \frac{28}{g} (0) = \frac{(12 + 28) v'}{g}$$

$$v' = 0,9 \text{ m/san} \quad v' = 0,9 \text{ m/san}$$

(b) Birinci bavu

$$\frac{m_A v_A}{g} + \frac{m_B v_B}{g} = \frac{(m_A + m_B) v_1}{g}$$

$$\frac{12}{g} (3) + \frac{28}{g} (0) = \frac{(12 + 28) v_1}{g}$$

$$v_1 = \frac{18}{34} \quad v_1 = \frac{9}{17}$$

ikinci bavu

$$\frac{(m_A + m_B) v_1}{g} + \frac{m_C v_C}{g} = \frac{(m_A + m_B + m_C) v'}{g}$$

$$\frac{(12 + 28) v_1}{g} + \frac{6}{g} (3) = \frac{(12 + 28 + 6) v'}{g}$$

$$v' = 0,9 \text{ m/san} \quad v' = 0,9 \text{ m/san}$$

Not: (b) şıkkı araba ve bavulları tek bir sistem olarak göz önüne alarak daha kolay bir şekilde çözülebilir.

$$\frac{m_A v_A}{g} + \frac{m_B v_B}{g} + \frac{m_C v_C}{g} = \frac{(m_A + m_B + m_C) v'}{g}$$

$$0 + \frac{6}{g} (3) + \frac{6}{g} (3) = \frac{(28 + 6 + 6) v'}{g}$$

$$v' = 0,9 \text{ m/san} \quad v' = 0,9 \text{ m/san}$$

Bu problemde B ve C nin salt hızları bilin- mektedir. Prob. 4.37 b de bağıl hız bilinmekte olup iki kademeli çözümler uygulanmalıdır.

4.36

(a)

$$v_B = \text{Kayığın son hızı}$$

$$v_M = \text{Adamın son hızı}$$

Momentumun korunumu

$$\Sigma m_1 v_1 = \Sigma m_2 v_2 \quad 0 = m_B v_B + m_M v_M$$

$$0 = \frac{150}{g} v_B + \frac{75}{g} v_M$$

$$v_M = -2 v_B$$

$$v_M = v_M - v_B \quad v_B = -\frac{2}{3} v_M$$

$$4 = -2 v_B - v_B \quad v_B = -\frac{4}{3} \text{ m/san} \quad v_B = -1,333 \text{ m/san} \quad v_B = 1,333 \text{ m/san}$$

(b) Kayığa impuls ve momentum uygulanırsa

$$0 - F \Delta t = m_B v_B$$

$$-F(0,75) = \frac{150}{g} (-1,333)$$

$$F = 27,1 \text{ kg} \quad F = 27,1 \text{ kg}$$

4.37 (a) y_B = Kayığın hızı
 y_M = Adamın salt hızı

Momentumun korunumu
 $\Sigma m v = \Sigma m v' : \pm 0 = m_B v_B + (m_A + m_B) y_M$
 $0 = \frac{150}{g} v_B + \frac{(75+75)}{g} y_M$
 $y_M = -v_B$

Oysa: $y_{M/B} = 4 \text{ m/san}$
 $y_M - v_B = 4$
 $-v_B - v_B = 4$
 $v_B = -2 \text{ m/san}$
 $y_B = 2 \text{ m/san}$

(b) Problemin bu şikini iki adımda çözmek gerekir.
 Adım ①: y_{B1} = 1. adamın atlamasından sonra kayığın hızı
 y_{M1} = 1. adamın salt hızı

Momentumun korunumu
 $\Sigma m v = \Sigma m v' : \pm 0 = (m_B + m_A) y_{B1} + m_1 y_{M1}$
 $0 = \frac{(150+75)}{g} y_{B1} + \frac{75}{g} y_{M1}$
 $y_{M1} = -3 y_{B1}$

Oysa $y_{M1/B1} = 4 \text{ m/san}$
 $y_{M1} - y_{B1} = 4$
 $-3 y_{B1} - y_{B1} = 4$
 $y_{B1} = -1 \text{ m/san}$
 $y_{M1} = 1 \text{ m/san}$

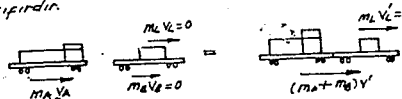
Adım ② y_{B2} = 2. adamın atlamasından sonra kayığın hızı
 y_{M2} = 2. adamın salt hızı

Momentumun korunumu
 $\Sigma m v = \Sigma m v' : \pm 0 = (m_B + m_1) y_{B2} + m_2 y_{M2}$
 $0 = \frac{(150+75)}{g} y_{B2} + \frac{150}{g} y_{M2}$
 $y_{M2} = -2 y_{B2}$

Oysa: $y_{M2/B2} = 4 \text{ m/san}$
 $y_{M2} - y_{B2} = 4$
 $-2 y_{B2} - y_{B2} = 4$
 $y_{B2} = -\frac{4}{3} \text{ m/san}$
 $y_{M2} = \frac{8}{3} \text{ m/san}$

4.38 Bağlanma için gerekli zamana bakmaksızın yük ile vagon arasındaki sürtünme kuvveti $F = \mu W = 0.2W$ dir ve buna göre F , impulsif olmayan bir kuvvettir.

(a) Ani bağlanma: Bağlanmadan sonra yükün hızı sıfırdır.



A = Lokomotif, $m_A = 130 \text{ ton}$, $v_A = 6 \text{ km/saat}$
 B = Vagon, $m_B = 20 \text{ ton}$, $v_B = 0$
 C = Yük, $m_C = 50 \text{ ton}$, $v_C = 0$

Momentumun korunumu:
 $\Sigma m v = \Sigma m v' : m_A v_A + m_B v_B + m_C v_C = (m_A + m_B + m_C) v'$
 $\frac{130}{g} (6) + 0 + 0 = \frac{(130+20+50)}{g} v'$
 $v' = 6 \frac{130}{150} = 5.2 \text{ km/saat}$
 $y' = 5.2 \text{ km/saat}$

4.38 Devam (b) Bağlanma Süresi 0,4 san

v'_L = Yükün, 0,4 san sonraki hız olsun.

$m_L v_L = 0$
 $F \Delta t = m_L v'_L$
 $0 + \mu W \Delta t = \frac{W}{g} v'_L$
 $v'_L = \mu g \Delta t = (0.20)(9.81)(0.4 \text{ san}) = 0.7848 \text{ m/san}$
 $v'_L = 2.825 \text{ km/saat}$

İmpuls ve Momentum ilkesi
 $m_L v_L + F \Delta t = m_L v'_L$
 $0 + \mu W \Delta t = \frac{W}{g} v'_L$

Şimdi sistemin tümünü ele alalım
 $t = 0$
 $m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B) v'$
 $t = 0.4 \text{ san}$

Kütleler ve başlangıç hızları için (a) şikine bakınız.

Momentumun korunumu:
 $\Sigma m v = \Sigma m v' : \pm m_A v_A + m_B v_B + m_L v_L = (m_A + m_B) v' + m_L v'_L$
 $\frac{130}{g} (6) + 0 + 0 = \frac{(130+20)}{g} v' + \frac{50}{g} (2.825)$
 $y' = 4.26 \text{ km/saat}$

Not: $v' > v'_L$ olduğundan $t = 0.4 \text{ san}$ da yükün vagon üzerinde hâlâ kaymakta olduğu görülür. Bu şart gereklidir zira v'_L nün hesabında F nın bütün bağlanma periyodu süresince etkiği kabul edilmektedir.

(c) Yükün vagon üzerinde durmasından sonra:

$m_L v_L = 0$
 $F \Delta t = m_L v'_L$
 $0 + \mu W \Delta t = \frac{W}{g} v'_L$
 $v'_L = \mu g \Delta t = (0.20)(9.81)(0.4 \text{ san}) = 0.7848 \text{ m/san}$
 $v'_L = 2.825 \text{ km/saat}$

Momentumun korunumu
 $\Sigma m v = \Sigma m v' : \pm m_A v_A + m_B v_B + m_L v_L = (m_A + m_B + m_L) v'$
 $\frac{130}{g} (6) + 0 + 0 = \frac{(130+20+50)}{g} v'$
 $y' = 6 \frac{130}{150} = 5.2 \text{ km/saat}$

4.39 Toplam impuls = $m v_1 = \frac{0.015}{g} (300)$
 $= 1.376 \text{ kg-san}$

15 kg'lık merminin enerjisi = 20 kg'lık merminin enerjisi
 $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2$
 $\frac{0.015}{g} (300)^2 = \frac{0.020}{g} v_2^2$
 $v_2 = 779 \text{ m/san}$

Toplam impuls = $m v = \frac{0.020}{g} 779$
 $= 1.59 \text{ kg-san}$

4.40 Blokun çubuğa çarptığı andaki hız
 $v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81)(1)} = 4.43 \text{ m/san}$

(a) Kolon tam rijittir: Blok birdenbire duruyor $y_2 = 0$

Blok = impuls-momentum ilkesini uygulayalım
 $m y_1 - F \Delta t = m y_2$
 $\frac{25}{g} (4.43) - F \Delta t = 0$
 $F \Delta t = 11.23 \text{ kg-san}$

(b) Kolon tam elastik: Bili ağırlığa etkiyen kuvvetler impulsif değildir
 Bili ağırlığa ve bloka momentumun korunumunu uygulayalım. Çarpımdan sonra bunlar y_2 hızı ile hareket ederler.

$\Sigma m v_1 = \Sigma m v_2$
 $\frac{25}{g} (4.43) = \frac{100+25}{g} v_2$
 $v_2 = 0.866 \text{ m/san}$
 $y_2 = 0.866 \text{ m/san}$

İmpuls-Momentum Bloka uygulanıyor
 $m v_1 - F \Delta t = m v_2$
 $\frac{25}{g} (4.43) - F \Delta t = \frac{25}{g} (0.866)$
 $F \Delta t = 9.03 \text{ kg-san}$

Not: Gerçek bir deney yapılırsa kolonlar ne tam rijit ne de tam elastik davranırlar. İmpuls 9 ila 12 kg-san arasında bir değer alır.

4.41 Makina elemanına yurduğu anda çekicinin hızı
 $v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81)(1.6)} = 5.43 \text{ m/san}$

(a) Örs sert zemine oturuyor: $v_2 = 0$

$m v_1 - F \Delta t = m v_2$
 $\frac{200}{g} (5.43) - F \Delta t = 0$
 $F \Delta t = 110.7 \text{ kg-san}$

(b) Örs yaylar üzerine oturuyor: Yaylardan örs gelen kuvvet impulsif değildir.
 Örs ve çekice enerjinin korunumu ilkesini uygulayalım. Çarpımdan sonra her ikisinde v_2 hızı ile hareket ederler.

Çekice + Örs
 $\Sigma m v_1 = \Sigma m v_2$
 $\frac{200}{g} (5.43) = \frac{200+500}{g} v_2$
 $v_2 = 1.55 \text{ m/san}$
 $y_2 = 1.55 \text{ m/san}$

Çekice impuls ve Momentum ilkesinin uygulanması
 $m v_1 - F \Delta t = m v_2$
 $\frac{200}{g} (5.43) - F \Delta t = \frac{200}{g} (1.55)$
 $F \Delta t = 93.1 \text{ kg-san}$

Not: Örs elelde bir zemine oturursa makina elemanı üzerine etkiyen impuls 111 ile 79 kg-san arasında olur.

4.42 $\frac{m_A v_A}{A} + \frac{m_B v_B}{B} = \frac{m_A v'_A}{A} + \frac{m_B v'_B}{B}$
 $\frac{3 \text{ kg}}{A} + \frac{5 \text{ kg}}{B} = \frac{3 \text{ kg}}{A} + \frac{5 \text{ kg}}{B}$

Momentumun korunumu: $\pm m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$
 Çarpışma katsayısı $v'_B - v'_A = e(v_A - v_B)$

(a) $v_A = 6 \text{ m/san}$, $v_B = -10 \text{ m/san}$, $e = 0.75$

(1): $\frac{3}{g} (6) + \frac{5}{g} (-10) = \frac{3}{g} v'_A + \frac{5}{g} v'_B$
 $v'_B - v'_A = 0.75(6 + 10)$

(2): $v'_B - v'_A = 0.75(6 + 10)$
 Bu iki denklem çözüldü: $v'_A = 11.5 \text{ m/san}$, $v'_B = 0.5 \text{ m/san}$

(b) Enerji kaybı
 Çarpışmadan önce: $T = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$
 $= \frac{1}{2} \frac{3}{g} (6)^2 + \frac{1}{2} \frac{5}{g} (10)^2 = \frac{1}{2g} (108 + 500) = \frac{604}{g}$
 Çarpışmadan sonra: $T' = \frac{1}{2} m_A v'^2 + \frac{1}{2} m_B v'^2$
 $= \frac{1}{2} \frac{3}{g} (11.5)^2 + \frac{1}{2} \frac{5}{g} (0.5)^2 = \frac{1}{2g} (468.75 + 1.25) = \frac{470}{g}$
 Enerji kaybı $T - T' = \frac{1}{2g} (608 - 470) = \frac{138}{2g} = 9.03 \text{ kg-san}$

4.43 Prob. 4.42 nin şekline ve Denk (1) ve (2) bakılarak
 $v_A = -6 \text{ m/san}$, $v_B = -10 \text{ m/san}$, $e = 0.75$ konulursa

(1): $\frac{3}{g} (-6) + \frac{5}{g} (-10) = \frac{3}{g} v'_A + \frac{5}{g} v'_B$
 $v'_B - v'_A = 0.75(-6 + 10)$

(2): $v'_B - v'_A = 0.75(-6 + 10)$
 (1) ve (2) çözüldü: $v'_A = 10.375 \text{ m/san}$, $v'_B = 7.375 \text{ m/san}$

(b) Enerji kaybı
 Çarpışmadan önce: $T = \frac{1}{2} \frac{3}{g} (6)^2 + \frac{1}{2} \frac{5}{g} (10)^2 = \frac{1}{2g} (608)$
 Çarpışmadan sonra: $T' = \frac{1}{2} \frac{3}{g} (10.375)^2 + \frac{1}{2} \frac{5}{g} (7.375)^2 = \frac{1}{2g} (594.2)$
 Enerji kaybı $T - T' = \frac{1}{2g} (608 - 594.2) = \frac{13.8}{2g} = 0.667 \text{ kg-san}$

4.44 Prob. 4.42 deki şekli ve (1) ile (2) denklemlerinde
 $v_A = 6 \text{ m/san}$, $v_B = -10 \text{ m/san}$, $v'_B = 0$, $m_A = \frac{3}{g}$, $m_B = \frac{5}{g}$, $e = 0.75$

(1): $\frac{3}{g} (6) + \frac{5}{g} (-10) = \frac{3}{g} v'_A + \frac{5}{g} (0)$
 $0 - v'_A = 0.75(6 + 10)$
 $v'_A = -12 \text{ m/san}$

(2): $0 - v'_A = 0.75(6 + 10)$
 (1) de $v'_A = -12 \text{ m/san}$ koyarak
 $3(6) + (5+x)(-10) = 3(-12)$
 $18 - 50 - 10x = -36$
 $-4 - 10x = 0$
 $x = 0.4 \text{ kg}$

4.45 Prob. 4.42 deki şekli ve (1) ile (2) denklemlerine göre
 $v_A = +6$, $v_B = -10$, $v'_B = -0.5$ konularak

(1): $\frac{3}{g} (6) + \frac{5}{g} (-10) = \frac{3}{g} v'_A + \frac{5}{g} (-0.5)$
 $-0.5 - v'_A = e(6 + 10)$

(2): $-0.5 - v'_A = e(6 + 10)$
 1. denklemden $v'_A = -9.63 \text{ m/san}$
 v'_A nın bu değerini 2. denklemden yerleştirerek
 $-0.5 - (-9.63) = 16e$
 $9.13 = 16e$
 $e = 0.583$

4.46 $\vec{v}_A \rightarrow$ A B C D

A ve B'nin çarpışması:

$$m_A v_A + 0 = m_A v_A' + m_B v_B'$$

$$v_B' - v_A' = e(v_A - 0)$$

$$v_B' = \frac{1}{2} v_A (1+e)$$

B ve C'nin çarpışması:

$$m_B v_B' + 0 = m_B v_B'' + m_C v_C'$$

$$v_C' - v_B'' = e(v_B' - 0)$$

$$v_C' = \frac{1}{2} v_B' (1+e) = \frac{1}{4} v_A (1+e)^2$$

C ve D'nin çarpışması:

$$m_C v_C' + 0 = m_C v_C'' + m_D v_D'$$

$$v_D' - v_C'' = e(v_C' - 0)$$

$$v_D' = \frac{1}{2} v_C' (1+e) = \frac{1}{8} v_A (1+e)^3$$

4.47 $\vec{v}_A = 3 \text{ m/s}$ A B C $\vec{v}_B = 0$ $\vec{v}_C = 0$

A ve B arasındaki çarpışma:

$$m(3) + 0 = m v_A' + m v_B'$$

$$v_B' - v_A' = e(3 - 0)$$

Bu denklemlerden:

$$v_A' = 0.9 \text{ m/s}, v_B' = 2.1 \text{ m/s}$$

B ve C'nin çarpışması:

$$m(2.1) + 0 = m v_B'' + m v_C'$$

$$v_C' - v_B'' = e(2.1 - 0)$$

$$v_B'' = 0.63 \text{ m/s}, v_C' = 1.47 \text{ m/s}$$

$v_A' > v_B''$ olduğundan A topu tekrar B'ye çarpar.

A ve B arasında ikinci çarpışma:

$$m(0.9) + m(0.63) = m v_A'' + m v_B''$$

$$v_B'' - v_A'' = e(0.9 - 0.63)$$

Buradan v_A'' ve v_B'' çözümlürse

$$v_A'' = 0.63 \text{ m/s}, v_B'' = 0.90 \text{ m/s}$$

$v_B'' < v_C'$ olduğundan artık başka bir çarpışma olmaz.

Son hızlar: $v_A = 0.63 \text{ m/s}$, $v_B = 0.90 \text{ m/s}$, $v_C = 1.47 \text{ m/s}$

4.48 $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$ (1)
 $v_2' - v_1' = e(v_1 - 0)$ (2)

e=1 için (2) den $v_2' = v_1 - v_1'$

(1) den $m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_1 - m_2 v_1'$

$$v_1' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

(a) 2.5 liralık çarpışma

$$m_1 = 8 \text{ g}, v_1' = \frac{2(8)}{8+6} v_1, v_2 = 1.2 v_1$$

(b) 4 liralık çarpışma

$$m_1 = 7 \text{ g}, v_1' = \frac{2(7)}{7+6} v_1, v_2 = 1.077 v_1$$

(c) 25 kuruşluk çarpışma

$$m_1 = 4 \text{ g}, v_1' = \frac{2(4)}{4+6} v_1, v_2 = 0.8 v_1$$

4.49 Sürtünme kuvveti: $F = \mu N = \mu W$

$$F = ma: \mu W = \frac{W}{g} a \Rightarrow a = \mu g$$

Düzensiz değişen hareket:

$$0 = v^2 - v_0^2 - 2as \Rightarrow v_0 = \sqrt{2as} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2\mu g s}$$

Çarpışmadan hemen önceki ve sonraki hızlar

1 liralık: $m_1 = 7 \text{ g}, s_1 = 3.2 \text{ cm}$

$$v_1 = v_0, v_1' = \sqrt{2\mu g s_1} = \sqrt{2\mu g \cdot 0.032}$$

25 kuruşluk: $m_2 = 4 \text{ g}, s_2 = 4.9 \text{ cm}$

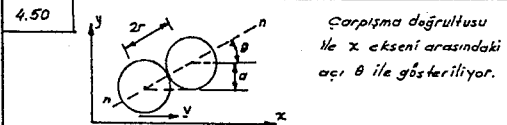
$$v_2 = 0, v_2' = \sqrt{2\mu g s_2} = \sqrt{2\mu g \cdot 0.049}$$

Momentumun korunumu: $m_1 v_1 + 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$$v_1 = v_1' + \frac{m_2}{m_1} v_2' = \sqrt{2\mu g \cdot 0.032} + \frac{4}{7} \sqrt{2\mu g \cdot 0.049} = 0.5789 \sqrt{2\mu g}$$

Çarpışma katsayısı:

$$v_2' - v_1' = e(v_1 - v_2)$$

$$e = \frac{0.70 - 0.1789}{0.5789} = 0.90$$


4.50 n -n çarpışma doğrultusu boyunca

Momentumun korunumu: $\sum m(v_n)_n = \sum m(v_n)_n + \sum m(v_n)_n$

Çarpışma katsayısı: $(v_n)_n - (v_n)_n = e[(v_n)_n - (v_n)_n]$

$e=1$ olduğundan $(v_n)_n = v \cos \theta$ ve $(v_n)_n = 0$

$$(v_n)_n + (v_n)_n = v \cos \theta$$

$$(v_n)_n - (v_n)_n = v \cos \theta$$

$(v_n)_n$ ve $(v_n)_n$ çözümlürse

$$(v_n)_n = 0, (v_n)_n = v \cos \theta$$

B, çarpışma doğrultusuna dik bir momentum kazanamayacağından

$$v_1' = (v_n)_n = v \cos \theta$$

$$(v_1')_y = v_1' \sin \theta = v \cos \theta \sin \theta = \frac{1}{2} v \sin 2\theta$$

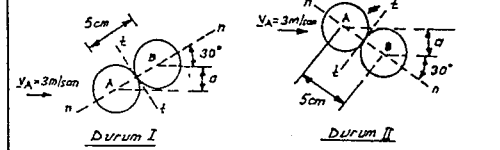
Buna göre $2\theta = 90^\circ$ veya $\theta = 45^\circ$ için $(v_1')_y$ maksimumdur. Mesafe ise

$$s = 2r \sin \theta = 2r \sin 45^\circ \Rightarrow s = \sqrt{2} r$$

$$v_1' = v \cos \theta = v \cos 45^\circ = \frac{v}{\sqrt{2}}$$

$$v_2' = \frac{v}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ$$

4.51 (a) B topu başlangıçta hareketsiz olduğundan n -n çarpışma doğrultusu boyunca hareket edecektir. Çarpışma doğrultusu x eksenine 30° yapmalıdır. Burada iki hal mümkündür:



(d) Her iki hal için: $a = (5 \text{ cm}) \sin 30^\circ \Rightarrow a = 2.5 \text{ cm}$

(b) Her topun son hızı: I. durumu göz önüne alalım n -n doğrultusunda:

Moment. korun. $m_A (v_n)_n + m_B (v_n)_n = m_A (v_n)_n' + m_B (v_n)_n'$

Çarpışma katsayısı: $(v_n)_n' - (v_n)_n = e[(v_n)_n - (v_n)_n]$

$$m_A = \frac{2}{3}, m_B = \frac{1}{3}, e = 0.80, v_B = 0$$

konulursa ve

$$(v_n)_n = v_A \cos 30^\circ = (3)(0.866) = 2.598 \text{ m/s}$$

Bunlar çözümlürse $(v_n)_n = 1.839 \text{ m/s}$, $(v_n)_n' = 3.118 \text{ m/s}$

B'nin hızı: B topunun $t-t$ doğrultusundaki hızı olmayacağından

$$v_B' = (v_n)_n' = 3.118 \text{ m/s} \angle 30^\circ$$

A'nın hızı: A'nın momentumunun $t-t$ doğrultusundaki bileşeni değişmeden kalır. (Kuvvet A'ya n -n doğrultusuna da etkin)

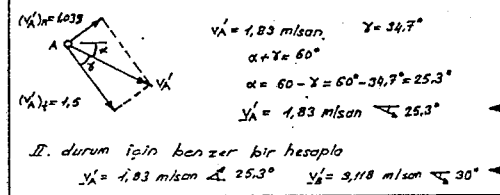
$$(v_A)_t = (v_A)_t = v_A \sin 30^\circ = (3)(0.5) = 1.5 \text{ m/s}$$

$(v_A)_n = 1.5$

$$v_A' = 1.83 \text{ m/s}, \gamma = 34.7^\circ$$

$$\alpha + \gamma = 60^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ - \gamma = 60^\circ - 34.7^\circ = 25.3^\circ$$

$$v_A' = 1.83 \text{ m/s} \angle 25.3^\circ$$


4.52 Örnek Prob. 4.5 Şekil ve verilere bakınız. Çarpışma doğrultusuna dik doğrultuda hareket değişmez.

$$(v_A)_y = 4.50 \text{ m/s}, (v_B)_y = 10.39 \text{ m/s}$$

Momentumun korunumu: $m_A (v_A)_x + m_B (v_B)_x = m_A (v_A)_x' + m_B (v_B)_x'$

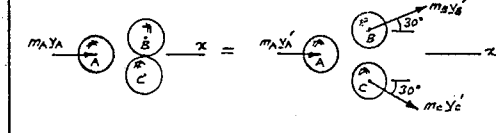
$$m(7.75) + m(-4.0) = m(-4.50 \cot \alpha) + m(10.39 \cot \alpha)$$

Buradan $\cot \alpha = \frac{1.75}{9.39} = 0.186 \Rightarrow \alpha = 83.1^\circ$

$$(v_B)_x' - (v_A)_x' = e[(v_B)_x - (v_A)_x]$$

$$e = \frac{10.39 - (-4.50)}{9.39 - (-4.50)} = \frac{14.89}{13.89} = 1.072$$

4.53 (a) Tam merkezli çarpışma: Toplam yarıçapları eşit olduğundan, çarpışma doğrultuları x eksenine 30° yaparlar



Simetriiden dolayı $v_B' = v_C'$ ve $m_A = m_B = m_C = m$

Momentumun korunumu

$$m v_A = m v_A' + m v_B' + m v_C'$$

$$v_A = v_A' + 2 v_B'$$

Enerjinin korunumu

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_A'^2 + \frac{1}{2} m v_B'^2 + \frac{1}{2} m v_C'^2$$

$$m v_A^2 = m v_A'^2 + 2 m v_B'^2$$

$$v_A^2 - v_A'^2 = 2 v_B'^2$$

veya çarpanlarda ayırarak

$$(v_A + v_A')(v_A - v_A') = 2 v_B'^2$$

(3) ü (1) ile bölerek: $v_A + v_A' = \frac{2}{v_A} v_B'^2$

(1) ve (4) ü toplayarak $2 v_A = (v_A + v_A') + v_A' = 2 v_A'$

(1) kullanılarak $v_A - v_A' = \sqrt{3} (2\sqrt{3}/5) v_A$

Sonuçlar:

$$v_A' = \frac{1}{5} v_A, v_B' = \frac{2\sqrt{3}}{5} v_A \angle 30^\circ, v_C' = \frac{2\sqrt{3}}{5} v_A \angle 30^\circ$$

Not: Hızın, çarpışma doğrultularından biri doğrultusuna dik bileşenini göz önüne alarak e=1 olduğu görülür

Örneğin A ve B'nin çarpışma doğrultuları boyunca

$$v_A = \frac{1}{5} v_A, v_B' = \frac{2\sqrt{3}}{5} v_A \angle 30^\circ$$

$$e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A - v_A'} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{5} v_A - (-\frac{1}{5} v_A)}{\frac{1}{5} v_A - (-\frac{1}{5} v_A)} = 1$$

(b) A topu C'ye vurmadan önce B'ye vuruyor

A ve B'nin çarpışması:

$$(v_A)_n = \frac{1}{2} v_A, (v_B)_n = \frac{1}{2} v_A$$

$$(v_A)_n' - (v_B)_n' = e[(v_A)_n - (v_B)_n]$$

$$e = 1 \text{ alınıp çözümlürse: } (v_A)_n' = 0, (v_B)_n' = \frac{1}{2} v_A$$

Böylece A ve B'nin çarpışmasından sonra

A ve C'nin çarpışması: $v_A' = \frac{1}{2} v_A \angle 60^\circ, v_C' = \frac{1}{2} v_A \angle 30^\circ$

Momentumun korun. $\frac{1}{2} m \frac{1}{2} v_A = m (v_A')_x + m (v_C')_x$

Çarpışma katsayısı: $v_C' - (v_A')_n = e[(v_A)_n - 0]$

$e=1$ ile çözümlürse: $(v_A')_n = 0, v_C' = \frac{1}{2} v_A$

Buna göre son hızlar

$$v_A' = \frac{1}{2} v_A \angle 60^\circ$$

$$v_B' = \frac{1}{2} v_A \angle 30^\circ$$

$$v_C' = \frac{1}{2} v_A \angle 30^\circ$$

4.54

Kısım I: B'ye çarpmadan sonraki hız v'

x-x: $v_x = v_1 \cos \theta = v_2 \cos \theta$

y-y doğrultusunda (momentum korunuyor)

$v_y' = v_1 \sin \theta$

$\tan \alpha = \frac{v_y'}{v_x} = \frac{v_1 \sin \theta}{v_1 \cos \theta} = \frac{e}{\tan \theta}$

Kısım II: C'ye çarpmadan sonraki hız v''

y-y doğrultusunda:

$v_y' = v_1' \sin \theta$ Oysa $v_y' = v_1 \sin \theta$

$v_y' = v_1' \sin \theta$

x-x doğrultusunda (momentum korunuyor)

$v_x' = v_1' \cos \theta$ Oysa $v_x' = v_1 \cos \theta$

$v_x' = v_1' \cos \theta$ Böylece

$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} = v_1$

$\tan \beta = \frac{v_y'}{v_x'} = \frac{v_1 \sin \theta}{v_1 \cos \theta} = \tan \theta$

$\beta = \theta$

Böylece $v' = v_1$, $v_x' = v_1 \cos \theta$ ve $v_y' = v_1 \sin \theta$ 4.55. Prob. 4.54'ün 3. kısmının çözümüne bakarak y' hızı y'ye dik ise $\alpha = \theta$ olur. Oysa

$\tan \alpha = \frac{e}{\tan \theta}$; $\tan \theta = e$

$\theta = \arctan e$

4.56. Prob. 4.54'ün I. kısmının çözümüne bkz.

(a) y' hızı y'ye dik olduğundan $\alpha = \theta$ dir. Oysa

$\tan \alpha = \frac{e}{\tan \theta}$; $\tan \theta = e$

$\theta = \arctan e$

(b) Tekrar Prob. 4.54'ün I. kısmının çözümüne bakarak

$v_x' = v_1 \cos \theta$; $v_y' = v_1 \sin \theta$

$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} = v_1 \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = v_1$

Oysa (a) şıkından $\tan \theta = e$

Böylece $\sin \theta = \frac{e}{\sqrt{1+e^2}}$; $\sin^2 \theta = \frac{e^2}{1+e^2}$

$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1+e^2}}$; $\cos^2 \theta = \frac{1}{1+e^2}$

Bu değerler (c) de yerlerine konulursa

$v_x' = v_1 \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = v_1$

$v_y' = v_1 \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = v_1$

$v' = v_1$

4.57

(a)

$v_y' = v_1 \sin \theta$; $v_x' = v_1 \cos \theta$

Oysa düzgün değişen harekette

$v_y' = \sqrt{2gh}$

$v_x' = \sqrt{2gh}$

Böylece; $e = \frac{v_y'}{v_x'} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2gh}} = 1$

$e = 0,943$

(b) $v_y' = \sqrt{2gh_1}$; $v_x' = \sqrt{2gh_2}$; $h_1 = 80 \text{ cm}$

$e = \frac{v_y'}{v_x'} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_2}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{80}{100}} = 0,894$

(a)

Düğüün yatay hareket: $v_x = v_1 \cos \theta = v_2 \cos \theta$

$d_1 = v_1 t_1$; $d_2 = v_2 t_2$; $d_3 = v_3 t_3$

Böylece: $\frac{d_1}{t_1} = \frac{d_2}{t_2} = \frac{d_3}{t_3}$

(b) düğüün değişen düşey hareket

$v_y' = g(\frac{1}{2} t_1)$; $v_y' = g(\frac{1}{2} t_2)$; $e = \frac{v_y'}{v_x'} = \frac{g(\frac{1}{2} t_1)}{g(\frac{1}{2} t_2)} = \frac{t_1}{t_2}$

(c) den $\frac{t_1}{t_2} = \frac{d_1}{d_2}$; $e = \frac{d_1}{d_2} = \frac{33,9}{36} = 0,941$; $e = 0,941$

(b) 2 ve 3 sıçramaları, 1 ve 2 sıçramaları gibi

düşünürüz (a) şıkında olduğu gibi

$e = \frac{d_2}{d_1} = \frac{0,945}{33,9} = 0,028$; $d_3 = 31,89 \text{ cm}$

4.58

$v_y' = v_1 \sin \theta$; $v_x' = v_1 \cos \theta$

$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2} = v_1$

(a) $v_y' = \sqrt{2gh_1}$; $v_x' = \sqrt{2gh_2}$; $h_1 = 80 \text{ cm}$

$e = \frac{v_y'}{v_x'} = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_2}} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{80}{100}} = 0,894$

(b) $d_1 = v_1 t_1$; $d_2 = v_2 t_2$; $d_3 = v_3 t_3$

Böylece: $\frac{d_1}{t_1} = \frac{d_2}{t_2} = \frac{d_3}{t_3}$

(c) $v_y' = g(\frac{1}{2} t_1)$; $v_y' = g(\frac{1}{2} t_2)$; $e = \frac{v_y'}{v_x'} = \frac{g(\frac{1}{2} t_1)}{g(\frac{1}{2} t_2)} = \frac{t_1}{t_2}$

(b) $d_1 = v_1 t_1$; $d_2 = v_2 t_2$; $d_3 = v_3 t_3$

Böylece: $\frac{d_1}{t_1} = \frac{d_2}{t_2} = \frac{d_3}{t_3}$

(c) den: $e = \frac{t_1}{t_2} = \frac{d_1}{d_2}$; $e = \frac{d_1}{d_2}$

(c) den: $e = \frac{t_1}{t_2} = \frac{d_1}{d_2}$; $e = \frac{d_1}{d_2}$

4.60

Düğüün değişen hareket

$v_y' = \sqrt{2gh}$

$v_x' = \sqrt{2g(h-d)}$

$e = \frac{v_y'}{v_x'} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{2g(h-d)}} = \sqrt{\frac{h}{h-d}}$

$h(1-e^2) = d$

$h = \frac{d}{1-e^2}$

4.61

1. dan 2'ye: A için enerjinin korunumu

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$; $0 + m_A g(0,60) = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + 0$

$(v_A)_1 = \sqrt{2(9,8)(0,60)} = 3,43 \text{ m/s}$

2. den 3'e:

Momentum kor.: $m_A(v_A)_1 + m_B(v_B)_1 = m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2$

Çarpışma kats. $(v_B)_2 - (v_A)_2 = e[(v_A)_1 - (v_B)_1]$

Değerler yerleştirilirse; $0,240(v_A)_2 + 0,150(v_B)_2 = 0,150(3,43)$

$(v_B)_2 - (v_A)_2 = 0,90(3,43)$

$(v_A)_2 = 0,58 \text{ m/s}$; $(v_B)_2 = 2,507 \text{ m/s}$

3. den 4'e: B için enerjinin korunumu ilkesini

Yazalım $T_3 + V_3 = T_4 + V_4$; $\frac{1}{2} m_B v_B^2 + 0 = 0 + m_B g h_4$

$h_4 = \frac{(2,507)^2}{2(9,8)} = 0,32 \text{ m}$

4.62

2,3 ve 4 konumları için Prob. 4.61'e bkz.

2. den 4'e: Enerjinin korunumu (B için)

$\frac{1}{2} m_B v_B^2 + 0 = 0 + m_B g h_4$

$h_4 = 0,30 - 0,30(\cos 45^\circ) = 0,2636 \text{ m}$

$T_3 + V_3 = T_4 + V_4$; $\frac{1}{2} m_B v_B^2 + 0 = 0 + m_B g h_4$

$(v_B)_2 = 2,28 \text{ m/s}$; $(v_B)_3 = 2,28 \text{ m/s}$

2. den 3'e:

Momentum kor. $m_A(v_A)_2 + m_B(v_B)_2 = m_A(v_A)_3 + m_B(v_B)_3$

Çarpışma kats. $(v_B)_3 - (v_A)_3 = e[(v_A)_2 - (v_B)_2]$

Değerler konulursa $0,140(v_A)_3 + 0,240(v_B)_3 = 0,240(2,28)$

$2,28 - (v_A)_3 = 0,90[(v_A)_3 - 0]$

$(v_A)_3 = 3,26 \text{ m/s}$

1. den 2'ye: A için enerjinin korunumu

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$0 + m_A g y_1 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + 0$

$y_1 = 0,5416$

$h = 0,60 - 0,5416 = 0,0584 \text{ m}$

$\cos \theta_A = \frac{0,0584}{0,60} = 0,0973$; $\theta_A = 84,4^\circ$

4.63

Şahmerdan düşüyor: Enerjinin korunumu

$m g y = \frac{1}{2} m v^2$; $v^2 = 2 g y = 2(9,8)(1,2) = 23,52$

$v = 4,85 \text{ m/s}$

Plastik Çarpışma: Momentumun korunumu

$\frac{750}{g} (4,85) = \frac{750+200}{g} v'$; $v' = 3,83 \text{ m/s}$

Kazık zemine giriyor: İş-Enerji ilkesi

$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$; $U_{1 \rightarrow 2} = (350-R)(0,20)$

$\frac{1}{2} \frac{950}{g} (3,83)^2 + (350-R)(0,20) = 0$

$710,02 + 190 - 0,2R = 0$

$0,2R = 900,02$; $R = 4500 \text{ kg}$

4.64

Kazık zemine giriyor: İş-Enerji ilkesi

$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$; $U_{1 \rightarrow 2} = (950)(0,24) - (2000)(0,24)$

$\frac{1}{2} \frac{950}{g} (v')^2 - 252 = 0$

$v' = 5,204$

Çarpışmadan sonraki hız: $v' = \sqrt{5,204^2} = 2,28 \text{ m/s}$

Plastik çarpışma: Momentumun korunumu

$\frac{750}{g} v = \frac{200+750}{g} v'$; $v = \frac{200+750}{750} v' = \frac{19}{15} \cdot 2,28 = 2,888 \text{ m/s}$

Çarpışmadan önce şahmerdanın hızı 2,888 m/s

Şahmerdan düşüyor: Enerjinin korunumu

$m g h = \frac{1}{2} m v^2$; $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(2,888)^2}{2(9,8)} = 0,425 \text{ m}$

4.65

Plastik Çarpışma: Momentumun korunumu

$(m_{\text{mermi}}) v = (m_{\text{blok}} + m_{\text{mermi}}) v'$

$\frac{0,020}{g} (600) = \frac{5,020}{g} v'$

$v' = 2,39 \text{ m/s}$

Blok (kurşunla birlikte kayıyor): İş-Enerji ilkesi

$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$; $U_{1 \rightarrow 2} = (m_{\text{blok}} + m_{\text{mermi}}) g s$

$\frac{1}{2} \frac{m}{g} v'^2 - (m_{\text{blok}} + m_{\text{mermi}}) g s = 0$

$s = \frac{v'^2}{2g} = \frac{(2,39)^2}{2(9,8)} = 0,29 \text{ m}$

(a)

$s = 99 \text{ cm}$

(b) Enerji Kaybı:

$F = \mu W = (0,30)(5,020)$

$F = 1,506 \text{ kg}$

Kayıbolan enerji

$F s = 1,506(0,97) = 1,461 \text{ kgm}$

4.63

Şahmerdan düşüyor: Enerjinin korunumu

$m g y = \frac{1}{2} m v^2$; $v^2 = 2 g y = 2(9,8)(1,2) = 23,52$

$v = 4,85 \text{ m/s}$

Plastik Çarpışma: Momentumun korunumu

$\frac{750}{g} (4,85) = \frac{750+200}{g} v'$; $v' = 3,83 \text{ m/s}$

Kazık zemine giriyor: İş-Enerji ilkesi

$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$; $U_{1 \rightarrow 2} = (350-R)(0,20)$

$\frac{1}{2} \frac{950}{g} (3,83)^2 + (350-R)(0,20) = 0$

$710,02 + 190 - 0,2R = 0$

$0,2R = 900,02$; $R = 4500 \text{ kg}$

4.64

Kazık zemine giriyor: İş-Enerji ilkesi

$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$; $U_{1 \rightarrow 2} = (950)(0,24) - (2000)(0,24)$

$\frac{1}{2} \frac{950}{g} (v')^2 - 252 = 0$

$v' = 5,204$

Çarpışmadan sonraki hız: $v' = \sqrt{5,204^2} = 2,28 \text{ m/s}$

Plastik çarpışma: Momentumun korunumu

$\frac{750}{g} v = \frac{200+750}{g} v'$; $v = \frac{200+750}{750} v' = \frac{19}{15} \cdot 2,28 = 2,888 \text{ m/s}$

Çarpışmadan önce şahmerdanın hızı 2,888 m/s

Şahmerdan düşüyor: Enerjinin korunumu

$m g h = \frac{1}{2} m v^2$; $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(2,888)^2}{2(9,8)} = 0,425 \text{ m}$

4.65

Plastik Çarpışma: Momentumun korunumu

$(m_{\text{mermi}}) v = (m_{\text{blok}} + m_{\text{mermi}}) v'$

$\frac{0,020}{g} (600) = \frac{5,020}{g} v'$

$v' = 2,39 \text{ m/s}$

Blok (kurşunla birlikte kayıyor): İş-Enerji ilkesi

$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$; $U_{1 \rightarrow 2} = (m_{\text{blok}} + m_{\text{mermi}}) g s$

$\frac{1}{2} \frac{m}{g} v'^2 - (m_{\text{blok}} + m_{\text{mermi}}) g s = 0$

$s = \frac{v'^2}{2g} = \frac{(2,39)^2}{2(9,8)} = 0,29 \text{ m}$

(a)

$s = 99 \text{ cm}$

(b) Enerji Kaybı:

$F = \mu W = (0,30)(5,020)$

$F = 1,506 \text{ kg}$

Kayıbolan enerji

$F s = 1,506(0,97) = 1,461 \text{ kgm}$

Başlangıçtaki kinetik enerji = $\frac{1}{2} (m_{\text{mermi}}) v^2$

$= \frac{1}{2} (0,02) (600)^2 = 366,9 \text{ kgm}$

Sürtünmede 4'e ebinden enerji kaybı

$= \frac{1,461}{366,9} = 0,004$

a.32) Prob. 4.67 ye bakalım ($v_B = 0$)
 (3) den: $V_A = v_B - v_{A/B}$ Bunu (2) de yerine
 yazarsak:

$$m_A v_A = m_A (v_B - v_{A/B}) + m_B v_B$$

$$v_B = \frac{m (1 + e)}{m_A + m_B} v_A \quad (4)$$
 2) den: $v_A^2 = \frac{k_c}{m_A} c^2$

$$v_A = \sqrt{\frac{k_c c^2}{m_A}}$$
 2) de yerine katarsak: $v_B = \left[(1+e) \sqrt{k_c c^2} \right] \frac{\sqrt{m_A}}{m_A + m_B} = (\text{Sabit}) \frac{1}{m_A + m_B}$
 3) için: $\frac{dv_A}{dm_A} = \frac{(\text{Sabit})}{(m_A + m_B)} \left[(m_A + m_B)^{-1/2} \frac{1}{m_A} - m_A^{-1/2} \right] = 0$
 Bu işi göre çözerssek $m_A = m_B$ veya $v_A = v_B$

Oysa $z = \frac{x}{L}$ olup maksimum v_c^u için $x = L$ yukarıki şartın e ye bağlı değildir.

(b) Kinetik Enerji:

Başlangıç kinetik enerji: $T_1 = \frac{1}{2} m_A v_0^2 = \frac{1}{2} (mL) v_0^2$

Son kinetik enerji $x = L$, $z = 1$ için

$$v_c^u = \frac{(1+e)^2}{(1+1)^2} v_0 = \frac{(1+e)^2}{4} v_0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_c v_c^u{}^2 = \frac{1}{2} (mL) \frac{(1+e)^4}{16} v_0^2$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{1}{2} (mL) \frac{(1+e)^4}{16} v_0^2}{\frac{1}{2} mL v_0^2} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{(1+e)^4}{16}$$

4.70 Prob. 4.40 a bakınız

Carpmanın önce:

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{25}{9} (4,43)^2 = 25 \text{ kgm}$$

Carpmanın sonra

(a) Kolon tam rijit $v_2 = 0 \quad T_2 = 0$

$$\text{Yutulmuş enerji} = T_1 - T_2 = 25 \text{ kgm}$$

(b) Kolon tam elastik $v_2 = 0,886 \text{ m/san}$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \frac{25 \times 100}{9} (0,886)^2 = 5 \text{ kgm}$$
$$\text{Yutulmuş enerji} = T_1 - T_2 = 25 - 5 = 20 \text{ kgm}$$

*4,71

Prob. 4.41 e bakınız

Çarpışmadan önce:

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{200}{g} (5.43)^2 = 300 \text{ kgm}$$

Çarpışmadan sonra:

a) Örs sert zeminde duruyor: $v_1 = 0$, $T_2 = 0$

Yutulmuş enerji $T_1 - T_2 = 300 \text{ kgm}$

b) Örs yaylar üzerine oturuyor: $v_1 = 1.55 \text{ m/san}$

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{500 + 200}{g} \right) (1.55)^2 = 85.72 \text{ kgm}$$

Yutulmuş enerji: $T_1 - T_2 = 300 - 86 = 217 \text{ kgm}$

*4,72

Çarpışmadan önce

$$T_1 = \frac{1}{2} (m_{\text{çekik}}) v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.5}{g} (5)^2 = 0.637 \text{ kgm}$$

Çarpışmadan sonra

(a) Rijit mesnet: $v_1 = 0$, $T_2 = 0$

Yutulmuş enerji $T_1 - T_2 = 0.64 \text{ kgm}$

(b) Elastik mesnet:

Momentümun korunumu: $(m_{\text{çekik}}) v_1 = (m_{\text{örs}} + m_{\text{çekik}}) v_2$

$$0.5(5) = (0.5 + 5) v_2$$
$$v_2 = 0.454 \text{ m/san}$$
$$T_2 = \frac{1}{2} (m_{\text{çekik}} + m_{\text{örs}}) v_2^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{0.5 + 5}{g} (0.454)^2 = 0.058 \text{ kgm}$$

Yutulmuş enerji $T_1 - T_2 = 0.640 - 0.06 = 0.58 \text{ kgm}$

* 4.73 (a) Rijit mesnet

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (5)^2 \quad T_2 = 0$$

Yutulma enerjisi = $T_1 - T_2 = 0,80 \text{ kJ}$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} (5)^2 - 0 = 0,80 \quad W = 0,63 \text{ kg}$$

(b) Elastik mesnet:

Momentumun korunumu ($m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$)

$$\frac{W}{g} (5) = \frac{5+W}{g} v_2$$
$$v_2 = \frac{5W}{5+W}$$
$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (5)^2$$
$$T_2 = \frac{1}{2} m_{\text{um}} v_2^2 = \frac{1}{2} \frac{5+W}{g} \left(\frac{5W}{5+W} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{25W^2}{g(5+W)}$$

Yutulma enerjisi = $T_1 - T_2 = 0,80 \text{ kJ}$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} (5)^2 - \frac{1}{2} \frac{25W^2}{g(5+W)} = 0,8$$
$$\frac{25}{2g} \left(W - \frac{W^2}{5+W} \right) = 0,8$$
$$\frac{25}{2g} \left(\frac{5W + W^2 - W^2}{5+W} \right) = 0,8$$
$$1,6g(5+W) = 125W$$
$$8g + 1,6gW = 125W$$
$$8g + 15,7W = 125W$$
$$W = \frac{8g}{125 - 15,7}$$

$W = 0,718 \text{ kg}$

* 4.74

Ağırlık düşüyor: Enerjinin korunumu

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2: \quad 0 + W(3) = \frac{1}{2} m v_2^2 + 0$$

$$(v_2)_2 = 7.67 \text{ m/san}$$

A ve B nin çarpışması

Momentum korunumu

$$m_A (v_A)_1 + m_B (v_B)_1 = m_A (v_A)_2 + m_B (v_B)_2$$

Çarpışma katsayısı:

$$(v_B)_2 - (v_A)_2 = e [(v_A)_1 - (v_B)_1]$$

Değerler yerine konulursa: $(v_A)_2 = 7.67 \text{ m/san}$, $m_A = 1$, $m_B = 5$, $e = 0.75$

$$1(7.67) = 1(v_A)_2 + 5(v_B)_2$$

$$(v_B)_2 - (v_A)_2 = 0.75(7.67 - 0)$$

Bunlar çözümlerse

$$(v_A)_2 = -3.515 \text{ m/san} \quad (v_B)_2 = 3.515 \text{ m/san} \uparrow$$

$$(v_B)_2 = 2.237 \text{ m/san} \quad (v_A)_2 = 2.237 \text{ m/san} \downarrow$$

B silindirin maksimum çökmesi: İz ve enerji ilkesi

Yerçekimi $U_{g \rightarrow q} = 5x$

Yay $F_{\min} = 5 \text{ kg} \quad F_{\max} = 5 + 400x$

$$F_{\text{ort}} = 5 + 200x \quad U_{g \rightarrow q} = -(5 + 200x)x$$

Toplam İz $U_{g \rightarrow q} = 5x - (5 + 200x)x = -200x^2$

$$T_3 + U_{g \rightarrow q} = T_4: \quad \frac{1}{2} m_B (v_B)_3^2 - 200x^2 = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (2.237)^2 - 200x^2 = 0$$

$$x = 0.0798 \text{ m} \quad x = 7.98 \text{ cm}$$

A silindirin sıçrama miktarı:

$$v_3 + T_3 = v_4 + T_4$$

$$0 + \frac{1}{2} m_A (v_A)_3^2 = m_A h + 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{m_A}{9} (3.515)^2 = m_A \cdot h \quad h = 0.6237 \text{ m}$$

$$h = 62.37 \text{ cm}$$

* 4.75

$\frac{v_A}{A} = \frac{v_B + 0}{B} = \frac{v_A}{A} = \frac{v_B'}{B}$

Momentumun kor.

$$m_A v_A = m_A v_A' + m_B v_B'$$

Çarpışma katsayısı

$$v_B' - v_A' = e(v_A - v_B)$$

Çözümlerse

$$v_A' = \frac{m_A - e m_B}{m_A + m_B} v_A \quad v_B' = \frac{m_A + e m_B}{m_A + m_B} v_A$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m_A v_A^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2 = \frac{m_A (m_A - e m_B)^2 + m_B (m_A + e m_B)^2}{2(m_A + m_B)^2} v_A^2$$

$$T_2 = \frac{m^3 - 2e^2 m_A^2 m_B + e^2 m_A m_B^2 + 2e m_B m_A^2 + e^2 m_A^2 m_B}{2(m_A + m_B)^2} v_A^2$$

Enerji kaybı $= T_1 - T_2$

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} \frac{m_A (m_A + m_B)^2}{(m_A + m_B)^2} v_A^2 - \frac{m_A^3 + e^2 m_A m_B^2 + m_A^2 m_B + e^2 m_A^2 m_B}{2(m_A + m_B)^2} v_A^2$$

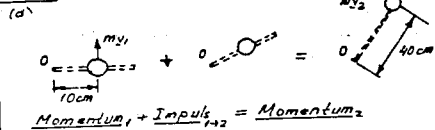
$$= \frac{m_A^3 + 2e^2 m_A^2 m_B + m_A m_B^2 - m_A^3 - e^2 m_A m_B^2 - m_A^2 m_B - e^2 m_A^2 m_B}{2(m_A + m_B)^2} v_A^2$$

$$= \frac{m_A^2 m_B + m_A m_B^2 - e^2 (m_A^2 m_B + m_A m_B^2)}{2(m_A + m_B)^2} v_A^2$$

$$= \frac{(1 - e^2) m_A m_B (m_A + m_B)}{2(m_A + m_B)^2} v_A^2$$

Enerji kaybı $= \frac{1 - e^2}{2} \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} v_A^2$

4.76 İpin kütlesi ihmal edilirse



*) 0 ya göre moment: $mv_1(0,10) = mv_2(0,40)$

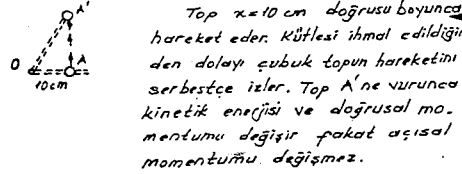
$$v_2 = \frac{1}{4}v_1 = \frac{1}{4}(100)$$

$$v_2 = 25 \text{ cm/san}$$

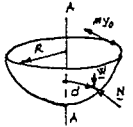
(b) $T_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$ $T_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(\frac{1}{4}v_1)^2 = \frac{1}{8}mv_1^2$

$$T_2 = \frac{1}{8}T_1 \quad T_{\text{son}} = \frac{1}{8}T_{\text{ilk}}$$

(c) Çubuğun kütlesi ihmal edildiğine göre A'dan A'ye giderken çubuktan topa yatay kuvvet gelmez. Buna göre topun doğrusal momentumu sabit olur.



4.77



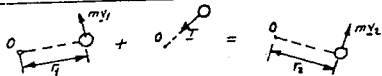
A-A ya göre başlangıç momentumu $= m_0 R$

W ve N'nin hiçbirisi A-A ya göre moment vermiyor. Çeğinden A-A ya göre

Dış imp. = 0 olur. Böylece her noktada $m(V_{\text{yatay}})d = m_0 R = \text{Sabit}$ (1)

Taşın etrafında bulunan bir top için $d=0$ dir. (1) denklemi $V_{\text{yatay}} = \infty$ halini alır. Bu nedenle top taşın etrafından geçemez.

4.78



(a) Momentum + Impuls = Momentum

*) 0 etrafında $mv_1 r_1 + 0 = mv_2 r_2$

$$v_2 = \frac{r_1}{r_2} v_1$$

Oysa $r_2 = \frac{1}{2}r_1$ $v_2 = 2v_1$

(b) Doğrusal momentum

$$mv_2 = m(2v_1) = 2mv_1$$

Doğrusal momentum 2 kat artar

(c) Açısal momentum değişmez

(d) Kinetik enerji

$$T_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m(2v_1)^2 = 4T_1$$

Kinetik enerji 4 kat artar

Not: F kuvvetinin yaptığı iş kinetik enerjinin artmasına sebep olur.

4.79 İp çubuğa sarıldığında I kuvvetinin tesiri etrafı 0 dan geçmez. Açısal impuls sıfır olmaz ve açısal momentum sabit değildir.

(a) Çekme kuvvetinin işi yoktur, enerjinin korunumundan;

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0$$

$$v_2 = v_1$$

(b) $v_2 = v_1$ olduğundan $mv_2 = mv_1$

Doğrusal momentum değişmez

(c) Açısal momentum = mvr

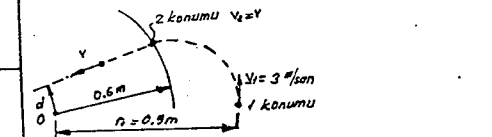
$$mv_1 r_1 = mv_2 \left(\frac{r_1}{2}\right) = \frac{1}{2}(mv_1 r_1)$$

Açısal momentum 1/2'ye azalır

(d) (a) sıkıktan kolayca anlaşılabilir gibi. Kinetik Enerji değişmez.

4.80

İpten topa gelen kuvvet her an 0 dan geçtiği için, 0 ya göre açısal momentum sabittir.



Açısal momentumun korunumu

*) 0 ya göre: $(mv_1)r = (mv)d$

Enerjinin korunumu:

$$T_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} (3)^2 = \frac{1.35}{9} \text{ m.kg}$$

(1) konumunda ip 0,30 m uzamıştır

$$V_1 = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(20)(0,30)^2 = 0,9 \text{ m.kg}$$

$$T_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} v^2 = \frac{0.15}{9} v^2, \quad V_2 = 0$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\frac{1.35}{9} + 0.9 = \frac{0.15}{9} v^2 \quad 1.35 + 0.9 = 0.15 v^2 \quad v^2 = 67.86 \quad v = 8.24 \text{ m/san}$$

(1) denklemden

$$mv_1 r_1 = mvd \quad m(0.2)(0.9) = m(8.24)d \quad d = 32.76 \text{ cm}$$

4.81

Prob. 4.80'de $d=10 \text{ cm}$ olduğuna göre v_1 yi bulalım. Denk. (1) den

$$mv_1 r_1 = mvd \quad mv_1(0.9) = mv(0.10) \quad v = 9v_1$$

$$mv_1 r_1 = mvd \quad mv_1(0.9) = mv(0.10) \quad v = 9v_1$$

Enerjinin korunumu

$$T_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} v_1^2 \quad V_1 = 0.9 \text{ m.kg (Prob. 4.80 den)}$$

$$T_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} v^2 \quad V_2 = 0$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} v_1^2 + 0.9 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} (9v_1)^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} 80v_1^2 = 0.5 \quad v_1^2 = \frac{0.5(9.62)}{24} = 0.2057$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} 80v_1^2 = 0.5 \quad v_1^2 = \frac{0.5(9.62)}{24} = 0.2057$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} 80v_1^2 = 0.5 \quad v_1^2 = \frac{0.5(9.62)}{24} = 0.2057$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} 80v_1^2 = 0.5 \quad v_1^2 = \frac{0.5(9.62)}{24} = 0.2057$$

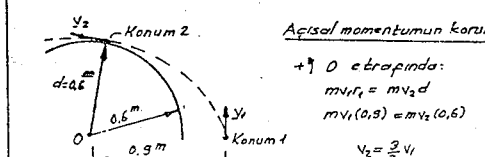
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} 80v_1^2 = 0.5 \quad v_1^2 = \frac{0.5(9.62)}{24} = 0.2057$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} 80v_1^2 = 0.5 \quad v_1^2 = \frac{0.5(9.62)}{24} = 0.2057$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.3}{9} 80v_1^2 = 0.5 \quad v_1^2 = \frac{0.5(9.62)}{24} = 0.2057$$

4.82

İpin her zaman gergin kalması için d mesafesi 60 cm den küçük alınmamalıdır.



Açısal momentumun korun.

*) 0 etrafında: $mv_1 r_1 = mv_2 d$

$$mv_1(0.9) = mv_2(0.6) \quad v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

$$v_2 = \frac{3}{2}v_1$$

4.85

Prob. 4.83'deki sonucu kullanarak

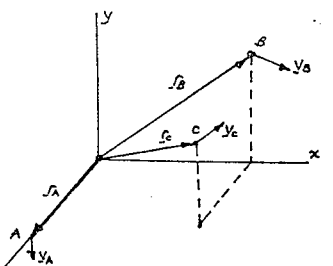
$$l_1 = 0.40 \text{ m}, l_2 = 0.30 \text{ m}, \theta_1 = 30^\circ$$

$$(0.4)^3 \frac{\sin^3 30^\circ}{\cos 30^\circ} = (0.3)^3 \frac{\sin^3 \theta_2}{\cos \theta_2}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{\sin^3 \theta_2}{\cos \theta_2}$$

$$\frac{\sin^3 \theta_2}{\cos \theta_2} = \frac{8}{27\sqrt{3}} = 0.1711 \quad \theta_2 = 37.4^\circ$$

4.86



(a) $W_A = 2 \text{ kg} \quad V_A = -10\hat{j} + 5\hat{k} \quad r_A = 4\hat{k}$

$$h_o = r_A \times mV_A = m(r_A \times V_A) = \frac{2}{9} (4\hat{k}) \times (-10\hat{j} + 5\hat{k}) = \frac{2}{9} (40\hat{i})$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

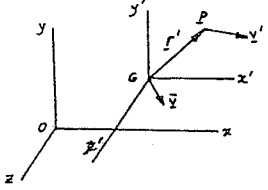
$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

$$h_o = 8.89\hat{i} \text{ (kg.san.m)}$$

4.88



$\vec{v} = G$ kütle merkezinin hızı

$\vec{v}' = P$ maddesel noktasının G'ye göre hızı

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}'' \text{ veya } \vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}''$$

Denk. 4.32 den

$$\vec{h}_G = \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{v}')$$

$$= \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{v}) - \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{v}'')$$

$$\vec{h}_G = \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{v}) - (\Sigma m \vec{r}') \times \vec{v}''$$

G, kütle merkezi olduğundan, $(\Sigma m \vec{r}') = 0$ olur ve

$$\vec{h}_G = \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{v})$$

Sağ taraftaki terimin $\vec{h}_G$ ye eşit olduğu hatırlanırsa $\vec{h}_G = \vec{h}_G$

4.90

$$\text{Denk. 4.31: } \Sigma (\vec{M}_O)_{d\vec{t}} = \frac{d\vec{h}_O}{d\vec{t}}$$

$$\text{Prob. 4.89 dan: } \vec{h}_O = \vec{r} \times (\Sigma m) \vec{v} + \vec{h}'_G$$

$$\Sigma (\vec{M}_O)_{d\vec{t}} = \frac{d\vec{h}_O}{d\vec{t}} = \frac{d\vec{r}}{d\vec{t}} \times (\Sigma m) \vec{v} + \vec{r} \times (\Sigma m) \frac{d\vec{v}}{d\vec{t}} + \frac{d\vec{h}'_G}{d\vec{t}}$$

$$\Sigma (\vec{M}_O)_{d\vec{t}} = \vec{v} \times (\Sigma m) \vec{v} + \vec{r} \times (\Sigma m) \vec{a} + \frac{d\vec{h}'_G}{d\vec{t}}$$

$$\text{Oysa } \vec{v} \times \vec{v} = 0 \text{ ve Denk 2.8 den } \Sigma m \vec{a} = \Sigma \vec{F}_{d\vec{t}}$$

$$\Sigma (\vec{M}_O)_{d\vec{t}} = \vec{r} \times \Sigma \vec{F}_{d\vec{t}} + \frac{d\vec{h}'_G}{d\vec{t}} \quad (1)$$

$$\Sigma (\vec{M}_O)_{d\vec{t}} - \vec{r} \times \Sigma \vec{F}_{d\vec{t}} = \frac{d\vec{h}'_G}{d\vec{t}} \quad (2)$$

Görüyoruz ki dış kuvvetler sistemi, G den geçen $\Sigma \vec{F}_{d\vec{t}}$ vektörünü ile $\Sigma (\vec{M}_G)_{d\vec{t}}$ momentini haiz bir kuvvet çiftine dönüşür, böylece

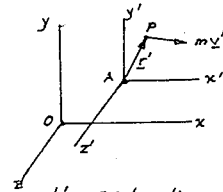
$$\Sigma (\vec{M}_G)_{d\vec{t}} = \Sigma (\vec{M}_G)_{d\vec{t}} + \vec{r} \times \Sigma \vec{F}_{d\vec{t}}$$

$$\text{veya } \Sigma (\vec{M}_G)_{d\vec{t}} - \vec{r} \times \Sigma \vec{F}_{d\vec{t}} = \Sigma (\vec{M}_G)_{d\vec{t}} \quad (2)$$

Denk. (1) ve (2) nin sol tarafları eşit olduğundan

$$\Sigma (\vec{M}_G)_{d\vec{t}} = \frac{d\vec{h}'_G}{d\vec{t}}$$

* 4.91



$$\vec{h}_A = \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{v}')$$

$$\frac{d\vec{h}_A}{d\vec{t}} = \Sigma \left(\frac{d\vec{r}'}{d\vec{t}} \times m \vec{v}' \right) + \Sigma (\vec{r}' \times m \frac{d\vec{v}'}{d\vec{t}})$$

$$= \Sigma (\vec{v}' \times m \vec{v}') + \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{a}')$$

P nin A ya göre ivmesi $\vec{a}'$ olduğuna göre

$$\vec{a} = \vec{a}_A + \vec{a}' \text{ veya } \vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_A$$

$$\frac{d\vec{h}_A}{d\vec{t}} = \Sigma [\vec{r}' \times m (\vec{a} - \vec{a}_A)]$$

$$= \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{a}) - \Sigma (\vec{r}' \times m \vec{a}_A)$$

$m \vec{a} = \vec{F}$ ve $\vec{a}_A$ her maddesel nokta için aynı olduğun-

$$\text{dan; } \frac{d\vec{h}_A}{d\vec{t}} = \Sigma (\vec{r}' \times \vec{F}) - \Sigma (m \vec{r}') \times \vec{a}_A$$

$$\text{Oysa } \Sigma (\vec{r}' \times \vec{F}) = \Sigma (\vec{M}_A)_{d\vec{t}} \text{ ve } \Sigma m \vec{r}' = (\Sigma m) \vec{r}_{GA}$$

$$\frac{d\vec{h}_A}{d\vec{t}} = \Sigma (\vec{M}_A)_{d\vec{t}} - (\Sigma m) \vec{r}_{GA} \times \vec{a}_A$$

Buna göre $\vec{r}_{GA} \times \vec{a}_A = 0$ olunca $\Sigma (\vec{M}_A)_{d\vec{t}} = \frac{d\vec{h}_A}{d\vec{t}}$ geçerli olur. Bu durumda aşağıdaki şartlar geçerlidir.

(a) $\vec{a}_A = 0$ olunca: $\vec{A} \times \vec{r}'_{GA}$, bir Newton tokomudur.

(b) $\vec{r}_{GA} = 0$ olunca: A noktası G kütle merkezi ile çakışır.

(c) $\vec{r}_{GA} \times \vec{a}_A = 0$ olunca: $\vec{a}_A$ ile $\vec{r}_{GA}$ kolineerdir.

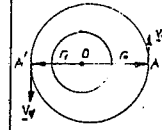
4.92

Prob. 2.84 ün çözümü:

$$(a) \text{ Dairesel hız } r_G = 6370 + 500 = 6870 \text{ km}$$

$$v_G = \sqrt{\frac{3.9806 (10)^{14}}{6.87^3 (10)^6}} = 7560 \text{ m/s} = 27220 \text{ km/saat}$$

$$(b) \text{ Minimum 300 km yükseklik için } r_G = 6370 + 300 = 6670 \text{ km}$$



Enerjinin korunumu

$$T_A + V_A = T_A' + V_A'$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{GMm}{r_G} = \frac{1}{2} m v_A'^2 - \frac{GMm}{r_A} \quad (1)$$

Agisal momentumun korunumu

$$+ 0 \text{ etrafında: } m v_A r_G = m v_A' r_A \quad (2)$$

Bu değer (1) de yerine konursa;

$$\frac{1}{2} v_A^2 - \frac{GM}{r_G} = \frac{1}{2} v_A'^2 \frac{r_G^2}{r_A^2} - \frac{GM}{r_A}$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 \left(1 - \frac{r_G^2}{r_A^2} \right) = \frac{GM}{r_A} \left(1 - \frac{r_G}{r_A} \right)$$

$$v_A^2 \left(1 - \frac{r_G}{r_A} \right) \left(1 + \frac{r_G}{r_A} \right) = \frac{2GM}{r_A} \left(1 - \frac{r_G}{r_A} \right)$$

$$v_A^2 = \frac{2GM}{r_A} \frac{1}{1 + \frac{r_G}{r_A}} = \frac{GM}{r_A} \frac{2}{1 + r_G/r_A} = (v_G)^2 \frac{2}{1 + r_G/r_A}$$

Değerler yerine konursa $r_A = 6670 \text{ km}$, $r_G = 6870 \text{ km}$

$$v_A = v_G \sqrt{\frac{2}{1 + r_G/r_A}} = v_G \sqrt{\frac{2}{1 + 6870/6670}} = v_G \cdot \sqrt{0.978}$$

$$v_A = v_G (0.988) = v_G (1 - 0.012)$$

Yapılabilecek hata: % 1.2

4.93

Prob. 2.85 in çözümü:

Enerjinin korunumu

$$T_A + V_A = T_A' + V_A'$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{GMm}{r_G} = \frac{1}{2} m v_A'^2 - \frac{GMm}{r_A} \quad (1)$$

Agisal momentumun korunumu

$$+ 0 \text{ etrafında: } m v_A r_G = m v_A' r_A$$

Yukarıdaki iki denklem çözümlerse

(Cebrik detaylar için Prob. 2.85 e bakınız)

$$v_A^2 = \frac{GM}{r_A} \frac{2}{1 + r_G/r_A} \quad v_A = \sqrt{\frac{GM}{r_A}} \sqrt{\frac{2}{1 + r_G/r_A}}$$

Veriler: $r_G = 6370 + 9500 = 15870 \text{ km}$, $r_A = 6370 \text{ km}$

$$v_A = \sqrt{\frac{3.9806 (10)^{14}}{15.870 (10)^6}} \sqrt{\frac{2 (6370)}{15.870 + 6370}} = 3791 \text{ m/san}$$

$$v_A = 13650 \text{ km/saat}$$

(b) $r_G = 15870 \text{ km}$ de dairesel hız;

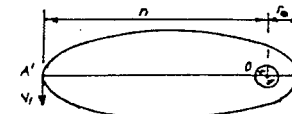
$$v_G = \sqrt{\frac{GM}{r_G}} = \sqrt{\frac{3.9806 (10)^{14}}{15.870 (10)^6}} = 10^4 \sqrt{0.25082} = 5008 \text{ m/san}$$

$$v_G = 18030 \text{ km/saat}$$

$$\text{Bağıl hız} = 18030 - 13650 = 4380 \text{ km/saat}$$

4.94

2.86 Probleminin çözümü:



$$r_G = 6370 + 640 = 7010 \text{ km}$$

$$r_A = 6370 + 41500 = 47870 \text{ km}$$

Enerjinin korunumu

$$T_A + V_A = T_A' + V_A' : \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{GMm}{r_G} = \frac{1}{2} m v_A'^2 - \frac{GMm}{r_A} \quad (1)$$

Agisal Momentumun korunumu

$$m v_A r_G = m v_A' r_A ; \quad v_A = v_A' \frac{r_A}{r_G} \quad (2)$$

(1) ve (2) den

$$\frac{1}{2} v_A^2 - \frac{GM}{r_G} = \frac{1}{2} v_A'^2 \frac{r_A^2}{r_G^2} - \frac{GM}{r_A}$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 \left(1 - \frac{r_A^2}{r_G^2} \right) = \frac{GM}{r_A} \left(1 - \frac{r_G}{r_A} \right)$$

$$v_A^2 \left(1 + \frac{r_G}{r_A} \right) = \frac{2GM}{r_A} \quad v_A = \sqrt{\frac{GM}{r_A}} \sqrt{\frac{2}{1 + r_G/r_A}}$$

r_G ve r_A değerleri yerlerine konulursa

$$v_A = \sqrt{\frac{3.9806 (10)^{14}}{7010 (10)^6}} \sqrt{\frac{2}{1 + 7010/47870}} = 10^4 (0.3535) (1.321) = 9351 \text{ m/san}$$

$$= 33845 \text{ km/saat}$$

$$(2) \text{ den: } v_A = v_A' \frac{r_A}{r_G} = 35805 (7010/47870) = 5250$$

$$v_{\text{maks}} = 35845 \text{ km/saat}$$

$$v_{\text{min}} = 5250 \text{ km/saat}$$

4.95

Prob. 2.89 ün çözümü:

$$r_G = 6370 + 480 = 6850 \text{ km}$$

$$r_A = 32000 \text{ km}$$

Enerjinin korunumu

$$T_A + V_A = T_A' + V_A'$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{GMm}{r_G} = \frac{1}{2} m v_A'^2 - \frac{GMm}{r_A} \quad (1)$$

Agisal Momentumun korunumu

$$+ 0 \text{ ya göre: } m v_A r_G = m v_A' r_A$$

$$v_A = v_A' \frac{r_A}{r_G} \quad (2)$$

(1) ve (2) den v_A çözümlerse (Cebrik detaylar için Prob. 4.94 e bkz)

$$v_A = \sqrt{\frac{GM}{r_A}} \sqrt{\frac{2}{1 + r_G/r_A}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{3.9806 (10)^{14}}{32.000 (10)^6}} \sqrt{\frac{2}{1 + 6850/32000}} = (10^4) (0.7423) (1.203) = 9789 \text{ m/san}$$

$$= 35220 \text{ km/saat}$$

Denk. (2) den;

$$v_A = v_A' \frac{r_A}{r_G} = 35220 \frac{6850}{32000} = 7538 \text{ km/saat}$$

(b) Satelitin 32000 km yarıçapında dairesel bir yörüngeye sahip olması için

$$v_G = \sqrt{\frac{GM}{r_G}} = \sqrt{\frac{3.9806 (10)^{14}}{32.000 (10)^6}} = 3526 \text{ m/san} = 12636 \text{ km/saat}$$

Ateşlemenden sonra hızdaki artma

$$\Delta v = v_G - v_A = 12636 - 9538 = 3158$$

$$\Delta v = 3158 \text{ km/saat}$$

$$\cos \alpha = 2 \sqrt{1 - \frac{1}{2} (V_{koc}/V_0)^2}$$

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

$$\rightarrow 2 \sqrt{1 - \frac{1}{2} (V_{koc}/V_0)^2}$$

$$\rightarrow 2 \sqrt{1 - \frac{1}{2} (V_{koc}/V_0)^2}$$

$$V_0 \leq \frac{V_{koc}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \text{veya} \quad \frac{V_0}{V_{koc}} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_0 \leq \frac{V_{koc}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad \text{veya} \quad \frac{V_0}{V_{koc}} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

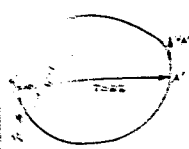
bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

$$\frac{V_0}{V_{koc}} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{veya} \quad \frac{V_0}{V_{koc}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{min} = \frac{\sqrt{2}}{2} V_{koc}$$

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre



Açılma momentumu kor.
→ 0 etrafında:

$$mVA_0 = mVA_1 \cos(\theta_0)$$

$$V_A = \frac{1}{\cos \theta_0} V_0 \quad (1)$$

Enerjinin korunumu

$$T_A + V_A = T_0 + V_0 = \frac{1}{2} m V_0^2 - \frac{GMm}{R_0}$$

$$\frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{GMm}{R_0} = \frac{1}{2} m V_0^2 - \frac{GMm}{R_0}$$

$$\frac{1}{2} V_A^2 - \frac{GM}{R_0} = \frac{1}{2} V_0^2 - \frac{GM}{R_0}$$

$$V_A = \frac{2(7)(60)}{60(8)} \frac{GM}{R_0}$$

$$V_A = \frac{16}{9} \frac{GM}{R_0}$$

$$V_A = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{GM}{R_0}} = \frac{4}{3} V_0$$

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

$$V_A = \frac{4}{3} V_0$$

$$V_A = \frac{4}{3} V_0$$

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

bu sonuçlar için büyük olmaz buna göre

4.106 Aşağıdaki bütün problemler şu yol ile çözülür:

S sisteminin Δt zaman aralığında terkeden maddesel noktaların momentumu, Δt aralığında S ye giren maddesel noktaların momentumu ile aynı anda S ye etkileyen dış kuvvetlerin impulslarını vektörel olarak toplayarak elde edilir.

$$(\Delta m) y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m) y_2$$

Prob. 4.106 da başlangıçta su gemide olup $V_1 = 0$. Buna göre yukarıdaki denklemden

$$\Sigma F = \frac{\Delta m}{\Delta t} y_2 = \frac{dm}{dt} y_2$$

$$\text{Fakat } \frac{dm}{dt} = \left(\frac{8800 \text{ kg}}{\text{dakika}} \right) \left(\frac{1 \text{ dakika}}{60 \text{ sn}} \right) \left(\frac{1}{9.81 \text{ m/san}^2} \right) = 13.59 \frac{\text{kg-san}}{\text{m}}$$

$$\Sigma F = \frac{dm}{dt} y_2 = (13.59 \frac{\text{kg-san}}{\text{m}}) (30 \text{ m/san}) = 407.7 \text{ kg}$$

$$R = 407.7 \text{ Kg} \quad \angle 30^\circ$$

4.107 Prob. 4.106 dan $(\Delta m) y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m) y_2$ olup

$$y_1 = 0 \text{ olduğundan } \Sigma F = \frac{\Delta m}{\Delta t} y_2 = \frac{dm}{dt} y_2$$

$$\text{Oysa } \frac{dm}{dt} = \frac{0.040}{9.81} (600) \left(\frac{1}{60} \right) = 0.0408 \frac{\text{kg-san}}{\text{m}}$$

$$\Sigma F = \frac{dm}{dt} y_2 = (0.0408) (800) = 32.64 \text{ kg}$$

4.108 (a) $(\Delta m) y_1 + P \Delta t = (\Delta m) y_2$

$$(\Delta m) y_1 + P \Delta t = (\Delta m) y_2$$

$$x \text{ bileşeni } \rightarrow (\Delta m) y_1 - P \Delta t = 0$$

$$P = \frac{\Delta m}{\Delta t} y_1 = \frac{dm}{dt} y_1 = (P A V_1) V_1 \quad P = P A V_1^2$$

$$(b) A = 0.002 \text{ m}^2 \quad V_1 = 30 \text{ m/san} \quad \rho = \frac{1000}{9.81} \text{ kg-san}^2/\text{m}^4$$

$$P = P A V_1^2 = \frac{1000}{9.81} (0.002) (30)^2 \quad P = 183.4 \text{ Kg}$$

4.109 Burada, sağa doğru v hızı ile hareket eden bir koordinat sistemi kullanacağız. Buna göre su zerrileri plajı $y_1 = y_2 = y$ bağılı hızı ile vurur. Δt zaman aralığında plaja çarpan maddesel noktaların kütlesi:

$$\Delta m = \rho A V_1 \Delta t = \rho A (V_1 - V) \Delta t$$

$$\text{Hareketli koordinat takımına göre}$$

$$(\Delta m) y_1 + P \Delta t = (\Delta m) y_2$$

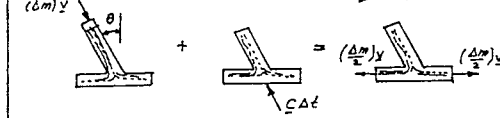
$$x \text{ bileşeni } (\Delta m) y_1 - P \Delta t = 0$$

$$P = \frac{\Delta m}{\Delta t} y_1 = \frac{\rho A (V_1 - V) \Delta t}{\Delta t} (V_1 - V) \quad P = \rho A (V_1 - V)^2$$

4.110 Δt zaman aralığında sisteme giren kütleye

$$\Delta m = \rho A \Delta t$$

Su eşit iki parçaya ayrıldığına göre



Son şekilde iki momentum eşit ve terstir. 0 halde Δt ve $(\Delta m) y$ lerin eşit ve ters olmaları gerekir

$$(\Delta m) y = C \Delta t$$

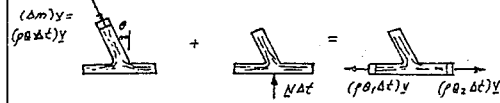
$$C = \frac{\Delta m}{\Delta t} y = \rho A V \quad C = \rho A V \quad \angle \theta$$

Akımdan plaja gelen F kuvveti C ye ters yönde ve ona eşittir $F = \rho A V \quad \angle \theta$

4.111 Δt zaman aralığında sisteme giren kütleye

$\Delta m = \rho A \Delta t$. Aynı kütleye sisteme terkederken iki kısma ayrılıyor.

$$\Delta m = \rho A_1 \Delta t + \rho A_2 \Delta t$$



$$x \text{ bileşeni } \rightarrow (\rho A_1 \Delta t) \sin \theta = -(\rho A_1 \Delta t) v + (\rho A_2 \Delta t) v$$

$$Q \sin \theta = Q_1 - Q_2 \quad Q = Q_1 + Q_2$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ çözülürse} \quad Q_1 = \frac{1}{2} Q (1 - \sin \theta) \quad Q_2 = \frac{1}{2} Q (1 + \sin \theta)$$

4.112 (a) Uçığa göre impuls ve momentum ilişkisi uy.

$$\text{güçlenir; } (\Delta m) y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m) y_2$$

$$\Delta F = \frac{\Delta m}{\Delta t} (y_2 - y_1)$$

$$y_1 = V = 300 \text{ km/saat} = 250 \text{ m/san} \quad y_2 = U = 900 \text{ m/san}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \left(\frac{80 \text{ kg}}{\text{san}} \right) \left(\frac{1}{9.81 \text{ m/san}^2} \right) = \frac{80}{9.81} \frac{\text{kg-san}}{\text{m}}$$

$$\Sigma F = \frac{80}{9.81} (700 - 250) \quad \Sigma F = 3670 \text{ kg}$$

$$(c) \quad \frac{(\Sigma F) V}{9.81} = \frac{(3670) 250}{9.81} = \frac{36690}{9.81} = 12230 \text{ BB}$$

$$= 12230 \text{ BB}$$

(b) Egzostan saniyede çıkan kinetik enerji

$$\text{Egzos gazının salt hızı} = 700 - 250 = 450 \text{ m/san}$$

$$\frac{\Delta T_1}{\Delta t} = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{80}{9.81} \right) (450)^2 = 825600 \text{ kg-m/san}$$

$$\frac{825600}{9.81} = 11008 \text{ BB}$$

$$\text{Toplam buhar beygiri; } 11008 + 12230 = 23240 \text{ BB}$$

4.113 Prob. 4.112 den

$$\Sigma F = \frac{\Delta m}{\Delta t} (y_2 - y_1)$$

$$y_1 = V = 1000 \text{ km/saat} = 278 \text{ m/san} \quad y_2 = U = 600 \text{ m/san}$$

$$\Sigma F = 1600 \text{ kg} \quad \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{w}{g}$$

$$1600 = \frac{w}{9.81} (600 - 278)$$

$$w = \frac{1600 (9.81)}{322} = 48.74 \text{ kg/san}$$

4.114 Prob. 4.112 den

$$\Sigma F = \frac{\Delta m}{\Delta t} (y_2 - y_1)$$

$$y_1 = V = 1000 \text{ km/saat} = 278 \text{ m/san} \quad y_2 = U = 600 \text{ m/san}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{w}{g} = \frac{80}{9.81}$$

$$\Sigma F = \frac{80}{9.81} (600 - 278) = 2626 \text{ kg}$$

$$P = \Sigma F = 2626 \text{ kg}$$

Uçak dengede olduğundan

$$\text{Kaldırma} \quad P = 2626 \text{ kg}$$

$$\Sigma F = 0 \quad 2626 - 2000 - 6000 \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{2626}{6000} = 0.4377 \quad \alpha = 26^\circ$$

4.115 (a) Prob. 4.114 den : $\text{İtme} = P = 2626 \text{ kg}$

$$\text{Denge için: } \Sigma F = ma$$

$$2626 - 2000 - 6000 \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{2626}{6000} = 0.4377 \quad \alpha = 26^\circ$$

$$a = 206 \frac{9.81}{6000} = 0.337 \text{ m/san}^2$$

(b) Kaldırma Çekim = P Maksimum hızı erişilince

$$\alpha = 0 \text{ olur ve uçak dengeye gelir.}$$

$$\Sigma F = 0; \quad P - \text{Direnç} - 6000 \sin \alpha = 0$$

$$P - \text{Direnç} - 420 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Oysa } P = \frac{\Delta m}{\Delta t} (y_2 - y_1) \quad y_1 = V, \quad y_2 = 600 \text{ m/san}$$

$$P = \frac{80}{9.81} (600 - V)$$

$$\text{ve uçanın gördüğü direnç her 10 km/saat için 40 kg arttığından (10 km/saat = 2.78 m/san)}$$

$$\text{Direnç} = 2000 + 40 \left(\frac{V - 278}{2.78} \right)$$

$$\text{Bu değer (1) de yerine konursa}$$

$$\frac{80}{9.81} (600 - V) - [2000 + 40 \left(\frac{V - 278}{2.78} \right)] - 420 = 0$$

$$6473 = 22.54 V \quad V = 287.2 \text{ m/san}$$

$$V = 1034 \text{ km/saat}$$

4.116 (a) İmpuls ve Momentum ilkesini uygulayarak aşağıya göre

$$(\Delta m)u_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)u_2$$

$$u_1 = V, u_2 = u \text{ ve } \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{W}{g}$$

$$\text{Çekim} = \Sigma F = \frac{\Delta m}{\Delta t} (u_2 - u_1) = \frac{W}{g} (u - V)$$

(b) Çekim > 0 ise $u - V > 0$ ve $V < u$

4.117 Her iki maksimum hızda, $a = 0$ ve buna göre üçüç dengede olur, Direnç = Çekim

Prob. 4.116 dan Çekim = $T = \frac{W}{g} (u - V)$

Direnç = $D = kv^2$

4 motorun çalışması halinde $v = v_0$ ve $w = w_0$ olsun

$T = D: \frac{W}{g} (u - v_0) = kv_0^2$ (1)

2 motorun çalışması halinde $v = v_1$ ve $w = \frac{1}{2} w_0$ olsun

$T = D: \frac{1}{2} \frac{W}{g} (u - v_1) = k v_1^2$ (2)

(2) denklemi (1) ile taraf tarafa bölünürse

$$\frac{1}{2} \frac{u - v_1}{u - v_0} = \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 \quad u - v_1 = 2(u - v_0) \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2$$

Her iki taraf v_0 ile bölünürse

$$\frac{u}{v_0} - \frac{v_1}{v_0} = 2 \left(\frac{u}{v_0} - 1 \right) \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2$$

$$2 \left(\frac{u}{v_0} - 1 \right) \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + \frac{v_1}{v_0} - \frac{u}{v_0} = 0$$

Verilen değerler yerlerine konursa, $u = 600$ m/san
 $v_0 = 1000$ km/saat = 278 m/san $\frac{u}{v_0} = \frac{600}{278} = 2,158$

(3) kullanılarak $2(2,158 - 1) \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + \frac{v_1}{v_0} - 2,158 = 0$

$$2,316 \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + \frac{v_1}{v_0} - 2,158 = 0$$

Bu denklem $\frac{v_1}{v_0}$ e göre çözümlerse

$$\frac{v_1}{v_0} = 0,773 \quad \frac{v_1}{278} = 2,773 \quad v_1 = 215 \text{ m/san}$$

4.118 Aşağıya doğru bakılır ve kor püskürtme maki. nasına göre impuls ve momentum ilkesi uygulanır

$$(\Delta m)u_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)u_2$$

$$(\Delta m)u_1 + P \Delta t = (\Delta m)u_2 \cos 30^\circ$$

Vagona paralel bileşenler:

$$(\Delta m)u_1 - P \Delta t = 0 \quad P = \frac{\Delta m}{\Delta t} u_1$$

Vagona dik yatay bileşenler

$$0 + L \Delta t = (\Delta m)u_2 \cos 30^\circ$$

$$L = \frac{\Delta m}{\Delta t} u_2 \cos 30^\circ$$

Verilen değerler: $u_1 = 25$ km/saat = 6,94 m/san $u_2 = 12$ m/san

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{W}{g} = \frac{(3 \text{ ton/san})}{9,81} = 305,8$$

(a) (1) den $P = 305,8 (6,94) = 2124 \text{ kg}$

(b) (2) den $L = (305,8)(12)(0,866) = 3178 \text{ kg}$

4.119 Boru ile negatif z eksenindeki açı ρ ile gösterilsin. Not: Boru ile diğer eksenler arasındaki açı gösterilmemiştir. Fışkıran karın, kor vagonuna göre hızının z bileşeni bu halde $u \cos \rho$ olur. Kar vagonuna göre impuls-momentum ilkesi uygulanır

$$(\Delta m)u_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)u_2 \cos \rho$$

$$(\Delta m)u_1 + P \Delta t = (\Delta m)u_2 \cos \rho$$

Vagona paralel bileşenler:

$$(\Delta m)u_1 + 0 = (\Delta m)u_2 \cos \rho$$

$$\cos \rho = \frac{u_1}{u_2}$$

Verilenler: $u_1 = 6,94$ m/san, $u_2 = 12$ m/san

$$\cos \rho = \frac{u_1}{u_2} = \frac{6,94}{12} = 0,5783 \quad \rho = 54,7^\circ$$

Pozitif z eksenine göre $\rho = 180 - 54,7 = 125,3^\circ$

$$4.120 (\Delta m)y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)y_2$$

$$v_1 = 0, v_2 = v$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A = \rho A v$$

(a) $\Sigma F = \frac{\Delta m}{\Delta t} (v_2 - v_1) = \frac{\rho}{g} A v^2 \quad F = \frac{\rho}{g} A v^2$

(b) Pervane akımına saniyede verilecek kinetik enerji

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{g} A v^3 \right)$$

4.121 Alan = $\pi R^2 = 3,14(1)^2 = 3,14 \text{ m}^2$

Prob. 4.120 (a) dan:

(a) $F = \frac{\rho}{g} A v^2 = \frac{1,3}{9,81} (3,14) v^2$
 $v^2 = 9(1,29) \quad v = 31 \text{ m/san}$

(b) Hacim/san = $AV = (3,14)(31) = 97,34 \text{ m}^3/\text{san}$

(c) Prob. 4.120 (b) den

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{g} A v^3 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1,3}{9,81} A v^3 \right) = \frac{1}{2} (400)(31) = 6200$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = 6200 \text{ m-kg/san}$$

4.122 Alan = $\pi R^2 = (0,30)^2 \pi = 0,2826 \text{ m}^2$

Prob. 4.120 (a) dan:

$$F = \frac{\rho}{g} A v^2 = \frac{1,3}{9,81} (0,2826) (12)^2 \quad F = 5,39 \text{ kg}$$

* 4.123 Kanal genişliği = b , γ = Suyun bğıl ağırlığı

$$(\Delta m)y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)y_2$$

$$(\Delta m)y_1 + P_1 \Delta t - P_2 \Delta t = (\Delta m)y_2$$

$$Akım sabit olduğundan $Q = Av_1 = Av_2 \quad \Delta m = \frac{\rho}{g} Q \Delta t$$$

$$A_1 = b d_1, v_1 = \frac{Q}{b d_1}, \text{ O halde } A_2 = b d_2 \quad v_2 = \frac{Q}{b d_2}$$

$$P_1 = \frac{1}{2} (\gamma d_1) b d_1 = \frac{1}{2} \gamma b d_1^2 \quad P_2 = \frac{1}{2} \gamma b d_2^2$$

$$(1) \text{ de yerine konulursa } \left(\frac{\rho}{g} Q \Delta t \right) \left(\frac{Q}{b d_1} \right) + \frac{1}{2} \gamma b (d_1^2 - d_2^2) \Delta t = \left(\frac{\rho}{g} Q \Delta t \right) \left(\frac{Q}{b d_2} \right)$$

$$\frac{1}{2} b (d_1 + d_2) (d_1 - d_2) = \frac{\rho}{g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) Q^2 \Delta t \quad d_1 + d_2 = \frac{2 Q^2}{g d_1 d_2}$$

4.124 Prob. 4.123 den

$$d_1 + d_2 = \frac{2 Q^2}{g d_1 d_2}$$

$$\text{veya } Q^2 = \frac{1}{2} g (d_1 + d_2) d_1 d_2$$

$$d_1 = 50 \text{ cm}, d_2 = 100 \text{ cm}, b = 250 \text{ cm}$$

$$Q^2 = \frac{1}{2} (9,81) (100 + 50) (1)(2,5) = 23,99$$

$$Q = 4,79 \text{ m}^3/\text{san}$$

4.125

$$(\Delta m)y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)y_2$$

$$v_1 = 0, v_2 = v$$

$$(\Delta m)y_1 + P \Delta t = (\Delta m)y_2$$

x bileşenleri: $0 + P \Delta t = (\Delta m)v_2$ (1)

$$P = (\rho g h) \frac{\pi D^2}{4} \text{ olduğuna göre } v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$\text{Böylece } (\Delta m)v_2 = (\rho g h) \frac{\pi D^2}{4} \Delta t \quad v_2 = \sqrt{2gh} \quad \Delta t = \frac{P \Delta t}{\rho g h \frac{\pi D^2}{4}}$$

(1) de yerine konulursa: $(\rho g h) \frac{\pi D^2}{4} \Delta t = \rho \frac{\pi D^2}{4} (2gh) \Delta t$

$$D^2 = \frac{D^2}{2} \quad D = D/\sqrt{2}$$

4.126

$$(\Delta m)y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)y_2$$

$$v_1 = 0, v_2 = v$$

$$(\Delta m)y_1 + P \Delta t = (\Delta m)y_2$$

Düğüy bileşenler: $0 + P \Delta t = (\Delta m)v_2$ (1)

$$P = W = 700 \text{ kg} \quad \Delta m = \rho A v_2 \Delta t = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi (7)^2}{4} v_2 \Delta t$$

(1) de yerine konulursa: $700 \Delta t = \frac{1,3}{9,81} \frac{\pi (7)^2}{4} v_2 \Delta t$

$$v_2 = 137,33 \quad v_2 = 11,7 \text{ m/san}$$

4.127

Prob. 4.126 dan

Denk. (1) $0 + P \Delta t = (\Delta m)v_2$ (1)

$$v_2 = 50 \text{ m/san}$$

$$(\Delta m)v_2 = (\rho A v_2 \Delta t) v_2 = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi (7)^2}{4} v_2^2 \Delta t$$

$$= \frac{1,3}{9,81} \frac{\pi (7)^2}{4} (50)^2 \Delta t = 12742 \Delta t$$

(1) de yerine koyarak:

$$P \Delta t = 12742 \Delta t \quad P = 12742 \text{ kg}$$

Yısa $P = \text{Ağırlık} + \text{Yük}$

$$12742 = 700 + \text{Yük} \quad \text{Yük} = 12042 \text{ kg}$$

4.128

(a) $(\Delta m)y_1 + P \Delta t = (\Delta m)y_2$ (1)

$$y_1 = 0, v_2 = \frac{60000}{3600} = 16,67 \text{ m/san}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{15}{9} \text{ m}^3/\text{dak} = \frac{15}{9} \frac{1/\text{dak}}{60 \text{ g}} = \frac{15000}{540} = 27,78 \text{ kg/san}$$

(1) den: $P = \frac{\Delta m}{\Delta t} v_2 = (27,78)(16,67) = 425 \text{ kg}$

(b) Ek Güç = $\frac{P v_2}{75} = \frac{425(16,67)}{75} = 94,4 \text{ BB}$

4.129

(a) $(\Delta m)y_1 + F \Delta t = (\Delta m)y_2$

$$\text{Yısa } v_1 = 0 \text{ ve } v_2 = v$$

$$\text{Böylece } F = \frac{\Delta m}{\Delta t} v = \frac{dm}{dt} v$$

(b) $F ds = \left(v \frac{dm}{dt} \right) ds = (dm) v \frac{ds}{dt} = v^2 dm$

m_0 kütlelerini hareket ettirmek için gerekli iş $m_0 v^2$

4.130

(a) $(\Delta m)y_1 = 0$

$$(\Delta m)y_1 + \Sigma F \Delta t = (\Delta m)y_2$$

$$0 + P \Delta t = (\Delta m)v_2$$

$$P = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) v = \frac{W}{g} v \quad P = \frac{W}{g} v$$

(b)

$$P = \frac{W}{g} v = \frac{25 \text{ kg/san}}{9,81 \text{ m/san}^2} (2 \text{ m/san}) \quad P = 5,09 \text{ kg}$$

4.131

$$m v_1 + \Sigma F \Delta t = m v_2$$

$$m v_1 + W \Delta t = m v_2$$

Bandın L kadar gitmesi için gerekli zaman $t = \frac{L}{v}$

Bandın tüm ağırlığı $W = wt = w \frac{L}{v}$

Band boyunca bileşenler: $m v + W(\sin \theta) = (\Delta m) v + m v$

$$\sin \theta = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right) \frac{v}{W} = \left(\frac{W}{g} \right) \frac{v}{W L/v}$$

$$\sin \theta = \frac{v^2}{g L}$$

4.132

(a) Döşemeye değen zinciri dengede tutmak için gerekli kuvvet P ise $P = W(L - vt)$

(b) t anında döşeme üzerinde hareketsiz duran zincir parçasının ağırlığı $W = wt(vt) = wvt$

Δt zaman süresince döşeme üzerine yığılan ek zincir parçasının kütlesi

$$\Delta m = \frac{W}{g} v \Delta t$$

$$(\Delta m)v + W \Delta t = R \Delta t$$

$$\left(\frac{W}{g} v \right) v + (wvt) \Delta t = R \Delta t$$

y bileşenleri: $0 + (\Delta m)v + W \Delta t - R \Delta t = 0$

$$\left(\frac{W}{g} v \right) v + (wvt) \Delta t = R \Delta t$$

$$R = wvt + \frac{W}{g} v^2$$

4.132 (a) t anında düzleme üzerinde duran zincir ağırlığı ve düzğün düzsey hareket vektörüdür.

Δt zamanı süresince harekete geçirilen zincir ağırlığı

$$\Delta m = \frac{W}{g} \Delta t$$

$$\left(\frac{W \Delta t}{g}\right) v + \left(\frac{W \Delta t}{g}\right) v = \left(\frac{W \Delta t}{g}\right) v + \left(\frac{W \Delta t}{g}\right) v$$

$$y \text{ bileşenleri: } \uparrow \left(\frac{W \Delta t}{g}\right) v + P \Delta t - (W \Delta t) \Delta t = \left(\frac{W \Delta t}{g}\right) v + (\Delta m) v$$

$$(P - W \Delta t) \Delta t = (\Delta m) v$$

$$(P - W \Delta t) \Delta t = \left(\frac{W}{g} \Delta t\right) v$$

$$P = W \Delta t + \frac{W}{g} v^2$$

(b) t anında hâlâ düzleme üzerinde duran zincir ağırlığı

$$W = (l - vt)w, \text{ Yukarı doğru kuvvet} = (l - vt)w$$

4.134 Saniyede yanan yakıt kütlesi $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{1}{g}$

Özgül impuls $F = \frac{dm}{dt} u = \frac{1}{g} u$

4.135 Kısım 4.16 ya göre çekim, $-\frac{dm}{dt} u$ ya eşit olup bu, uşağın hızına bağlı değildir. Buna göre (a) ve (b)'nin her ikisinde:

Çekim $= -\frac{dm}{dt} u$

Çekim $= -\left(\frac{-10 \text{ kg/san}}{9.81 \text{ m/san}^2}\right)(1500 \text{ m/san}) = 1529 \text{ kg}$

4.136 İtme kuvveti taşıtın hızına bağlı değildir

Kısım 4.16 dan

İtme kuvveti $= -\frac{dm}{dt} u = -\left(\frac{12 \text{ kg/san}}{9.81 \text{ m/san}^2}\right)(2000 \text{ m/san}) = 2446 \text{ kg}$

$\Sigma F = ma$

$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{\Sigma F}{W/g} = g \frac{\Sigma F}{W}$

(a) Motor ateşlendiği anda $W = 400 \text{ kg}$

$a = (9.81) \frac{2446}{400} = 60 \text{ m/san}^2$

(b) Son yakıt tüketilince $W = 400 - 300 = 100 \text{ kg}$

$a = 9.81 \frac{2446}{100} = 240 \text{ m/san}^2$

4.37 Kısım 4.16 dan $\Sigma F = m \frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} u$

$\Sigma F = W$ ve $dv/dt = 0$ ile

$\frac{dm}{dt} = -\frac{W}{u} \quad (- \text{işareti yakıtın emilmeye püskür. tülüğünü ifade eder})$

(a) $W = 1000 + 4000 = 5000 \text{ kg} \quad u = 2000 \text{ m/san}$

$\frac{dm}{dt} = -\frac{5000}{2000} = -2.5$

Gerekli yakıt tüketim hızı $= \frac{5000}{2000} (9.81) = 24.53 \text{ kg/san}$

(b) $W = 1000 \text{ kg}$

$\frac{dm}{dt} = \frac{1000}{2000} = 0.5$

Gerekli yakıt tüketim hızı $= \frac{1000}{2000} (9.81) = 4.905 \text{ kg/san}$

4.138 Örnek Prob. 4.10 dan

$$v = u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt} - gt \quad (1)$$

$$u = 1500 \text{ m/san}, \quad m_0 = \frac{20 + 180}{g} = \frac{200}{g}, \quad g = \frac{4}{g}$$

$$\frac{m_0}{m_0 - gt} = \frac{200/g}{200/g - \frac{4}{g} t} = \frac{200}{200 - 4t}$$

Yakıtın tükenme zamanı $t = \frac{180 \text{ kg}}{4 \text{ kg/san}} = 45 \text{ san}$

(1) de yerine koyalım; $v_m = 1500 \ln \frac{200}{200 - 4(45)} - 3.81(45)$

$$v_m = 1500 \ln 10 - 441.5$$

$$v_m = 1500(2.303) - 441.5$$

$$v_m = 3454.5 - 441.5 = 3013 \text{ m/san}$$

4.139 Örnek Prob. 4.10 daki gibi

$$dv = \left(\frac{gu}{m_0 - gt} - g \right) dt$$

$t = 0$ için $v = v_0$ olduğundan

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t \left(\frac{gu}{m_0 - gt} - g \right) dt$$

$$v - v_0 = \left[-u \ln(m_0 - gt) - gt \right]_0^t$$

$$v = v_0 + u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt} - gt$$

4.140 (a) A roketi: Yakıtın bitiş $\frac{180 \text{ kg}}{4 \text{ kg/san}} = 45 \text{ san}$

$m_0 = (A + B)$ nin kütlesi $= 2 \frac{200}{g} = \frac{400}{g}$

$m_0 - gt = [400 - 4(45)]/g = \frac{220}{g}$; $u = 1500 \text{ m/san}$

Örnek Prob. 4.16 dan $t = 45 \text{ san}$ için

$$v = u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt} - gt = (1500) \ln \frac{400/g}{220/g} - (9.81)(45)$$

$$v = 1500 \ln 1.818 - 441.5 = 1500(0.598) - 441.5 = 837 - 441.5 = 456$$

Σu halde A roketi atıldığı anda $v = 456 \text{ m/san}$

(b) B roketi Prob. 4.138 deki roketin aynı olduğundan

$$u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt} - gt = 3013 \text{ m/san}$$

Oysa Prob. 4.139 da

$$v = v_0 + u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt} - gt \quad \text{bulduk}$$

(d) Şıkkında $v_0 = 456 \text{ m/san}$ bulmştuk

0. halde maksimum hız:

$$v = 456 + 3013 = 3469 \text{ m/san}$$

$$v_{\text{maks}} = 3469 \text{ m/san}$$

4.141 Δt zaman aralığında uzay taşıtını göz önüne alalım:

$$m \mathbf{v} = (m - \Delta m)(\mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}) + \Delta m(\mathbf{v} + \Delta \mathbf{v})$$

Momentumun korunumu:

$$m \mathbf{v} = (m - \Delta m)(\mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}) + \Delta m(\mathbf{v} + \Delta \mathbf{v})$$

$$m \mathbf{v} = m \mathbf{v} + m \Delta \mathbf{v} - \Delta m \mathbf{v} - \Delta m \Delta \mathbf{v} + \Delta m \mathbf{v} + \Delta m \Delta \mathbf{v}$$

$$0 = m \Delta \mathbf{v} + \Delta m \Delta \mathbf{v}$$

$$\Delta t \text{ ile bölünürse; } 0 = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \Delta m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

veya $0 = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + u \frac{dm}{dt}$

Kullanılan yakıt hızı: $\frac{dm}{dt} = g$,

$$0 = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + u g$$

Herhangibir t anında $m = m_s + m_f - gt$

(1) de yerine konulursa

$$(m_s + m_f - gt) \frac{d\mathbf{v}}{dt} + u g = 0$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t \left(\frac{u g}{m_s + m_f - gt} - g \right) dt$$

$$v - v_0 = \left[u \ln(m_s + m_f - gt) \right]_0^t$$

$$v - v_0 = u \ln \frac{m_s + m_f}{m_s + m_f - gt}$$

Yakıt tam olarak tükenince $gt = m_f$ ve $v = 0$

$$-v_0 = u \ln \frac{m_s}{m_s + m_f} \quad \text{veya} \quad \frac{v_0}{u} = \ln \frac{m_s + m_f}{m_s}$$

$$\frac{m_s + m_f}{m_s} = e^{v_0/u} \quad \text{veya} \quad \frac{m_f}{m_s} = e^{v_0/u} - 1$$

Not: Denk. 4.47 kullanılırsa $\Sigma F = 0$ ve $\frac{dm}{dt} = -g$ olur.

$$0 = m \frac{dv}{dt} + u g \quad \text{Bu ise (1) in aynısıdır}$$

4.142 İlk hız $= 24000 \text{ km/saat} = \frac{24000 \cdot 1000}{3600} = 6667 \text{ m/san}$

Hızdaki değişimi belirleyelim. Roket kapsülünün ateşleme hızı v_0 olsun.

$$\Sigma F + \frac{dm}{dt} u = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

Bu kuvvetler: $\Sigma F = 0$, $\frac{dm}{dt} = -g$, $u = u -$

t anındaki kütle: $m = m_0 - gt$

Böylece (1) den: $0 + (-g)(-u) = (m_0 - gt) \frac{dv}{dt}$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t \frac{gu}{m_0 - gt} dt$$

$$v_0 = - \left[u \ln(m_0 - gt) \right]_0^t = u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt}$$

Yakıt tüketilince; $m_0 - gt = m_0 - m_f = \frac{400 - 300}{g} = \frac{100}{g}$

$m_0 = 400 \text{ kg}$, $u = 2000 \text{ m/san}$

$$v_0 = (2000) \ln \frac{400}{100} = 2000 \ln 4 = 2000(1.386)$$

$$\text{Hız değişimi: } v_0 = 2772 \text{ m/san}$$

(d) Kapsül ileri fırlatılırsa:

$$v_{\text{son}} = v_0 + v_0 = 6667 + 2772 = 9439 \text{ m/san}$$

(b) Kapsül geri fırlatılırsa

$$v_{\text{son}} = v_0 - v_0 = 6667 - 2772 = 3895 \text{ m/san}$$

4.143

Örnek Prob. 4.9 dan

$$\text{Alınan güç} = Ap(v_1 - v)^2(1 - \cos \theta) V$$

Verilen güç, enjektörden bir saniyede çıkan suyun kinetik enerjisidir.

$$\text{Verilen güç} = \frac{1}{2} \rho p v^2 = \frac{1}{2} (A v_1) \rho v_1^2 = \frac{1}{2} A \rho v_1^3$$

$$\text{Verim: } \eta = \frac{Ap(v_1 - v)^2(1 - \cos \theta) V}{\frac{1}{2} A \rho v_1^3} = 2 \frac{v}{v_1} (1 - \frac{v}{v_1})^2 (1 - \cos \theta)$$

Alınan güç maksimum olunca verimde maksimum olur, yani $\theta = 180^\circ$ ve $\frac{v}{v_1} = \frac{1}{3}$ (Örnek Prob. 4.9 a b k z)

$$\eta_{\text{maks}} = 2 \left(\frac{1}{3} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 (1 + 1)$$

$$\eta_{\text{maks}} = \frac{16}{27}$$

4.144

Örnek Prob. 4.9 da uygulanan yöntemler burada da aynı geçerlidir.

$$(\Delta m) u - F_x \Delta t = (\Delta m) u \cos \theta$$

$$F_x = \frac{\Delta m}{\Delta t} u (1 - \cos \theta)$$

Oysa şimdi $\frac{\Delta m}{\Delta t} = A \rho v_1$ ve $u = v_1 - v$

$$\text{Böylece } F_x = A \rho v_1 (v_1 - v) (1 - \cos \theta)$$

$$\text{Alınan güç} = F_x v = A \rho v_1 (v_1 - v) (1 - \cos \theta) v$$

$$= A \rho v_1 (v_1 - v)^2 (1 - \cos \theta)$$

(a) Bunu türetir ve sıfıra eşit kılırsak

$$\frac{d(\text{Güç})}{dv} = A \rho v_1 (v_1 - 2v) (1 - \cos \theta) = 0$$

$$v = \frac{1}{2} v_1$$

(b) Maksimum güç

$$v_1 = \frac{1}{2} v_1 \text{ için } \text{Maks. Güç} = A \rho v_1 (v_1 - \frac{1}{2} v_1) (1 - \cos \theta) \frac{v_1}{2}$$

$$\text{Maks. güç} = \frac{1}{4} A \rho (1 - \cos \theta) v_1^3$$

(c) Verilen güç, enjektörden bir saniyede çıkan suyun kinetik enerjisidir

$$\text{Verilen güç} = \frac{1}{2} \rho p v^2 = \frac{1}{2} (A v_1) \rho v_1^2 = \frac{1}{2} A \rho v_1^3$$

$$\text{Verim: } \eta = \frac{\text{Alınan güç}}{\text{Verilen güç}}$$

$$\eta = \frac{A \rho v_1 (v_1 - v) (1 - \cos \theta) V}{\frac{1}{2} A \rho v_1^3}$$

$$\eta = 2 \frac{v}{v_1} (1 - \frac{v}{v_1}) (1 - \cos \theta)$$

Maksimum verim $\theta = 180^\circ$ ve $v = \frac{1}{2} v_1$ için elde edilir;

$$\eta_{\text{maks}} = 2 \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) (1 + 1) = 1$$

4.145 $t=0$ da $V=0$ ve $s=0$
 $t=t$ de (Örnek Prob. 4.10 dan)

$$v = \frac{ds}{dt} = u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt} - gt$$

$$\int_0^h ds = \int_0^t \left[u \ln \frac{m_0}{m_0 - gt} - gt \right] dt \quad (1)$$

$\ln x = -\ln \frac{1}{x}$ olduğu hatırlanır

$$s = -u \int_0^t \ln \frac{m_0 - gt}{m_0} dt - \frac{1}{2} gt^2 \quad (2)$$

$z = \frac{m_0 - gt}{m_0}$ değişken dönüşümü yapılırsa $dz = -\frac{g}{m_0} dt$
 ile (2)'denkleme

$$s = u \frac{m_0}{g} \int_1^z \ln z dz - \frac{1}{2} gt^2 \quad (3)$$

Oysa $\int \ln z dz = z \ln z - z$ den böylece

$$s = u \frac{m_0}{g} \left[(z \ln z - z) \right] - \frac{1}{2} gt^2$$

Oysa: $z = \frac{m_0 - gt}{m_0}$ olup

$$s = u \frac{m_0}{g} \left[\left(\frac{m_0 - gt}{m_0} \right) \ln \frac{m_0 - gt}{m_0} - \frac{m_0 - gt}{m_0} \right] - \frac{1}{2} gt^2$$

Limitler hesaplanırsa

$$s = u \frac{m_0}{g} \left[\left(\frac{m_0 - gt}{m_0} \right) \ln \frac{m_0 - gt}{m_0} - \frac{m_0 - gt}{m_0} + \frac{m_0}{m_0} \right] - \frac{1}{2} gt^2$$

$$s = u \frac{m_0}{g} \left[\left(\frac{m_0 - gt}{m_0} \right) \left(\ln \frac{m_0 - gt}{m_0} \right) - 1 + \frac{gt}{m_0} + 1 \right] - \frac{1}{2} gt^2$$

$$s = u \left\{ \left(\frac{m_0 - gt}{m_0} \right) \left(\ln \frac{m_0 - gt}{m_0} \right) + t \right\} - \frac{1}{2} gt^2$$

$$s = u \left\{ t - \left(\frac{m_0 - gt}{g} \right) \ln \frac{m_0 - gt}{m_0} \right\} - \frac{1}{2} gt^2$$

4.146 Göz önüne alınan süre içinde yarıya kadar
 etkilisinin ihmal edilebileceğini farzedeceğiz.
 O zaman kapsül ve taşıt bir dağru üzerinde hareket
 eder ve aralarındaki uzaklık Prob. 4.145 in cevabında
 $g=0$ yapılarak elde edilir.

$$s = u \left\{ t - \left(\frac{m_0 - gt}{g} \right) \ln \frac{m_0 - gt}{m_0} \right\}$$

Verilenler: $m_0 = 400/g$

300 kg yakıt 12 kg/san hızla tüketiliyor. O halde
 son yakıt

$$t = \frac{300 \text{ kg}}{12 \text{ kg/san}} = 25 \text{ san da atılır.}$$

$$g = \frac{12}{g} \quad u = 2000 \text{ m/san}$$

$$t = 25 \text{ san için } m_0 - gt = (400 - 12 \cdot 25)/g = 100/g$$

$$s = 2000 \left\{ 25 - \left(\frac{100/g}{12/g} \right) \ln \frac{400/g}{100/g} \right\}$$

$$s = 2000 \left\{ 25 - (8.333) \ln 4 \right\} = 2000 \left\{ 25 - (8.333)(1.386) \right\}$$

$$s = 2000 \left\{ 25 - 11.55 \right\} = 2000 (13.45)$$

$$s = 26900 \text{ m}$$

4.146 Değişik Çözüm

Kapsülün ivmesini hesaplayalım. Prob. 4.136 dan

$$ZF = \frac{(12)(2000)}{g}$$

Herhangi bir t anında: $Kütle = [(400 \text{ kg}) - (12 \text{ kg/san})t] \frac{g}{g}$

$$\text{Oysa } ZF = ma: \quad \frac{(12)(2000)}{g} = \frac{400 - 12t}{g} a$$

$$\frac{dv}{dt} = a = \frac{24000}{400 - 12t}$$

$$\int_0^t dv = 24000 \int_0^t \frac{dt}{400 - 12t}$$

$$v = 24000 \left(-\frac{1}{12} \right) \left[\ln(400 - 12t) \right]_0^t$$

$$\frac{ds}{dt} = v = -2000 \ln \frac{400 - 12t}{400} = -2000 \ln(1 - 0.03t)$$

$$\int_0^t ds = -2000 \int_0^t \ln(1 - 0.03t) dt$$

$$s = -2000 \left[\left(-\frac{1}{0.03} \right) \left[(1 - 0.03t) \ln(1 - 0.03t) - (1 - 0.03t) \right] \right]_0^t$$

$$t = \frac{200}{12} = 25 \text{ san için}$$

$$s = \frac{200000}{3} \left[(1 - 0.75) \ln(1 - 0.75) - (1 - 0.75) - (-1) + 1 \right]$$

$$s = \frac{200000}{3} \left[\frac{1}{4} \ln \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \right] \quad s = 26300 \text{ m}$$

4.147 Önce 4.46 formülünü uçağa göre uygulayarak
 itme gücünü hesaplayalım

$$P = ZF = \frac{dm}{dt} (V_2 - V_1)$$

$$V_1 = V \text{ ve } V_2 = u \text{ ile } P = \frac{dm}{dt} (u - V)$$

$$\text{Alınan Güç} = P_V = \frac{dm}{dt} (u - V)V$$

Verilen güç, alınan güç ile egzozdan bir saniye
 yede çıkan gazın kinetik enerjisinin toplamına
 eşittir. Gazın salt hızı $u - V$ olduğundan

$$\text{Kullanılmayan Güç} = \frac{1}{2} \left(\frac{dm}{dt} \right) (u - V)^2$$

Buna göre:

$$\text{Verilen güç} = \frac{dm}{dt} (u - V)V + \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} (u - V)^2$$

$$\text{Verim: } \eta = \frac{\text{Alınan Güç}}{\text{Verilen Güç}}$$

$$\eta = \frac{(u - V)V}{(u - V)V + \frac{1}{2} (u - V)^2} = \frac{V}{V + \frac{1}{2} (u - V)}$$

$$\eta = \frac{2V}{u + V}$$

$u = V$ ise $\eta = 1$ olur. Bu halde egzoz gazının salt
 hızı $u - V = 0$ dir. ve hiç güç kaybı yoktur. Fakat bu
 durumda itici güç ve alınan güç de sıfır olur. Ger-
 çekte $u > V$ için jet motoru çok sayıda baş-
 lüpe eşdeğerdir ve pratikte V hızı u dan da
 ha azdır. (Prob. 4.116 ye bak.)

4.148 Kısım 4.16 ya göre itici gücün şiddeti

$$P = \frac{dm}{dt} u$$

$$\text{Alınan güç} = P_V = \frac{dm}{dt} uV$$

Verilen güç, alınan güç ile egzoz gazlarının bir
 saniyedeki kinetik enerjisinin toplamıdır. Egzoz
 gazının salt hızı $u - V$ olduğundan

$$\text{Kullanılmayan güç} = \frac{1}{2} \left(\frac{dm}{dt} \right) (u - V)^2$$

$$\text{Böylece verilen güç} = \frac{dm}{dt} uV + \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} (u - V)^2$$

$$\text{Verim: } \eta = \frac{\text{Alınan Güç}}{\text{Verilen Güç}} = \frac{uV}{uV + \frac{1}{2} (u - V)^2}$$

$$\eta = \frac{2uV}{2uV + u^2 - 2uV + V^2} = \frac{2uV}{u^2 + V^2}$$

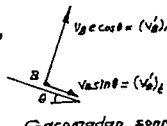
$u = V$ olunca $\eta = 1$ olur. Bu durumda çıkan gazların
 salt hızı $u - V = 0$ dir ve kullanılmayan güç yoktur.

4.149 B'deki çarpma:

$$V_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g(1\text{m})}$$



Çarpmadan önce



Çarpmadan sonra

Not: Plaga
 paralel bileşen
 değişmez.

V_0 nin x ve y bileşenleri:

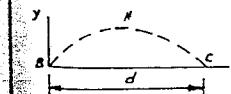
$$(V_0)_y = (V_0) \cos \theta - (V_0) \sin \theta = V_0 \cos^2 \theta - V_0 \sin^2 \theta$$

$$(V_0)_x = (V_0) \cos \theta + (V_0) \sin \theta = V_0 \sin \theta \cos \theta + V_0 \cos \theta \sin \theta$$

$$(V_0)_x = V_0 (1 + e) \sin \theta \cos \theta$$

$$(V_0)_y = V_0 (e \cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = V_0 [e \cos^2 \theta - \sin^2 \theta]$$

Topun B den C ye hareketi



Düsey hareket (Düz. değ.)

$$y = (V_0)_y t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$C \text{ de: } y = 0 = (V_0)_y t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$t = \frac{2(V_0)_y}{g}$$

Yatay hareket (Düzgün)

$$C \text{ de: } x = d, \quad t = \frac{2(V_0)_y}{g}$$

$$d = (V_0)_x \frac{2(V_0)_y}{g} = V_0 (1 + e) \sin \theta \cos \theta \left[\frac{2}{g} V_0 [(1 + e) \cos^2 \theta - 1] \right]$$

$$\frac{gd}{2V_0^2 \sin \theta \cos \theta} = (1 + e)^2 \cos^2 \theta - (1 + e) \text{ veya}$$

$$(1 + e)^2 - \frac{(1 + e)}{\cos^2 \theta} - \frac{gd}{2V_0^2 \sin \theta \cos \theta} = 0 \quad (1)$$

4.149 Devam

(1) denklemini $(1 + e)$ ye göre
 çözelim. Verilenler: $d = 12 \text{ m}$, $\theta = 15^\circ$, $V_0 = \sqrt{2g \cdot 1}$

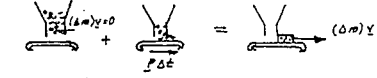
$$(1 + e)^2 - \frac{(1 + e)}{\cos^2 15^\circ} - \frac{g(12)}{2(2g)(1)(\sin 15^\circ)(\cos^2 15^\circ)} = 0$$

$$(1 + e)^2 - 1.072(1 + e) - 1.286 = 0$$

$$1 + e = 1.790$$

$$e = 0.79$$

4.150



x bileşenleri: $0 + P \Delta t = (\Delta m)V$

$$P = \frac{\Delta m}{\Delta t} V = \frac{dm}{dt} V$$

dt zamanında yapılan iş

$$dU = P ds = \left(\frac{dm}{dt} V \right) V dt = (dm)V^2$$

dt zamanında kazanılan kinetik enerji

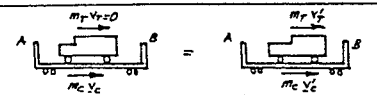
$$dE = \frac{1}{2} (dm)V^2$$

Bana göre kinetik enerji = $\frac{1}{2}$ Yapılan iş
 için diğer yarıyı, hareketli banda düşen kömürler
 band hızını kazınana kadar sürünme ile ısı
 şeklinde kaybolur.

4.151

T. Kamyon

C. Vagon



Kamyonun A ucuna çarpma

$$\text{Momentumun kor. } m_T v_T + m_C v_C = m_T v_T' + m_C v_C' \quad (1)$$

$$\text{Çarpma kats. } v_T' - v_C' = e(v_C - v_T) \quad (2)$$

$$v_C = 1 \text{ m/san}, \quad v_T = 0, \quad m_T = 20 \text{ ton}, \quad m_C = 40 \text{ ton} \quad (1')$$

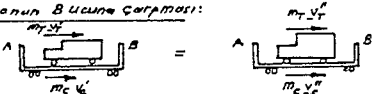
$$0 + 20000(1) = \frac{20000}{g} v_T' + \frac{40000}{g} v_C' \quad (2')$$

$$v_T' - v_C' = (1)(1 - 0) \quad (3')$$

$$v_T' = 1.333 \text{ m/san} \rightarrow, \quad v_C' = 0.333 \text{ m/san} \rightarrow$$

Kamyon A ucuna çarptıktan sonra, B ucuna
 çarpma kadar vagon ve kamyon yukarıki hız-
 larla hareket ederler.

Kamyonun B ucuna çarpması:



$$\text{Momentumun kor. } m_T v_T' + m_C v_C' = m_T v_T'' + m_C v_C'' \quad (3)$$

$$\text{Çarpma kats. } v_T'' - v_C'' = e(v_C' - v_T') \quad (4)$$

$$v_C' = 0.333, \quad v_T' = 1.333, \quad m_C = 40 \text{ ton}, \quad m_T = 20 \text{ ton kayarak} \quad (3')$$

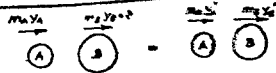
$$\left(\frac{20}{g} \right) (1.333) + \left(\frac{40}{g} \right) (0.333) = \frac{20}{g} v_T'' + \frac{40}{g} v_C'' \quad (4')$$

$$v_T'' - v_C'' = (1)(0.333 - 1.333) \quad (4')$$

$$\text{Bunlar çözüldürse } v_T'' = 0, \quad v_C'' = 1 \text{ m/san} \rightarrow$$

Bu ise başlangıçtaki harekete eşdeğerdir. Bu
 suretle vagonun A köşesi ile kamyon tekrar çarpıyorlar
 e=1 olduğuna göre sürünme yoktur ve bu hareket
 sonsuz süre devam eder.

4.152



Momentumun korunması:
Çarpışma kats. $e = \frac{v_B' - v_A'}{v_A - v_B} = 1$

$$(2) \quad v_B' - (-\frac{1}{2}v_A) = (1)v_A \quad v_B' = \frac{1}{2}v_A$$

$$(1) \quad \frac{0.050}{1} v_A = \frac{0.050}{1} (-\frac{1}{2}v_A) + \frac{0.050}{1} v_B' \quad v_A = 15.7$$

İlk kinetik enerji: $E_k = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$
B topunun son kinetik enerjisi:

$$E_k = \frac{1}{2} m_B v_B'^2 = \frac{1}{2} (0.050) (\frac{1}{2} v_A)^2 = \frac{1}{2} (0.050) (\frac{1}{2} 15.7)^2 = 0.31$$

0 halde B topu ilk kinetik enerjinin %25'ini almıştır.

4.153

DURUM (1) Zincirli cisim Δt zaman aralığında deliğe girer ve bir sistem olarak göz önüne alınır.

İmpuls ve Momentum İkesi



$$m v + m y \frac{dv}{dy} = 0$$

$$m v + m y \frac{dv}{dy} = 0 \quad m y \frac{dv}{dy} = -m v$$

Δt ile bölüp sıfıra geçelim:

$$m y \frac{dv}{dy} = -m v$$

$$\text{Böylece } m y \frac{dv}{dy} = -m v$$

$$g y dt = -v dy$$

$$d(yv) = y dv + v dy = -v dy + v dy = 0$$

çarpılırsa:

$$g y^2 = v^2$$

Sol tarafta $v = 0$ ise $y = 0$

$$\int_0^y g y^2 dy = \int_0^v v dv$$

Son bakla deliğe girinceye kadar düşer. $v = \sqrt{g y}$

$$v = \sqrt{g y} \quad v^2 = g y$$

$$2v \frac{dv}{dy} = g$$

DURUM (2): Tüm cisim deliğe girinceye kadar düşer.

$$v = \sqrt{g y}$$

$$v = \sqrt{g y}$$

$$v = \sqrt{g y}$$

$$v = \sqrt{g y}$$

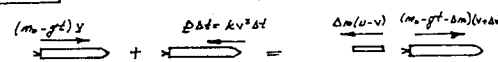
$$v = \sqrt{g y}$$

$$v = \sqrt{g y}$$

$$v = \sqrt{g y}$$

$$v = \sqrt{g y}$$

4.154

t anında kütle $m_0 - gt$ 

$$(1) \quad (m_0 - gt)v - kx \Delta t = -\Delta m(u-v) + (m_0 - gt - \Delta m)(v + \Delta v)$$

$$(2) \quad m_0 v - \frac{1}{2} k x \Delta t = -(\Delta m)u + (\Delta m)v + m_0 v + m_0 \Delta v - \frac{1}{2} k x \Delta t$$

$$-kx \Delta t = -(\Delta m)u + (m_0 - gt)\Delta v - \Delta m \Delta v$$

$$\Delta t \text{ ile bölüp sıfıra geçelim}$$

$$-kx = -\frac{dm}{dt}u + (m_0 - gt)\frac{dv}{dt} + 0$$

$$\frac{dm}{dt} = -g: \quad \frac{dv}{dt} = \frac{gu - kv}{m_0 - gt}$$

$$\int \frac{dv}{gu - kv} = \int \frac{dt}{m_0 - gt} \quad (1)$$

$$c^2 = \frac{gu}{k} \text{ koyarak her iki integrali hesaplayalım}$$

$$\int \frac{dv}{gu - kv} = \frac{1}{k} \int \frac{dv}{\frac{c^2}{v} - v} = \frac{1}{k} \left[\frac{1}{2c} \ln \frac{c+v}{c-v} \right] = \frac{1}{2ck} \ln \frac{c+v}{c-v}$$

$$\int \frac{dt}{m_0 - gt} = -\frac{1}{g} \left[\ln(m_0 - gt) \right] = -\frac{1}{g} \ln \frac{m_0 - gt}{m_0}$$

$$(1) \text{ de yerine koyalım: } \frac{1}{2ck} \ln \frac{c+v}{c-v} = -\frac{1}{g} \ln \frac{m_0 - gt}{m_0}$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \frac{2ck}{g} \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\text{Üst değer } \frac{2ck}{g} = 2cu \frac{k}{gu} = 2cu \left(\frac{1}{c^2} \right) = \frac{2u}{c} \text{ yazılırsa}$$

$$(2) \text{ den; } \frac{c+v}{c-v} = \left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2u/c}$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \frac{2ck}{g} \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

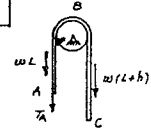
$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

$$\ln \frac{c+v}{c-v} = \ln \left[\left(\frac{m_0}{m_0 - gt} \right)^{2ck/g} \right]$$

4.156



Sabit v hızı için zincirin A noktasındaki çekme kuvveti:

$$T_A = m_0 v$$

Çekme kuvveti A'daki zinciri harekete getirir:

$$\frac{1}{2}(\Delta m)v^2 = 0 + \frac{1}{2}T_A \Delta x = \frac{1}{2}(\Delta m)v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

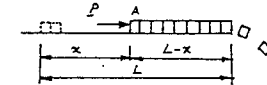
$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

$$T_A \Delta t = (\Delta m)v \quad T_A \Delta x = \left(\frac{m_0}{g} v \Delta x \right) v$$

4.158



Masa üzerinde bulunan blokların ağırlığı $= W \frac{L-x}{L}$

$$\Sigma F = ma: \quad P = \frac{W}{g} \frac{L-x}{L} a$$

$$v \frac{dv}{dx} = a = \frac{Pg}{W} \frac{1}{L-x}$$

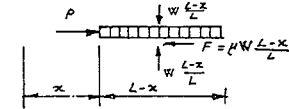
$$\int v dv = \frac{Pg}{W} \int \frac{1}{L-x} dx$$

$$\frac{1}{2} v^2 = -\frac{Pg}{W} \ln(L-x) \Big|_0^x = -\frac{Pg}{W} \ln \frac{L-x}{L}$$

$$x = \frac{L}{2} \quad \frac{1}{2} v^2 = -\frac{Pg}{W} \ln \frac{1}{2} = +\frac{Pg}{W} \ln 2$$

$$v^2 = \frac{2Pg}{W} \ln 2$$

4.159



$$\Sigma F = ma: \quad P - \mu W \frac{L-x}{L} = \frac{W}{g} \frac{L-x}{L} a$$

$$v \frac{dv}{dx} = a = \frac{Pg}{W} \frac{1}{L-x} - \mu g$$

$$\int v dv = \frac{Pg}{W} \int \frac{1}{L-x} dx - \mu g \int dx$$

$$\frac{1}{2} v^2 = -\frac{Pg}{W} \ln \frac{L-x}{L} - \mu g x$$

$$x = \frac{L}{2} \text{ de: } \frac{1}{2} v^2 = -\frac{Pg}{W} \ln \frac{1}{2} - \mu g \frac{L}{2} = +\frac{Pg}{W} \ln 2 - \frac{\mu g L}{2}$$

$$v^2 = 2 \frac{Pg}{W} \ln 2 - \mu g L$$

4.160

İmpuls ve Momentum İkesi



$$x \text{ bileşenleri } 0 + \int T dt = mv_x$$

$$\text{Verilenler: } v_x = 0.5 \text{ m/san, } m = \frac{(10)(\text{kg})}{g} = \frac{100}{g}$$

$$0 \text{ halde } \int T dt = \frac{100}{g} (0.5) = 5.2 \text{ kg san}$$

$$(a) \text{ Parabolik T-t eğrisi: } T_{\text{maks}} = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$\text{İmpuls: Eğri altındaki alan}$$

$$\int T dt = \frac{2}{3} T_{\text{maks}} t_1$$

$$5.2 = \frac{2}{3} (30) t_1$$

$$t_1 = 0.260 \text{ san}$$

$$(b) \text{ Üçgen şeklinde T-t eğrisi: } T_{\text{maks}} = 30 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$\text{İmpuls: Eğrinin altındaki alan}$$

$$\int T dt = \frac{1}{2} T_{\text{maks}} t_1$$

$$5.2 = \frac{1}{2} (30) t_1$$

$$t_1 = 0.347 \text{ san}$$

5.1 $\theta = 0.60 \sin(2\pi t/0.50) = 0.60 \sin 4\pi t$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 4\pi(0.60) \cos 4\pi t = 7.54 \cos 4\pi t$
 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -(4\pi)^2(0.60) \sin 4\pi t = -94.7 \sin 4\pi t$
 $\omega_{maks} = 7.54 \text{ radyan/san}$ $\alpha_{maks} = 94.7 \text{ radyan/san}^2$

5.2 $\theta = 0.80(1 - e^{-4t})$
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = +\frac{1}{4}(0.80)e^{-4t} = 0.20e^{-4t}$
 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{4}(0.20)e^{-4t} = -0.05e^{-4t}$
 (a) $t=0$: $\theta = 0.80(1-1) = 0$, $\omega = 0.20 \text{ rad/san}$ $\alpha = -0.05 \text{ rad/san}^2$
 (b) $t=4 \text{ san}$: $e^{-16} \approx 0.3679$ $\theta = 0.506 \text{ radyan}$
 $\omega = 0.0736 \text{ radyan/san}$ $\alpha = -0.01839 \text{ radyan/san}^2$
 (c) $t=\infty$: $\theta = 0.80 \text{ radyan}$ $\omega = \alpha = 0$

5.3 $\omega = \omega_0 + \alpha t$ (1)
 $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$ (2)
 (a) $\omega_0 = 0$, $\omega = 3600 \text{ devir/dak} = 60 \text{ devir/san}$, $t = 5 \text{ san}$
 (1) den: $60 = \alpha(5)$ $\alpha = 12 \text{ devir/san}^2$
 (2) den: $\theta = 0 + \frac{1}{2}(12)(5)^2$ $\theta = 150 \text{ devir}$
 (b) $\omega_0 = 60 \text{ devir/san}$ $\omega = 0$ $t = 70 \text{ san}$
 (1) den: $0 = 60 + \alpha(70)$ $\alpha = -\frac{6}{7} \text{ devir/san}^2$
 (2) den: $\theta = 60(70) + \frac{1}{2}(-\frac{6}{7})(70)^2$ $\theta = 2100 \text{ devir}$

5.4 $\omega = \int \alpha dt = \int k t dt = \frac{1}{2} k t^2$
 $\theta = \int \omega dt = \int \frac{1}{2} k t^2 dt = \frac{1}{6} k t^3$
 $t = 10 \text{ san}$ $20 \text{ dev} = \frac{1}{6} k (10)^3$ $k = 0.120 \text{ devir/san}^3$
 (a) $\theta = \frac{1}{6}(0.120)t^3 = 0.020 t^3$ (dev)
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 0.060 t^2$ (devir/san)
 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = 0.120 t$ (devir/san²)
 (a) $t = 20 \text{ san}$: $\omega = 0.060(20)^2 = 24 \text{ devir/san} = 1440 \text{ devir/dak}$
 (b) $\theta = 40 \text{ devir}$ $40 = 0.020 t^3$
 $t^3 = 2000$ $t = 12.60 \text{ san}$

5.5 $\vec{AB} = 6\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ (cm) $(AB) = 7 \text{ cm}$
 $\vec{\lambda}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{AB} = \frac{6}{7}\hat{i} + \frac{2}{7}\hat{j} + \frac{3}{7}\hat{k}$
 $\vec{\omega} = (14 \text{ radyan/san}) \vec{\lambda}_{AB} = 12\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$ (radyan/san)
 $\vec{r}_j = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ (cm)
 $\vec{v}_j = \vec{\omega} \times \vec{r}_j = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 12 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (12-12)\hat{i} + (18-36)\hat{j} + (12-12)\hat{k}$
 $\vec{v}_j = 6\hat{i} - 18\hat{j}$ (cm/san)
 $\vec{a}_j = \alpha \times \vec{r}_j + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_j) = \alpha \times \vec{r}_j + \vec{\omega} \times \vec{v}_j$
 $\alpha = 0$ olup
 $\vec{\omega} \times \vec{v}_j = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 12 & 4 & 6 \\ 6 & -18 & 0 \end{vmatrix} = (0+108)\hat{i} + (36-0)\hat{j} + (-216-24)\hat{k}$
 $\vec{a}_j = 108\hat{i} + 36\hat{j} - 240\hat{k}$ (cm/san²)

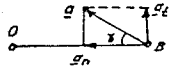
5.6 $\vec{AO} = 6\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}$ (cm) $AO = 9 \text{ cm}$
 $\vec{\lambda}_{AO} = \frac{\vec{AO}}{AO} = \frac{6}{9}\hat{i} - \frac{6}{9}\hat{j} + \frac{3}{9}\hat{k} = \frac{2}{3}\hat{i} - \frac{2}{3}\hat{j} + \frac{1}{3}\hat{k}$
 $\vec{\omega} = (+3 \text{ radyan/san}) \vec{\lambda}_{AO} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ (radyan/san)
 $\vec{r}_{AC} = 6\hat{i} + 3\hat{k}$ (cm)
 $\vec{v}_C = \vec{\omega} \times \vec{r}_{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 1 \\ 6 & 0 & 3 \end{vmatrix} = (-6-0)\hat{i} + (6-12)\hat{j} + (0+12)\hat{k}$
 $\vec{v}_C = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 12\hat{k}$ (cm/san)
 $\vec{a}_C = \alpha \times \vec{r}_{AC} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{AC}) = \alpha \times \vec{r}_{AC} + \vec{\omega} \times \vec{v}_C$
 $\alpha = 0$ dir.
 $\vec{\omega} \times \vec{v}_C = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 1 \\ -6 & 0 & 12 \end{vmatrix} = (-24-0)\hat{i} + (-6-24)\hat{j} + (0-12)\hat{k}$
 $\vec{a}_C = -24\hat{i} - 30\hat{j} - 12\hat{k}$ (cm/san²)

5.7 Hız: Prob. 5.5 e bkt. $\vec{v}_j = 6\hat{i} - 18\hat{j}$ (cm/san)
 ivme:
 $\vec{a}_j = \alpha \times \vec{r}_j + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_j) = \alpha \times \vec{r}_j + \vec{\omega} \times \vec{v}_j$
 Oysa: $\alpha = (+70 \text{ radyan/san}^2) \vec{\lambda}_{AB} = 60\hat{i} + 20\hat{j} + 30\hat{k}$ (radyan/san²)
 $\vec{a}_j = \alpha \times \vec{r}_j + \vec{\omega} \times \vec{v}_j = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 60 & 20 & 30 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 12 & 4 & 6 \\ 6 & -18 & 0 \end{vmatrix}$
 $= (60-30)\hat{i} + (90-180)\hat{j} + (60+108)\hat{k} + (-216-24)\hat{k}$
 $\vec{a}_j = 138\hat{i} - 90\hat{j} - 240\hat{k}$ (cm/san²)

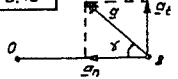
5.8 Hız: Prob. 5.6 ya bkt. $\vec{v}_C = -6\hat{i} + 12\hat{j}$ (cm/san)
 ivme:
 $\vec{a}_C = \alpha \times \vec{r}_{AC} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{AC}) = \alpha \times \vec{r}_{AC} + \vec{\omega} \times \vec{v}_C$
 Oysa: $\alpha = (-6 \text{ radyan/san}^2) \vec{\lambda}_{AO} = -4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ (radyan/san²)
 $\vec{a}_C = \alpha \times \vec{r}_{AC} + \vec{\omega} \times \vec{v}_C = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -4 & 4 & -2 \\ 6 & 0 & 9 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 1 \\ -6 & 0 & 12 \end{vmatrix}$
 $= (12-0)\hat{i} + (-12+12)\hat{j} + (0-24)\hat{k} + (-6-24)\hat{j} + (0-12)\hat{k}$
 $\vec{a}_C = -12\hat{i} - 30\hat{j} - 36\hat{k}$ (cm/san²)

5.9 $\omega = \frac{2\pi}{(23.93)(3600)} = 7.29(10)^{-5} \text{ radyan/san}$
 $r = 6370000 \text{ m} = 6.37(10)^6 \text{ m}$
 (a) Ekvatorda
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = -\omega r \hat{k} = -464 \hat{k}$ (m/san)
 $\vec{a} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -\omega^2 \vec{r}$
 $\vec{a} = -0.0338 \hat{i}$ (m/san²)
 (b) Ankarada
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = -\omega r \sin 50^\circ \hat{k} = -354 \hat{k}$ (m/san)
 $\vec{a} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = -\omega^2 r \sin 50^\circ \hat{k}$
 $\vec{a} = -0.0259 \hat{k}$ (m/san²)
 (c) Kuzey Kutbunda
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = 0$
 $\vec{a} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = 0$

5.10 $\omega = \frac{2\pi}{(365.24)(24)(3600)} = 1.99(10)^{-7} \text{ rad/san}$
 $\vec{v} = r\omega = 15(10)^3(1.99)(10)^{-7} = 2.985 \text{ km/san}$
 $\vec{v} = 107.514 \text{ km/san}$
 $\vec{a} = \alpha \times \vec{r} = 15(10)^3(1.99)(10)^{-7} = 0.00535 \text{ m/san}^2$
 $\vec{a} = 0.00535 \text{ m/san}^2$

5.11 Düzgün değişen hareket
 $\omega_0 = 0$ $\omega = \alpha t$
 $\alpha_n = r\omega^2 = r(\alpha t)^2 = r\alpha^2 t^2$ $a_t = r\alpha$

 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{r^2 \alpha^4 t^4 + r^2 \alpha^2}$
 $a = r\alpha \sqrt{1 + \alpha^2 t^2}$
 (b) $\tan \gamma = \frac{a_t}{a_n} = \frac{r\alpha}{r\alpha^2 t^2} = \frac{1}{\alpha t^2}$ $\gamma = \text{Arcotg}(1/\alpha t^2)$

5.12 Prob. 5.11 den:
 $a = r\alpha \sqrt{1 + \alpha^2 t^2}$
 $4.5 = 0.15(4) \sqrt{1 + \alpha^2 t^4}$
 $(\frac{4.5}{0.6})^2 - 1 = 16 \alpha^2 t^4$
 $t^4 = \frac{55.25}{16}$ $t = 1.362 \text{ san}$
 $\omega = \alpha t = 4(1.362)$ $\omega = 5.45 \text{ radyan/san}$

5.13 
 $\gamma = 45^\circ$ ise
 $a_n = a_t$
 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{2} a_t$
 Prob. 5.12 deki değerler: $\alpha = 4.5 \text{ m/san}^2$, $r = 0.15 \text{ m}$
 $4.5 = \sqrt{2}(0.15)\alpha$ $\alpha = 15\sqrt{2} = 21.2 \text{ rad/san}^2$
 $a_n = a_t$ olduğundan $r\omega^2 = r\alpha$, $\omega^2 = \alpha$
 $\omega^2 = 21.2$ $\omega = 4.61 \text{ radyan/san}$

5.14 $\alpha = 10 e^{-t} \text{ (rad/san}^2)$
 $\omega = \int \alpha dt = 10 \int e^{-t} dt = -10 [e^{-t}]_0^t = 10(1 - e^{-t}) \text{ rad/san}$
 $a_n = r\omega^2 = (0.6 \text{ m}) 10^2 (1 - e^{-t})^2$
 $a_t = r\alpha = (0.6 \text{ m}) 10 e^{-t}$
 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 6 \sqrt{100(1 - e^{-t})^4 + e^{-2t}}$
 (a) $t = 0$: $a = 6 \sqrt{100(1-1)^4 + 1} = 6 \text{ m/san}^2$
 (b) $t = 1 \text{ san}$: $a = 6 \sqrt{100(1 - \frac{1}{e})^4 + \frac{1}{e^2}}$
 $= 6 \sqrt{100(0.63212)^4 + 0.1353}$
 $= 6 \sqrt{15.366 + 0.135} = 6(4.0125)$
 $a = 24.075 \text{ m/san}^2$
 (c) $t = \infty$ $a = 6 \sqrt{100(1-0)^4 + 0}$
 $a = 60 \text{ m/san}^2$

5.15 (a) $r_A \omega_A = r_B \omega_B$ $\omega_B = \frac{r_A}{r_B} \omega_A$
 (b) $a_A = r_A \omega_A^2 = r_A (\frac{r_B}{r_A} \omega_B)^2$ $a_A = \frac{r_B^2}{r_A} \omega_B^2$

5.16 $\Delta \omega = 500 - 200 = 300 \text{ devir/dak} = 3.142 \text{ rad/san}$
 $\alpha_B = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{3.142 \text{ rad/san}}{10} = 0.3142 \text{ rad/san}^2$
 (a) $\alpha_A = \frac{r_B}{r_A} \alpha_B = \frac{5}{15}(3.142) = 1.047 \text{ radyan/san}^2$
 (b) $(\omega_A)_0 = \frac{r_B}{r_A} (\omega_B)_0 = \frac{5}{15}(200 \text{ devir/dak}) = 66.67 \text{ dev/dak} = 6.58 \text{ rad/san}$
 $\theta_A = (\omega_A)_0 t + \frac{1}{2} \alpha_A t^2 = 6.98(10) + \frac{1}{2}(1.047)(10)^2$
 $= 63.8 + 52.35 = 116.15 \text{ radyan}$ $\theta_A = 19.44 \text{ devir}$

5.17 Yık: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ $a = \frac{32}{16} = 2 \text{ m/san}^2$
 $16 = 0 + 0 + \frac{1}{2} a (4)^2$
 Tarihur: $a = r\alpha$ $\alpha = \frac{a}{r} = \frac{2}{1}$ $\alpha = 2 \text{ radyan/san}^2$
 $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 2(3) = 6$ $\omega = 6 \text{ radyan/san}$

5.18 $\omega_0 = 120 \text{ devir/dak} = 2(2\pi) = 12.57 \text{ rad/san}$
 $s = r\theta$ $\theta = \frac{s}{r} = \frac{20}{1} = 20 \text{ radyan}$
 (a) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
 $0 = (12.57)^2 + 2\alpha(20)$
 $\alpha = \frac{-(12.57)^2}{40}$ $\alpha = -3.95 \text{ rad/san}^2$
 (b) $\omega = \omega_0 + \alpha t$
 $0 = 12.57 - 3.95 t$ $t = 3.18 \text{ san}$

5.19 A tekerleği: $\omega_A = 600 \text{ dev/dak} = 20\pi = 62.8 \text{ radyan}$
 $\omega = \omega_0 + \alpha t$; $0 = 62.8 + \alpha_A(40)$ $\alpha_A = -1.57 \text{ rad/san}^2$
 B tekerleği: $\omega_B = 0$ $\alpha_B = 2 \text{ radyan/san}^2$
 $\omega_B = 2t$
 (a) $r_A \omega_A = r_B \omega_B$: $10(62.8 - 1.57t) = 6(2t)$
 $314 = 13.85t$ $t = 22.7 \text{ san}$
 (b) $\omega_A = 62.8 - 1.57(22.7) = 62.8 - 35.6 = 27.2 \text{ rad/san}$
 $\omega_B = 2t = 2(22.7)$ $\omega_B = 45.4 \text{ rad/san}$

5.20 (a) A tekerleği: $\omega_A = 300 \text{ dev/dak} = 3.142 \text{ rad/san}$
 $t = 3 \text{ san}$ de, $\omega_B = 50 \text{ devir/dak} = 6.28 \text{ rad/san}$
 $\omega_A = \omega_0 + \alpha_A t$: $6.28 = 3.142 + \alpha_A(3)$
 $\alpha_A = -0.38$ $\alpha_A = 0.38 \text{ rad/san}^2$
 B tekerleği: $\omega_0 = 300 \text{ dev/dak} = 3.142 \text{ rad/san}$
 $t = 3 \text{ san}$ de, $\omega_B = \frac{10}{6} \omega_A = \frac{5}{3}(6.28) = 10.47 \text{ rad/san}$
 $\omega_B = \omega_0 + \alpha_B t$ $-10.47 = 3.142 + \alpha_B(3)$
 $\alpha_B = -13.96$ $\alpha_B = 13.96 \text{ rad/san}^2$
 (b) $\omega_B = 3.142 - 13.96t = 0$
 $t = \frac{3.142}{13.96}$ $t = 2.25 \text{ san}$

*5.21 $w = \frac{v}{r}$ $v = \text{Sabit olduğundan}$

$$\alpha = \frac{dw}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{v}{r} \right) = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = -\frac{v}{r^2} \frac{dr}{dt}$$

dt zamanında açılan kâğıdın hacmi

Hacim = $2\pi r(-dr) = \alpha(vdt)$

Böylece: $\frac{dr}{dt} = -\frac{\alpha v}{2\pi r}$

dr/dt nin bu değeri (1) de yerine konursa

$$\alpha = -\frac{v}{r^2} \left(-\frac{\alpha v}{2\pi r} \right) \quad \alpha = \frac{\alpha v^2}{2\pi r^3}$$

*5.22 (a) $\theta = \theta_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \theta_0 \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi t}{T}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -\theta_0 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin \frac{2\pi t}{T}$$

$$a_n = r\omega^2 = r\theta_0^2 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cos^2 \frac{2\pi t}{T}$$

$$a_t = r\alpha = -r\theta_0 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sin \frac{2\pi t}{T}$$

$$a_g = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = r\theta_0 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \sqrt{\cos^2 \frac{2\pi t}{T} + \sin^2 \frac{2\pi t}{T}}$$

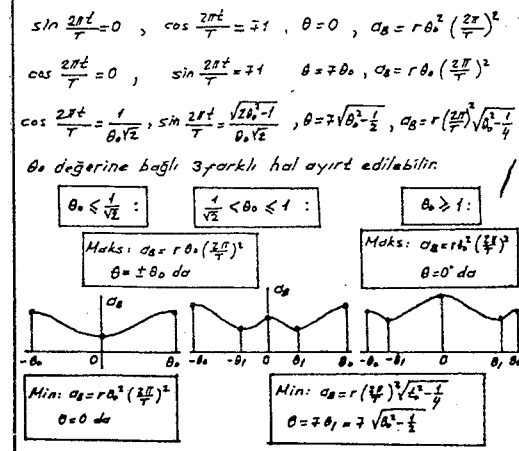
(b) $da_g/dt = 0$ kayalım:

$$\frac{d}{dt} \left[\theta_0^2 \cos^2 \frac{2\pi t}{T} + \sin^2 \frac{2\pi t}{T} \right] = 0$$

$$-4\theta_0^2 \frac{2\pi}{T} \cos^2 \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi t}{T} + 2\frac{2\pi}{T} \sin^2 \frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi t}{T} = 0$$

$$-2\frac{2\pi}{T} (\sin^2 \frac{2\pi t}{T}) (\cos \frac{2\pi t}{T}) + 2\theta_0^2 \cos^2 \frac{2\pi t}{T} (-1) = 0$$

Her paranteze sıfır koyarak ve (1) ile (2) yi kullanarak aşağıdaki ekstremumlar hesaplanır.



5.23 $y_A = \frac{90 \text{ km/h}}{3600} \times 1000 = 25 \text{ m/s}$

$$\frac{v_A}{r} = \frac{25 \text{ m/s}}{r} = \frac{25}{r} \quad \omega = \frac{25}{r} \text{ rad/s}$$

$$y_B = y_A + y_{BA} = [25 \rightarrow] + [r \left(\frac{25}{r} \right) \rightarrow] = 50 \text{ m/s}$$

$$y_C = y_A + y_{CA} = [25 \rightarrow] + [25 \rightarrow] = 0$$

$$y_D = y_A + y_{DA} = [25 \rightarrow] + [25 \rightarrow] = 50 \text{ m/s}$$

$2\theta = 30^\circ$ $\theta = 15^\circ$

$$y_B = 2(25) \cos 15^\circ = 48.3 \text{ m/s}$$

$$y_D = 48.3 \text{ m/s}$$

$$y_E = y_A + y_{EA} = [25 \rightarrow] + [25 \rightarrow] = 50 \text{ m/s}$$

$$v_E = 25\sqrt{2} = 35.35 \text{ m/s}$$

$$y_E = 35.35 \text{ m/s}$$

5.24 Prob. 5.23 ün çözümü r den bağımsız olduğundan yarıçapın bu yeni değeri içinde sonuç aynı geçerlidir. Şu halde cevaplar 5.23 ün aynıdır.

5.25 $y_A = y_B + y_{AB}$

$$v_A \cos 60^\circ = [75 \text{ cm/s} \rightarrow] + [(60 \text{ cm}) \omega \cos 60^\circ]$$

$\omega = 1.25 \text{ rad/s}$

(b) $v_A = 75 \text{ cm/s}$ $y_A = 75 \text{ cm/s}$

5.26 $y_A = y_B + y_{AB}$

$$y_A \cos 60^\circ = [75 \text{ cm/s} \rightarrow] + [(60 \text{ cm}) \omega \cos 45^\circ]$$

$\omega = 1.12 \text{ rad/s}$

(b) $y_A = 54.9 \text{ cm/s}$ $y_B = 54.9 \text{ cm/s}$

5.27 $y_C = y_A + y_{AC} = y_A + \omega \times r_{AC} = y_A + \omega \times (2i + 6j)$

$$16j + (v_C)_y j = 4j + (v_A)_y j + 2\omega j - 6\omega i$$

i nin katsayıları eşitlenirse $16 = 4 - 6\omega$ $\omega = -2$

$$\omega = -2 \text{ (radyan/san)}$$

j nin katsayıları eşitlenirse $-3 = (v_A)_y + 5\omega = (v_A)_y - 10$

$$(v_A)_y = 7$$

$y_A = (v_A)_x i + (v_A)_y j$ $y_A = 4i + 7j \text{ cm/san}$

5.28 Keyfi bir nokta P(x,y) ile gösterilirse

$$r_{PA} = x i + y j$$

Prob. 5.27 den $y_A = 4i + 7j$ $\omega = -2$

$$y_P = y_A + y_{PA} = y_A + \omega \times r_{PA} = 4i + 7j + (-2k) \times (x i + y j)$$

$$(v_P)_x i + (v_P)_y j = 4i + 7j - 2x j + 2y i$$

Birim vektörün katsayıları eşitlenirse $(v_P)_x = 4 + 2y$

$$(v_P)_y = 7 - 2x$$

$(x-3.5)^2 + (y+2)^2 = 15$

5.29 $\omega_A = 3600 \text{ dev/dak} = 120\pi = 377 \text{ rad/san}$

Bilya ve iç yataklar arasındaki A noktası:

$$v_A = (2.5 \text{ cm}) (377 \text{ rad/san}) = 942 \text{ cm/san}$$

Bilya ve dış yataklar arasındaki B noktası: $v_B = 0$

Bilyayı göre önüne alalım

$$y_A = y_B + y_{AB}$$

$$942 = 0 + (1) \omega_B$$

$$\omega_B = 942 \text{ radyan/san}$$

$$y_C = y_B + y_{BC}$$

$$= 0 + (0.5) \omega_B$$

$$y_C = (0.5) (942)$$

(a) $y_C = 471 \text{ cm/san}$

(b) $\omega_B = (942 \text{ radyan/san}) \left(\frac{60}{2\pi} \right) = 9000 \text{ dev/dak}$

(c) C nin tamamladığı çemberin çevresi = $2\pi (2.5 + 0.5) = 6\pi \text{ cm}$

C nin dakikada çizdiği çember sayısı:

$$= \frac{(471 \text{ cm/san}) (60 \text{ san/dak})}{6\pi} = 1500 \text{ dev/dak}$$

5.30

A diğlisi: $y_B = \omega r_A \rightarrow$

Planet: $y_D = y_E + y_{DE}$

$$\omega r_A = 0 + (2b) \omega_B$$

$$\omega_B = \frac{a}{2b} \omega_A$$

(1)

$$y_B = y_E + y_{BE}$$

$$y_B = 0 + (b) \omega_B = b \left(\frac{a}{2b} \right) \omega_A$$

$$y_B = \frac{1}{2} a \omega_A \rightarrow$$

(2)

Kol: $y_B = (a+b) \omega_C \rightarrow$

y_B nin (2) deki değeri yerine konursa

$$\frac{1}{2} a \omega_A = (a+b) \omega_C$$

$$\omega_C = \frac{a}{2(a+b)} \omega_A$$

(3)

(3) ve (1) de $a=b$ konulursa:

(a) $\omega_C = \frac{1}{4} \omega_A$

(b) $\omega_C = \frac{1}{2} \omega_A$

5.31 (a) Prob. 5.30 da Denk. (3) de $\omega_C = \frac{a}{2(a+b)} \omega_A$ konursa

$$\frac{1}{2} a \omega_A = \frac{a}{2(a+b)} \omega_A$$

$$2a + 2b = 5a$$

$$2b = 3a$$

(b) Prob. 5.30 deki denk. (1) de $b = \frac{3}{2} a$ koyarak

$$\omega_C = \frac{a}{2(a+b)} \omega_A$$

5.32

ABC çubuğu $\omega_{ABC} = 10 \text{ dev/dak}$

$$y_B = (A+B) \omega_{ABC}$$

$$= 4g \omega_{ABC}$$

$$y_C = (A+2B+C) \omega_{ABC}$$

$$= 6g \omega_{ABC}$$

B diğlisi

$$y_B = y_D + y_{BD}$$

$$4g \omega_{ABC} = 0 + g \omega_B$$

$$\omega_B = 4 \omega_{ABC} = 4 (10 \text{ dev/dak})$$

$$\omega_B = 40 \text{ dev/dak}$$

Buna göre $y_E = y_B + y_{BE}$

$$= 0 + 2g \omega_B$$

$$= 2g (4 \omega_{ABC}) = 8g \omega_{ABC}$$

(1)

C diğlisi

$$y_C = y_E + y_{EC}$$

$$y_C = 6g \omega_{ABC} + g \omega_C$$

y_C nin (1) deki değeri yerine konur ve $g_B = g_C$ olduğuna dikkat edilirse $8g \omega_{ABC} = 4g \omega_{ABC} + g \omega_C$

$$\omega_C = 2 \omega_{ABC} = 2 (10 \text{ dev/dak})$$

$$\omega_C = 20 \text{ dev/dak}$$

5.33 $\omega_{AB} = 200 \text{ dev/dak} = 20.94 \text{ radyan/san}$

$$y_A = r \omega_{AB} = (12) (20.94) = 251.2 \text{ cm/san}$$

(a) $\theta = 0$

$$y_B = y_A + y_{AB}$$

$$y_B = [251.2 \rightarrow] + [v_{AB} \rightarrow]$$

$$v_{AB} = 0 \quad \omega_{AB} = 0$$

$$y_B = 251.2 \text{ cm/san} \rightarrow$$

(b) $\theta = 90^\circ$

$$\sin \theta = \frac{12 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = 0.4 \quad \theta = 23.6^\circ$$

$$y_A = y_B + y_{AB}$$

$$y_B = [251.2 \rightarrow] + [(20 \text{ cm}) \omega_{AB} \rightarrow]$$

$$y_{AB} = 30 \omega$$

$$\theta = 23.6^\circ$$

$$y_B = 251.2$$

$30 \omega_{AB} = 251.2 \text{ sec } 23.6^\circ$

$$\omega_{AB} = 3.18 \text{ rad/san}$$

$$y_B = 251.2 \text{ cm/san}$$

$$y_B = 103.6 \text{ cm/san} \rightarrow$$

(c) $\theta = 180^\circ$

$$y_B = y_A + y_{AB}$$

$$y_B = [251.2 \rightarrow] + [v_{AB} \rightarrow]$$

$$v_{AB} = 0 \quad \omega_{AB} = 0$$

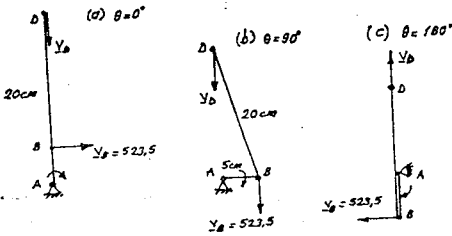
$$y_B = 251.2$$

$$y_B = 251.2 \text{ cm/san} \rightarrow$$

5.34

$$\omega_{AB} = 1000 \text{ dev/dak} = 104,7 \text{ rad/san}$$

$$V_B = b\omega_{AB} = (5 \text{ cm})(104,7) = 523,5 \text{ cm/san}$$



(a) $\theta = 0^\circ$: $V_B = V_A + V_{B/A}$
 $V_B \uparrow = [523,5 \rightarrow] + [(20 \text{ cm}) \omega_{AB} \leftarrow]$

Buna göre: $V_B = 0$ $V_P = V_B = 0$ $V_P = 0$
 $0 = 523,5 - 20\omega_{AB}$ $\omega_{AB} = 26,2 \text{ rad/san}$

(b) $\theta = 90^\circ$: $V_B = V_A + V_{B/A}$
 $V_B \uparrow = [523,5 \leftarrow] + [(20 \text{ cm}) \omega_{AB} \uparrow]$

Buna göre: $V_B = 523,5$ $V_P = 523,5 \text{ cm/san}$
 $20\omega_{AB} = 0$ $\omega_{AB} = 0$

(c) $\theta = 180^\circ$: $V_B = V_A + V_{B/A}$
 $V_B \uparrow = [523,5 \leftarrow] + [(20) \omega_{AB} \rightarrow]$

Böylece: $V_B = 0$ $V_P = 0$
 $0 = 523,5 + 20\omega_{AB}$ $\omega_{AB} = 26,2 \text{ rad/san}$

5.35

$$\omega_{AB} = 200 \text{ dev/dak} = 20,94 \text{ rad/san}$$

$$V_B = r\omega_{AB} = (12)(20,94) = 251,2 \text{ cm/san}$$

$$V_B = 251,2 \text{ cm/san} \angle 60^\circ$$

Mafsalın geometrisinden

$$EB = 12 + 12 \cos 30^\circ$$

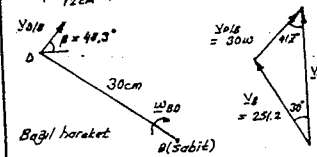
$$= 12 + 10,4 = 22,40 \text{ cm}$$

$$\sin \theta = \frac{EB}{DB} = \frac{22,40}{30} = 0,747$$

$$\theta = 48,3^\circ$$

$$V_B = V_A + V_{B/A}$$

$$V_B \uparrow = [251,2 \angle 48,3^\circ] + [30 \omega_{AB} \angle 42^\circ]$$



$$30\omega_{AB} = 188,8$$

$$V_B = 358,6$$

$$\omega_{AB} = 2,63 \text{ rad/san}$$

$$V_P = 358,6 \text{ cm/san}$$

5.36

$$\omega_{AB} = 1000 \text{ dev/dak} = 104,72 \text{ rad/san}$$

$$V_B = b\omega_{AB} = (5 \text{ cm})(104,72) = 523,6 \text{ cm/san}$$

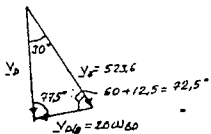
$$V_B = 523,6 \text{ cm/san} \angle 60^\circ$$

ABD üçgeninden (sinüs teoremi)

$$\frac{\sin \theta}{5 \text{ cm}} = \frac{\sin 60^\circ}{20 \text{ cm}} \quad \theta = 17,5^\circ$$

$$V_D = V_B + V_{D/B}$$

$$V_D \uparrow = [523,6 \angle 17,5^\circ] + [20\omega_{BD} \uparrow]$$



Sinüs teoremi

$$\frac{523,6}{\sin 77,5^\circ} = \frac{20\omega_{BD}}{\sin 30^\circ} = \frac{V_D}{\sin 72,5^\circ}$$

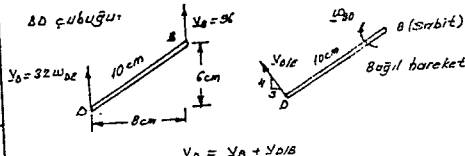
$$V_P = V_D = 511,5 \text{ cm/san}$$

$$\omega_{BD} = 13,41 \text{ rad/san}$$

5.37

$$AB \text{ çubuğu: } V_B = (24 \text{ cm})(4 \text{ rad/san}) = 96 \text{ cm/san} \uparrow$$

$$DE \text{ çubuğu: } V_D = (32 \text{ cm})(\omega_{DE}) = 32\omega_{DE} \uparrow$$



$$V_D = V_B + V_{D/B}$$

$$32\omega_{DE} \uparrow = [96 \uparrow] + [40\omega_{BD} \angle 30^\circ]$$

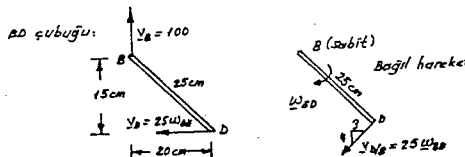
$$\omega_{DE} = 3 \text{ rad/san} \quad \omega_{BD} = 0$$

5.38

$$AB \text{ çubuğu: } V_B = (25 \text{ cm})(4 \text{ rad/san}) = 100 \text{ cm/san} \uparrow$$

$$DE \text{ çubuğu: } \omega_{DE} \text{ kabul edelim.}$$

$$V_D = (25 \text{ cm}) \omega_{DE} = 25\omega_{DE} \leftarrow$$



$$V_D = V_B + V_{D/B}$$

$$25\omega_{DE} \leftarrow = [100 \uparrow] + [25\omega_{BD} \angle 30^\circ]$$

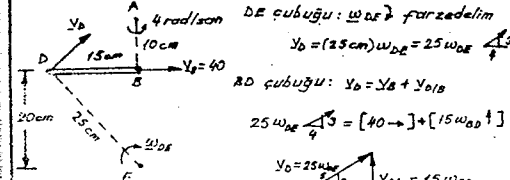
Benzer üçgenlerden

$$\frac{25\omega_{BD}}{5} = \frac{25\omega_{DE}}{3} = \frac{100}{4}$$

$$\omega_{BD} = 5 \text{ rad/san} \quad \omega_{DE} = 3 \text{ rad/san}$$

5.39

$$AB \text{ çubuğu } V_B = (10 \text{ cm})(4 \text{ rad/san}) = 40 \text{ cm/san}$$



$$DE \text{ çubuğu: } \omega_{DE} \text{ farzedelim}$$

$$V_D = (25 \text{ cm}) \omega_{DE} = 25\omega_{DE} \angle 30^\circ$$

$$AD \text{ çubuğu: } V_D = V_A + V_{D/A}$$

$$25\omega_{DE} \angle 30^\circ = [40 \rightarrow] + [15\omega_{BD} \uparrow]$$

$$V_D = 25\omega_{DE} \angle 30^\circ$$

$$V_A = 15\omega_{BD}$$

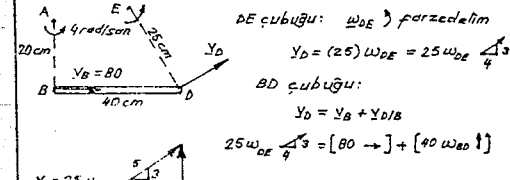
Benzer üçgenler:

$$\frac{15\omega_{BD}}{3} = \frac{25\omega_{DE}}{5} = \frac{40}{4}$$

$$\omega_{BD} = 2 \text{ rad/san} \quad \omega_{DE} = 2 \text{ rad/san}$$

5.40

$$AB \text{ çubuğu: } V_B = (20 \text{ cm})(4 \text{ rad/san}) = 80 \text{ cm/san}$$



$$DE \text{ çubuğu: } \omega_{DE} \text{ farzedelim}$$

$$V_D = (25) \omega_{DE} = 25\omega_{DE} \angle 30^\circ$$

$$BD \text{ çubuğu:}$$

$$V_D = V_B + V_{D/B}$$

$$25\omega_{DE} \angle 30^\circ = [80 \rightarrow] + [40\omega_{BD} \uparrow]$$

$$V_D = 25\omega_{DE} \angle 30^\circ$$

$$V_B = 40\omega_{BD}$$

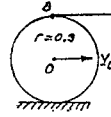
$$\frac{40\omega_{BD}}{3} = \frac{25\omega_{DE}}{5} = \frac{80}{4}$$

$$\omega_{BD} = 1,5 \text{ rad/san} \quad \omega_{DE} = 4 \text{ rad/san}$$

5.41

$$(a) \theta = 0^\circ$$

Tekerlek:



$$V_B = 1,2 \text{ m/san}$$

$$\omega_{Teker} = \frac{1,2}{0,3} = 4 \text{ rad/san}$$

$$V_B = 1,2 + 1,2 = 2,4 \text{ m/san}$$

Çubuk:

$$V_B = 2,4 \text{ m/san}$$

$$V_B = V_A + V_{B/A}$$

$$2,4 \rightarrow = [V_A \rightarrow] + [1,2\omega_{AB} \angle 60^\circ]$$

$$Böylece: 1,2\omega_{AB} = 0$$

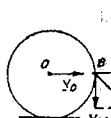
$$\omega_{AB} = 0$$

$$V_A = 2,4$$

$$V_A = 2,4 \text{ m/san}$$

(b) $\theta = 90^\circ$

Tekerlek:



$$V_B = 1,2 \text{ m/san}$$

$$\omega_{Teker} = 4 \text{ rad/san}$$

$$V_D = [1,2 \rightarrow] + [0,3 \uparrow]$$

$$V_D = 1,2\sqrt{2} \text{ m/san} \angle 45^\circ$$

Çubuk:

$$\sin \theta = \frac{2,4}{1,2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta = 45^\circ$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

$$V_B = 1,2\sqrt{2}$$

5.42

$$(a) \theta = 180^\circ$$

$$V_B = 0$$

$$\omega_{AB} = 0$$

$$V_A = 0$$

$$(b) \theta = 60^\circ$$

Tekerlek:

$$V_B = 120$$



$$V_B = V_D = 120 \text{ cm/san}$$

$$\theta = \frac{1}{2}(60^\circ) = 30^\circ$$

$$V_B = 2V_A \cos \theta$$

$$V_B = 2(120) \cos 30^\circ = 207,8$$

$$V_B = 207,8 \text{ m/san} \angle 30^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{45}{120} = 0,375$$

$$\theta = 22,0^\circ$$

Bağıl hareket

$$V_B = V_A + V_{B/A}$$

$$207,8 \angle 30^\circ = [V_A \rightarrow] + [20\omega_{AB} \angle 22,0^\circ]$$

Sinüs teoremi:

$$\frac{120\omega_{AB}}{\sin 30^\circ} = \frac{207,8}{\sin 112^\circ} = \frac{V_A}{\sin 38^\circ}$$

$$120\omega_{AB} = \frac{2,5}{1,9272} 207,8$$

$$\omega_{AB} = 0,934 \text{ rad/san}$$

$$V_A = 1,38 \text{ m/san}$$

5.43

$$BD \text{ elemanı:}$$

$$V_B = V_D + V_{B/D}$$

$$V_B \angle \theta = [V_D \rightarrow] + [V_{B/D} \angle \phi]$$

Sinüs teoremi:

$$\frac{V_B}{\sin(90^\circ - \theta)} = \frac{V_D}{\sin(\phi + \theta)} : V_B = V_D \frac{\cos \theta}{\sin(\phi + \theta)}$$

BC elemanı

$$V_B = V_C + V_{B/C}$$

$$V_B \angle \theta = [V_C \rightarrow] + [V_{B/C} \angle \phi]$$

Sinüs teoremi:

$$\frac{V_C}{\sin(\phi - \theta)} = \frac{V_B}{\sin(90^\circ - \theta)} : V_C = V_B \frac{\sin(\phi - \theta)}{\cos \theta}$$

(1) ve (2) den:

$$V_C = V_D \frac{\sin(\phi - \theta)}{\sin(\phi + \theta)}$$

Verilenler:

$$\sin \phi = \frac{24}{26}, \cos \phi = \frac{10}{26}, \sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}$$

(a)

$$V_C = (84 \text{ cm/san}) \frac{\sin \phi \cos \theta - \sin \theta \cos \phi}{\sin \phi \cos \theta + \sin \theta \cos \phi} = 84 \frac{(24/26)(4/5) - (3/5)(10/26)}{(24/26)(4/5) + (3/5)(10/26)} = 84 \frac{33}{68}$$

$$V_C = 44 \text{ cm/san}$$

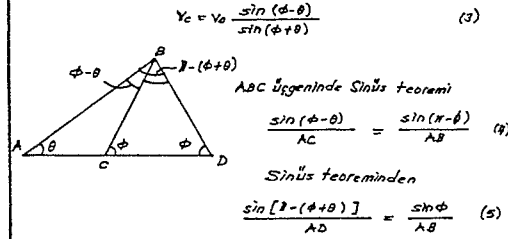
(b) (1) den:

$$V_B = (84) \frac{5/13}{63/65} = \frac{100}{3} \text{ cm/san}$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_B}{AB} = \frac{100/3}{40} = \frac{5}{6}$$

$$\omega_{AB} = 0,833 \text{ rad/san}$$

*5.44 Prob. 5.43 deki (3) denklemi



(4) ve (5) in sağ tarafları eşit olduğundan

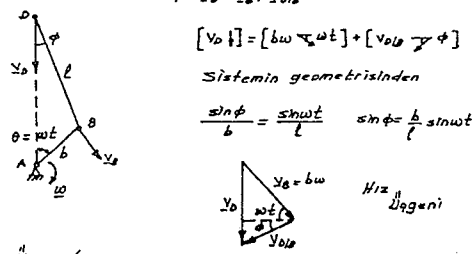
$$\frac{\sin(\phi - \theta)}{AC} = \frac{\sin(\phi + \theta)}{AD}$$

$$\frac{\sin(\phi - \theta)}{\sin(\phi + \theta)} = \frac{AC}{AD}$$

(3) denkleminde yerine konursa

$$\frac{V_C}{V_D} = \frac{AC}{AD}$$

*5.46



Üçgenden:

$$V_D = b \omega \sin \omega t + (b \omega \cos \omega t) \tan \phi$$

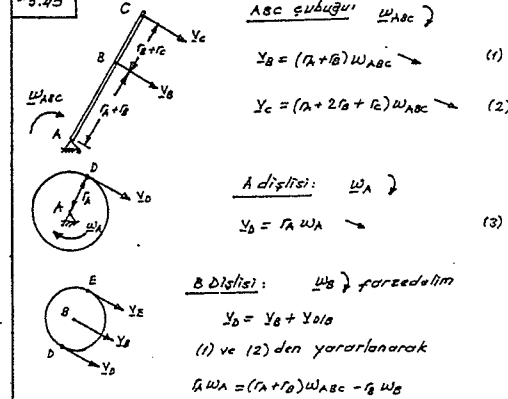
$$= b \omega \sin \omega t \left[1 + \frac{\tan \phi}{\sin \omega t} \right]$$

Oysa $\frac{\tan \phi}{\sin \omega t} = \frac{\sin \phi}{\sin \omega t} \frac{\cos \omega t}{\cos \phi} = \frac{b}{l} \frac{\cos \omega t}{\sqrt{1 - \frac{b^2}{l^2} \sin^2 \omega t}}$

Böylece:

$$V_D = V_D = b \omega \sin \omega t \left[1 + \frac{b \cos \omega t}{\sqrt{l^2 - b^2 \sin^2 \omega t}} \right]$$

*5.45



Buna göre:

$$V_E = V_B + V_{E/B}$$

$$V_E = (r_A + r_B) \omega_{ABC} + r_B \omega_B$$

 ω_B nin (4) deki değeri yerine konursa:

$$V_E = (r_A + r_B) \omega_{ABC} + r_B \left[\left(\frac{r_A}{r_B} + 1 \right) \omega_{ABC} - \frac{r_A}{r_B} \omega_A \right]$$

$$V_E = 2(r_A + r_B) \omega_{ABC} - r_A \omega_A \quad (5)$$

C dişlisi: ω_C kabul edelim

$$V_E = V_C + V_{E/C}$$

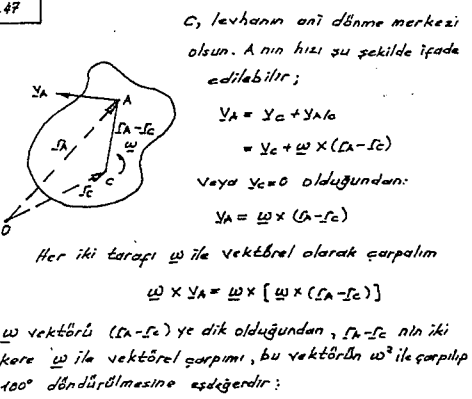
(2) ve (5) den yararlanarak:

$$2(r_A + r_B) \omega_{ABC} - r_A \omega_A = (r_A + 2r_B + r_C) \omega_{ABC} - r_C \omega_C$$

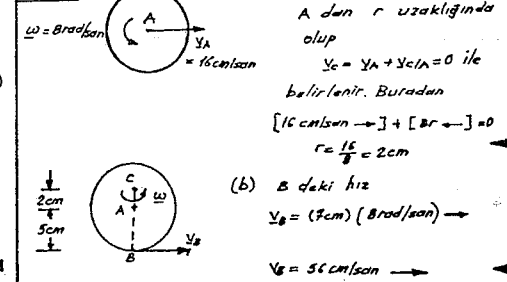
$$\omega_C = \frac{r_A}{r_C} \omega_A + \left(1 - \frac{r_A}{r_C} \right) \omega_{ABC}$$

Sonuç r_B den bağımsızdır.

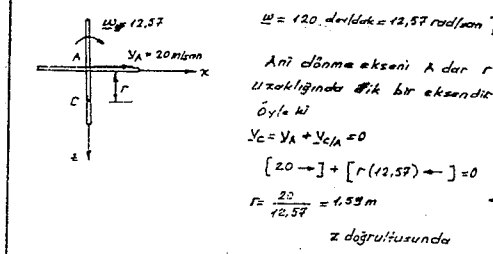
*5.47



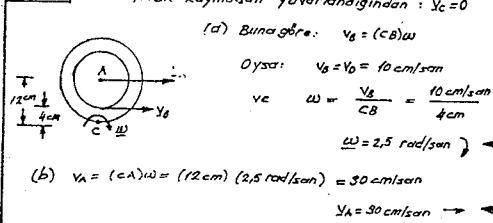
*5.48



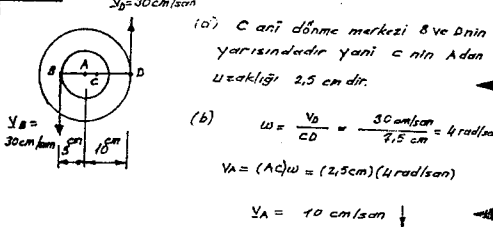
*5.49



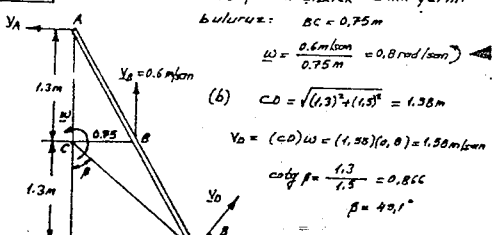
*5.50



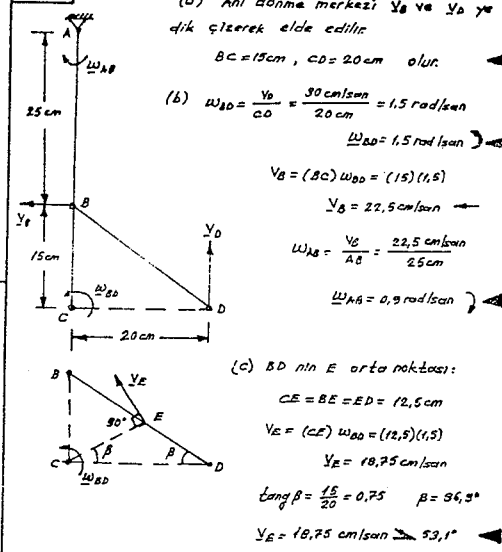
*5.51



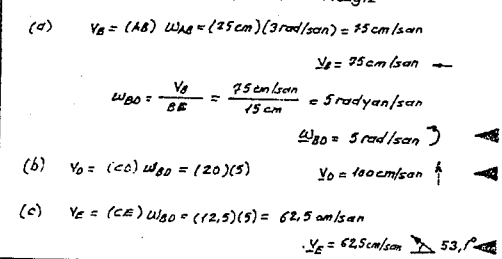
*5.52



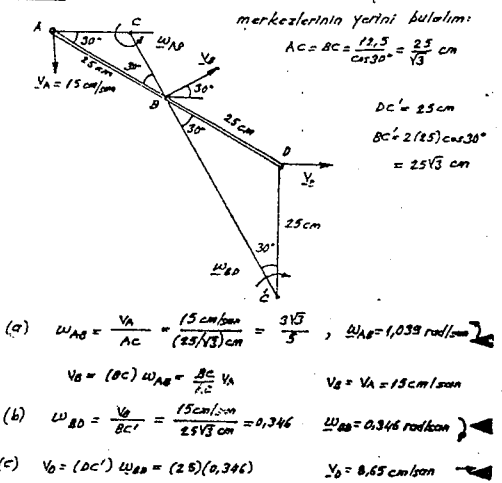
*5.53



*5.54



*5.55



5.56

AB ve BD'nin anı dönme merkezleri

A' ve B' de

dir.

AB çubuğu:

$$V_A = (AC) \omega_{AB}$$

$$V_A = (l \cos \beta) \omega_{AB} \quad (1)$$

$$V_B = (BC) \omega_{AB} \quad (2)$$

$$V_B = (l \sin \beta) \omega_{AB}$$

BD çubuğu:

$$V_D = (CD) \omega_{BD} \quad (3)$$

$$V_D = (l \cos \gamma) \omega_{BD} \quad (4)$$

(2) ve (4) den V_B yok edilir:

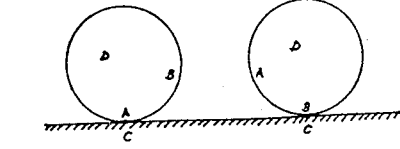
$$\omega_{AB} \sin \beta = \omega_{BD} \sin \gamma \quad (5)$$

(1) den ω_{AB} ve (3) den ω_{BD} alınarak (5) de yerlerine konulursa:

$$\frac{V_A}{l \cos \beta} \sin \beta = \frac{V_D}{l \cos \gamma} \sin \gamma$$

$$V_A \tan \beta = V_D \tan \gamma$$

5.59



D, sabit Kramayer üzerinde yuvarlandığından anı dönme merkezi daima dağme noktasıdır.

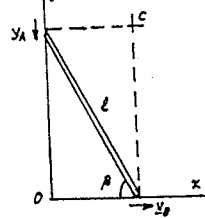
Görüldüğü, C anı dönme merkezi kramayer üzerinde hareket ederken aynı zamanda dış. linin çevresi üzerinde bulunur.

Yuvarlanma eğrisi: Yatay Kramayer

İz eğrisi: Dışlinin çevresi

5.60

Yuvarlanma eğrisi



$$x = l \cos \beta$$

$$y = l \sin \beta$$

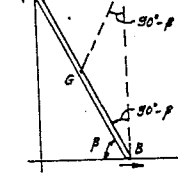
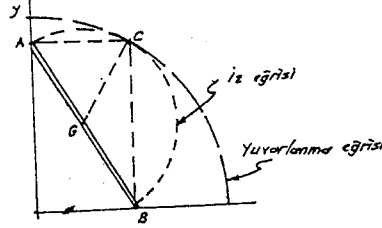
$$x^2 + y^2 = l^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta)$$

$$x^2 + y^2 = l^2$$

Bu l yarıçaplı bir çemberin denklemdir.

Yuvarlanma eğrisi = Yatay ve dikey doğruların kesim noktası merkez olan l yarıçaplı bir çembere dir.

İz Eğrisi

İz eğrisi = Merkezi çubuğun orta noktası olan $\frac{l}{2}$ yarıçaplı çembere dir.

Not: İz eğrisi yuvarlanma eğrisinin üzerinde yuvarlanır.

5.57

D Dışlı:

Anı dönme merkezi C'dedir. B'ye göre B'nin hızı CB'ye dik olur.

AB biyeli:

 V_A ya dik AC'nin ve BC'yedik V_B yi çizelim.

Anı dönme merkezi C' olur.

Sistemin Geometrisi:

$$\frac{AC'}{AB} = \frac{CC'}{CB} = \frac{AC}{DC}$$

$$\frac{AC'}{9,5} = \frac{CC'}{12,5} = \frac{AC}{10}$$

Buna göre: $AC' = 22,5$ cm, $CC' = 37,5$ cm, $BC' = 25$ cm

AB Biyeli:

$$V_A = 90 \text{ cm/san}$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AC'} = \frac{90}{22,5} = 4 \text{ radyan/san}$$

$$V_B = (BC') \omega_{AB} = (25 \text{ cm}) (4 \text{ rad/san}) = 100 \text{ cm/san}$$

D Dışlı:

$$\omega_D = \frac{V_D}{CD} = \frac{100 \text{ cm/san}}{12,5 \text{ cm}} = 8 \text{ rad/san}$$

$$\omega_D = 8 \text{ rad/san} \quad \omega_{AB} = 4 \text{ rad/san}$$

5.58

Boyutlar ve şekil için Prob. 5.57'ye bkz.

Dışlı:

$$\omega_D = \frac{V_D}{CD} = \frac{60 \text{ cm/san}}{10} = 6 \text{ radyan/san}$$

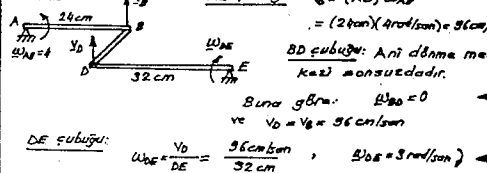
$$V_B = (CB) \omega_D = (12,5) (6) = 75 \text{ cm/san}$$

Biyeli:

$$(a) \omega_{AB} = \frac{V_B}{BC'} = \frac{75 \text{ cm/san}}{25} = 3 \text{ radyan/san} \quad \omega_{AB} = 3 \text{ rad/san}$$

$$(b) V_A = (AC') \omega_{AB} = (22,5) (3) \quad V_A = 67,5 \text{ cm/san}$$

5.61

AB çubuğu: $V_B = (AB) \omega_{AB}$

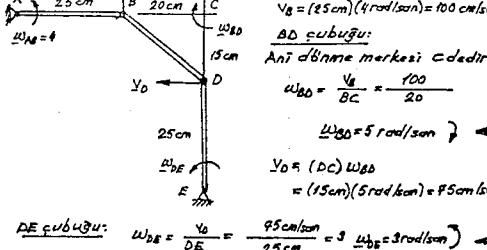
$$= (24 \text{ cm}) (4 \text{ rad/san}) = 96 \text{ cm/san}$$

BD çubuğu: Anı dönme merkezi sonsuzdadır.

Buna göre: $\omega_{BD} = 0$

$$\text{ve } V_D = V_B = 96 \text{ cm/san}$$

5.62



AB çubuğu:

$$V_B = (25 \text{ cm}) (4 \text{ rad/san}) = 100 \text{ cm/san}$$

BD çubuğu: Anı dönme merkezi C'dedir.

$$\omega_{BD} = \frac{V_B}{BC} = \frac{100}{20}$$

$$\omega_{BD} = 5 \text{ rad/san}$$

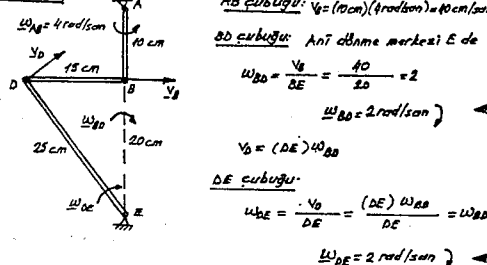
$$V_D = (DC) \omega_{BD}$$

$$= (15 \text{ cm}) (5 \text{ rad/san}) = 75 \text{ cm/san}$$

DE çubuğu:

$$\omega_{DE} = \frac{V_D}{DE} = \frac{75 \text{ cm/san}}{25 \text{ cm}} = 3 \quad \omega_{DE} = 3 \text{ rad/san}$$

5.63

AB çubuğu: $V_B = (20 \text{ cm}) (4 \text{ rad/san}) = 80 \text{ cm/san}$

BD çubuğu: Anı dönme merkezi E'de

$$\omega_{BD} = \frac{V_B}{BE} = \frac{80}{20} = 4$$

$$\omega_{BD} = 2 \text{ rad/san}$$

$$V_D = (DE) \omega_{BD}$$

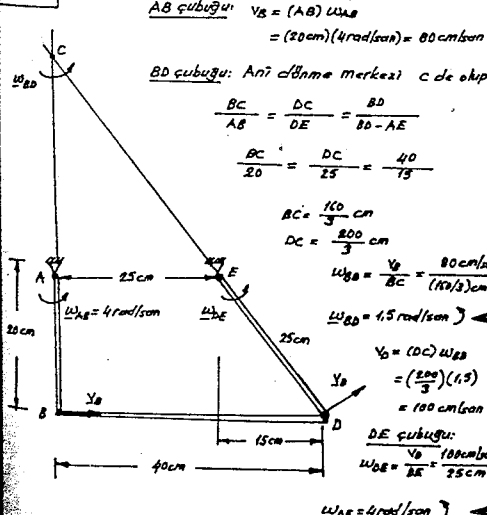
$$= (10 \text{ cm}) (2 \text{ rad/san}) = 20 \text{ cm/san}$$

DE çubuğu:

$$\omega_{DE} = \frac{V_D}{DE} = \frac{(10 \text{ cm}) \omega_{BD}}{DE} = \omega_{BD}$$

$$\omega_{DE} = 2 \text{ rad/san}$$

5.64

AB çubuğu: $V_B = (AB) \omega_{AB}$

$$= (20 \text{ cm}) (4 \text{ rad/san}) = 80 \text{ cm/san}$$

BD çubuğu: Anı dönme merkezi C'de olup

$$\frac{BC}{AB} = \frac{DC}{DE} = \frac{BD}{BD - AE}$$

$$\frac{BC}{20} = \frac{DC}{25} = \frac{40}{15}$$

$$BC = \frac{160}{3} \text{ cm}$$

$$DC = \frac{800}{3} \text{ cm}$$

$$\omega_{BD} = \frac{V_B}{BC} = \frac{80 \text{ cm/san}}{(160/3) \text{ cm}}$$

$$\omega_{BD} = 1,5 \text{ rad/san}$$

$$V_D = (DC) \omega_{BD}$$

$$= \left(\frac{800}{3} \right) (1,5)$$

$$= 400 \text{ cm/san}$$

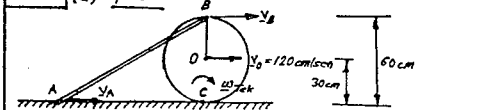
DE çubuğu:

$$\omega_{DE} = \frac{V_D}{DE} = \frac{400 \text{ cm/san}}{25 \text{ cm}}$$

$$\omega_{DE} = 16 \text{ rad/san}$$

$$\omega_{DE} = 4 \text{ rad/san}$$

5.65



Tekerlek Anı dönme merkezi C'dedir.

$$\omega_{TK} = \frac{V_C}{r} = \frac{120 \text{ cm/san}}{30 \text{ cm}} = 4 \text{ rad/san}$$

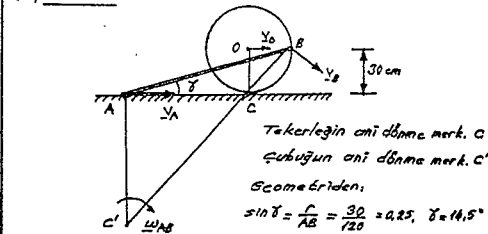
$$V_B = (BC) \omega_{TK} = (60) (4) = 240 \text{ cm/san}$$

AB çubuğu: V_A ve V_B paralel olduklarından anı dönme merkezi sonsuzdadır.

$$\omega_{AB} = 0$$

$$V_A = V_B$$

$$V_A = 240 \text{ cm/san}$$

(b) $\beta = 90^\circ$ 

ABC üçgeninden:

$$\angle A = 90^\circ + 14,5^\circ = 104,5^\circ$$

$$\angle C' = \angle DCB = 45^\circ$$

$$\angle B = 45^\circ - 14,5^\circ = 30,5^\circ$$

sinüs teoremi:

$$\frac{BC'}{\sin 104,5^\circ} = \frac{AC'}{\sin 30,5^\circ} = \frac{120}{\sin 45^\circ}$$

$$BC' = 164,29 \text{ cm}$$

$$AC' = 86,13 \text{ cm}$$

Tekerlek: $\omega_{TK} = \frac{V_C}{r} = \frac{120}{30} = 4 \text{ rad/san}$

$$V_B = (BC) \omega_{TK} = (42,42) (4 \text{ rad/san}) = 169,68 \text{ cm/san}$$

AB çubuğu:

$$\omega_{AB} = \frac{V_B}{BC'} = \frac{169,68}{164,29} \quad \omega_{AB} = 1,033 \text{ rad/san}$$

$$V_A = (AC') \omega_{AB} = (86,13) (1,033) = 89,1 \text{ cm/san} = 8,91 \text{ m/san}$$

5.66 BC'nin anı dönme merkezi J'de ve BD'nin anı dönme merkezi I'de dir. ACI, AEB, ADJ üçgenlerinin benzerliğinden

$$IC = \frac{22}{32} 24 = 16,5 \text{ cm}$$

$$JD = \frac{22}{32} 24 = 31,5 \text{ cm}$$

$$AI = \frac{22}{32} (AB) = \frac{22}{32} (40) = 27,5 \text{ cm}$$

$$IB = AB - AI = 12,5 \text{ cm}$$

$$BJ = IB = 12,5 \text{ cm}$$

BD elemanı:

$$\omega_{BD} = \frac{V_D}{BD} = \frac{84}{31,5} = \frac{8}{3} \text{ rad/san}$$

$$V_B = (BJ) \omega_{BD} = (12,5) \left(\frac{8}{3} \right) = \frac{100}{3}$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{IB} = \frac{100/3}{12,5} = \frac{8}{3} \text{ rad/san}$$

$$V_C = 44 \text{ cm/san}$$

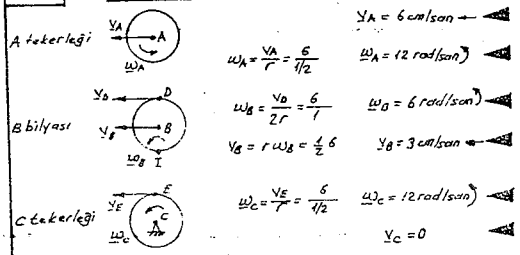
(a) $V_C = (IC) \omega_{BC} = (16,5) \left(\frac{8}{3} \right) \text{ rad/san}$

AB elemanı:

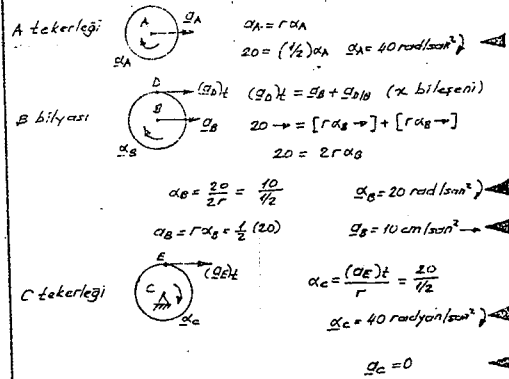
$$(b) \omega_{AB} = \frac{V_C}{AC} = \frac{100/3}{40} = \frac{5}{6} \quad \omega_{AB} = 0,833 \text{ rad/san}$$

5.79

Hızlar:

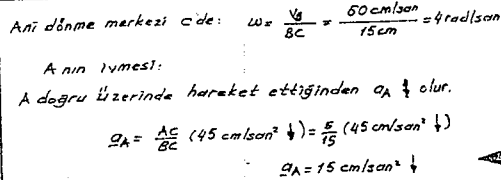


İvmeler:

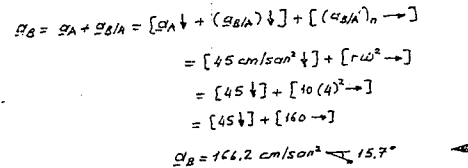


5.80

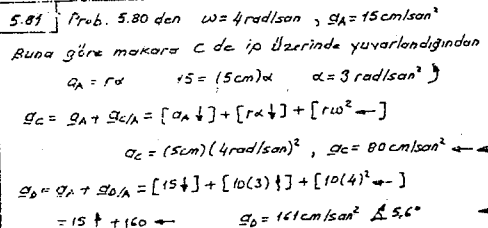
Açısal hız:



B'nin ivmesi:

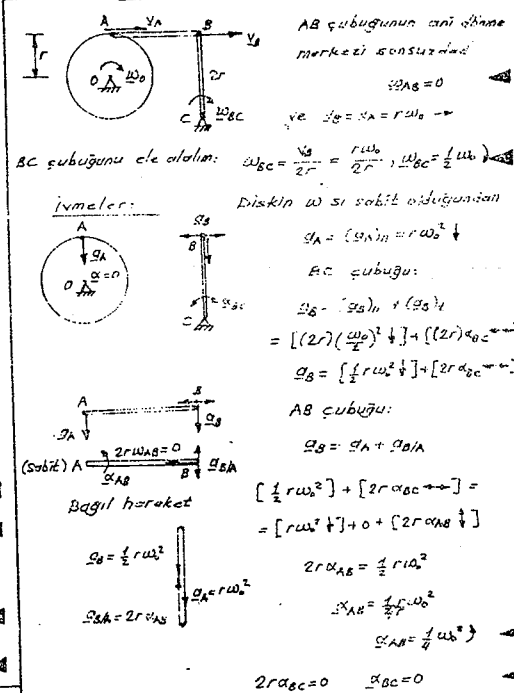


5.81



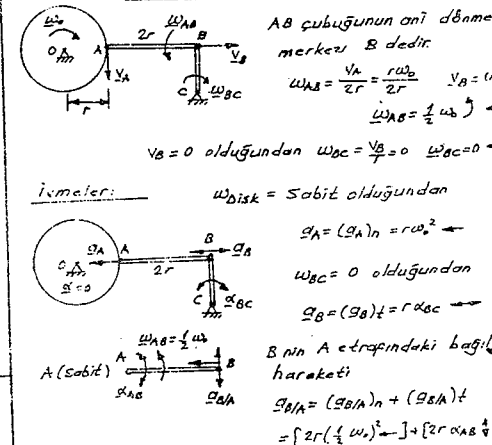
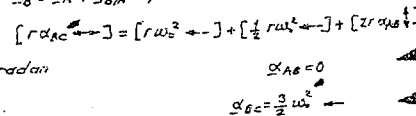
5.82

Hızlar:

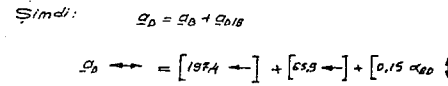
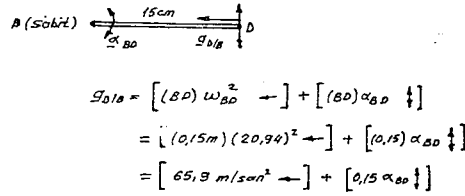
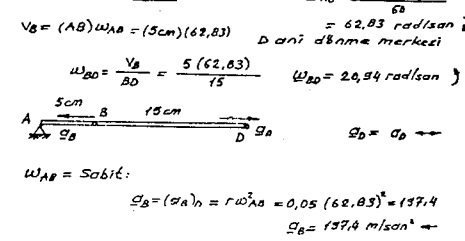


5.83

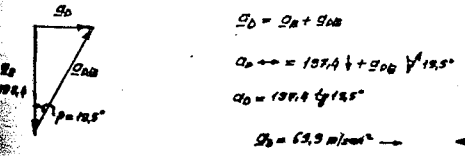
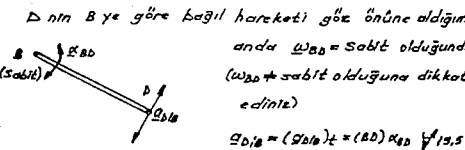
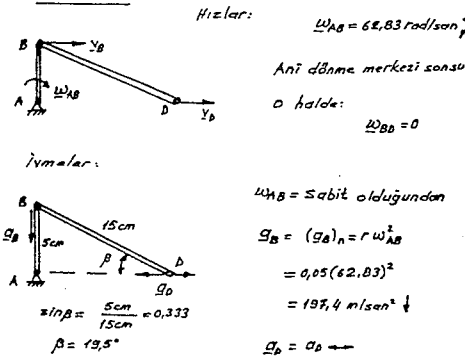
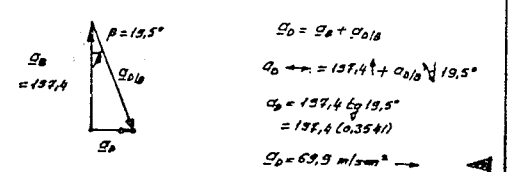
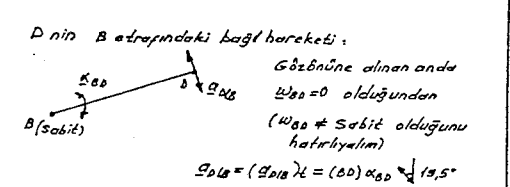
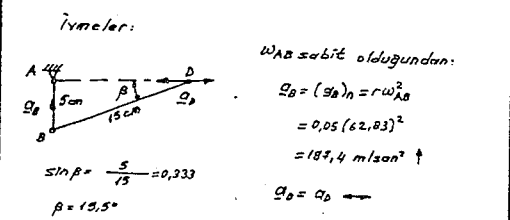
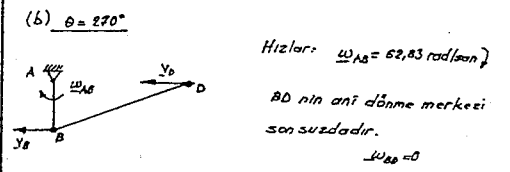
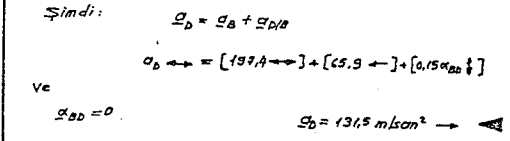
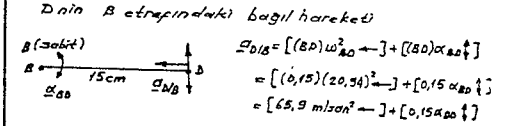
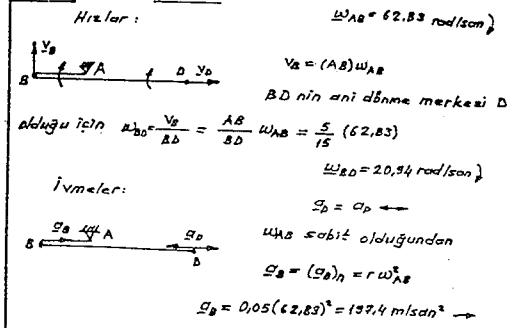
Hızlar:

Şimdi: $a_B = a_A + a_{B/A}$ yazalım

5.84

(a) $\theta = 0$ 

ve

(b) $\theta = 90^\circ$ 5.85 (a) $\theta = 180^\circ$ 

5.87 $\omega_r = \frac{v}{r} = \frac{30}{5} = 6 \text{ rad/san}$
 $\omega_d = \frac{5}{10} \omega_r = \frac{5}{10} (6) = 3 \text{ rad/san}$
 Hız sabit olduğundan: $a_c = 0$, $a_d = 0$
 $a_B = a_c + a_{B/c} = 0 + (r \omega_d^2) \uparrow$
 $a_B = (10)(3 \text{ rad/san})^2 \uparrow = 90 \text{ cm/san}^2 \uparrow$
 Benzer olarak $a_E = 90 \text{ cm/san}^2 \uparrow$
 $a_F = 90 \text{ cm/san}^2 \rightarrow$

$\omega = 5.86 \text{ dan: } \omega_r = 6 \text{ rad/san}$
 $\omega_d = 3 \text{ rad/san}$
 Hız sabit olduğundan
 $a_c = a_d = 0$
 Tamburun O noktası
 $a_O = a_c + a_{O/c} = 0 + (OC) \omega_d^2 \uparrow$
 $= 10(3)^2 \uparrow$
 $a_O = 90 \text{ cm/san}^2$ C ye doğru

$a_H = 180 \text{ cm/san}^2$ A ya doğru

5.88 $\omega_B = 5 \text{ rad/san}$, $\omega_E = 3 \text{ rad/san}$
 $\omega_A = 3 \text{ rad/san} = \text{Sabit}$
 $a_{AB} = 0$
 $a_B = (AB) \omega_A^2$
 $= (25)(4)^2 = 400 \text{ cm/san}^2$
 $a_D = (DE) \omega_E^2 \uparrow$
 $+ (OE) a_{OE} \rightarrow$
 $= 225 \uparrow$
 $+ 25 a_{OE}$
 $a_D = a_B + a_{D/B}$
 $[225 \uparrow] + [25 a_{OE} \rightarrow] = [400 \rightarrow] + [25 a_{OE} \uparrow]$
 $(a) \ 25 a_{OE} = 750$
 $a_{OE} = 30 \text{ rad/san}^2$
 $(b) \ 25 a_{OE} = 450 + 900$
 $a_{OE} = 54 \text{ rad/san}^2$

5.89 Prob. 5.37 de $\omega_B = 0$, $\omega_E = 3 \text{ rad/san}$ ve $\omega_{AB} = 4 \text{ rad/san} = \text{Sabit}$
 $a_{AB} = 0$
 $a_B = (AB) \omega_A^2 \uparrow$
 $= (24)(4)^2 = 384 \text{ cm/san}^2 \uparrow$
 $a_D = (DE) \omega_E^2 \rightarrow + (OE) a_{OE} \uparrow$
 $= 32(3)^2 \rightarrow + 32 a_{OE} \uparrow$
 $= [288 \rightarrow] + [32 a_{OE} \uparrow]$
 $a_{D/B} = (BD) \omega_B^2 \uparrow + (BD) a_{BD} \rightarrow$
 $= 0 + 10 a_{BD} \rightarrow$
 Simdi: $a_D = a_B + a_{D/B}$ yazalım
 $[288 \rightarrow] + [32 a_{OE} \uparrow] = [384 \rightarrow] + [10 a_{BD} \uparrow]$
 $(a) \ a_{BD} = 112 \text{ rad/san}^2$
 $(b) \ a_{OE} = 28 \text{ rad/san}^2$

5.90 Prob. 5.40 dan: $\omega_B = 1.5 \text{ rad/san}$, $\omega_E = 4 \text{ rad/san}$
 $\omega_{AB} = 4 \text{ rad/san} = \text{Sabit}$
 $a_B = (AB) \omega_A^2 \uparrow$
 $= 20(4)^2 \uparrow$
 $= 320 \text{ cm/san}^2 \uparrow$
 $a_D = (DE) \omega_E^2 \rightarrow + (OE) a_{OE} \uparrow$
 $= (25)(4)^2 \rightarrow + 25 a_{OE} \uparrow$
 $a_D = 400 \rightarrow + 25 a_{OE} \uparrow$
 $a_{D/B} = (BD) \omega_B^2 \uparrow + (BD) a_{BD} \rightarrow$
 $= (40)(1.5)^2 \uparrow + (40) a_{BD} \rightarrow$
 $= 90 \rightarrow + 40 a_{BD} \rightarrow$
 $a_D = a_B + a_{D/B}$
 $[400 \rightarrow] + [25 a_{OE} \uparrow] = [320 \uparrow] + [90 \rightarrow] + [40 a_{BD} \uparrow]$
 $(a) \ a_{BD} = 2.81 \text{ rad/san}^2$
 $a_M = a_B + a_{M/B}$
 $= [320 \uparrow] + [20 a_{BD} \rightarrow] + [20 a_{BD} \uparrow]$
 $= [320 \uparrow] + [45 \rightarrow] + [54.25 \uparrow]$
 $(b) \ (a_M)_x = 45 \text{ cm/san}^2$
 $(a_M)_y = 376.25 \text{ cm/san}^2$

5.91 Prob. 5.93 dan: $\omega_B = 2 \text{ rad/san}$, $\omega_E = 2 \text{ rad/san}$
 $\omega_{AB} = 4 \text{ rad/san} = \text{Sabit}$, $a_{AB} = 0$
 $a_B = (AB) \omega_A^2 \uparrow = 10(4)^2 \uparrow = 160 \text{ cm/san}^2 \uparrow$
 $a_D = (DE) \omega_E^2 \rightarrow + (OE) a_{OE} \uparrow$
 $= 25(2)^2 \rightarrow + 25 a_{OE} \uparrow$
 $= 100 \rightarrow + 25 a_{OE} \uparrow$
 $a_{D/B} = (BD) \omega_B^2 \uparrow + (BD) a_{BD} \rightarrow$
 $= 15(2)^2 \uparrow + 15 a_{BD} \rightarrow$
 $= 60 \rightarrow + 15 a_{BD} \rightarrow$
 Simdi: $a_D = a_B + a_{D/B}$
 $[100 \rightarrow] + [25 a_{OE} \uparrow] = [160 \uparrow] + [60 \rightarrow] + [15 a_{BD} \uparrow]$
 $(a) \ a_{BD} = 16 \text{ rad/san}^2$
 $a_M = a_B + a_{M/B}$
 $= [160 \uparrow] + [7.5 \omega_B^2 \rightarrow] + [7.5 a_{BD} \uparrow]$
 $= [160 \uparrow] + [7.5(2)^2 \rightarrow] + [7.5(16) \uparrow]$
 $= [160 \uparrow] + [30 \rightarrow] + [120 \uparrow]$
 $(b) \ (a_M)_x = 30 \text{ cm/san}^2$
 $(a_M)_y = 40 \text{ cm/san}^2$
 Not: $(a_D)_x = 10 a_{BD} = 0$

5.92 Hızlar: $\omega_A = 8 \text{ rad/san} = \text{Sabit}$
 $y_B = 10(8) = 80 \text{ cm/san}$
 $\omega_C = 80/20 = 4 \text{ rad/san}$
 $\omega_{AC} = 0$
 $a_{AC} = 0$
 $a_B = r \omega_A^2 = 10(8)^2 = 640 \text{ cm/san}^2$
 $a_C = (CD) \omega_C^2 \rightarrow + (CD) a_{CD} \uparrow$
 $= 20(4)^2 \rightarrow + 20 a_{CD} \uparrow$
 $= 320 \rightarrow + 20 a_{CD} \uparrow$
 Bağlı hareket:
 $a_C = (BC) \omega_C^2 \uparrow + (BC) a_{BC} \rightarrow$
 $= 0 + 25 a_{BC} \rightarrow$
 $(1) \ a_C = a_B + a_{C/B}$
 $[320 \rightarrow] + [20 a_{CD} \uparrow] = [640 \rightarrow] + [25 a_{BC} \uparrow]$
 $(a) \ a_{BC} = 40 \text{ rad/san}^2$
 $(a_C)_x = 20 a_{CD} = 400$
 $a_{CD} = 20 \text{ rad/san}^2$
 $a_C = 5/2 \text{ cm/san}^2$
 $a_D = 0$

5.93 Hızlar: $\omega_A = 8 \text{ rad/san} = \text{Sabit}$, $y_B = 10(8) = 80 \text{ cm/san}$
 $\omega_C = 80/20 = 4 \text{ rad/san}$
 $\omega_{AC} = 0$
 $a_{AC} = 0$
 $a_B = r \omega_A^2 = 10(8)^2 = 640 \text{ cm/san}^2$
 $a_C = a_B + a_{C/B}$
 $a_C = (BC) \omega_C^2 \uparrow + (BC) a_{BC} \rightarrow$
 $= 0 + 25 a_{BC} \rightarrow$
 $a_C = a_B + a_{C/B}$
 $[640 \uparrow] = [640 \rightarrow] + [25 a_{BC} \uparrow]$
 $a_C = \frac{5}{12} (640)$
 $a_C = 266.6 \text{ cm/san}^2$
 $26 a_{BC} = \frac{640}{12} (19)$
 $a_{BC} = 26.7 \text{ rad/san}^2$
 D nin C etrafındaki bağlı hareketi
 $a_{D/C} = (CD) \omega_C^2 \rightarrow + (CD) a_{CD} \uparrow$
 $= 20(4)^2 \rightarrow + 20 a_{CD} \uparrow$
 $= 320 \rightarrow + 20 a_{CD} \uparrow$
 $a_D = a_C + a_{D/C}$
 $[a_D \rightarrow] = [266.6 \uparrow] + [320 \rightarrow] + [20 a_{CD} \uparrow]$
 $a_D = 320 \text{ cm/san}^2$
 $a_{CD} = 26.6 \uparrow$
 $a_{CD} = 13.33 \text{ rad/san}^2$

5.94 Prob. 5.92 gibidir. Sadece $a_A = 30 \text{ rad/san}^2$ dir.
 $a_B = r \omega_A^2 = 10 a_A \uparrow = 640 \rightarrow + 10(30) \uparrow$
 $a_B = [640 \text{ cm/san}^2 \rightarrow] + [300 \text{ cm/san}^2 \uparrow]$
 $(1) \text{ denklemi:}$
 $a_C = a_B + a_{C/B}$
 $[320 \rightarrow] + [20 a_{CD} \uparrow] = [640 \rightarrow] + [10(30) \uparrow] + [25 a_{BC} \uparrow]$
 $(a_C)_x = 640$
 $(a_C)_y = 320$
 $(a_C)_x = 20 a_{CD} = 640$
 $a_{CD} = 32 \text{ rad/san}^2$
 $(a_C)_y = 20 a_{CD} = 400$
 $a_{CD} = 20 \text{ rad/san}^2$
 $(b) \ a_D = [320 \rightarrow] + [100 \uparrow]$
 $a_D = 335.3 \text{ cm/san}^2$

5.108

$$\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_A = 6\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_A = \omega \times \mathbf{r}_A = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 6 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{v}_A = (-3\omega_y - 4\omega_z)\mathbf{i} + (3\omega_x + 6\omega_z)\mathbf{j} + (4\omega_x - 6\omega_y)\mathbf{k}$$

$$(v_A)_x = -3\omega_y - 4\omega_z = (v_A)_x \quad (1)$$

$$(v_A)_y = 3\omega_x + 6\omega_z = 9 \text{ cm/san} \quad (2)$$

$$(v_A)_z = 4\omega_x - 6\omega_y = -22 \text{ cm/san} \quad (3)$$

(2) denklemi -2 ile çarpıp (3) e ekleyelim.

$$4\omega_x + 8\omega_z = -2(v_A)_z - 22$$

(3) denklemi $\frac{2}{3}$ ile çarpalım:

$$4\omega_x + 8\omega_z = 12$$

(5) denklemden (4) denklemi çıkarılırsa:

$$0 = 12 + 2(v_A)_z + 22$$

$$2(v_A)_z = -34 \quad (v_A)_z = -17 \text{ cm/san}$$

Not: (1), (2) ve (3) denklemlerinde 4 bilinmeyen bulunmaktadırlar. Açısal hızın ω_x, ω_y ve ω_z bileşenleri bilinmemekle birlikte bunların katsayılar determinantı sıfırdır ve $(v_A)_z$ değeri hesaplanabilir. Belirsizlik fizik olarak OA doğrusu etrafında bilinmeyen bir dönmeye karşı gelir.

5.109

$$\omega_y = 0$$

$$\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_A = 6\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_B = 6\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_A = \omega \times \mathbf{r}_A = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & 0 & \omega_z \\ 6 & 4 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{v}_A = -4\omega_z \mathbf{i} + (3\omega_x + 6\omega_z)\mathbf{j} + 4\omega_x \mathbf{k}$$

$$(v_A)_y = 3\omega_x + 6\omega_z = 15 \text{ cm/san} \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_B = \omega \times \mathbf{r}_B = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & 0 & \omega_z \\ 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{v}_B = -4\omega_z \mathbf{i} + (-3\omega_x + 6\omega_z)\mathbf{j} + 4\omega_x \mathbf{k}$$

$$(v_B)_y = -3\omega_x + 6\omega_z = 9 \text{ cm/san} \quad (2)$$

(2) ve (4) denklemlerinden: $12\omega_z = 24 \quad \omega_z = 2$

$\omega_z = 2$ değeri (2) de konularsa: $3\omega_x + 12 = 15 \quad \omega_x = 1$

(4) $\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_z \mathbf{k} \quad \omega = \mathbf{i} + 2\mathbf{k} \text{ (radyan/san)}$

(6) $\omega_x = 1$ ve $\omega_z = 2$ değeri (1) ve (3) de konularsa:

$$\mathbf{v}_A = -8\mathbf{i} + (3+12)\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_A = -8\mathbf{i} + 15\mathbf{j} + 4\mathbf{k} \text{ (cm/san)}$$

$$\mathbf{v}_B = -8\mathbf{i} + (-3+12)\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_B = -8\mathbf{i} + 9\mathbf{j} + 4\mathbf{k} \text{ (cm/san)}$$

5.110

$$\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{v} = (z\omega_y - y\omega_z)\mathbf{i} + (x\omega_z - z\omega_x)\mathbf{j} + (y\omega_x - x\omega_y)\mathbf{k}$$

$$v_x = z\omega_y - y\omega_z$$

$$v_y = x\omega_z - z\omega_x$$

$$v_z = y\omega_x - x\omega_y$$

5.111

Prob. 5.110'deki v_x, v_y ve v_z

$a = \text{birim}$ olarak $\pm$ belirtilirse:

$$v_x + v_y + v_z = (y-z)\omega_x + (z-x)\omega_y + (x-y)\omega_z$$

$$x=y=z \text{ için:}$$

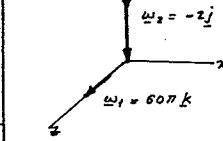
$$v_x + v_y + v_z = 0$$

5.112

$$\omega_1 = 1800 = 60\pi \text{ rad/san}$$

$$\omega_2 = -2 \text{ radyan/san}$$

$$\alpha_2 = -3 \text{ radyan/san}^2$$



$$\alpha \text{ birim} = \alpha_2 + \frac{d\omega_1}{dt} = \alpha_2 + \omega_2 \times \omega_1$$

$$= -3\mathbf{j} + (-2\mathbf{j}) \times (60\pi \mathbf{k})$$

$$= -3\mathbf{j} - 120\pi \mathbf{i}$$

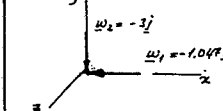
$$\alpha \text{ birim} = -377\mathbf{i} - 3\mathbf{j} \text{ (radyan/san}^2\text{)}$$

5.113

(a)

$$\omega_1 = 1000 = 1.047 \text{ rad/san}$$

$$\omega_2 = 3 \text{ rad/san}$$

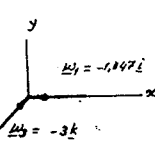


$$\alpha_{\text{rotor}} = \frac{d\omega_1}{dt} = \omega_2 \times \omega_1$$

$$= (-3\mathbf{j}) \times (-1.047\mathbf{i}) = -3.140\mathbf{k}$$

$$\alpha_{\text{rotor}} = -3.140 \mathbf{k} \text{ (radyan/san}^2\text{)}$$

(b)



$$\omega_1 = 10.000 = 1.047 \text{ rad/san}$$

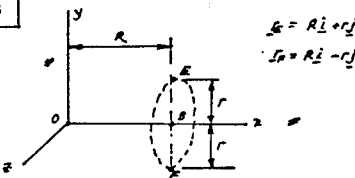
$$\omega_2 = 3 \text{ rad/san}$$

$$\alpha_{\text{rotor}} = \frac{d\omega_1}{dt} = \omega_2 \times \omega_1$$

$$= (-3\mathbf{k}) \times (-1.047\mathbf{i}) = +3.140\mathbf{j}$$

$$\alpha_{\text{rotor}} = +3.140 \mathbf{j} \text{ (radyan/san}^2\text{)}$$

5.114



C diğlisi:

$$\mathbf{v}_P = \omega \times \mathbf{r}_P = (\omega_y \mathbf{j}) \times (R\mathbf{i} + R\mathbf{j}) \quad \mathbf{v}_P = -R\omega_y \mathbf{k} \quad (1)$$

P diğlisi sabit olduğundan, $v_P = 0$

B diğlisi:

$$\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_B = \omega \times \mathbf{r}_B = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ R & R & 0 \end{vmatrix} = -R\omega_z \mathbf{i} + R\omega_z \mathbf{j} + (R\omega_x - R\omega_y)\mathbf{k} \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_P = \omega \times \mathbf{r}_P = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ R & -R & 0 \end{vmatrix} = R\omega_z \mathbf{i} + R\omega_z \mathbf{j} + (-R\omega_x - R\omega_y)\mathbf{k} \quad (3)$$

(1) ve (2) den:

$$-R\omega_y \mathbf{k} = -R\omega_z \mathbf{i} + R\omega_z \mathbf{j} + (R\omega_x - R\omega_y)\mathbf{k}$$

$$0 = -R\omega_z$$

$$0 = R\omega_z$$

$$-R\omega_y = R\omega_z - R\omega_y$$

$$\mathbf{v}_P = 0, \text{ Denk. (3) den:}$$

$$0 = R\omega_z, \quad 0 = R\omega_z$$

$$0 = -R\omega_x - R\omega_y$$

(4) ve (5) denklemlerden: $-R\omega_y = -2R\omega_y$

$$\omega_y = \frac{1}{2}\omega_y$$

(3) den: $\omega_x = -\frac{R}{2}\omega_y = -\frac{R}{2}(\frac{1}{2}\omega_y) \quad \omega_x = -\frac{1}{4}\frac{R}{2}\omega_y$

$$\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k} \quad \omega = -\frac{1}{8}\frac{R}{2}\omega_y \mathbf{i} + \frac{1}{2}\omega_y \mathbf{j}$$

(6) (a) çıkımdan B diğlisinin y eksenine etrafında $\omega_y = \frac{1}{2}\omega_y$ hızı ile döndüğünü biliyoruz.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \omega_y \times \omega = (\frac{1}{2}\omega_y \mathbf{j}) \times (-\frac{1}{8}\frac{R}{2}\omega_y \mathbf{i} + \frac{1}{2}\omega_y \mathbf{j})$$

$$\alpha = \frac{1}{4}\frac{R}{2}\omega_y^2 \mathbf{k}$$

5.115

Prob. 5.114 e bakınız.

D diğlisi:

$$\mathbf{v}_P = \omega \times \mathbf{r}_P = (\omega_y \mathbf{j}) \times (R\mathbf{i} - R\mathbf{j}) \quad \mathbf{v}_P = -R\omega_y \mathbf{k} \quad (6)$$

Denk. (3) ve (6) kullanılarak:

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_P: -R\omega_y \mathbf{k} = R\omega_z \mathbf{i} + R\omega_z \mathbf{j} + (-R\omega_x - R\omega_y)\mathbf{k}$$

$$0 = R\omega_z$$

$$0 = R\omega_z$$

$$-R\omega_y = (-R\omega_x - R\omega_y)$$

(4) ve (7) den: $-R(\omega_y + \omega_z) = -2R\omega_y$

$$\omega_y = \frac{1}{2}(\omega_y + \omega_z)$$

(9) denklemleri (4) denklemleriyle:

$$-R(\omega_y + \omega_z) = 2R\omega_x$$

$$\omega_x = -\frac{1}{2}(\omega_y + \omega_z)$$

(a) $\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$

$$\omega = -\frac{1}{2}(\omega_y + \omega_z)\mathbf{i} + \frac{1}{2}(\omega_y + \omega_z)\mathbf{j}$$

5.115 Devam

(6) (a) çıkımdan B diğlisinin y eksenine etrafında $\omega_y = \frac{1}{2}(\omega_y + \omega_z)$ hızı ile döndüğünü biliyoruz.

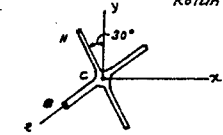
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \omega_y \times \omega = (\frac{1}{2}(\omega_y + \omega_z)\mathbf{j}) \times (-\frac{1}{2}\frac{R}{2}(\omega_y + \omega_z)\mathbf{i} + \frac{1}{2}(\omega_y + \omega_z)\mathbf{j})$$

$$\alpha = \frac{1}{4}\frac{R}{2}(\omega_y + \omega_z)(\omega_y - \omega_z)\mathbf{k}$$

$$\alpha = \frac{1}{4}\frac{R}{2}(\omega_y^2 - \omega_z^2)\mathbf{k}$$

5.116

Başlangıcı herim merkezinde alalım ve her kolun uzunluğunu ℓ ile gösterelim.



$$\mathbf{r}_G = \ell \mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_H = -\frac{1}{2}\ell \mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ell \mathbf{j}$$

$$\omega_1 = -\omega_1 \mathbf{i}$$

$$\omega_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_2 \mathbf{k} - \frac{1}{2}\omega_2 \mathbf{j}$$

CF eği:

$$\mathbf{v}_G = \omega_1 \times \mathbf{r}_G = -\omega_1 \mathbf{i} \times \ell \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_G = \ell \omega_1 \mathbf{j} \quad (1)$$

AC eği:

$$\mathbf{v}_H = \omega_2 \times \mathbf{r}_H$$

$$= (-\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_2 \mathbf{k} - \frac{1}{2}\omega_2 \mathbf{j}) \times (-\frac{1}{2}\ell \mathbf{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ell \mathbf{j})$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{4}\ell \omega_2 \mathbf{k} - \frac{1}{4}\ell \omega_2 \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_H = -\ell \omega_2 \mathbf{k} \quad (2)$$

C eği:

$$\omega = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_G = \omega \times \mathbf{r}_G = (\omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}) \times \ell \mathbf{k}$$

$$\mathbf{v}_G = -\ell \omega_y \mathbf{j} + \ell \omega_x \mathbf{i}$$

(1) ve (2) den:

$$\mathbf{v}_G = \mathbf{v}_H: \ell \omega_x \mathbf{i} = -\ell \omega_y \mathbf{j} + \ell \omega_x \mathbf{i}$$

Denklemden birim vektörlerin katsayıları eşitlenirse

$$\ell \omega_x = -\ell \omega_y$$

$$\omega_x = -\omega_y$$

$$0 = \ell \omega_y$$

$$\omega_y = 0$$

$$\mathbf{v}_H = \omega \times \mathbf{r}_H = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ -\frac{1}{2}\ell & \frac{\sqrt{3}}{2}\ell & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_z \mathbf{i} - \frac{1}{2}\ell \omega_z \mathbf{j} + (\frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_x + \frac{1}{2}\ell \omega_y)\mathbf{k}$$

$$\omega_x = -\omega_y \text{ ve } \omega_y = 0 \text{ konursa}$$

$$\mathbf{v}_H = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_z \mathbf{i} - \frac{1}{2}\ell \omega_z \mathbf{j} - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_z \mathbf{k} \quad (4)$$

Denk. (2) ve (4) den:

$$\mathbf{v}_H = \mathbf{v}_H: -\ell \omega_z \mathbf{k} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_z \mathbf{i} - \frac{1}{2}\ell \omega_z \mathbf{j} - \frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_z \mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenerek;

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_z = 0$$

$$\omega_z = 0$$

$$-\frac{1}{2}\ell \omega_z = 0$$

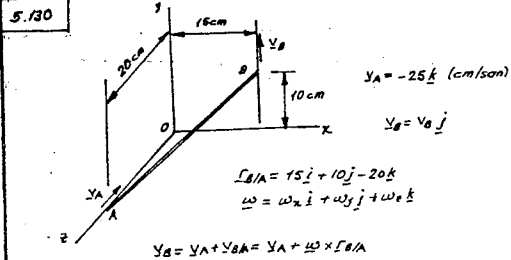
$$-\ell \omega_z = -\frac{\sqrt{3}}{2}\ell \omega_z$$

$$\omega_z = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega_z$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\omega_z = \omega_1 \cos 30^\circ$$

5.130



$$v_B = -25\mathbf{k} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 15 & 10 & -20 \end{vmatrix} = (-20\omega_y - 10\omega_z)\mathbf{i} + (20\omega_x + 15\omega_z)\mathbf{j} + (10\omega_x - 15\omega_y)\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenirse

$$0 = -20\omega_y - 10\omega_z \quad \omega_y = -\frac{1}{2}\omega_z \quad (1)$$

$$v_B = 20\omega_x + 15\omega_z \quad (2)$$

$$25 = 10\omega_x - 15\omega_y \quad (3)$$

Denk. (3)'de $\omega_y = -\frac{1}{2}\omega_z$ konular ve iki ile çarpılırsa

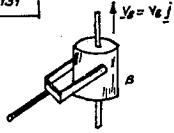
$$50 = 20\omega_x + 15\omega_z$$

(4) denklemi (2)'den çıkarılırsa $v_B - 50 = 0$

$$v_B = +50 \quad \omega_z = 50 \text{ j (cm/san)}$$

Not: Açısal hız belirlenemez. Gerçekten çubuk v_A ve v_B yi etkilemekle AB eksenine etrafında dönebilir.

5.131



Prob. 5.130'daki şekile bakınız.

B bileşiminin hızı

Tekrar Prob. 5.130'un notlarını yazalım:

$$0 = -20\omega_y - 10\omega_z \quad (1)$$

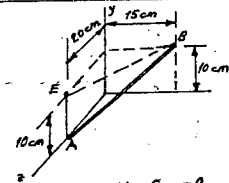
$$v_B = 20\omega_x + 15\omega_z \quad (2)$$

$$25 = 10\omega_x - 15\omega_y \quad (3)$$

(1), (2) ve (3)'den Prob. 5.130'un neticesi olan;

$$v_B = +50 \quad \omega_z = 50 \text{ j (cm/san)}$$

AB çubuğunun açısal hızı:



$$\omega \cdot \mathbf{r}_{AB} = 0$$

$$(\omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}) \cdot (15\mathbf{i} - 20\mathbf{k}) = 0$$

$$15\omega_x - 20\omega_z = 0$$

(4) denklemi (3)'e çarpıp ve (2)'ye eklenirse:

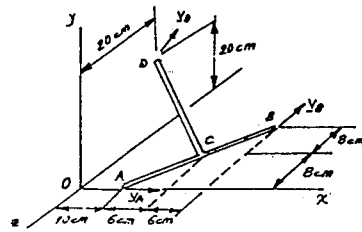
$$v_B = 31,25\omega_x \quad 50 = 31,25\omega_x \quad \omega_x = +1,600$$

Denk. (4)'den: $\omega_z = \frac{3}{4}\omega_x = \frac{3}{4}(1,600)$

Denk. (1)'den: $\omega_y = -\frac{1}{2}\omega_z = -\frac{1}{2}(1,200)$

$$\omega = 1,600\mathbf{i} - 0,600\mathbf{j} + 1,200\mathbf{k} \text{ (radyan/san)}$$

5.132



$$v_A = 32\mathbf{i} \text{ (cm/san)} \quad v_B = v_B \mathbf{k}$$

D noktası ye düzleminde kaydığından

$$v_D = (v_D)_y \mathbf{j} + (v_D)_z \mathbf{k} \quad v_{DA} = 12\mathbf{i} - 16\mathbf{k}$$

$$v_{DA} = -10\mathbf{i} + 20\mathbf{j} - 20\mathbf{k}$$

$$10 = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$$

$$v_B = v_A + v_{BA} = v_A + \omega \times \mathbf{r}_{BA} = 32\mathbf{i} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 12 & 0 & -16 \end{vmatrix}$$

$$v_B \mathbf{k} = 32\mathbf{i} - 16\omega_y \mathbf{j} + (16\omega_x + 12\omega_z)\mathbf{j} - 12\omega_y \mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenirse

$$0 = 32 - 16\omega_y \quad (1)$$

$$0 = 16\omega_x + 12\omega_z \quad (2)$$

$$v_B = -12\omega_y \quad (3)$$

(1)'den: $\omega_y = +2$

(2)'den: $v_B = -12\omega_y = -12(2) = -24$

$$v_B = -24\mathbf{k} \text{ (cm/san)}$$

$$v_D = v_A + v_{DA} = v_A + \omega \times \mathbf{r}_{DA} = 32\mathbf{i} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ -10 & 20 & -20 \end{vmatrix}$$

$$(v_D)_y \mathbf{j} + (v_D)_z \mathbf{k} = 32\mathbf{i} + (-20\omega_x - 20\omega_z)\mathbf{j} + (20\omega_x - 10\omega_z)\mathbf{j} + (20\omega_x + 10\omega_z)\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek

$$0 = 32 - 20\omega_y - 20\omega_z \quad (5)$$

$$(v_D)_y = 20\omega_x - 10\omega_z \quad (6)$$

$$(v_D)_z = 20\omega_x + 10\omega_z$$

(4)'den $\omega_y = +2$ değerini (5)'de yerine koyalım

$$0 = 32 - 20(2) - 20\omega_z \quad \omega_z = -0,40 \quad (8)$$

(2)'den: $\omega_x = -\frac{3}{4}\omega_z = -\frac{3}{4}(-0,40) \quad \omega_x = +0,30$

(4), (6), (8) den: $\omega = +0,30\mathbf{i} + 2,00\mathbf{j} - 0,40\mathbf{k} \text{ (rad/san)}$

(6)'den $(v_D)_y = 20(0,30) - 10(-0,40) = 6 + 4 = 10$

(8)'den: $(v_D)_z = 20(0,30) + 10(-0,40) = 6 - 4 = 2$

$$v_D = 10\mathbf{j} + 2\mathbf{k} \text{ (cm/san)}$$

Prob. 5.136'da kullanılmak üzere v_{BA} ile v_{DA} yi hesaplayalım.

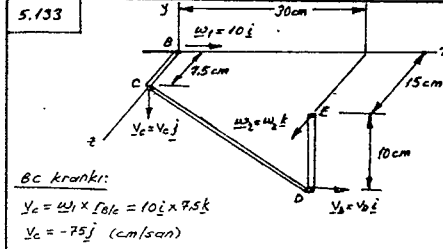
$$v_{BA} = \omega \times \mathbf{r}_{BA} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0,3 & 2,0 & -0,4 \\ 12 & 0 & -16 \end{vmatrix} = -32\mathbf{i} + (4,8 - 4,8)\mathbf{j} - 24\mathbf{k}$$

$$v_{BA} = -32\mathbf{i} - 24\mathbf{k}$$

$$v_{DA} = \omega \times \mathbf{r}_{DA} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0,3 & 2,0 & -0,4 \\ -10 & 20 & -20 \end{vmatrix} = (-10 + 8)\mathbf{i} + (6 + 4)\mathbf{j} + (20 + 6)\mathbf{k}$$

$$v_{DA} = -2\mathbf{i} + 10\mathbf{j} + 26\mathbf{k}$$

5.133



BC krankı:

$$v_C = \omega_1 \times \mathbf{r}_{BC} = 10\mathbf{i} \times 7,5\mathbf{k}$$

$$v_C = -75\mathbf{j} \text{ (cm/san)}$$

$$v_D = v_C + v_{DC} = v_C + \omega \times \mathbf{r}_{DC} = -75\mathbf{j} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 30 & -10 & 7,5 \end{vmatrix}$$

$$v_D = -75\mathbf{j} + (7,5\omega_y + 10\omega_z)\mathbf{i} + (-7,5\omega_x + 30\omega_z)\mathbf{j} + (-10\omega_x - 30\omega_y)\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenirse

$$v_D = 7,5\omega_y + 10\omega_z \quad (1)$$

$$75 = -7,5\omega_x + 30\omega_z \quad (2)$$

$$0 = -10\omega_x - 30\omega_y \quad (3)$$

(3) denklemi (3)'e çarpıp (1)'e eklenirse

$$v_D = -2,5\omega_x + 10\omega_z \quad (4)$$

$$(2)'den \quad 75 = -7,5\omega_x + 30\omega_z$$

$$(4)'ve (5) \text{ karşılaştırılırsa}$$

$$v_D = 25 \quad v_D = 25\mathbf{j}$$

DE krankı:

$$v_D = \omega_2 \times \mathbf{r}_{DE}$$

$$25\mathbf{j} = (\omega_2 \mathbf{k}) \times (-10\mathbf{j})$$

$$25\mathbf{j} = 10\omega_2 \mathbf{i}$$

$$\omega_2 = 2,5$$

$$\omega_2 = 2,5 \text{ rad/san}$$

Herde 5.137 Prob. için v_{DC} yi hesaplayalım

$$v_D = v_C + v_{DC}$$

$$25\mathbf{j} = -75\mathbf{j} + v_{DC}$$

$$v_{DC} = 25\mathbf{j} + 75\mathbf{j}$$

Not: ω açısal hızı belirli değildir. Zira (1), (2) ve

(3) denklemlerinden ω_x , ω_y ve ω_z büyüklükleri tek

değerli olarak belirlenemez. Nitekim ω_x , ω_y ve ω_z için

keyfi değerler olarak ω için mümkün olan değer

takımları bulabiliriz. Örneğin $\omega_x = +6$ alalım

$$(3)'den: \quad \omega_y = -\frac{1}{3}\omega_x = -\frac{1}{3}(6) = -2$$

$$(2)'den: \quad 75 = -7,5(6) + 30\omega_z$$

$$\omega_z = +4$$

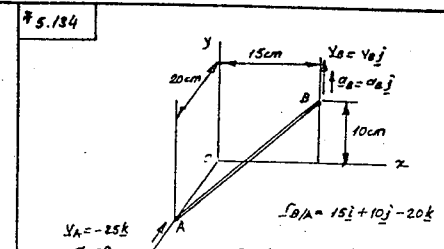
Böylece mümkün bir ω için: $\omega = 6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

Bu ifadenin doğruluğu v_{DC} yi bunlardan hesaplayarak kontrol edilebilir.

$$v_{DC} = \omega \times \mathbf{r}_{DC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 6 & -2 & 4 \\ 30 & -10 & 7,5 \end{vmatrix} = (-15 + 40)\mathbf{i} + (-45 + 120)\mathbf{j} + (-60 + 60)\mathbf{k}$$

$$v_{DC} = 25\mathbf{i} + 75\mathbf{j}$$

5.134



$$v_B = -25\mathbf{k} \quad v_{BA} = 15\mathbf{i} + 10\mathbf{j} - 20\mathbf{k}$$

Prob. 5.130 dan:

$$0 = -20\omega_y - 10\omega_z \quad (1)$$

$$v_B = 20\omega_x + 15\omega_z \quad (2)$$

$$25 = 10\omega_x - 15\omega_y \quad (3)$$

Prob. 5.130'da bu denklemler çözülmüş ve

$v_B = +50$ cm/san bulunmuştu. Bununla birlikte ω_x ,

ω_y , ω_z belirsizdirler. Bu bileşenlerden biri için

keyfi bir değer seçerek mümkün değer takımları

bulunabilir. Örneğin: $\omega_x = +1$ olsun.

(3)'den: $25 = 10(1) - 15\omega_y \quad \omega_y = -1$

(1)'den: $0 = -20(1) - 10\omega_z \quad \omega_z = +2$

Böylece mümkün bir ω :

$$\omega = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k} \text{ (rad/san)}$$

$$v_B = v_A + v_{BA} \quad v_{BA} = v_B - v_A = 50\mathbf{j} - (-25)\mathbf{k}$$

$$v_{BA} = 50\mathbf{j} + 25\mathbf{k}$$

B bileşiminin ivmesi:

$$a_B = a_A + \omega \times \mathbf{r}_{BA} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}_{BA})$$

$$= a_A + \omega \times \mathbf{r}_{BA} + \omega \times v_{BA}$$

$$a_B = 0 + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 15 & 10 & -20 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 0 & 50 & 25 \end{vmatrix}$$

$$a_B \mathbf{j} = (-20\omega_x - 10\omega_z)\mathbf{i} + (20\omega_x + 15\omega_z)\mathbf{j} + (10\omega_x - 15\omega_y)\mathbf{k} + (-15 - 100)\mathbf{i} - 25\mathbf{j} + 50\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları karşılaştırılırsa:

$$125 = -20\omega_x - 10\omega_z \quad (4)$$

$$a_B + 25 = 20\omega_x + 15\omega_z \quad (5)$$

$$-50 = 10\omega_x - 15\omega_y \quad (6)$$

(4) denklemi 3 ile çarpılırsa: $375 = -60\omega_x - 30\omega_z$

(6) denklemi 4 ile çarpılırsa: $-200 = 40\omega_x - 60\omega_y$

(5) den: (7)'den çıkarılırsa: $575 = -40\omega_x - 30\omega_z$

(3) den: (8)'e çarpılırsa: $287,5 = -20\omega_x - 15\omega_z$

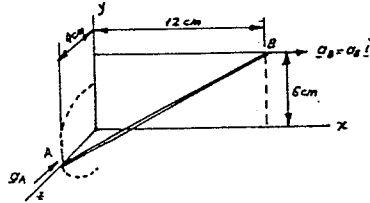
(5) ve (10) toplanırsa:

$$a_B + 25 + 287,5 = 0 \quad a_B = -312,5$$

$$a_B = -312,5 \text{ j (cm/san}^2\text{)}$$

ω_x , ω_y ve ω_z nin belirsiz olduklarını işaret edelim. (Prob. 5.130'da ω_x , ω_y ve ω_z için olduğu gibi.)

5.135



Hızlar: Örnek Prob. 5.10 dan

$$\omega = 3.63\mathbf{i} + 1.84\mathbf{j} + 2.77\mathbf{k}$$

$$v_A = -48\mathbf{j}$$

$$v_B = -24\mathbf{j}$$

$$v_{BA} = v_B - v_A = -24\mathbf{j} - (-48\mathbf{j})$$

$$v_{BA} = -24\mathbf{j} + 48\mathbf{j} \text{ (cm/san)}$$

$$r_{BA} = 12\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 4\mathbf{k} \text{ (cm)}$$

A noktasının ivmesi:

Disk x ekseninde sabit $\omega_x = 12 \text{ rad/san}$ hızı ile döndüğünden

$$a_A = -(4\text{cm})(12\mathbf{j}) \quad a_A = -576\mathbf{j} \text{ (cm/san}^2\text{)}$$

B bileşiminin ivmesi:

$$a_B = a_A \mathbf{i}$$

$$a = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

$$a_B = a_A + \omega \times r_{BA} + \omega \times (\omega \times r_{BA})$$

$$= a_A + \omega \times r_{BA} + \omega \times v_{BA}$$

$$a_B \mathbf{i} = -576\mathbf{j} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ 12 & 6 & -4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3.63 & 1.84 & 2.77 \\ -24 & 48 & 0 \end{vmatrix}$$

$$a_B \mathbf{i} = -576\mathbf{j} + (-4a_y - 6a_z)\mathbf{i} + (4a_x + 12a_z)\mathbf{j} + (6a_x - 12a_y)\mathbf{k}$$

$$-48(2.77)\mathbf{i} + 24(2.77)\mathbf{j} + (9.363 + 24.1844)\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları karşılaştırılarak

$$a_B = -4a_y - 6a_z - 133$$

$$0 = 4a_x + 12a_z - 66.5$$

$$0 = 6a_x - 12a_y - 576 + 224.6$$

$$(2) \text{yi } \frac{1}{2} \text{ ile çarpalım: } 0 = 2a_x + 6a_z - 33.25$$

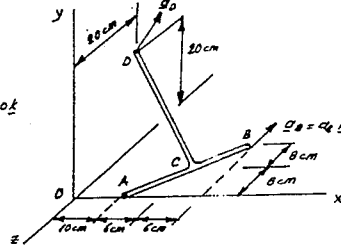
$$(1) \text{ ile (4) toplanırsa: } a_B = 2a_x - 4a_y - 166.25$$

$$(3) \text{ den } \frac{1}{2} \text{ ile çarpılrsa: } 0 = 2a_x - 4a_y - 118.25$$

$$(5) \text{ den (6) çıkarılırsa: } a_B = -48.0$$

$$a_B = -48\mathbf{i} \text{ (cm/san}^2\text{)}$$

5.136



$$r_{BA} = 12\mathbf{i} - 16\mathbf{k}$$

$$v_{BA} = -10\mathbf{i} + 20\mathbf{j} - 30\mathbf{k}$$

$$v_A = 32\mathbf{i}, v_B = -20\mathbf{k}$$

$$v_D = 10\mathbf{i} + 26\mathbf{k}$$

$$v_{DA} = -32\mathbf{i} - 24\mathbf{k}$$

$$v_{DA} = -32\mathbf{i} + 10\mathbf{j} + 26\mathbf{k}$$

$$v_{DA} = a \times r_{DA} + \omega \times (\omega \times r_{DA}) = a \times r_{DA} + \omega \times v_{DA}$$

$$a_B = 0 + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ 12 & 0 & -16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.3 & 2 & -0.4 \\ -32 & 0 & -24 \end{vmatrix}$$

$$a_B \mathbf{k} = -16a_y + (16a_x + 12a_z)\mathbf{j} - 12a_y\mathbf{k} - 48\mathbf{i} + (9.2 + 12.8)\mathbf{j} + 64\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenirse:

$$0 = -16a_y - 48 \quad (1)$$

$$0 = 16a_x + 12a_z + 20 \quad (2)$$

$$a_B = -12a_y + 64 \quad (3)$$

$$(1) \text{ den: } a_y = -3 \quad (4)$$

$$(3) \text{ den: } a_B = -12(-3) + 64 = 100$$

$$a_B = 100 \text{ (cm/san}^2\text{)}$$

D noktası yz düzleminde kaydığından

$$a_D = (a_D)_y \mathbf{j} + (a_D)_z \mathbf{k}$$

$$a_D = a_A + \omega \times r_{DA} + \omega \times (\omega \times r_{DA}) = a_A + \omega \times v_{DA} + \omega \times a_D$$

$$a_D = 0 + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ 12 & 0 & -16 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.3 & 2 & -0.4 \\ -32 & 0 & -24 \end{vmatrix}$$

$$(a_D)_y \mathbf{j} + (a_D)_z \mathbf{k} = (-20a_y - 20a_z)\mathbf{i} + (-10a_x + 20a_z)\mathbf{j} + (20a_x + 10a_y)\mathbf{k}$$

$$+ (52 + 4)\mathbf{i} + (12.8 - 3.8)\mathbf{j} + (3 + 64)\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenirse

$$0 = -20a_y - 20a_z + 56 \quad (5)$$

$$(a_D)_y = 20a_x - 10a_z + 5 \quad (6)$$

$$(a_D)_z = 20a_x + 10a_y + 67 \quad (7)$$

$$(5) \text{ de } a_y = -3 \text{ koyarsak}$$

$$0 = -20(-3) - 20a_z + 56 \quad a_z = 5.8 \quad (8)$$

$$(2) \text{ de } a_z = 5.8 \text{ koyarsak}$$

$$0 = 16a_x + 12(5.8) + 20 \quad a_x = -5.6 \quad (9)$$

$$(4), (8) \text{ ve (9) denklemlerinden}$$

$$a = -5.6\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5.8\mathbf{k} \text{ (rad/san}^2\text{)}$$

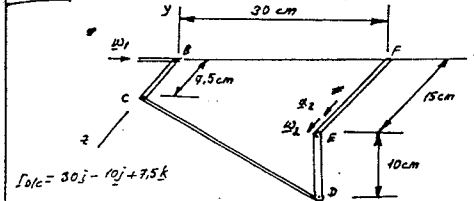
$$\text{Denk. (6) den: } (a_D)_y = 20(-5.6) - 10(5.8) + 5 \quad (a_D)_y = -165$$

$$\text{Denk. (7) den: } (a_D)_z = 20(-5.6) + 10(-3) + 67 \quad (a_D)_z = -75$$

$$a_D = (a_D)_y \mathbf{j} + (a_D)_z \mathbf{k}$$

$$a_D = -165\mathbf{j} - 75\mathbf{k} \text{ (cm/san}^2\text{)}$$

5.137



$$r_{BC} = 30\mathbf{j} - 10\mathbf{j} + 7.5\mathbf{k}$$

$$\text{Hızlar: Prob. 5.133 den } \omega_1 = 10\mathbf{i}$$

$$\omega_2 = 2.5\mathbf{k}$$

$$\text{Mümkün bir } \omega = 6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$$

(Not: ω belirsizdir. Prob. 5.133 e bkz)

$$v_{BC} = 25\mathbf{j} + 7.5\mathbf{j}$$

İvmeler:

$$C \text{ noktası: } a_C = r_{CB} \omega_1^2 = (7.5)(10)^2 \mathbf{k} \quad a_C = -750\mathbf{k}$$

$$D \text{ noktası: } a_D = (a_D)_x \mathbf{i} + (a_D)_y \mathbf{j}$$

$$(a_D)_x = 10a_2 \quad (a_D)_y = (10)\omega_2^2 = (10)(2.5)^2 = 62.5$$

$$a_D = 10a_2 \mathbf{i} + 62.5\mathbf{j}$$

D noktası:

$$a_D = a_C + \omega \times r_{DC} + \omega \times (\omega \times r_{DC})$$

$$a_D = a_C + \omega \times r_{DC} + \omega \times v_{DC}$$

$$a_D = -750\mathbf{k} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ 30 & -10 & 7.5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 6 & -2 & 4 \\ 15 & 7.5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$10a_2 \mathbf{i} + 62.5\mathbf{j} = -750\mathbf{k} + (7.5a_y + 10a_z)\mathbf{i} + (30a_z - 7.5a_x)\mathbf{j}$$

$$+ (-10a_x - 30a_y)\mathbf{k} - 300\mathbf{j} + 100\mathbf{j} + (450 + 50)\mathbf{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenerek

$$10a_2 = 7.5a_y + 10a_z - 300$$

$$62.5 = -7.5a_x + 30a_z + 100$$

$$0 = -10a_x - 30a_y - 250$$

$$(3) \text{ den } \frac{1}{3} \text{ ile çarpalım:}$$

$$0 = -2.5a_x - 7.5a_y - 62.5$$

$$(1) \text{ ile (4) 3 ile çarpalım:}$$

$$10a_2 = -2.5a_x + 10a_z - 362.5$$

$$(5) \text{ i 3 ile çarpalım:}$$

$$30a_2 = -7.5a_x + 30a_z - 1087.5$$

$$(2) \text{ den (6) çıkarılırsa:}$$

$$62.5 - 30a_2 = 1187.5$$

$$-30a_2 = 1125$$

$$a_2 = -37.5$$

$$a_2 = -37.5 \text{ (rad/san}^2\text{)}$$

Not: 5.130, 133, 134 ve 137 problemlerinde ω açısal hız ile α açısal ivme belirtilmiştir. Şuna dikkat edilerek bu gerçek kolayca anlaşılabilir. Çubuk uçlarının bağlı hareketini değiştirmek için, kendi ekseninde dönebilir.

Bu gibi hallerde denklem sayısından daha fazla sayıda bilinmeyen bulunur. Örneğin Prob. 5.137 de (1), (2) ve (3) denklemlerine karşılık a_x, a_y ve a_z bilinmeyenlerdir. a_z değeri a_x, a_y ve a_z yi yakaderek hesaplanmıştır. a_y ayrıca, diğer bilinmeyenlerden birisi için keyfî bir değer seçerek ve geri kalan üç bilinmeyi çözümlenerek de hesaplanabilir.

Örneğin:

$$a_y = 0 \text{ koyalım.}$$

$$(3) \text{ den: } 0 = -10a_x - 30(0) - 250$$

$$a_x = -25$$

$$(2) \text{ den: } 62.5 = -7.5(-25) + 30a_z + 100$$

$$a_z = -9.5$$

$$(1) \text{ den: } 10a_2 = 7.5a_y + 10a_z - 300$$

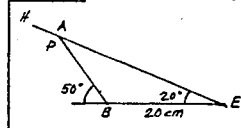
$$10a_2 = 7.5(0) + 10(-9.5) - 300$$

$$a_2 = -37.5$$

$$a_2 = -37.5 \text{ (rad/san}^2\text{)}$$

5.138

EH nin P ile çıkış noktası A olsun.



$$\frac{BP}{\sin 20^\circ} = \frac{EA}{\sin 50^\circ} = \frac{20 \text{ cm}}{\sin 30^\circ}$$

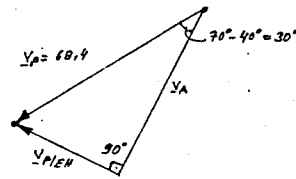
$$BP = 40 \sin 20^\circ = 13.68 \text{ cm}$$

$$EA = 40 \sin 50^\circ = 30.64 \text{ cm}$$

$$v_P = (BP)\omega_{BP} = (13.68)5 = 68.4 \text{ cm/san}$$

$$v_P = v_A + v_{PEH}$$

$$[68.4 \angle 40^\circ] = [v_A \angle 70^\circ] + [v_{PEH} \angle 20^\circ]$$



$$(a) \quad v_A = (68.4) \cos 30^\circ = 59.2 \text{ cm/san}$$

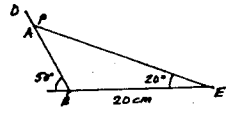
$$\omega_{EH} = \frac{v_A}{EA} = \frac{59.2 \text{ cm/san}}{30.64}$$

$$\omega_{EH} = 1.933 \text{ rad/san}$$

$$(b) \quad v_{PEH} = (68.4) \sin 30^\circ = 34.20 \text{ cm/san}$$

$$v_{PEH} = 34.20 \text{ cm/san} \angle 20^\circ$$

5.135 BD nin P ile çıkış noktası A olsun



$$\frac{BA}{\sin 20^\circ} = \frac{EP}{\sin 60^\circ} = \frac{20}{\sin 30^\circ}$$

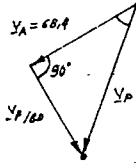
$$BA = 40 \sin 20^\circ = 13,68 \text{ cm}$$

$$EP = 40(0,766) = 30,64 \text{ cm}$$

$$V_A = (BA)\omega_{BD} = (13,68)(5) = 68,4 \text{ cm/s}$$

$$V_P = V_A + V_{P/BD}$$

$$[V_P \nearrow 90^\circ] = [68,4 \nearrow 40^\circ] + [V_{P/BD} \nearrow 50^\circ]$$



$$(a) V_P = \frac{68,4}{\cos 30^\circ} = 79 \text{ cm/s}$$

$$\omega_{EP} = \frac{V_P}{EP} = \frac{79 \text{ cm/s}}{30,64 \text{ cm}}$$

$$\omega_{EP} = 2,58 \text{ rad/s}$$

$$(b) V_{P/BD} = (10,4) \tan 30^\circ = 3,5 \text{ cm/s}$$

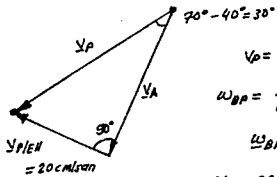
$$V_{P/BD} = 3,5 \text{ cm/s} \nearrow 50^\circ$$

5.140 Prob. 5.138 deki şemadan:

$$BP = 13,68 \text{ cm} \quad EA = 30,64 \text{ cm}$$

$$V_P = V_A + V_{P/EH}$$

$$[V_P \nearrow 40^\circ] = [V_A \nearrow 70^\circ] + [20 \text{ cm/s} \nearrow 20^\circ]$$



$$V_P = \frac{20}{\sin 30^\circ} = 40 \text{ cm/s}$$

$$\omega_{BP} = \frac{V_P}{BP} = \frac{40 \text{ cm/s}}{13,68 \text{ cm}}$$

$$\omega_{BP} = 2,92 \text{ rad/s}$$

$$V_A = 20 \cot 30^\circ = 34,64 \text{ cm/s}$$

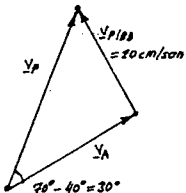
$$\omega_{EH} = \frac{V_A}{EA} = \frac{34,64 \text{ cm/s}}{30,64} \quad \omega_{EH} = 1,130 \text{ rad/s}$$

5.141 Prob. 5.139 deki şemadan

$$BA = 13,68 \text{ cm} \quad EP = 30,64 \text{ cm}$$

$$V_P = V_A + V_{P/BD}$$

$$[V_P \nearrow 90^\circ] = [V_A \nearrow 40^\circ] + [20 \text{ cm/s} \nearrow 50^\circ]$$



$$V_P = \frac{20}{\sin 30^\circ} = 40 \text{ cm/s}$$

$$\omega_{EP} = \frac{V_P}{EP} = \frac{40 \text{ cm/s}}{30,64}$$

$$\omega_{EP} = 1,305 \text{ rad/s}$$

$$V_A = 20 \cot 30^\circ = 34,64 \text{ cm/s}$$

$$\omega_{BD} = \frac{V_A}{BA} = \frac{34,64 \text{ cm/s}}{13,68 \text{ cm}}$$

$$\omega_{BD} = 2,53 \text{ rad/s}$$

5.142 Çubuklar arasındaki açı sabit olduğundan

$$\omega_{EH} = \omega_{BD} = \omega$$

BD nin P ile çıkış noktası A ve EH nin P ile çıkış noktası A' olsun.

$$V_P = V_A + V_{P/BD}$$

$$\text{ve } V_P = V_{A'} + V_{P/EH}$$

$$\text{den } V_A + V_{P/BD} = V_{A'} + V_{P/EH} \quad (1)$$

yazılabilir.

$$V_A = (BP)\omega \perp BD$$

$$V_{A'} = (EP)\omega \perp EH$$

$$V_{P/BD} \text{ BD boyunca}$$

$$V_{P/EH} \text{ EH boyunca}$$

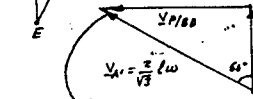
$$(a) \theta = 90^\circ:$$

$$BP = l \cot 60^\circ = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

$$EP = l / \sin 60^\circ = \frac{2l}{\sqrt{3}}$$

(1) denklemi:

$$[\frac{1}{\sqrt{3}}\omega \uparrow] + [V_{P/BD} \rightarrow] = [\frac{2}{\sqrt{3}}\omega \nearrow 30^\circ] + [V_{P/EH} \nearrow 60^\circ]$$



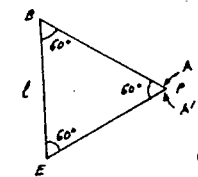
$$V_A = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega l$$

$$V_{P/BD} = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega l \tan 60^\circ$$

$$V_{P/BD} = \omega l \rightarrow$$

$$V_{P/EH} = 0$$

$$(b) \theta = 60^\circ:$$

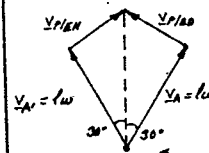


$$BP = EP = l$$

(1) denklemi:

$$[l\omega \nearrow 50^\circ] + [V_{P/BD} \nearrow 30^\circ]$$

$$= [l\omega \nearrow 60^\circ] + [V_{P/EH} \nearrow 20^\circ]$$



$$V_{P/EH} = V_{P/BD} = l\omega \tan 30^\circ$$

$$= l\omega / \sqrt{3}$$

$$V_{P/BD} = l\omega / \sqrt{3} \nearrow 30^\circ$$

$$V_{P/EH} = l\omega / \sqrt{3} \nearrow 30^\circ$$

5.143

$$g_P = g_A + g_{P/P} + g_C$$

g_A olması: Her pim için $g_A = r\omega^2$, 0 ya doğru.g_{P/P} olması: P, P_2 ve P_1 için $g_{P/P} = 0$

$$P_3 \text{ için: } g_{P/P} = u^2/r$$

g_C olması: Her pim için, $g_C = 2\omega u$, g_C nin doğrultusu u nun 90° döndürülmesiyle elde edilir. Böylece;

$$g_1 = [r\omega^2 \rightarrow] + [2\omega u \downarrow]$$

$$g_2 = [r\omega^2 \downarrow] + [2\omega u \rightarrow]$$

$$g_3 = [r\omega^2 \rightarrow] + [u^2/r \rightarrow] + [2\omega u \rightarrow]$$

$$g_4 = [r\omega^2 \uparrow] + [2\omega u \uparrow]$$

5.144

Prob. 5.143 gibi yazılır. g_C nin doğrultusu u nun 90° döndürülmesiyle elde edilir.

$$g_1 = [r\omega^2 \rightarrow] + [2\omega u \uparrow]$$

$$g_2 = [r\omega^2 \downarrow] + [2\omega u \rightarrow]$$

$$g_3 = [r\omega^2 \rightarrow] + [u^2/r \rightarrow] + [2\omega u \rightarrow]$$

$$g_4 = [r\omega^2 \uparrow] + [2\omega u \downarrow]$$

5.145

(a) B de: $g_P = g_B + g_{P/BE} + g_C = 0$

$$[(r_1 - r_2)\omega^2 \rightarrow] + [u^2/r_2 \rightarrow] + [2\omega u \rightarrow] = 0$$

± :

$$u^2 + 2\omega r_2 u - r_2(r_1 - r_2)\omega^2 = 0$$

$$u = -\omega r_2 \pm \sqrt{\omega^2 r_2^2 + \omega^2 r_2(r_1 - r_2)}$$

$$= -\omega r_2 (1 \mp \sqrt{r_1/r_2})$$

u, gösterildiği gibi yönlendirildiğinden u değeri pozitif olmalı. Buna göre kabul edilebilen cevap

$$u = \omega r_2 (\sqrt{r_1/r_2} - 1)$$

(b) D de:

$$g_P = g_D + g_{P/DE} + g_C$$

$$= [(r_1 + r_2)\omega^2 \rightarrow] + [u^2/r_2 \rightarrow] + [2\omega u \rightarrow]$$

u nun değeri yerine konulursa

$$g_P = [(r_1 + r_2)\omega^2 + r_2\omega^2(\sqrt{r_1/r_2} - 1)^2 + 2r_2\omega^2(\sqrt{r_1/r_2} - 1)] \rightarrow$$

$$= \omega^2 [r_1 + r_2 + r_2(\frac{r_1}{r_2} - 2\sqrt{\frac{r_1}{r_2}} + 1) + 2r_2(\sqrt{\frac{r_1}{r_2}} - 1)] \rightarrow$$

$$= 2r_1\omega^2 \rightarrow$$

$$a_P = 2r_1\omega^2$$

5.146

$$g_P = g_D + g_{P/DO} + g_C$$

$$= [R\omega^2 \rightarrow] + 0 + [2\omega u \rightarrow]$$

$$a_P = R^2\omega^2 + 4u^2\omega^2$$

$$a_P = R\omega^2 \sqrt{1 + (2u/R\omega)^2}$$

5.148

$$g_P = g_D + g_{P/DO} + g_C$$

$$= [R\omega^2 \rightarrow] + 0 + [2\omega u \downarrow]$$

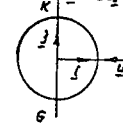
$$\text{Oysa: } R = u\ell \text{ ve } \omega = 2\pi/\ell$$

$$\text{Buna göre: } u = \frac{R}{\ell} = \frac{R}{\ell} = \frac{R\omega}{\pi}$$

$$g_P = [R\omega^2 \rightarrow] + [2\omega u \downarrow]$$

$$a_P = R\omega^2 \sqrt{1 + \frac{4}{\pi^2}}$$

5.148

Dünyanın açısal hızı: $\Omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{86400} = 7,27(10^{-5}) \text{ rad/s}$ 

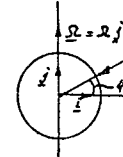
(a) Ekvatorda:

$$u = -(10 \text{ m/s}) \hat{j}$$

$$g_C = 2\Omega \times u$$

$$= 2(7,27(10^{-5})) \hat{j} \times (-10) \hat{j}$$

$$= 1,454 \times 10^{-3} \hat{k}$$



$$g_C = 0,1454 \text{ cm/s}^2 \text{ batıya}$$

(b) 40° kuzey enleminde

$$u = -10 \cos 40^\circ \hat{j} - 10 \sin 40^\circ \hat{j}$$

$$g_C = 2\Omega \times u$$

$$= 2(7,27(10^{-5})) \hat{j} \times (-10 \cos 40^\circ \hat{j} - 10 \sin 40^\circ \hat{j})$$

$$= 1,114(10^{-3}) \hat{k}$$

$$g_C = 0,1114 \text{ cm/s}^2 \text{ batıya}$$

(c) 40° güney enleminde:

(b) nin aynı

5.149

Dünyanın açısal hızı:

$$\Omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{86400} \hat{j} = 7,27(10^{-5}) \hat{j} \text{ rad/s}$$

Kırağın kuzeye doğru hareket ettiğini kabul ederiz.

$$u = (250 \text{ m/s}) (-\sin 40^\circ \hat{j} + \cos 40^\circ \hat{j})$$

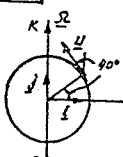
$$g_C = 2\Omega \times u$$

$$g_C = 2(7,27(10^{-5})) \hat{j} \times (250)(-\sin 40^\circ \hat{j} + \cos 40^\circ \hat{j})$$

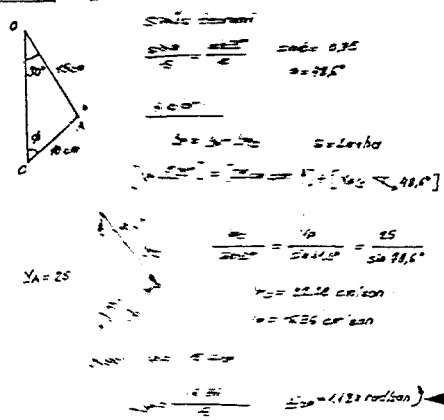
$$= 2(7,27(10^{-5}))(250 \sin 40^\circ) \hat{k}$$

$$g_C = 0,0237 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Kırağın soluna doğru}$$



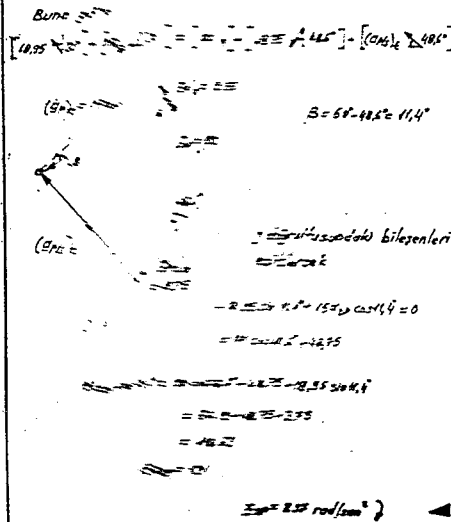
5.150



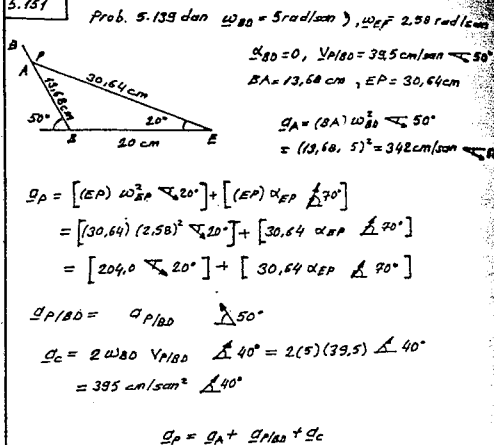
$$v_A = \omega \cdot r_A = 1.12 \cdot 20 = 22.4 \text{ cm/s}$$

$$v_B = \omega \cdot r_B = 1.12 \cdot 30 = 33.6 \text{ cm/s}$$

$$v_C = \omega \cdot r_C = 1.12 \cdot 40 = 44.8 \text{ cm/s}$$



5.151

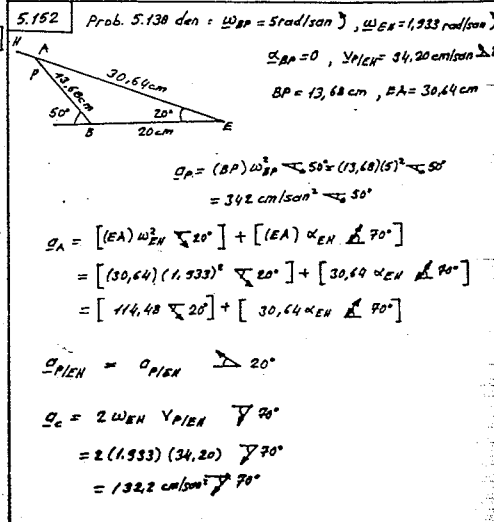


$$v_A = \omega_{BD} \cdot r_A = 5 \cdot 20 = 100 \text{ cm/s}$$

$$v_B = \omega_{BD} \cdot r_B = 5 \cdot 30 = 150 \text{ cm/s}$$

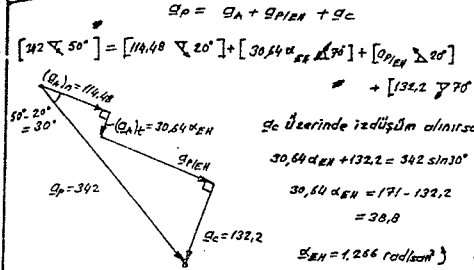
$$v_C = \omega_{BD} \cdot r_C = 5 \cdot 40 = 200 \text{ cm/s}$$

5.152

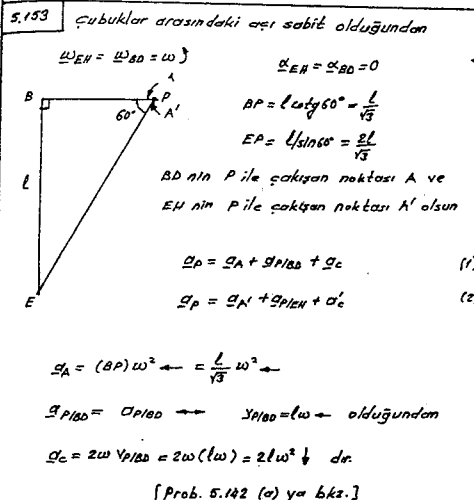


Devam

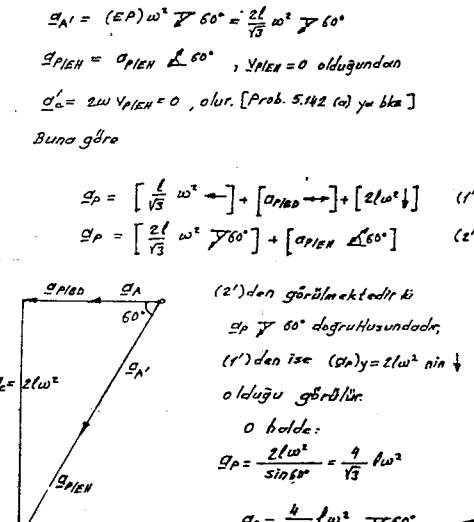
5.152 (Devam)



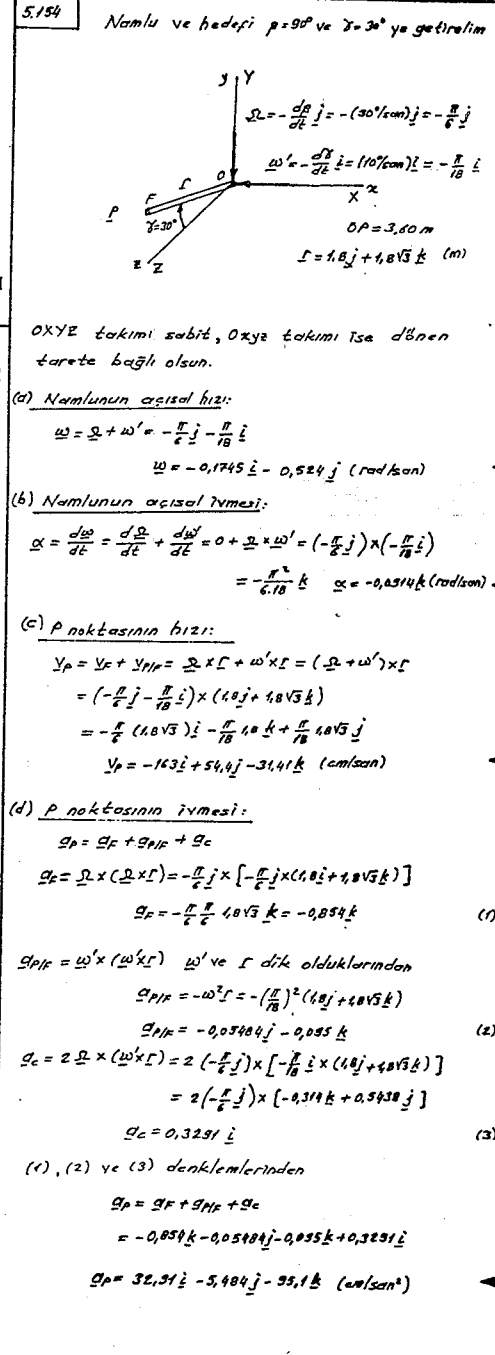
5.153



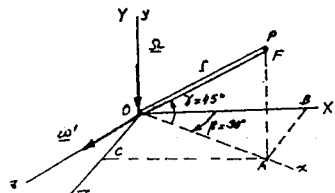
5.154



5.154



S.155

Namlu ve hedefi $\theta = 30^\circ$ ve $\delta = 45^\circ$ ye getirilir

OXYZ takımı
sabit
Oxye takımı
taretile bir
likte dönmek-
tedir.

$$r = 23.4 \text{ m}, OA = 26/\sqrt{2} = 2.546, AB = \frac{1}{2} OA = 1.273 \text{ m}$$

$$PA = 2.546 \text{ m}, OB = \frac{\sqrt{2}}{2} OA = 2.047 \text{ m}$$

$$\Gamma = 2.205\hat{i} + 2.546\hat{j} + 1.273\hat{k} \quad (\text{m})$$

$$\underline{\omega} = -\frac{d\theta}{dt}\hat{j} = -30^\circ/\text{san} \hat{j} = -\frac{\pi}{6}\hat{j} = -0.524\hat{j} \quad (\text{rad/san})$$

$$\underline{\omega}' = \frac{d\delta}{dt}\hat{k} = 10^\circ/\text{san} \hat{k} = \frac{\pi}{18}\hat{k} = -\frac{\pi}{18}\sin 30^\circ\hat{i} + \frac{\pi}{18}\cos 30^\circ\hat{k}$$

$$\underline{\omega}' = -0.0873\hat{i} + 0.1512\hat{k} \quad (\text{rad/san})$$

(a) Namlunun açısal hızı:

$$\underline{\omega} = \underline{\omega}' + \underline{\omega}'' = -0.0873\hat{i} - 0.524\hat{j} + 0.1512\hat{k} \quad (\text{rad/san})$$

(b) Namlunun açısal ivmesi:

$$\underline{\alpha} = \frac{d\underline{\omega}}{dt} = \frac{d\underline{\omega}'}{dt} + \frac{d\underline{\omega}''}{dt} = 0 + \underline{\omega} \times \underline{\omega}' = -0.524\hat{j} \times (-0.0873\hat{i} + 0.1512\hat{k})$$

$$\underline{\alpha} = -0.0457\hat{k} - 0.0792\hat{i} \quad (\text{rad/san}^2)$$

(c) P noktasının hızı:

$$V_P = V_E + V_{PE} = \underline{\omega} \times \underline{r} + \underline{\omega}' \times \underline{r}$$

$$V_P = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -0.0873 & -0.524 & 0.1512 \\ 2.205 & 2.546 & 1.273 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -0.0873 & -0.524 & 0.1512 \\ 2.205 & 2.546 & 1.273 \end{bmatrix}$$

$$= (-0.467 - 0.3850)\hat{i} + (0.111 + 0.3334)\hat{j} + (-0.2223 + 0.1554)\hat{k}$$

$$V_P = -0.852\hat{i} + 0.4445\hat{j} + 0.0331\hat{k} \quad (\text{m/san})$$

(d) P noktasının ivmesi:

$$a_P = a_E + a_{PE} + a_C$$

Her terimi ayrı ayrı göz önüne alalım

$$a_E = \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) = -\frac{\pi}{6}\hat{j} \times [-\frac{\pi}{6}\hat{j} \times (2.205\hat{i} + 2.546\hat{j} + 1.273\hat{k})]$$

$$a_E = -\frac{\pi}{6}\hat{j} \times [1.154\hat{k} - 0.4445\hat{i}] = -0.6042\hat{i} - 0.3490\hat{k} \quad (1)$$

$$a_{PE} = \underline{\omega}' \times (\underline{\omega}' \times \underline{r}) \quad \underline{\omega}' \text{ ile } \underline{r} \text{ dik olduklarından}$$

$$a_{PE} = -\omega'^2 \underline{r} = -\left(\frac{\pi}{18}\right)^2 (2.205\hat{i} + 2.546\hat{j} + 1.273\hat{k})$$

$$a_{PE} = -0.0678\hat{i} - 0.0775\hat{j} - 0.03078\hat{k} \quad (2)$$

$$a_C = 2\underline{\omega} \times (\underline{\omega}' \times \underline{r}) = 2\left(-\frac{\pi}{6}\hat{j}\right) \times \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -0.0873 & -0.524 & 0.1512 \\ 2.205 & 2.546 & 1.273 \end{bmatrix}$$

$$= 2\left(-\frac{\pi}{6}\hat{j}\right) \times [-0.3850\hat{i} + 0.4445\hat{j} - 0.2223\hat{k}]$$

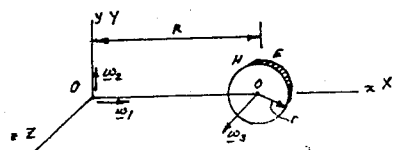
$$a_C = -0.4032\hat{k} + 0.2328\hat{i} \quad (3)$$

(1), (2) ve (3) toplanır

$$a_P = a_E + a_{PE} + a_C$$

$$a_P = 0.4385\hat{i} - 0.0976\hat{j} - 0.0980\hat{k} \quad (\text{m/san}^2)$$

S.156



OXYZ takımı sabittir. Oxye takımı $\underline{\omega} = \omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j} + \omega_3\hat{k}$ hızı ile dönmektedir. Piskiri, dönen Oxye takımına göre açısal hız $\underline{\omega}' = \omega_3\hat{k}$

Diskin açısal hızı:

$$\underline{\omega} = \underline{\omega}' + \underline{\omega}'' = \omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j} + \omega_3\hat{k}$$

Diskin açısal ivmesi:

$$\underline{\alpha} = \frac{d\underline{\omega}}{dt} = \frac{d\underline{\omega}'}{dt} + \frac{d\underline{\omega}''}{dt} = \underline{\omega}_1 \times \underline{\omega}_1 + \underline{\omega}_2 \times \underline{\omega}_2$$

$$= \omega_1\hat{i} \times \omega_1\hat{i} + (\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times \omega_2\hat{j}$$

$$= -\omega_1\omega_2\hat{k} - \omega_1\omega_2\hat{j} + \omega_2\omega_1\hat{i}$$

$$\underline{\alpha} = \omega_2\omega_1\hat{i} - \omega_1\omega_2\hat{j} - \omega_1\omega_2\hat{k}$$

E noktasının hızı:

$$\underline{r}_E = R\hat{i} + r\hat{j} \quad \underline{r}_{EH} = r\hat{j}$$

A noktası, Oxye takımına E ile çakışan noktadır.

$$V_E = \underline{\omega} \times \underline{r}_E + \underline{\omega}' \times \underline{r}_{EH}$$

$$= (\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times (R\hat{i} + r\hat{j}) + (\omega_3\hat{k}) \times (r\hat{j})$$

$$= R\omega_1\hat{k} - R\omega_2\hat{j} - r\omega_3\hat{i}$$

$$V_E = -r\omega_3\hat{i} + (R\omega_1 - R\omega_2)\hat{k}$$

E noktasının ivmesi: $\underline{r}_E = R\hat{i} + r\hat{j} \quad \underline{r}_{EH} = r\hat{j}$ Her terimi ayrı ayrı göz önüne alalım. $\frac{d\underline{\omega}}{dt} = \underline{\omega} \times \underline{\omega}'$

$$a_E = \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}_E) + \underline{\omega}' \times (\underline{\omega}' \times \underline{r}_{EH})$$

$$= (\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times [(\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times (R\hat{i} + r\hat{j})] + (\omega_3\hat{k}) \times [(\omega_3\hat{k}) \times (r\hat{j})]$$

$$= -\omega_1\omega_2\hat{k} \times (R\hat{i} + r\hat{j}) + (\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times [R\omega_1\hat{k} - R\omega_2\hat{j}]$$

$$= -R\omega_1\omega_2\hat{j} + R\omega_1\omega_2\hat{i} + (-R\omega_1^2 + R\omega_2^2)\hat{k} + (R\omega_1\omega_2 - R\omega_2^2)\hat{i}$$

$$a_E = (2R\omega_1\omega_2 - R\omega_2^2)\hat{i} + (-R\omega_1^2)\hat{k} \quad (1)$$

$$a_{EH} = \underline{\omega}' \times (\underline{\omega}' \times \underline{r}_{EH}) \quad (2)$$

$$a_{EH} = \omega_3\hat{k} \times (\omega_3\hat{k} \times r\hat{j}) = -r\omega_3^2\hat{j}$$

$$a_C = 2\underline{\omega} \times (\underline{\omega}' \times \underline{r}_{EH}) = 2\underline{\omega} \times (\omega_3\hat{k} \times r\hat{j})$$

$$= 2(\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times (-r\omega_3\hat{i})$$

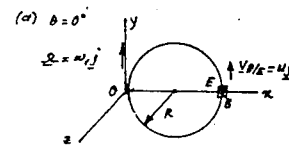
$$a_C = 2r\omega_2\omega_3\hat{k} \quad (3)$$

(1), (2) ve (3) toplanır

$$a_E = (2R\omega_1\omega_2 - R\omega_2^2)\hat{i} + (-R\omega_1^2)\hat{k} + 2r\omega_2\omega_3\hat{k}$$

$$a_E = (2R\omega_1 - R\omega_2)\omega_2\hat{i} - R(\omega_1^2 + \omega_3^2)\hat{k} + 2r\omega_2\omega_3\hat{k}$$

S.157



$$\underline{r} = R\hat{i} \quad \underline{\omega} = \omega_1\hat{i} \quad \underline{\omega}' = -\frac{u^2}{R}\hat{i}$$

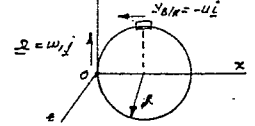
$$a_E = a_E + a_{EH} + a_C$$

$$= \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2\underline{\omega} \times \underline{r}$$

$$= \omega_1\hat{i} \times (\omega_1\hat{i} \times R\hat{i}) - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2(\omega_1\hat{i}) \times R\hat{i}$$

$$= -2R\omega_1^2\hat{i} - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 0$$

$$a_E = -(2R\omega_1^2 + \frac{u^2}{R})\hat{i}$$

(b) $\theta = 90^\circ$ 

$$\underline{r} = R\hat{i} + R\hat{j} \quad \underline{\omega} = \omega_1\hat{i} \quad \underline{\omega}' = -\frac{u^2}{R}\hat{i}$$

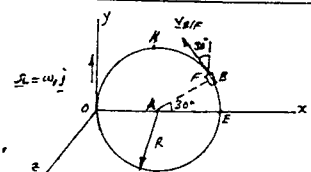
$$a_E = a_E + a_{EH} + a_C$$

$$= \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2\underline{\omega} \times \underline{r}$$

$$= \omega_1\hat{i} \times [\omega_1\hat{i} \times (R\hat{i} + R\hat{j})] - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2(\omega_1\hat{i}) \times (R\hat{i} + R\hat{j})$$

$$a_E = -R\omega_1^2\hat{j} - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2\omega_1 R\hat{j}$$

S.158



$$\underline{r} = (R + R\cos 30^\circ)\hat{i} + R\sin 30^\circ\hat{j}$$

$$\underline{r} = 1.866R\hat{i} + 0.500R\hat{j}$$

$$V_E = u$$

$$a_{EH} = \frac{u^2}{R} \quad \text{AB doğrultusunda olup A'ya doğrudur.}$$

$$a_{EH} = -0.866\frac{u^2}{R}\hat{i} - 0.500\frac{u^2}{R}\hat{j}$$

$$a_E = a_E + a_{EH} + a_C$$

$$= \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) + a_{EH} + 2\underline{\omega} \times \underline{r}$$

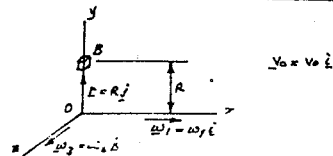
$$= \omega_1\hat{i} \times [\omega_1\hat{i} \times (1.866R\hat{i} + 0.500R\hat{j})] - 0.866\frac{u^2}{R}\hat{i} - 0.500\frac{u^2}{R}\hat{j}$$

$$+ 2(\omega_1\hat{i}) \times (1.866R\hat{i} + 0.500R\hat{j})$$

$$= -0.866R\omega_1^2\hat{j} - 0.866\frac{u^2}{R}\hat{i} - 0.500\frac{u^2}{R}\hat{j} + u\omega_1\hat{k}$$

$$a_E = -(0.866R\omega_1^2 + 0.866\frac{u^2}{R})\hat{i} - 0.500\frac{u^2}{R}\hat{j} + u\omega_1\hat{k}$$

S.159



$$\underline{r} = R\hat{j} \quad \underline{\omega} = \omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j} \quad \underline{\omega}' = -\frac{u^2}{R}\hat{i}$$

$$a_E = a_E + a_{EH} + a_C$$

$$= \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2\underline{\omega} \times \underline{r}$$

$$= (\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times [(\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times R\hat{j}] - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2(\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times R\hat{j}$$

$$= -R\omega_1\omega_2\hat{k} - R\omega_2^2\hat{i} - \frac{u^2}{R}\hat{i} + 2R\omega_1\hat{k} + 2R\omega_2\hat{k}$$

(a) A noktasının hızı:

$$V_E = V_E + \underline{\omega} \times \underline{r} + \frac{d\underline{r}}{dt}$$

$$= -u\hat{i} + (\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times R\hat{j} + R\hat{j}$$

$$= -u\hat{i} + R\omega_1\hat{k} - R\omega_2\hat{i} + R\hat{j}$$

$$V_E = (-u + R\omega_2)\hat{i} + R\hat{j} + R\omega_1\hat{k}$$

(b) A noktasının ivmesi: (Not: $\underline{\omega}$ ve $\underline{r}$ diktir)

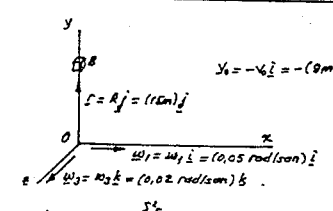
$$a_E = a_E + \frac{d\underline{\omega}}{dt} \times \underline{r} + \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) + 2\underline{\omega} \times \frac{d\underline{r}}{dt} + \frac{d^2\underline{r}}{dt^2}$$

$$= 0 + 0 - R\omega_2^2\hat{i} + 2(\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times R\hat{j} + R\hat{j}$$

$$= -R\omega_2^2\hat{i} + 2R\omega_1\hat{k} - 2R\omega_2\hat{i} + R\hat{j}$$

$$a_E = -2R\omega_2\hat{i} + [R - R(\omega_1^2 + \omega_2^2)]\hat{j} + 2R\omega_1\hat{k}$$

S.160



$$\underline{r} = R\hat{j} = (1.2)\hat{j}$$

$$\underline{\omega} = \omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j} = 0.05\hat{i} + 0.02\hat{j}$$

$$\underline{\omega}' = \omega_1^2\hat{i} + \omega_2^2\hat{j} = (0.05)^2\hat{i} + (0.02)^2\hat{j} = 0.0025\hat{i} + 0.0004\hat{j}$$

$$\underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) = -0.0025\hat{i} - 0.0004\hat{j}$$

$$a_E = a_E + a_{EH} + a_C$$

$$= \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) + a_{EH} + 2\underline{\omega} \times \underline{r}$$

$$= -0.0025\hat{i} - 0.0004\hat{j} - 0.0025\hat{i} - 0.0004\hat{j}$$

$$a_E = -0.005\hat{i} - 0.0008\hat{j} \quad (\text{m/san}^2)$$

$$V_E = -0.3\hat{i} + 1.2\hat{j} + 0.75\hat{k} \quad (\text{m/san})$$

(b) A noktasının ivmesi: (Not: $\underline{\omega}$ ve $\underline{r}$ birbirine diktir)

$$a_E = a_E + \frac{d\underline{\omega}}{dt} \times \underline{r} + \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) + 2\underline{\omega} \times \frac{d\underline{r}}{dt} + \frac{d^2\underline{r}}{dt^2}$$

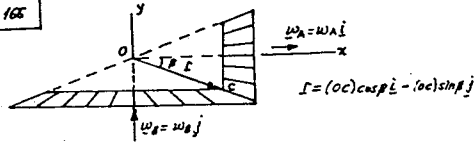
$$= 0 + 0 - R\omega_2^2\hat{i} + 2(\omega_1\hat{i} + \omega_2\hat{j}) \times R\hat{j} + R\hat{j}$$

$$= -R\omega_2^2\hat{i} + 2R\omega_1\hat{k} - 2R\omega_2\hat{i} + R\hat{j}$$

$$a_E = -0.0025\hat{i} + 0.12\hat{k} - 0.04\hat{i} - 0.6\hat{j}$$

$$a_E = -0.0425\hat{i} - 0.6435\hat{j} + 0.12\hat{k} \quad (\text{m/san}^2)$$

5.165



$$y_c = y_c: \quad \omega_A \times r_c = \omega_A \times r_c$$

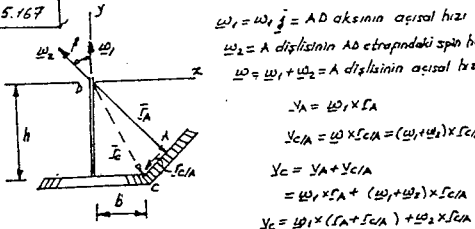
$$(\omega_A - \omega_A) \times r_c = 0$$

$$(\omega_A i - \omega_A j) \times [(\omega_A) \cos \beta i - (\omega_A) \sin \beta j] = 0$$

$$-\omega_A (\omega_A) \sin \beta k + \omega_A (\omega_A) \cos \beta k = 0$$

$$\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\omega_A}{\omega_A} = 1 \quad \beta = 45^\circ$$

5.167



Şunu işaret edelim: $r_c = r_A + r_{cA} = b i + h j$ $r_{cA} = a$

ω_2 ve r_{cA} dik olduğundan $\omega_2 \times r_{cA} = \omega_2 r_{cA} k = \omega_2 a k$

(1) denkleminde yerine konur $y_c = 0$ olduğu görüldürse

$$y_c = 0 = \omega_2 j \times (b i - h j) + \omega_1 a k$$

$$0 = -\omega_2 b k + \omega_1 a k$$

$$0 = (-\omega_2 b + \omega_1 a) k$$

(a) Spin hızı $= \omega_2 = \frac{b}{a} \omega_1$

(b) A dişlisinin açısal ivmesi

Dişli ve aks dikey etrafında sabit ω_1 açısal hız ile döndüklerinden

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \omega_1 \times \omega = \omega_1 \times (\omega_1 + \omega_2) = \omega_1 \times \omega_2$$

$$= \omega_1 j \times (-\omega_2 \sin \beta i + \omega_2 \cos \beta j)$$

$$\alpha = \omega_1 \omega_2 \sin \beta k$$

(c) A dişlisinin C dişisinin ivmesi

$$g_c = \alpha \times r_c + \omega \times (\omega \times r_c)$$

$$= \alpha \times r_c + \omega \times y_c$$

Oysa, $y_c = 0$ olduğundan

$$g_c = \alpha \times r_c$$

$$= (\omega_1 \omega_2 \sin \beta) k \times (b i - h j)$$

$$g_c = \omega_1 \omega_2 \sin \beta [b j - h i]$$

Not: g_c nin g_c ye dik olduğu aşağıdaki gibi gösterilir

$$g_c \cdot r_c = \omega_1 \omega_2 \sin \beta [b j + h i] \cdot (b i - h j)$$

$$= \omega_1 \omega_2 \sin \beta (bh - bh) = 0$$

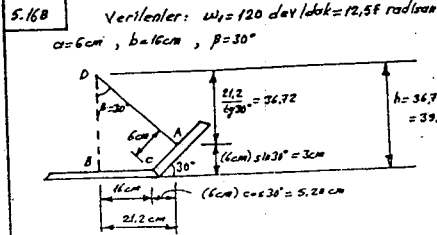
Prob. 8.9 da kullanılmak üzere

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 = \omega_1 j + \omega_2 (\cos \beta j - \sin \beta i)$$

$$= \omega_1 j + \frac{b}{a} \omega_1 (\cos \beta j - \sin \beta i)$$

$$\omega = \frac{\omega_1}{a} [-b \sin \beta i + (a + b \cos \beta) j]$$

5.168



Prob. 5.167 ye bkz.

(a) Spin hızı $= \omega_2 = \frac{b}{a} \omega_1 = \frac{6}{12} (120 \text{ dev/dak}) = 320 \text{ dev/dak}$

(b) A dişlisinin açısal ivmesi:

$$\alpha = \omega_1 \omega_2 \sin \beta k = \frac{b}{a} \omega_1^2 \sin \beta k$$

$$= \frac{(6 \text{ cm})}{(12.57)^2} \sin 30^\circ k$$

$$\alpha = 210.4 k \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

(c) A dişlisinin C dişisinin ivmesi:

$$g_c = \omega_1 \omega_2 \sin \beta [b j + h i] = \frac{b}{a} \omega_1^2 \sin \beta [b j + h i]$$

$$= \frac{6}{12} (12.57)^2 \sin 30^\circ [(12 j + 39.72 i)]$$

$$g_c = 8360 i + 3370 j \text{ (cm/s}^2\text{)}$$

5.169

Hızlar: BD çubuğu: $v_B = 0$ olduğuna göre anı dönme merkezi A'da. Böylece $y_B = y_D = 20 \text{ cm/s}$ ↑, $\omega_{BD} = 0$

BC çubuğu: $\omega_{BC} = \frac{v_B}{BC} = \frac{20 \text{ cm/s}}{10 \text{ cm}} = 2 \text{ rad/s}$ ↓

AB çubuğu: Anı dönme merkezi A'dadır. $\omega_{AB} = 2 \text{ rad/s}$ ↓

İvmeler:

BD çubuğu: $g_B = g_D + g_{B/D} = g_D$

$$= [(80) \omega_{BD}^2] + [(80) \alpha_{BD}]$$

$$g_D = 30 \alpha_{BD} \rightarrow$$

BC çubuğu: $g_B = [(BC) \omega_{BC}^2] + [(BC) \alpha_{BC}]$

$$g_B = [10(2)^2] + [10 \alpha_{BC}]$$

(1) ve (2) karşılaştırılırsa: $10 \alpha_{BC} = 0$ $\alpha_{BC} = 0$

ve (2) de yerine konularak: $g_B = 40 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$

$$g_{BD} = (333 \text{ rad/s}^2) \rightarrow$$

(1) yardımıyla da: $\omega_{AB} = 2$

$$g_B = g_A + g_{B/A}$$

$$[40 \rightarrow] = [\alpha_A \rightarrow] + [(AB) \omega_{AB}^2 \rightarrow] + [(AB) \alpha_{AB} \uparrow]$$

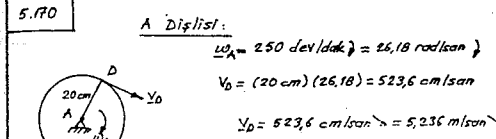
Buradan $10 \alpha_{AB} = 0$ $\alpha_{AB} = 0$

$40 \rightarrow = [g_A \rightarrow] + [10(2)^2 \rightarrow] + [10 \alpha_{AB} \uparrow]$

Buradan $40 = g_A - 40$ $g_A = 80 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$

$\alpha_A = 80$ $g_A = 80 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$

5.170



A dişlisi: $\omega_A = 250 \text{ dev/dak} = 26.18 \text{ rad/s}$

$$v_B = (20 \text{ cm}) (26.18) = 523.6 \text{ cm/s}$$

$$v_D = 523.6 \text{ cm/s} \rightarrow = 5.236 \text{ m/s} \rightarrow$$

B dişlisi: Dişli bölünme yapacağından

$$v_B = v_D = 523.6 \text{ cm/s} \rightarrow$$

$$v_B = 5.236 \text{ m/s} \rightarrow$$

AB çubuğu: $\omega_{AB} = \frac{v_B}{AB}$

$$= \frac{523.6 \text{ cm/s}}{30 \text{ cm}} = 17.45 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{AB} = 166.7 \text{ dev/dak}$$

Hızlar: $\omega_A = 120 \text{ dev/dak} = 12.57 \text{ rad/s}$

$$v_D = (20 \text{ cm}) (12.57) = 251.4 \text{ cm/s}$$

$$\omega_D = r_A \omega_A = (20) (12.57)^2$$

$$g_D = 3160 \text{ cm/s}^2 \uparrow$$

AB çubuğu: $\omega_{AB} = 60 \text{ dev/dak} = 6.28 \text{ rad/s}$

$$v_B = (30) (6.28) = 188.4 \text{ cm/s}$$

$$g_B = (AB) \omega_{AB}^2 = (30) (6.28)^2$$

$$g_B = 1184 \text{ cm/s}^2 \uparrow$$

B dişlisi: Hızlar: $v_B = 188.4 \text{ cm/s}$

$$v_E = v_D = 251.4 \text{ cm/s}$$

$$v_{E/D} = v_E - v_D = 251.4 + 188.4$$

$$= 440 \text{ cm/s}$$

$$\omega_B = \frac{v_{E/D}}{r_B} = \frac{440}{10} = 44 \text{ rad/s}$$

İvmeler: $g_E = g_D + g_{E/D}$

$$= g_D + r_D \omega_B^2$$

$$= 1184 + 10(44)^2$$

$$= 1184 + 19360$$

$$g_E = 18174 \text{ cm/s}^2 \uparrow$$

(a) $\theta = 0^\circ$: $[188.50 \uparrow] = [v_D \rightarrow] + [v_{E/D} \uparrow]$

Buradan $v_{E/D} = 0$

ve $v_D = v_E = 188.50 \text{ cm/s}$

(b) $\theta = 60^\circ$: $\frac{\sin \theta}{6 \text{ cm}} = \frac{\sin 60^\circ}{12 \text{ cm}} = \frac{\sin \theta}{12 \text{ cm}}$

$$\theta = 25.5^\circ$$

$$[188.50 \uparrow \sin 30^\circ] = [v_D \rightarrow] + [v_{E/D} \uparrow]$$

$$60^\circ - 25.5^\circ = 34.5^\circ$$

$$\frac{v_D}{\sin 34.5^\circ} = \frac{188.5}{\sin 25.5^\circ}$$

$$v_D = 117.8 \text{ cm/s}$$

(c) $\theta = 90^\circ$: $[188.50 \uparrow] = [v_D \rightarrow] + [v_{E/D} \uparrow]$

Buradan $v_{E/D} = 0$

ve $v_D = v_E = 188.50 \text{ cm/s}$

5.171

A dişlisi: $\omega_A = 120 \text{ dev/dak} = 12.57 \text{ rad/s}$

$$v_D = (20 \text{ cm}) (12.57) = 251.4 \text{ cm/s}$$

$$\omega_D = r_A \omega_A = (20) (12.57)^2$$

$$g_D = 3160 \text{ cm/s}^2 \uparrow$$

AB çubuğu: $\omega_{AB} = 60 \text{ dev/dak} = 6.28 \text{ rad/s}$

$$v_B = (30) (6.28) = 188.4 \text{ cm/s}$$

$$g_B = (AB) \omega_{AB}^2 = (30) (6.28)^2$$

$$g_B = 1184 \text{ cm/s}^2 \uparrow$$

B dişlisi: Hızlar: $v_B = 188.4 \text{ cm/s}$

$$v_E = v_D = 251.4 \text{ cm/s}$$

$$v_{E/D} = v_E - v_D = 251.4 + 188.4$$

$$= 440 \text{ cm/s}$$

$$\omega_B = \frac{v_{E/D}}{r_B} = \frac{440}{10} = 44 \text{ rad/s}$$

İvmeler: $g_E = g_D + g_{E/D}$

$$= g_D + r_D \omega_B^2$$

$$= 1184 + 10(44)^2$$

$$= 1184 + 19360$$

$$g_E = 18174 \text{ cm/s}^2 \uparrow$$

(a) $\theta = 0^\circ$: $\phi = 0^\circ$

Prob. 5.172 den: $v_{E/D} = 188.50 \text{ cm/s}$

$$[0 \rightarrow] = [0 \rightarrow] + [v_{E/D} \uparrow]$$

$$-5922 = 0 - (188.5)^2 / 12$$

$$0 = 2962 - 5922 = -2960 \text{ cm/s}^2$$

$$g_D = 2960 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$$

(b) $\theta = 60^\circ$: $\phi = 0^\circ$

Prob. 5.172 den: $v_{E/D} = 188.50 \text{ cm/s}$

$$[0 \rightarrow] = [0 \rightarrow] + [v_{E/D} \uparrow]$$

$$-5922 = 0 - (188.5)^2 / 12$$

$$0 = 2962 - 5922 = -2960 \text{ cm/s}^2$$

$$g_D = 2960 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$$

(c) $\theta = 90^\circ$: $\phi = 0^\circ$

Prob. 5.172 den: $v_{E/D} = 188.50 \text{ cm/s}$

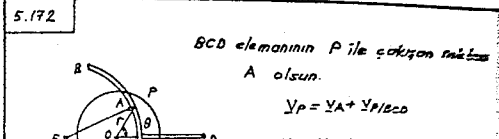
$$[0 \rightarrow] = [0 \rightarrow] + [v_{E/D} \uparrow]$$

$$-5922 = 0 - (188.5)^2 / 12$$

$$0 = 2962 - 5922 = -2960 \text{ cm/s}^2$$

$$g_D = 2960 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$$

5.172



BCD elemanının P ile çıkış noktası A olsun.

$$v_P = v_A + v_{P/A}$$

$$v_P = (6 \text{ cm}) (31.42 \text{ rad/s})$$

$$v_P = 188.50 \text{ cm/s} \perp CP$$

$y_A = y_D \rightarrow$; $v_{P/A} \perp EP$

(a) $\theta = 0^\circ$: $[188.50 \uparrow] = [v_D \rightarrow] + [v_{P/A} \uparrow]$

Buradan şu sonuç çıkar: $v_D = 0$

(b) $\theta = 60^\circ$: $\frac{\sin \theta}{6 \text{ cm}} = \frac{\sin 60^\circ}{12 \text{ cm}} = \frac{\sin \theta}{12 \text{ cm}}$

$$\theta = 25.5^\circ$$

$$[188.50 \uparrow \sin 30^\circ] = [v_D \rightarrow] + [v_{P/A} \uparrow]$$

$$60^\circ - 25.5^\circ = 34.5^\circ$$

$$\frac{v_D}{\sin 34.5^\circ} = \frac{188.5}{\sin 25.5^\circ}$$

$$v_D = 117.8 \text{ cm/s}$$

(c) $\theta = 90^\circ$: $[188.50 \uparrow] = [v_D \rightarrow] + [v_{P/A} \uparrow]$

Buradan $v_{P/A} = 0$

ve $v_D = v_P = 188.50 \text{ cm/s}$

5.173

BCD nin P ile çıkış noktası A olsun.

$$g_P = g_A + g_{P/A} = -g_c$$

$$g_P = r \omega_{AB}^2 \uparrow$$

$$g_P = (6) (31.42)^2 = 5922 \text{ cm/s}^2$$

$$g_A = g_D = g_c \rightarrow$$

$$g_{P/A} = \left[\frac{v_{P/A}^2}{R} \right] = \left[\frac{(188.5)^2}{12} \right]$$

ve BCD dönmediğinden $g_c = 0$ dir.

(d) $\theta = 0^\circ$: $\phi = 0^\circ$

Prob. 5.172 den: $v_{P/A} = 188.50 \text{ cm/s}$

$$[0 \rightarrow] = [0 \rightarrow] + [v_{P/A} \uparrow]$$

$$-5922 = 0 - (188.5)^2 / 12$$

$$0 = 2962 - 5922 = -2960 \text{ cm/s}^2$$

$$g_D = 2960 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$$

(b) $\theta = 60^\circ$: $\phi = 0^\circ$

Prob. 5.172 den: $v_{P/A} = 188.50 \text{ cm/s}$

$$[0 \rightarrow] = [0 \rightarrow] + [v_{P/A} \uparrow]$$

$$-5922 = 0 - (188.5)^2 / 12$$

$$0 = 2962 - 5922 = -2960 \text{ cm/s}^2$$

$$g_D = 2960 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$$

(c) $\theta = 90^\circ$: $\phi = 0^\circ$

Prob. 5.172 den: $v_{P/A} = 188.50 \text{ cm/s}$

$$[0 \rightarrow] = [0 \rightarrow] + [v_{P/A} \uparrow]$$

$$-5922 = 0 - (188.5)^2 / 12$$

$$0 = 2962 - 5922 = -2960 \text{ cm/s}^2$$

$$g_D = 2960 \text{ cm/s}^2 \rightarrow$$

5.173 Devam

(b) $\theta = 60^\circ$:Prob. 5.172 (b) den: $\phi = 25,7^\circ$

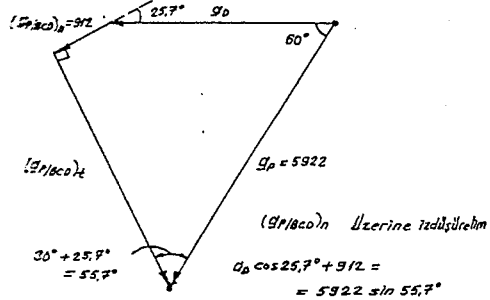
$$\frac{V_{B/BCD}}{\sin 30^\circ} = \frac{188,50}{\sin 115,7^\circ}$$

$$V_{B/BCD} = 104,5 \text{ cm/san}$$

$$V_{B/BCD} / R = 9,12 \text{ cm/san}^2$$

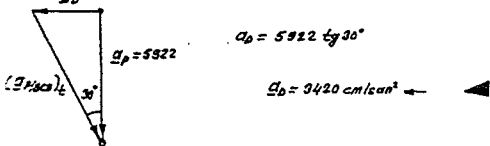
$$[a_p \uparrow 60^\circ] = [a_0 \rightarrow] + [V_{B/BCD} / R \uparrow 25,7^\circ] + [a_{p/BCD} \uparrow 115,7^\circ]$$

$$[5922 \uparrow 60^\circ] = [a_0 \rightarrow] + [9,12 \uparrow 25,7^\circ] + [a_{p/BCD} \uparrow 115,7^\circ]$$

(c) $\theta = 90^\circ$ Prob. 5.172 c den: $\phi = 30^\circ$, $V_{B/BCD} = 0$

$$[a_p \uparrow] = [a_0 \rightarrow] + [a_{p/BCD} \uparrow 30^\circ]$$

$$[5922 \uparrow] = [a_0 \rightarrow] + [a_{p/BCD} \uparrow 30^\circ]$$



5.174

(a) $\alpha = -4\omega$

$$\frac{d\omega}{dt} = -4\omega$$

$$\int \frac{d\omega}{\omega} = -4 \int dt$$

$$\ln \omega = -4t$$

$$\omega = e^{-4t}$$

$$\theta = \frac{1}{4} \omega$$

Verilenler: $\omega_0 = 2000 \text{ dev/dak}$, $203,4 \text{ rad/san}$

$$\theta = \frac{1}{4} (203,4) = 50,85 \text{ rad}$$

$$\theta = 8,33 \text{ devir}$$

$$(b) \frac{d\omega}{dt} = -4\omega, \int \frac{d\omega}{\omega} = -4 \int dt, [\ln \omega] = -4t$$

$$t = \infty$$

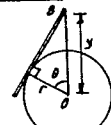
$$(c) \int \frac{d\omega}{\omega} = -4 \int dt, -4t = [\ln \omega]_{\omega_0}^{\omega} = \ln \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$t = \frac{1}{4} \ln \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{4} \ln \frac{2000}{2} = \frac{1}{4} \ln 100 = \frac{1}{4} (4,6052)$$

$$t = 1,151 \text{ san}$$

5.175

$$y = r \sec \theta$$



$$v = \frac{dy}{dt} = r \sec \theta \tan \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$v = r \sec \theta \tan \theta \omega$$

$$\omega = \frac{v}{r} \frac{\cos \theta}{\tan \theta}$$

(b) Türeterek ve v'nin sabit olduğunu

göz önünde tutarak:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{v}{r} \right) \frac{-\sin \theta \tan \theta - \cos \theta \sec^2 \theta}{\tan^2 \theta} \frac{d\theta}{dt}$$

$$\alpha = \frac{v}{r} \left(\frac{-\sin^2 \theta - 1}{\cos^2 \theta \tan^2 \theta} \right) \frac{v \cos \theta}{r} \frac{1 + \sin^2 \theta}{\tan^2 \theta} \frac{d\theta}{dt}$$

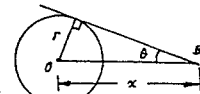
5.176

$$x = r \csc \theta$$

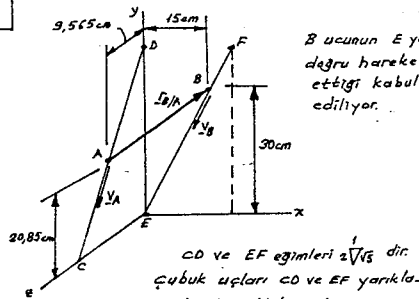
$$\frac{dx}{dt} = -r \csc \theta \cot \theta \frac{d\theta}{dt}$$

$$v = -r \csc \theta \cot \theta \omega$$

$$\omega = -\frac{v}{r} \sin \theta \tan \theta$$



5.177



$$y_A = y_A + y_{B/A} = y_A + \omega \times r_{B/A}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} (-\hat{j} - \hat{k}) = \frac{50}{\sqrt{5}} (-\hat{j} + \hat{k}) + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 15 & 9,15 & -9,565 \end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} (-\hat{j} - \hat{k}) = \frac{50}{\sqrt{5}} (-\hat{j} + \hat{k}) + (-2,565 \omega_y - 9,15 \omega_z) \hat{i} + (9,565 \omega_x + 15 \omega_z) \hat{j} + (15 \omega_x - 15 \omega_y) \hat{k}$$

Birim vektörlerin katsayıları eşitlenirse

$$-\frac{1}{\sqrt{5}} = -2,565 \omega_y - 9,15 \omega_z$$

$$(-2,565 + 10)/\sqrt{5} = 9,565 \omega_x + 15 \omega_z$$

$$-50/\sqrt{5} = 9,565 \omega_x - 15 \omega_y$$

(1) denklemin $15/9,15$ ile çarpalım

$$-1,639 \omega_x/\sqrt{5} = -15,699 \omega_y - 15 \omega_z$$

(5) denklemin $-9,565/9,15 = -1,045$ ile çarpalım

$$52,25/\sqrt{5} = -9,565 \omega_x + 15,699 \omega_y$$

(2), (4) ve (5) taraf tarafa toplarsak

$$(-2,565 + 100 - 1,639 \omega_y + 52,25)/\sqrt{5} = 0$$

$$-3,639 \omega_y + 152,25 = 0$$

$$\omega_y = 41,84 \text{ cm/san}$$

E ye doğru

6.1

Sınır hal: B'deki reaksiyon = 0

$$\sum M_A = \sum (M_A)_e$$

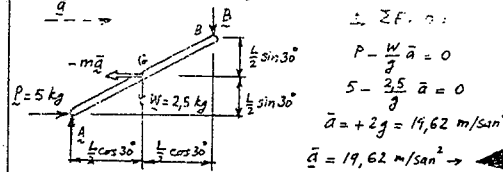
$$-W \left(\frac{1}{2} \cos 30^\circ \right) = -\frac{W}{g} \bar{a} \left(\frac{1}{2} \sin 30^\circ \right)$$

$$\bar{a} = +g \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = 9,81 \cot 30^\circ$$

$$\bar{a} = 2,60 \text{ m/san}^2$$

6.2

Dinamik denge



$$\sum M_A = 0: m \bar{a} \left(\frac{1}{2} \sin 30^\circ \right) - W \left(\frac{1}{2} \cos 30^\circ \right) - B \left(L \cos 30^\circ \right) = 0$$

$$\frac{2,5}{g} (2g) \left(\frac{1}{2} \cdot 0,500 \right) - 2,5 \left(\frac{1}{2} \cdot 0,866 \right) - B \left(L \cdot 0,866 \right) = 0$$

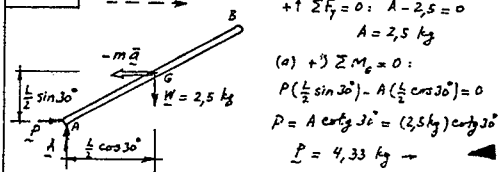
$$2,5 - 2,165 - 1,932 B = 0$$

$$B = +0,193 \text{ kg}, \quad B = 0,193 \text{ kg}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0: A - W - B = 0$$

$$A - 2,50 - 0,193 = 0 \quad A = +2,693 \text{ kg}, \quad A = 2,693 \text{ kg}$$

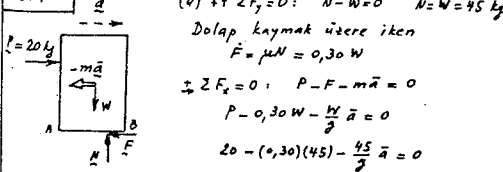
6.3



$$(b) \pm \sum F_x = 0: P - m \bar{a} = 0$$

$$4,33 - \frac{2,5}{g} \bar{a} = 0 \quad \bar{a} = 17,0 \text{ m/san}^2$$

6.4



(b) Dolabın devrilmesi anında N ve F reaksiyonları B noktasına etkir.

A fıkkından $\bar{a} = 1,42 \text{ m/san}^2$

$$+\uparrow \sum M_B = 0:$$

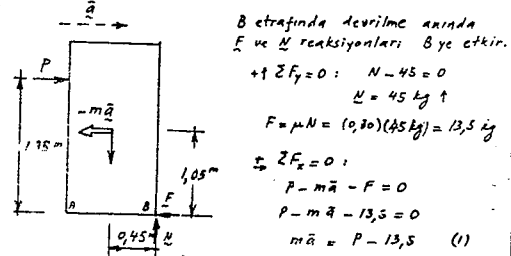
$$-(20)h + m \bar{a} (1,05) + W(45) = 0$$

$$-20h + \frac{45}{g} (1,42)(1,05) + 45(45) = 0$$

$$h = 135 \text{ cm}$$

6.5

Dinamik denge



$$+\uparrow \sum M_B = 0: -135 P + (m \bar{a})(1,05) + (45)(45) = 0$$

$$-135 P + (P - 13,5)(1,05) + (45)(45) = 0$$

$$-135 P + 105 P - 141,75 + 2025 = 0$$

$$30 P = 607,5 \quad P = 20,25 \text{ kg}$$

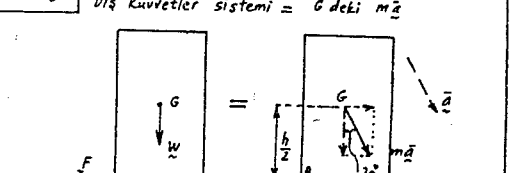
$$F = 20,25 \text{ kg} \quad (1) \text{ de yerine konursa:}$$

$$\frac{45}{g} \bar{a} = 20,25 - 13,5$$

$$\bar{a} = \frac{6,75}{45/g} = 1,47 \text{ m/san}^2$$

$$\bar{a} = 1,47 \text{ m/san}^2$$

6.6 Dış kuvvetler sistemi = G'deki m



$$0,40 = \frac{\frac{1}{2} m \bar{a}}{W - \frac{\sqrt{3}}{2} m \bar{a}}; \quad 0,40 - 0,40 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\bar{a}}{g} = \frac{1}{2} \frac{\bar{a}}{g}$$

$$\frac{\bar{a}}{g} = 0,473 \quad \bar{a} = 4,64 \text{ m/san}^2$$

(b) F ve N reaksiyonları şekilde gösterildiği gibi

A ya etkirirse A etrafında devrilme başlar:

$$+\uparrow \sum M_C = 0: F \left(\frac{1}{2} h \right) - N \left(\frac{1}{2} d \right) = 0$$

$$\frac{h}{d} = \frac{N}{F}$$

$$0,40 = \frac{1}{2} \frac{W}{W - \frac{\sqrt{3}}{2} m \bar{a}}; \quad 0,40 - 0,40 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \frac{\bar{a}}{g} = \frac{1}{2} \frac{\bar{a}}{g}$$

$$\frac{\bar{a}}{g} = 0,473 \quad \bar{a} = 4,64 \text{ m/san}^2$$

$$\frac{h}{d} = \frac{1}{0,40} \quad \frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

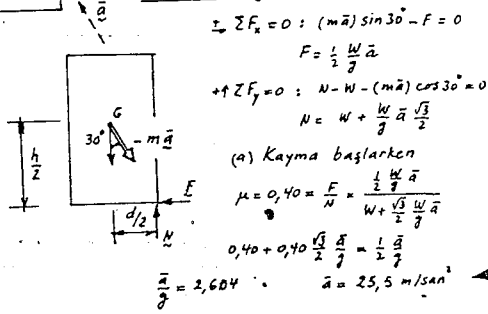
$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

$$\frac{h}{d} = 2,5$$

6.7

Dinamik denge



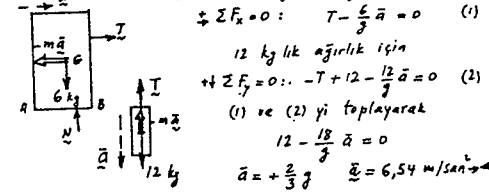
(b) F ve N reaksiyonları şekildedeki gibi B ye etkirse B etrafında devrilme olur:
 $\sum M_B = 0: N \cdot \frac{h}{2} - F \cdot \frac{h}{2} = 0 \quad \frac{h}{d} = \frac{F}{N}$
 Oysa a çıkışından $\frac{F}{N} = 0,40$, $\frac{h}{d} = \frac{1}{0,40}$ $\frac{h}{d} = 2,5$

Not: Prob. 6.6 bu problemin benzeridir. O problem etkiyen kuvvetlerle efektif kuvvetlerin eşdeğerliliği ilkesini doğrudan doğruya uygulayarak çözülmüştür.

6.8

(a) Blok kaydıgını kabul edelim.

Dinamik denge: 6 kg'lık silindir için

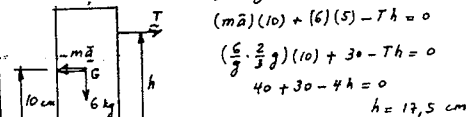


(1) de yerine koyarak

$$T - \frac{6}{g} \left(\frac{2}{3} g \right) = 0$$

$$T - 4 = 0 \quad T = 4 \text{ kg}$$

(b) Silindir B etrafında devrilişse N reaksiyonu B noktasına etkir.



Silindir A etrafında devrilişse N reaksiyonu A noktasına etkir.

$$\sum M_A = 0:$$

$$(m\ddot{a})(10) - (6)(5) - Th = 0$$

$$\left(\frac{6}{g} \cdot \frac{2}{3} g \right)(10) + 30 - Th = 0$$

$$40 - 30 - 4h = 0$$

$$h = 2,5 \text{ cm}$$

$$\text{Silindirin devrilmemesi için}$$

$$2,5 \text{ cm} \leq h \leq 17,5 \text{ cm}$$

6.9

(a) Silindirin kaydıgını kabul edelim:

6 kg'lık ağırlığın serbest cisim dinamiğinde

$$\sum F_y = 0: N - 6 = 0 \quad N = 6 \text{ kg}$$

$$F = \mu N = 0,20(6) = 1,2 \text{ kg}$$

$$\sum F_x = 0: T - 1,2 - \frac{6}{g} \ddot{a} = 0 \quad (1)$$

12 kg'lık ağırlığın serbest cisim dinamiğinde

$$\sum F_y = 0: 12 - \frac{12}{g} \ddot{a} - T = 0 \quad (2)$$

(1) ve (2) yi toplayarak:

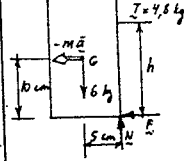
$$10,8 - \frac{18}{g} \ddot{a} = 0$$

$$\ddot{a} = \frac{3}{5} g \quad \ddot{a} = 5,89 \text{ m/san}^2$$

(1) de yerine koyalım:

$$T - 1,2 - \frac{6}{g} \left(\frac{3}{5} g \right) = 0$$

$$T - 1,2 - 3,6 = 0 \quad T = 4,8 \text{ kg}$$

(b) Silindirin B etrafında devrilişse N ve F reaksiyonları B ye etkir:

$$\sum M_B = 0: (m\ddot{a})(10) + (6)(5) - Th = 0$$

$$\left(\frac{6}{g} \cdot \frac{2}{3} g \right)(10) + 30 - 4h = 0$$

$$h = 13,75 \text{ cm}$$

Silindirin A etrafında devrilişse N ve F reaksiyonları A ye etkir:

$$\sum M_A = 0: (m\ddot{a})(10) - (6)(5) - 4,8h = 0$$

$$\left(\frac{6}{g} \cdot \frac{2}{3} g \right)(10) - 30 - 4,8h = 0$$

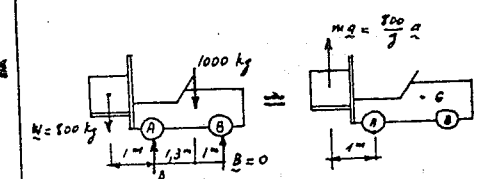
$$h = 1,25 \text{ cm}$$

Silindirin devrilmemesi için

$$1,25 \leq h \leq 13,75 \text{ cm}$$

6.10

Not: Yükleycinin kendi ivmesi sıfırdır.



$$\sum M_A = \sum (M_A)_{cf}:$$

$$(800)(1) - (1000)(1,3) = - \frac{800}{g} \ddot{a} \quad (1)$$

$$800 - 1300 = - \frac{800}{g} \ddot{a}$$

$$\frac{\ddot{a}}{g} = \frac{500}{800} = \frac{5}{8}$$

$$\ddot{a} = \frac{5}{8} g = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

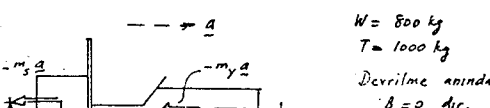
$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 6,13 \text{ m/san}^2$$

6.11

Önce sandığın kaymadığını kabul edelim ve B deki reaksiyonu sıfır yapan a yi bulalım.

$$W = 800 \text{ kg}$$

$$T = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{Devrilme anında}$$

$$\theta = 0 \text{ dir.}$$

$$\sum M_A = 0: W(1) + (m_s a)(1,3) + (m_y a)(1) - T(1,3) = 0$$

$$(800)(1) + \frac{800}{g} a(1,3) + \frac{1000}{g} a(1) - (1000)(1,3) = 0$$

$$800 + 1040 \frac{a}{g} + 1000 \frac{a}{g} - 1300 = 0$$

$$\frac{a}{g} = \frac{500}{2040} = 0,245$$

$$a = 2,40 \text{ m/san}^2 \quad a = 2,40 \text{ m/san}^2$$

Düştürün değişen hareket:

$$v_0 = -5 \text{ m/san} \quad a = 2,40 \text{ m/san}^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(s - s_0) \quad 0 - (5)^2 = 2(2,40)s$$

$$s = -5,21 \text{ m} \quad s = -5,21 \text{ m}$$

Sandığın kaymadığını gözlemleyelim.

$$N = W \quad F = \frac{W}{g} a = 0$$

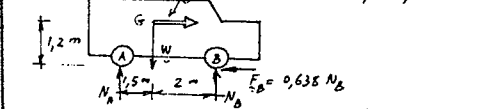
$$\mu_{\text{ger}} = \frac{F}{N} = \frac{a}{g} = 0,245$$

$$\mu_{\text{ger}} < 0,30 \text{ olduğundan sandık kaymaz.}$$

6.12

Örnek Prob. 6.1 den

$$\mu = 0,638$$



$$\sum M_A = 0: -1,5W - 1,2(m\ddot{a}) + 3,5N_B = 0$$

$$N_B = \frac{1,5}{3,5} W + \frac{1,2}{3,5} m\ddot{a}$$

$$\sum F_x = 0: m\ddot{a} - 0,638 N_B = 0$$

$$m\ddot{a} - 0,638 \left(\frac{1,5}{3,5} W + \frac{1,2}{3,5} m\ddot{a} \right) = 0$$

$$(1 - 0,219) m\ddot{a} = 0,273 W$$

$$\ddot{a} = \frac{0,273}{0,781} g = 0,350 g = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

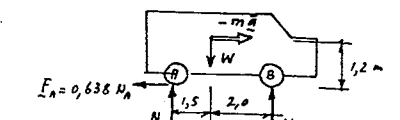
$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 3,43 \text{ m/san}^2$$

6.13

Örnek Prob. 6.1 den $\mu = 0,638$ 

$$\sum M_B = 0: -3,5 N_A + 2,0 W - 1,2(m\ddot{a}) = 0$$

$$N_A = \frac{2}{3,5} W - \frac{1,2}{3,5} m\ddot{a}$$

$$\sum F_x = 0: m\ddot{a} - 0,638 N_A = 0$$

$$m\ddot{a} - 0,638 \left(\frac{2}{3,5} W - \frac{1,2}{3,5} m\ddot{a} \right) = 0$$

$$(1 + 0,219) m\ddot{a} = 0,365 W$$

$$\ddot{a} = \frac{0,365 W}{1,219} = \frac{0,365}{1,219} g = 0,299 g = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

$$\ddot{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

6.16

A da sürtünme var: $A_x = \mu A_y = 0,20 A_y$
 $\Sigma F_x = m\ddot{a}$: $25 - 0,20 A_y = m\ddot{a}$
 $m\ddot{a} = 25 - 0,20 A_y$ (1)
 $\Sigma M_B = (\Sigma M_B)_{cf}$: $(25)(1,5) + (100)(0,5) - A_y(1) = (m\ddot{a})(1)$
 $37,5 + 50 - A_y = m\ddot{a}$
 $87,5 - A_y = 25 - 0,20 A_y$
 $A_y = +78,1 \text{ kg}$ $A_y = 78,1 \text{ kg} \uparrow$
 $A_x = (0,20) A_y = 15,6 \text{ kg}$ $A_x = 15,6 \text{ kg} \leftarrow$
 $\Sigma F_y = 0$: $A_y + B - 100 \text{ kg} = 0$
 $B = 21,9 \text{ kg} \uparrow$
 (1) den $\frac{100}{9} \ddot{a} = 25 - (0,20)(78,1)$
 $\ddot{a} = 0,92 \text{ m/s}^2$ $\ddot{a} = 0,92 \text{ m/s}^2$

6.17

A da sürtünme var: $A_x = \mu A_y = 0,20 A_y$
 $\Sigma F_x = m\ddot{a}$: $25 - 0,20 A_y = m\ddot{a}$
 $m\ddot{a} = 25 - 0,20 A_y$ (1)
 $\Sigma M_B = (\Sigma M_B)_{cf}$: $-(25)(1,5) + (100)(0,5) - A_y(1) = -(m\ddot{a})(1)$
 $-37,5 + 50 - A_y = -(25 - 0,20 A_y)$
 $37,5 = 1,2 A_y$
 $A_y = 31,25 \text{ kg}$ $A_y = 31,25 \text{ kg} \uparrow$
 $A_x = 0,20 A_y = 6,25 \text{ kg}$ $A_x = 6,25 \text{ kg} \leftarrow$
 $\Sigma F_y = 0$: $A_y + B - 100 = 0$
 $B = 68,75 \text{ kg} \uparrow$
 (1) den $\frac{100}{9} \ddot{a} = 25 - (0,20)(31,25)$
 $\ddot{a} = 1,84 \text{ m/s}^2$ $\ddot{a} = 1,84 \text{ m/s}^2$

6.18

$\omega = 180 \text{ dev/dak} = 18,85 \text{ radyan/sani}$
 $\ddot{\alpha} = \ddot{\alpha}_B = \ddot{\alpha}_C = r\ddot{\omega} = 0,2 (18,85)^2 = 71,1 \text{ m/s}^2 \searrow 60^\circ$

$\Sigma M_B = (\Sigma M_B)_{cf}$: $C_y(0,75) - (8 \text{ kg})(0,375) = -(m\ddot{a} \sin 60^\circ)(0,75)$
 $0,75 C_y - 3,000 = -18,830$
 $C_y = 21,5 \text{ kg}$ $C_y = 21,5 \text{ kg} \uparrow$
 $\Sigma F_y = m\ddot{a}_y$: $B_y + C_y = m\ddot{a} \sin 60^\circ + 8$
 $B_y - 20,6 = -(\frac{8}{9} \cdot 71,1)(0,866)$ $B_y = 21,1 \text{ kg} \uparrow$

6.19

Levha ötelenme yaptığından
 $\ddot{a} = \ddot{a}_C = r\ddot{\alpha} \searrow 30^\circ$

$\Sigma M_C = 0$: $-(0,075)(T_{CD} \cos 60^\circ) - (0,10)(T_{CD} \sin 60^\circ) - (0,075)(T_{EF} \cos 60^\circ) + (0,10)(T_{EF} \sin 60^\circ) = 0$
 $-0,1241 T_{CD} + 0,0451 T_{EF} = 0$ (1)
 $\Delta 60^\circ$ ejiğe indirilim yataklım:
 $\Sigma F_x = 0$: $T_{CD} + T_{EF} - 5 (\cos 30^\circ) = 0$
 $T_{CD} + T_{EF} = 4,33$ (2)
 (1) ve (2) yi çözerek
 $T_{CD} = 1,23 \text{ kg}$ $T_{EF} = 3,10 \text{ kg}$

6.20

Levha ötelenme yaptığından
 $\ddot{a} = \ddot{a}_A = \ddot{a}_B = \ddot{a}_n + \ddot{a}_t$
 $\ddot{a}_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(0,70 \text{ m/s})^2}{0,20 \text{ m}} = 4,05 \text{ m/s}^2 \searrow 30^\circ$
 $\ddot{a}_t = \ddot{a}_c \text{ Du } 30^\circ$

$\Sigma F_x = m\ddot{a}_x$: $W \cos 30^\circ = m\ddot{a}_x$
 $W(0,866) = \frac{W}{9} \ddot{a}_x$
 $\ddot{a}_x = 0,866 g = 8,50 \text{ m/s}^2$ $\ddot{a}_x = 8,50 \text{ m/s}^2 \text{ Du } 30^\circ$

(a) $\ddot{a}_x$ ve $\ddot{a}_y$ bileşenlerini toplayalım:
 $\ddot{a} = \sqrt{\ddot{a}_x^2 + \ddot{a}_y^2} = 9,42 \text{ m/s}^2$
 $\tan \beta = \frac{4,05}{8,50}$ $\beta = 25,5^\circ$
 $\ddot{a} = 9,42 \text{ m/s}^2 \searrow 85,5^\circ$

(b) $m\ddot{a}_x = \frac{5}{9} (4,05) = 2,064 \text{ kg}$
 $m\ddot{a}_y = \frac{5}{9} (8,50) = 4,33 \text{ kg}$

$\Sigma M_B = (\Sigma M_B)_{cf}$: $(0,30) A \cos 30^\circ + (0,075) W = (0,15)(m\ddot{a}_x) \cos 60^\circ + (0,075)(m\ddot{a}_y) \sin 60^\circ - (0,15)(m\ddot{a}_x) \cos 30^\circ + (0,075)(m\ddot{a}_y) \sin 30^\circ$
 $3,464 A + 5 = 4,33 + 3,75 - 3,57 + 1,03$
 $A = 0,156 \text{ kg}$ $A = 0,156 \text{ kg} \searrow 30^\circ$

$\Sigma F_x = m\ddot{a}_x$: $A + B - W \sin 30^\circ = m\ddot{a}_x$
 $0,156 + B - 5(0,500) = 2,064$
 $B = +0,280 \text{ kg}$
 $B = 0,280 \text{ kg} \searrow 30^\circ$

6.21

Çapraz elemanlar DE çubuğunu yatay konumda tutarlar, onun için DE ötelenme yapar: $\ddot{a} = \ddot{a}_E$

Hız sıfır olduğundan $(a_t)_E = 0$ dir
 O halde $\ddot{a}_E = (a_c)_E \searrow 60^\circ$
 $\ddot{a}$ nin yönü $\searrow 60^\circ$ olur.

Not: DCB çubuğunun ağırlığı ihmal ediliyor.
 $\Sigma M_C = 0$: $B = D$
 $\Sigma F_y = 0$: $C = 2D$

Not: ACE çubuğunun ağırlığı ihmal ediliyor.
 $\Sigma M_A = 0$:
 $E_x(L \sin 30^\circ) - E_y(L \cos 30^\circ) - C(\frac{L}{2} \cos 30^\circ) = 0$
 Oysa $C = 2D$ olduğundan
 $-E_x \sin 30^\circ + (D + E_y) \cos 30^\circ = 0$ (1)

DE çubuğu

$\searrow 60^\circ \Sigma F = m\ddot{a}$: $-(D + E_y) \cos 30^\circ + E_x \sin 30^\circ + (5 \text{ kg}) \cos 30^\circ = m\ddot{a}$ (2)
 (1) ve (2) yi toplayalım: $+5 \cos 30^\circ = \frac{5}{9} \ddot{a}$
 $\ddot{a} = g \cos 30^\circ = 8,50 \text{ m/s}^2$ $\ddot{a} = 8,50 \text{ m/s}^2 \searrow 60^\circ$

$\Sigma M_B = (\Sigma M_B)_{cf}$: $(5 \text{ kg})(25 \text{ cm}) - D(43,3 \text{ cm}) = (m\ddot{a}) \sin 60^\circ (25 \text{ cm})$
 $125 - 43,3 D = \frac{5}{9} (g \cos 30^\circ)(0,966)(25)$
 $D = \frac{125 - 73,75}{43,3} = 0,722$ $D = 0,722 \text{ kg} \uparrow$

6.22

(a) Blok rijit bağlı olduğuna göre:

$\searrow 30^\circ \Sigma F = m\ddot{a}$: $12 \sin 30^\circ = m\ddot{a}$
 $12(\frac{1}{2}) = \frac{12}{9} \ddot{a}$
 $\ddot{a} = \frac{1}{2} g = 0,500 g$ $\ddot{a} = 0,500 g \searrow 30^\circ$

(b) Blok platformun üstünde kaydığına göre:
 $\mu = 0$ ve $F = 0$ olduğundan blok düşey hareket yapacaktır.
 O halde $\ddot{a}_{blok} \searrow$ dir.

BC ve DE telleri platformun imesinin $\searrow 30^\circ$ yönünde olmasına sebep olurlar.

Blok ile platformun düşey hareketleri eşit olacağından
 $(\ddot{a}_p)_x = \frac{1}{2} \ddot{a}_p = \ddot{a}_{blok}$ $\ddot{a}_{blok} = \frac{1}{2} \ddot{a}_p$

* 6.22 devamı

Blok

$+ \searrow F_y = m\ddot{a}_y$: $-N + 10 \text{ kg} = (m\ddot{a}_{blok})$
 $-N + 10 = \frac{10}{9} (\frac{1}{2} \ddot{a}_p)$ (1)
 $N = 10 - \frac{5}{9} \ddot{a}_p$

Platform

$+ \searrow 30^\circ \Sigma F = m\ddot{a}$: $2 \sin 30^\circ + N \sin 30^\circ = (m\ddot{a}_p)$
 $1 + \frac{1}{2} N = \frac{2}{9} \ddot{a}_p$
 (1) i kullanarak: $1 + \frac{1}{2} (10 - \frac{5}{9} \ddot{a}_p) = \frac{2}{9} \ddot{a}_p$
 $6 = \frac{5}{9} \ddot{a}_p$ $\ddot{a}_p = +1,333 g$ $\ddot{a}_p = 1,333 g \searrow 30^\circ$
 $\ddot{a}_{blok} = \frac{1}{2} \ddot{a}_p = 0,667 g$ $\ddot{a}_{blok} = 0,667 g \searrow$

* 6.23

Blokun platforma göre hareket eğliğini hesaplayalım. $\ddot{a}_p$ nin doğrultusu $\searrow 30^\circ$ dir.

Blok ile platformun düşey hareketleri eşit olduğundan
 $(a_p)_y = \frac{1}{2} \ddot{a}_p = (\ddot{a}_{blok})_y$

Blok

$+ \searrow F_y = m\ddot{a}_y$: $-N + 10 = m(a_{blok})_y$
 $N = 10 - \frac{10}{9} (\ddot{a}_{blok})_y = 10 - \frac{10}{9} (\frac{1}{2} \ddot{a}_p) = 10 - \frac{5}{9} \ddot{a}_p$
 $F = \mu N = 0,50 (10 - \frac{5}{9} \ddot{a}_p) = 5 - \frac{2,5}{9} \ddot{a}_p$
 $\Sigma F_x = m\ddot{a}_x$: $F = m(\ddot{a}_{blok})_x$
 $5 - \frac{2,5}{9} \ddot{a}_p = \frac{10}{9} (\ddot{a}_{blok})_x$ $(\ddot{a}_{blok})_x = \frac{1}{2} g - \frac{1}{9} \ddot{a}_p$ (1)

Platform

$+ \searrow 30^\circ \Sigma F = m\ddot{a}_p$: $2 \sin 30^\circ + N \sin 30^\circ - F \cos 30^\circ = m\ddot{a}_p$
 $2(0,500) + (10 - \frac{5}{9} \ddot{a}_p)(0,500) - (5 - \frac{2,5}{9} \ddot{a}_p)(0,866) = \frac{2}{9} \ddot{a}_p$
 $1 + 5 - \frac{2,5}{9} \ddot{a}_p - 4,33 + 2,165 \frac{\ddot{a}_p}{9} = \frac{2}{9} \ddot{a}_p$
 $1,67 = 2,335 \frac{\ddot{a}_p}{9}$ $\ddot{a}_p = 0,702 \text{ m/s}^2$
 $\ddot{a}_p = 0,702 \text{ m/s}^2 \searrow 30^\circ$
 $(\ddot{a}_{blok})_y = \frac{1}{2} \ddot{a}_p = 0,351 \text{ m/s}^2$ $(\ddot{a}_{blok})_y = 0,351 \text{ m/s}^2 \searrow$
 (1) den $(\ddot{a}_{blok})_x = \frac{1}{2} g - \frac{1}{9} \ddot{a}_p = \frac{9,8}{2} - \frac{1}{9} (0,702) = 3,15 \text{ m/s}^2$
 $(\ddot{a}_{blok})_x = 3,15 \text{ m/s}^2 \rightarrow$

Blokun platforma göre kaydığına sağlanması:
 $(\ddot{a}_p)_x = \ddot{a}_p \cos 30^\circ = (0,702)(0,866) = 0,608 \text{ m/s}^2 \rightarrow$
 $(\ddot{a}_p)_x > (\ddot{a}_{blok})_x$ olduğundan blok kayar.

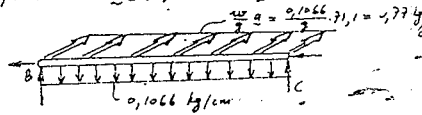
* 6.24

$$\omega = 180 \text{ dev/dak} = 18,85 \text{ rad/san}$$

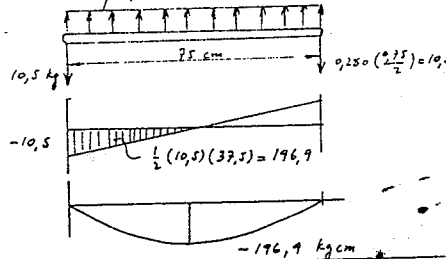
$$a_B = a_C = r\omega = (0,20)(18,85) = 3,77 \text{ m/san}^2 \quad \nabla 30^\circ$$

BC çubuğunun ağırlığı 5 kg ve boyu 75 cm olduğundan yayılı yük $w = 8/75 = 0,1066 \text{ kg/cm}$ olur.

BC çubuğun öteleme yapar; o halde her noktasında irme aynıdır: $a = 3,77 \text{ m/san}^2 \quad \nabla 30^\circ$



Sadece BC ye dik bileşenleri göz önüne alarak $(0,77) \sin 30^\circ = 0,1066 = 0,280 \text{ kg/cm}$

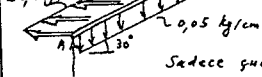


* 6.25

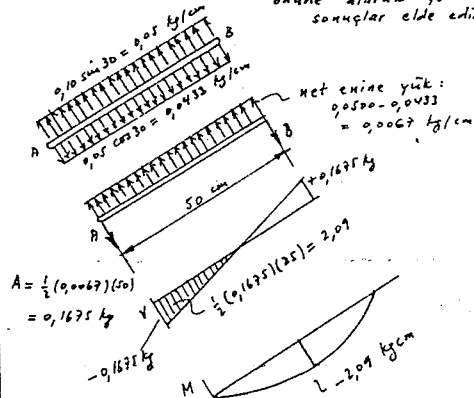
Prob. 6.2 den $\vec{a} = 2\vec{g} \rightarrow$

AB nin boyu = 50 cm, Ağırlığı = 2,5 kg, buradan

$$\frac{w}{g} \vec{a} = \frac{0,25}{50}(2g) \quad w = \frac{2,5}{50} = 0,05 \text{ kg/cm}$$



Sadece çubuğa dik bileşenleri göz önüne alarak yukarıdaki sonuçlar elde edilir.



6.26

$$\bar{I} = m \bar{k}^2 = \frac{100}{9,81} (0,25)^2 = 0,637 \text{ kg m san}^2$$

$$M = \bar{I} \alpha \quad \text{veya} \quad \alpha = \frac{M}{\bar{I}} = \frac{0,20 \text{ kg m}}{0,637 \text{ kg m san}^2} = 0,314 \text{ rad/san}^2$$

Düzgün değişen hareket $\omega - \omega_0 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$

$$\omega_0 = 0, \theta_0 = 0, \omega_0 = 1200 \text{ dev/dak} = 125,7 \text{ rad/san}$$

$$0 - (125,7)^2 = 2(-0,314)(\theta - 0)$$

$$\theta = 25160 \text{ radyan}$$

$$\theta = 4004 \text{ devir}$$

6.27

Düzgün değişen hareket $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$$\omega_0 = 3600 \text{ dev/dak} = 377 \text{ rad/san}, t = 3,1 \text{ dak} = 426 \text{ sn}$$

$$0 = 377 + \alpha(426)$$

$$\alpha = -0,885 \text{ rad/san}^2$$

$$\bar{I} = m \bar{k}^2 = \frac{2000}{9} (0,25)^2 = 12,74 \text{ kg m san}^2$$

$$M = \bar{I} \alpha = (12,74)(-0,885) = -11,28 \text{ kg m} \quad M = 11,28 \text{ kg m}$$

6.28

$$\bar{I} = m \bar{k}^2 = \frac{20}{9} (0,25)^2 = 0,1274 \text{ kg m san}^2$$

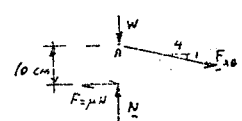
$$M = \bar{I} \alpha \quad (10 \text{ kg})(0,45 \text{ m}) = (0,1274 \text{ kg m san}^2) \alpha$$

$$\alpha = 35,3 \text{ rad/san}^2$$

6.29

AB çubuğu iki noktasına kuvvet etkileyen bir çubuktur.

(1)



$$\sum F_x = 0: -F \sin 40^\circ + (F_{AB})_x = 0 \quad (F_{AB})_x = F \sin 40^\circ$$

$$(F_{AB})_y = \frac{1}{4} (F_{AB})_x = \frac{1}{4} F \sin 40^\circ$$

$$\sum F_y = 0: N - W - \frac{1}{4} F \sin 40^\circ = 0 \quad N = \frac{W}{1 - \frac{1}{4} \sin 40^\circ}$$

$$\mu = 0,40 \text{ olarak verilmiştir: } N = \frac{W}{1 - \frac{1}{4} (0,40)} = \frac{N}{9} W$$

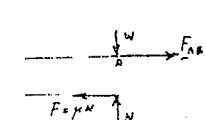
$$F = \mu N = (0,40) \frac{10}{9} W = \frac{4}{9} W$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2$$

$$\sum M_A = \bar{I} \alpha: \quad \frac{4}{9} W r = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{8}{9} \frac{g}{r} = \frac{8}{9} \frac{9,81}{0,10} = 87,2 \text{ rad/san}^2 \quad \alpha = 87,2 \text{ rad/san}^2$$

(2)



$$\sum F_y = 0: N - W = 0 \quad N = W$$

$$F = \mu N$$

$$\sum M_A = \bar{I} \alpha: \quad F r = \bar{I} \alpha$$

$$\mu W r = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$$

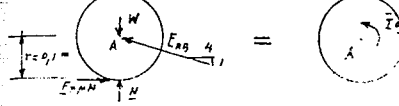
$$\alpha = \frac{2\mu g}{r} = \frac{2(0,40) 9,81}{0,10} = 78,5 \text{ rad/san}^2$$

$$\alpha = 78,5 \text{ rad/san}^2$$

6.30

Not: AB, iki kuvvet etkisinde bir cisimdir.

(1)



$$\sum F_x = 0: \mu N - (F_{AB})_x = 0 \quad (F_{AB})_x = \mu N$$

$$(F_{AB})_y = \frac{1}{4} (F_{AB})_x = \frac{1}{4} \mu N$$

$$\sum F_y = 0: N - W + \frac{1}{4} \mu N = 0 \quad N = \frac{W}{1 - \frac{1}{4} \mu}$$

$$\mu = 0,40 \text{ olarak verilmiştir:}$$

$$N = \frac{W}{1 - \frac{1}{4} (0,40)} = \frac{10}{11} W$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \quad F = \mu N = 0,40 \left(\frac{10}{11} W \right) = \frac{4}{11} W$$

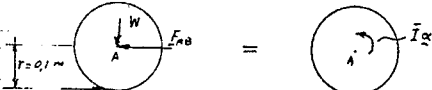
$$\sum M_A = \bar{I} \alpha: \quad F r = \bar{I} \alpha$$

$$\frac{4}{11} W r = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{8}{11} \frac{g}{r} = \frac{8}{11} \frac{9,81}{0,10} = 71,3 \text{ rad/san}^2$$

$$\alpha = 71,3 \text{ rad/san}^2$$

(2)



$$\sum F_y = 0: N - W = 0 \quad N = W \quad F = \mu N = \mu W$$

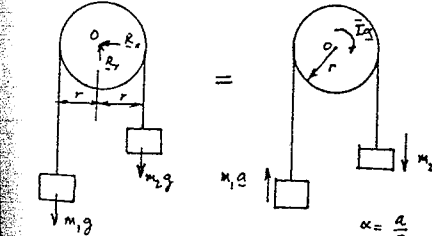
$$\sum M_A = \bar{I} \alpha: \quad F r = \bar{I} \alpha$$

$$\mu W r = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{2\mu g}{r} = \frac{2(0,40) 9,81}{0,10} = 78,5 \text{ rad/san}^2 \quad \alpha = 78,5 \text{ rad/san}^2$$

6.31

Makara ve ağırlıkları tek bir sistem olarak göz önüne alalım.



$$\sum M_O = \sum (M_O)_f: \quad r m_1 g - r m_2 g = -r(m_1 a) - r(m_2 a) - \bar{I} \alpha$$

$$r m_1 g - r m_2 g = -r m_1 a - r m_2 a - \bar{I} \frac{a}{r}$$

$$(m_1 - m_2) g = -(m_1 + m_2 + \frac{\bar{I}}{r^2}) a$$

$$g = \frac{m_1 + m_2 + \frac{\bar{I}}{r^2}}{m_1 - m_2} a$$

Düzgün değişen hareket

$$v = 2 \text{ m/s}$$

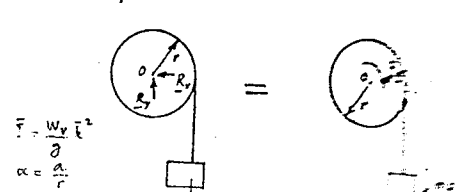
$$a = \frac{v^2}{2h}$$

bu değerini yerine koyalım:

$$g = \frac{v^2}{2h} \frac{m_1 + m_2 + \frac{\bar{I}}{r^2}}{m_1 - m_2}$$

6.32

Volan ve ağırlığı tek bir sistem olarak düşünelim.



$$\sum M_O = \sum (M_O)_f: \quad W r = \bar{I} \alpha + (m_1 a) r$$

$$W r = \frac{W}{g} \bar{k}^2 \frac{a}{r} + m_1 a r$$

$$a = g \frac{W}{W + m_1 \left(\frac{\bar{k}^2}{r^2} \right)}$$

Verilenler:

$$W = 20 \text{ kg} \quad W_0 = 200 \text{ kg} \quad \bar{I} = 0,35 \text{ m}^2 \text{ san}^2 \quad r = 0,1 \text{ m}$$

(1) de yerine koyalım:

$$a = 9,81 \frac{20}{20 + 200 \left(\frac{0,35}{0,1^2} \right)} = 1,235 \text{ m/san}^2$$

Düzgün değişen hareket:

$$v^2 = 2as$$

$$v^2 = 2(1,235)(2,5) = 6,17$$

$$v = 2,48 \text{ m/s}$$

6.33

Volan ve ağırlığı tek bir sistem olarak düşünelim.

Ağırlığın hareketi: Düzgün değişen hareket:

1ci hal: (W = 12 kg) s = 3 m t = 4,8 sn

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (4,8)^2 \quad a = 0,26 \text{ m/san}^2$$

2ci hal: (W = 24 kg) s = 3 m t = 6,9 sn

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (6,9)^2 \quad a = 0,12 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad 3 \text{ m} = \frac{1}{2} a (3,1)^2 \quad a = 0,62 \text{ m/san}^2$$

6.43 Dişlilerin teğetsel ivmeleri eşit olacağından
 $25\alpha_A = 25\alpha_B = 10\alpha_C$

A dişlisi

$r_A = 0,25 \text{ m}$
 $M = 0,6 \text{ kg}$

$\sum M_C = I\alpha$: $M - F_{Ac}r_A = I_A\alpha_A$
 $0,60 \text{ kg} \cdot \text{m} - F_{Ac}(0,25 \text{ m}) = \frac{1}{2}(0,22)^2\alpha_A$
 $F_{Ac} = 2,4 - 0,197\alpha_A$ (1)

B dişlisi

$r_B = 0,25 \text{ m}$
 $\alpha_B = \alpha_A$

$\sum M_C = I\alpha$: $F_{BC}r_B = I_B\alpha_B$
 $F_{BC}(0,25) = \frac{1}{2}(0,22)^2(\alpha_A)$
 $F_{BC} = 0,197\alpha_A$ (2)

C dişlisi

$r_C = 0,10 \text{ m}$
 $\alpha_C = 2,5\alpha_A$

$\sum M_C = I\alpha$: $F_{AC}r_C - F_{BC}r_C = I_C\alpha_C$
 (1) ve (2) deki değerlerini yerine koyarak
 $(2,4 - 0,197\alpha_A)(0,10) - 0,197\alpha_A(0,10) = \frac{1}{2}(0,08)^2(2,5\alpha_A)$
 $\alpha_A = 5,52$ $\alpha_A = 5,52 \text{ rad/s}^2$

(b) Düzgün değişen hareket $\omega = \omega_0 + \alpha t$
 $\omega - \omega_0 = (660 - 60) = 600 \text{ dev/dak} = 62,8 \text{ rad/san}$
 $\alpha = 5,52 \text{ rad/san}^2$ $62,8 = 5,52 t$ $t = 11,38 \text{ san}$

6.44 A tekerleğinin atalet momenti ihmal edildiğinden A tekerleği ile silindirin arasında teğetsel kuvvet yoktur.

$\sum M_C = I\alpha$: $(\mu N_B)r = I\alpha$
 $\mu N_B r = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$ $\alpha = \frac{2\mu g N_B}{Wr}$ (1)

$\nabla \phi$ doğrultusundaki bileşenleri toplayalım:
 $W \sin \phi + \mu N_B \cos 2\phi - N_B \sin 2\phi = 0$
 $W = \frac{N_B}{\sin \phi} (\sin 2\phi - \mu \cos 2\phi)$
 W'nin bu değerini (1) de yerine koyarak
 $\alpha = \frac{2\mu g \sin \phi}{r (\sin 2\phi - \mu \cos 2\phi)}$

6.45 A tekerleği ile silindir arasında temas sona erdiği anda A'da kuvvet bulunmaz.

$\sum M_B = \sum (M_B)_{cf}$: $W(r \sin \phi) = I\alpha$
 $W r \sin \phi = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$
 $\alpha = \frac{2g \sin \phi}{r}$

6.46

Şekildeki iki sistem birbirine eşdeğerdir. x ve y bileşenleri aynıdır, şu şart sağlanırsa G'ye göre momentleri de aynı olur:
 $I\alpha = m\ddot{a}d$
 Buradan $d = \frac{I\alpha}{m\ddot{a}} = \frac{m\ddot{a}d}{m\ddot{a}}$ $d = \frac{I\alpha}{\ddot{a}}$

6.47

$P = 1 \text{ kg}$

(a) $\sum M_C = I\alpha$: $(1 \text{ kg})(0,15 \text{ m}) = I\alpha$
 $0,15 = \frac{1}{2} \frac{5}{g} (0,15)^2 \alpha$
 $\alpha = \frac{2g}{5(0,15)} = 26,16$ $\alpha = 26,16 \text{ rad/san}^2$

(b) $\sum F_x = m\ddot{a}$: $1 = m\ddot{a}$
 $1 = \frac{5}{g} \ddot{a}$
 $\ddot{a} = 0,2g = 0,2(9,81)$ $\ddot{a} = 1,96 \text{ m/san}^2$

(c) $a_c = \ddot{a}$ $a_D = a_c + g \sin \phi$
 $0 = \ddot{a} - d\alpha$
 $0 = 1,96 - d(26,16)$
 $d = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}$
 Q'nin sıfır olduğu nokta merkezden 7,5 cm aşağıda

6.48

$a_B = 0$ olduğundan $a_C = a_B + a_{C/B} = 0 + r\alpha = r\alpha$

$\sum F = m\ddot{a}$: $P = m\ddot{a}$
 $\sum M_C = I\alpha$: $Pb = I\alpha$
 Oysa $\ddot{a} = r\alpha$ olduğundan $\frac{P}{m}g = r \frac{2Pa}{m r^2}$
 $b = \frac{1}{2}r = \frac{1}{2}(0,15) = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}$ A'dan B'ye doğru
 $\ddot{a} = \frac{P}{m}g = \frac{1 \text{ kg}}{5 \text{ kg}}(9,81)$ $\ddot{a} = 1,96 \text{ m/san}^2$
 $\alpha = \frac{\ddot{a}}{r} = \frac{1,96}{0,15} = 13,08$ $\alpha = 13,08 \text{ rad/san}^2$

6.49

İki motor birden çalışırken bir tek roket motorunun itme kuvveti P olsun.

$\sum F_y = m\ddot{a}$: $2P - W = m\ddot{a}$
 $2P - 10000 = \frac{10000}{g} \ddot{a}$ (15)
 Bir roket motorunun itme kuvveti $P = 12645 \text{ kg}$
 Bir tek motor çalışırken

$\sum F_y = 0$: $P - W = m\ddot{a}$
 $12645 - 10000 = \frac{10000}{g} \ddot{a}$
 $\ddot{a} = \frac{2645}{10000}g = 2,59 \text{ m/san}^2$
 İnce şubuk için $I = \frac{1}{12}mL^2$
 $\sum M_C = 0$: $P(0,30) = I\alpha$
 $12645(0,30) = \frac{1}{12} \frac{10000}{g} (16)^2 \alpha$
 $\alpha = 0,174 \text{ rad/san}^2$ $\alpha = 0,174 \text{ rad/san}^2$

6.50

Hareketin kinematijji

$\ddot{a}_A = \ddot{a}$ $\ddot{a}_B = \ddot{a} + 2\alpha$
 $\ddot{a} = 1 + 2(1,50) = 4 \text{ m/san}^2$

Hareketin kinetijji

$\sum M_B = \sum (M_B)_{cf}$: $T_A(4) - 300(2) = -I\alpha + (mA)(2)$
 $4T_A - 600 = -\frac{1}{12} \frac{300}{g} (4)^2 (1,5) + \frac{300}{g} (4)(2)$
 $T_A = 150 - \frac{150}{g} + \frac{600}{g}$ $T_A = 195,9 \text{ kg}$

$\sum F_y = m\ddot{a}$: $T_A + T_B - 300 = m\ddot{a}$
 $195,9 + T_B - 300 = \frac{300}{g} (4)$ $T_B = 226,4 \text{ kg}$

6.51

Hareketin kinematijji

A ve B'deki ivmelerin yalnız düşey bileşenlerini önce önüne alacağız.

$(\ddot{a}_B)_y = 1 \text{ m/san}^2$ $(\ddot{a}_B)_x = 7 \text{ m/san}^2$
 $\ddot{a}_B = (\ddot{a}_B)_x + (\ddot{a}_B)_y$
 $\ddot{a}_B = 1 + 4\alpha$
 $\ddot{a}_B = 1,5 \text{ rad/san}^2$
 $\ddot{a}_B = (\ddot{a}_B)_x + 2\alpha$
 $\ddot{a}_B = 1 + 2(1,5) = 4 \text{ m/san}^2$
 Devamı yandaki kolonda

6.51 devamı

Hareketin kinetijji

$\ddot{a} = \frac{1}{12} \frac{300}{g} (4^2 + 2^2) = 50,97 \text{ kg m/san}^2$
 $\sum M_B = \sum (M_B)_{cf}$: $T_A(4) - 300(2) = -I\alpha + (mA)(2)$
 $4T_A - 600 = -(50,97)(1,5) + \frac{300}{g} (4)(2)$
 $T_A = 192,0 \text{ kg}$

$\sum F_y = m\ddot{a}$: $T_A + T_B - 300 = m\ddot{a}$
 $192,0 + T_B - 300 = \frac{300}{g} (4)$
 $T_B = 230,3 \text{ kg}$

6.52

$T_A = 250 \text{ kg}$ $T_B = 270 \text{ kg}$
 $\sum F_y = m\ddot{a}$: $T_A + T_B - 300 = m\ddot{a}$
 $250 + 270 - 300 = \frac{300}{g} \ddot{a}$
 $\ddot{a} = \frac{220}{300}g$ $\ddot{a} = 7,19 \text{ m/san}^2$

$\sum M_C = I\alpha$: $-T_A(2) + T_B(2) = I\alpha$
 $-250(2) + 270(2) = \frac{1}{12} \frac{300}{g} (4)^2 \alpha$
 $\alpha = 0,98 \text{ rad/san}^2$ $\alpha = 0,98 \text{ rad/san}^2$

Hareketin kinematijji

$\ddot{a}_A = \ddot{a} - 2\alpha = 7,19 - 2(0,98) = 5,23 \text{ m/san}^2$
 $\ddot{a}_B = \ddot{a} + 2\alpha = 7,19 + 2(0,98) = 9,15 \text{ m/san}^2$

6.53

$T_A = 250 \text{ kg}$ $T_B = 270 \text{ kg}$
 $\sum F_y = m\ddot{a}$: $T_A + T_B - 300 = m\ddot{a}$
 $250 + 270 - 300 = \frac{300}{g} \ddot{a}$
 $\ddot{a} = 7,19 \text{ m/san}^2$ $\ddot{a} = 7,19 \text{ m/san}^2$

$\sum M_C = I\alpha$: $-T_A(2) + T_B(2) = I\alpha$
 $-250(2) + 270(2) = \frac{1}{12} \frac{300}{g} (4)^2 \alpha$
 $\alpha = 0,985 \text{ rad/san}^2$ $\alpha = 0,985 \text{ rad/san}^2$

Hareketin kinematijji

Kablolarındaki ivmeler, A ve B'nin ivmelerinin düşey bileşenlerine eşittir.

$\ddot{a}_A = \ddot{a} + (\ddot{a}_A)_y = 7,19 + 2(0,985) = 8,62$
 A kablolu: $\ddot{a} = 5,62 \text{ m/san}^2$

$\ddot{a}_B = \ddot{a} + (\ddot{a}_B)_y = 7,19 + 2(0,985) = 8,62$
 B kablolu: $\ddot{a} = 8,76 \text{ m/san}^2$

6.54

$r = 0,3 \text{ m}$

$\rightarrow \sum M_G = \sum (M_G)_{ef} : -2r T_A + W r = -(m \bar{a}) r + I \alpha$
 $-2(0,3) T_A + (25)(0,3) = -\frac{25}{2}(1)(0,3) + \frac{25}{2}(0,3)^2 \alpha$
 $-2 T_A + 25 = -\frac{25}{2} + \frac{25}{2} \alpha$ $T_A = 12,55 \text{ kg}$

$\rightarrow \sum F_y = m \bar{a} : T_A + T_B - W = m \bar{a}$
 $12,55 + T_B - 25 = \frac{25}{2} (1)$ $T_B = 15 \text{ kg}$

6.55

$2 T_A = 50 \text{ kg}$ $2 T_B = 60 \text{ kg}$

$\rightarrow \sum F_y = m \bar{a} : 2 T_A + 2 T_B - 100 \text{ kg} = m \bar{a}$
 $50 + 60 - 100 = \frac{100}{2} \bar{a}$
 $\bar{a} = 0,1 \text{ g} = 0,98 \text{ m/s}^2$ $\bar{\omega} = 0,98 \text{ rad/s}^2$

$\rightarrow \sum M_G = I \alpha : -2 T_A r + 2 T_B r = I \alpha$
 $-(50)(0,05) + (60)(0,05) = \frac{100}{2}(0,05)^2 \alpha$
 $-50 + 60 = \frac{100}{2}(0,05) \alpha$
 $\alpha = 0,1 \text{ g} / (0,05) = 19,62$ $\alpha = 19,62 \text{ rad/s}^2$

6.56

$W = 15 \text{ kg}$ $r = 0,5 \text{ m}$

(a) $\rightarrow \sum F_y = m \bar{a} : T - W = m \bar{a}$
 $T - 15 = 0$ $T = 15 \text{ kg}$

(b) $\rightarrow \sum M_G = I \alpha : T r = I \alpha$
 $+(0,15)(0,5) = \frac{1}{2} \frac{15}{2} (0,5)^2 \alpha$
 $\alpha = 39,2 \text{ rad/s}^2$ $\alpha = 39,2 \text{ rad/s}^2$

(c) $\bar{a}_G = \bar{a} + (\bar{a}_G)_t = 0 + r \alpha = (0,5)(39,2) = 19,6 \text{ m/s}^2$
 $\bar{a}_G = 19,6 \text{ m/s}^2$

6.57

(a) $\rightarrow \sum F_y = m \bar{a} : T - W = m \bar{a}$
 $T - W = 0$ $T = W$

(b) $\rightarrow \sum M_G = I \alpha : T r = I \alpha$
 $+ W r = \frac{W}{2} I \alpha$
 $\alpha = \frac{r}{k^2}$ $\alpha = \frac{r}{k^2}$

6.58

Başlangıç şartları: $v_0 = 0$, $\omega_0 = 0$

$\rightarrow \sum F_y = 0 : N - W = 0$ $N = W$
 O halde $F = \mu N = \mu W$

(a) $\rightarrow \sum F_x = m \bar{a} : F = m \bar{a}$
 $\mu W = \frac{W}{g} \bar{a}$
 $\bar{a} = \mu g$ $\bar{a} = \mu g$

$\rightarrow \sum M_G = I \alpha : r F = I \alpha$
 $r \mu W = I \alpha$
 $\alpha = \frac{\mu r W}{I}$ (1)

küre için $I = \frac{2}{5} W r^2$ olduğundan
 $\alpha = \frac{\mu r W}{\frac{2}{5} W r^2} = \frac{5}{2} \frac{\mu g}{r}$ $\alpha = \frac{5}{2} \frac{\mu g}{r}$

(b) Pozitif yönleri sağa doğru ve saat ibreleri yönü olarak alırsak $\bar{v} = r \omega$ olursa hareketin düzgün olduğunu görürüz.
 $\bar{a} = -\mu g$ $\alpha = \frac{5}{2} \frac{\mu g}{r}$
 $v = v_0 + \bar{a} t = 0 - \mu g t$
 $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \frac{5}{2} \frac{\mu g}{r} t$
 $v = r \omega : -\mu g t = r \left(\frac{5}{2} \frac{\mu g}{r} t \right)$
 $t = \frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g}$

(c) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \bar{a} t^2$
 $s = 0 + v_0 \left(\frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g} \right) + \frac{1}{2} (-\mu g) \left(\frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g} \right)^2$
 $s = \frac{12}{49} \frac{v_0^2}{\mu g}$

(d) $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \frac{5}{2} \frac{\mu g}{r} \left(\frac{2}{7} \frac{v_0}{\mu g} \right)$ $\omega_{son} = \frac{5}{7} \frac{v_0}{r}$
 $\bar{v} = r \omega = r \left(\frac{5}{7} \frac{v_0}{r} \right)$ $v_{son} = \frac{5}{7} v_0$

6.59

Çözüm Prob. 6.58 in aynı, sadece $I = \frac{W}{g} r^2$

(a) $\bar{a} = \mu g$ $\alpha = \frac{\mu g}{r}$

(1) den $\alpha = \frac{\mu r W}{I} = \frac{\mu g}{r}$ $\alpha = \frac{\mu g}{r}$

(b) $\bar{v} = v_0 + \bar{a} t = v_0 - \mu g t$
 $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \frac{\mu g}{r} t$
 Oysa $\bar{v} = r \omega$ olduğundan
 $v_0 - \mu g t = r \left(\frac{\mu g}{r} t \right)$ $t = \frac{1}{2} \frac{v_0}{\mu g}$

(c) $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \bar{a} t^2$
 $s = 0 + v_0 \left(\frac{1}{2} \frac{v_0}{\mu g} \right) + \frac{1}{2} (-\mu g) \left(\frac{1}{2} \frac{v_0}{\mu g} \right)^2$ $s = \frac{1}{8} \frac{v_0^2}{\mu g}$

(d) $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + \left(\frac{\mu g}{r} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{v_0}{\mu g} \right)$ $\omega_{son} = \frac{1}{2} \frac{v_0}{r}$
 $\bar{v} = r \omega = r \left(\frac{1}{2} \frac{v_0}{r} \right)$ $v_{son} = \frac{1}{2} v_0$

6.60

Küçük E ağırlığını göz önüne alalım: $F = \mu W$ olunca ağırlık kayar.

$\sum F = m a_E$
 $\mu W = \frac{W}{g} a_E$
 $a_E = \mu g$

O halde $a_E = \mu g$ olunca küçük ağırlık kayar.

Serbest cisim: Ağır kare plak

$\rightarrow \sum F_x = m a_x : P = m \bar{a}$
 $P = \frac{W}{g} \bar{a}$ $\bar{a} = \frac{P}{W} g$

$\rightarrow \sum M_G = I \alpha : P \frac{L}{2} = I \alpha$
 $P \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} L^2 \alpha$ $\alpha = \frac{3P}{W L} g$

Buna karşı gelen a_E ivmesini hesaplayalım.

$\bar{a}_E = \bar{a} + (\bar{a}_E)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (E G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_y = 0 - \frac{1}{2} (E G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_E = \sqrt{(a_E)_x^2 + (a_E)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$
 Oysa $a_E = \mu g$ olacağından
 $\mu g = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$ $P = \frac{4}{\sqrt{10}} \mu W$

Buna karşı gelen a_E ivmesini hesaplayalım.

$\bar{a}_E = \bar{a} + (\bar{a}_E)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (E G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_y = 0 - \frac{1}{2} (E G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_E = \sqrt{(a_E)_x^2 + (a_E)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$

$\bar{a}_E = \bar{a} + (\bar{a}_E)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (E G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_y = 0 - \frac{1}{2} (E G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_E = \sqrt{(a_E)_x^2 + (a_E)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$

Oysa problemin birinci kısmından hatırlıyoruz ki $a_E = \mu g$ olunca küçük ağırlık kayacaktır. O halde

$$\mu g = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$$

$$P = \frac{4 \mu W}{\sqrt{10}}$$

Gerekli P değerinin, lexhanın boyutlarından bağımsız olduğuna dikkati çekerek.

6.61

Prob. 6.60 dan: $\bar{a} = \frac{P}{W} g \rightarrow \alpha = \frac{3P}{W L} g$
 Küçük ağırlığın kayma ivmesi $a_E = \mu g$
 $x = L$, $y = L$ için E noktası D köşesine gelir.

$\bar{a}_E = \bar{a} + (\bar{a}_E)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (E G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_y = 0 - \frac{1}{2} (E G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_E = \sqrt{(a_E)_x^2 + (a_E)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$
 Oysa $a_E = \mu g$ olacağından
 $\mu g = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$ $P = \frac{4}{\sqrt{10}} \mu W$

$\bar{a}_E = \bar{a} + (\bar{a}_E)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (E G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_E)_y = 0 - \frac{1}{2} (E G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_E = \sqrt{(a_E)_x^2 + (a_E)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$
 Oysa $a_E = \mu g$ olacağından
 $\mu g = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$ $P = \frac{4}{\sqrt{10}} \mu W$

* 6.62

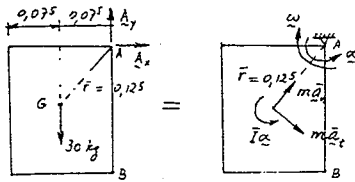
$P = 5 \text{ kg}$, $W = 10 \text{ kg}$ için Prob. 6.60 dan
 $\bar{a} = \frac{P}{W} g = \frac{5}{10} g = \frac{1}{2} g \rightarrow \alpha = \frac{3P}{W L} g = \frac{3(5)}{10 L} g = \frac{3}{2} \frac{g}{L}$
 Önce ivmesi sıfır olan H noktasını bulmalıyız.

$\bar{a}_H = \bar{a} + (\bar{a}_H)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_H)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (H G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_H)_y = 0 - \frac{1}{2} (H G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_H = \sqrt{(a_H)_x^2 + (a_H)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$
 Oysa $a_H = 0$ olduğundan hatırlayarak
 olan bölgeyi bulmalıyız. $\bar{a}_H = 0$ olduğundan hatırlayarak
 $\bar{a}_H = \bar{a} + (\bar{a}_H)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_H)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (H G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_H)_y = 0 - \frac{1}{2} (H G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_H = \sqrt{(a_H)_x^2 + (a_H)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$

Prob. 6.60 dan biliyoruz ki $a_E = \mu g$ ise yük kaymayacaktır. $\mu = 0,50$ olduğundan plaktaki $a_E \leq 0,50 g$ olan bölgeyi bulmalıyız. $\bar{a}_H = 0$ olduğundan hatırlayarak
 $\bar{a}_H = \bar{a} + (\bar{a}_H)_t = \frac{P}{W} g + \frac{1}{2} \left(\frac{3P}{W L} g \right) \frac{L}{2} = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_H)_x = \bar{a} - \frac{1}{2} (H G) \alpha = \frac{P}{W} g - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{1}{2} \frac{P}{W} g$
 $(a_H)_y = 0 - \frac{1}{2} (H G) \alpha = 0 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2} L}{2} \right) \frac{3P}{W L} g = -\frac{3}{4} \frac{P}{W} g$
 $a_H = \sqrt{(a_H)_x^2 + (a_H)_y^2} = \frac{P}{W} g \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4} \frac{P}{W} g$

Şu halde: Blok, merkezi $x = \frac{1}{2} L = 0,45 \text{ m}$, $y = \frac{1}{2} L = 0,45 \text{ m}$ noktasında olan $r = 0,3 \text{ m}$ yarıçaplı dairenin içinde olursa kaymaz (Tutarlı alana bkt.)

6.73

 $\omega = 4,82 \text{ rad/san}$ ve $\alpha \neq 0$.

$$\begin{aligned} \sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: \quad 30 \cdot (0,075) &= (m\ddot{a}_c)(0,125) + \bar{I}\alpha \\ 2,25 &= \frac{30}{9} (0,125\alpha)(0,125) + 0,016\alpha \\ \alpha &= 35,3 \text{ rad/san}^2 \quad \ddot{\alpha} = 35,3 \text{ rad/san}^2 \end{aligned}$$

Şu halde efektif kuvvetler

$$\begin{aligned} m\ddot{a}_c &= m\ddot{r}\alpha = \frac{30}{9} (0,125) (35,3) = 13,5 \text{ kg} \\ m\ddot{a}_c &= m\ddot{r}\omega^2 = \frac{30}{9} (0,125) (4,82)^2 = 8,88 \text{ kg} \end{aligned}$$

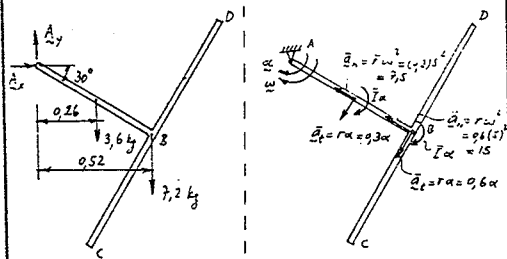
$$\begin{aligned} \sum F_x = \sum m a_x: \quad A_x &= \frac{5}{9} m\ddot{a}_c + \frac{1}{9} m\ddot{a}_n \\ A_x &= \frac{5}{9} (13,5) + \frac{1}{9} (8,88) \\ A_x &= 16,1 \text{ kg} \quad A_x = 16,1 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = \sum m a_y: \quad A_y - 30 &= -\frac{3}{9} (m\ddot{a}_c) + \frac{1}{9} (m\ddot{a}_n) \\ A_y - 30 &= -\frac{3}{9} (13,5) + \frac{1}{9} (8,88) \\ A_y &= 29,0 \quad A_y = 29,0 \text{ kg} \end{aligned}$$

6.74

 $\omega = 5 \text{ rad/san}$ ve $\alpha \neq 0$

Hareketin kinematikliği

AB ve CD parçaları ayrı ayrı incelenmelidir. Her bir parçanın kendi $\ddot{a}$ sı ve $\bar{I}$ si vardır.AB parçası: $L = 0,60 \text{ m}$, $W = 0,60(6) = 3,6 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{3,6}{9} (0,6)^2 = \frac{0,108}{9} \\ \bar{I}\alpha &= \frac{0,108}{9} \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{a}_c &= \frac{3,6}{9} (0,3)\alpha = \frac{1,08}{9} \alpha \\ m\ddot{a} &= \frac{3,6}{9} \cdot 7,5 = 2,75 \text{ kg} \end{aligned}$$

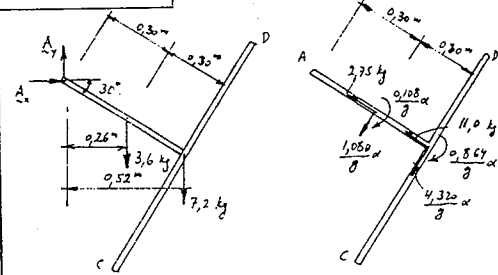
CD parçası: $L = 1,20 \text{ m}$, $W = 1,20(6) = 7,2 \text{ kg}$

$$\begin{aligned} \bar{I} &= \frac{1}{12} \frac{3,2}{9} (1,2)^2 = \frac{0,664}{9} \quad \bar{I}\alpha = \frac{0,664}{9} \alpha \\ m\ddot{a}_c &= \frac{3,2}{9} (0,6\alpha) = \frac{4,32}{9} \alpha \\ m\ddot{a}_n &= \frac{3,2}{9} (15) = \frac{10,8}{9} \text{ kg} \end{aligned}$$

Devamı yandaki kolumda

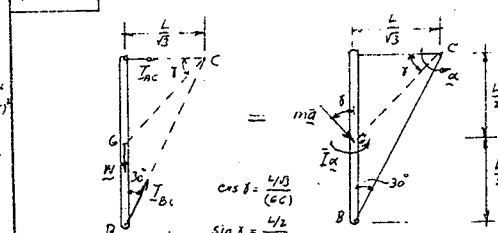
6.74 devamı

Hareketin kinetiği



$$\begin{aligned} \sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: \quad (3,6)(0,26) + 7,2(0,52) &= \frac{1,080}{9} \alpha (0,30) \\ &+ \frac{4,320}{9} \alpha (0,60) + \frac{9,864}{9} \alpha + \frac{9,864}{9} \alpha \\ 4,68 &= (0,324 + 2,592 + 0,108 + 0,864) \frac{\alpha}{9} \\ \alpha &= \frac{4,68}{3,888} = 11,81 \quad \ddot{\alpha} = 11,81 \text{ rad/san}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_x = \sum m a_x: \quad A_x &= -(2,75 + 11,80) \cos 30^\circ \\ &= -\frac{1,08 + 4,32}{9} (11,81) \sin 30^\circ \\ A_x &= -13,75 (0,866) - 0,550 (11,81) (0,5) \\ A_x &= -11,91 - 3,25 = -15,16 \text{ kg} \\ A_x &= 15,16 \text{ kg} \\ \sum F_y = \sum m a_y: \quad A_y - 3,6 - 7,2 &= 13,75 (0,5) - 0,150 (11,81) (0,866) \\ A_y &= 10,80 + 6,88 - 5,63 \\ A_y &= 12,05 \text{ kg} \end{aligned}$$

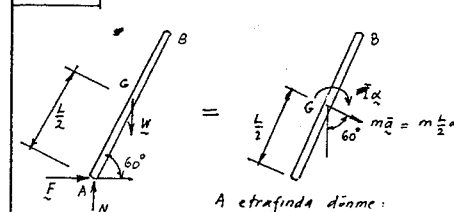
* 6.75 Hareket C etrafında dönme hareketidir, $\ddot{\alpha} = (6C)$ 

$$\begin{aligned} \sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: \quad \alpha \left(\frac{L}{2} \right) &= m\ddot{a}(6C) + \bar{I}\alpha \\ \frac{WL}{12} &= \frac{W}{9} (6C) \alpha (6C) + \frac{1}{12} \frac{W}{9} L^2 \alpha \\ \frac{WL}{12} &= \frac{W}{9} \cdot \frac{3}{12} L^2 \alpha + \frac{1}{12} \frac{W}{9} L^2 \alpha \\ \cos \theta &= \frac{4/3}{(6C)} \\ \sin \theta &= \frac{4/3}{(6C)} \\ (6C)^2 &= \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{L}{2} \right)^2 = L^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{3}{4} L^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_x = \sum m a_x: \quad T_{BC} \cos 30^\circ - W &= -m\ddot{a} \cos \theta \\ T_{BC} \frac{\sqrt{3}}{2} - W &= -\frac{W}{9} (6C) \alpha \left(\frac{L\sqrt{3}}{2} \right) \\ T_{BC} \frac{\sqrt{3}}{2} - W &+ \frac{W}{9} \left(\frac{L\sqrt{3}}{2} \right) \alpha = 0 \\ T_{BC} &= \frac{W}{\sqrt{3}} = \frac{5,4}{\sqrt{3}} = 2,81 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = \sum m a_y: \quad T_{BC} \sin 30^\circ &= (m\ddot{a}) \sin \theta \\ T_{BC} + \frac{W}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2} \right) &= \frac{W}{9} (6C) \alpha \left(\frac{L}{2} \right) \\ T_{BC} + \frac{W}{\sqrt{3}} &= \frac{W}{9} \left(\frac{L\sqrt{3}}{2} \right) \alpha \\ T_{BC} &= \frac{W}{2\sqrt{3}} + \frac{W\sqrt{3}}{4} = \frac{W}{4\sqrt{3}} = \frac{5,4}{4\sqrt{3}} = 0,72 \text{ kg} \end{aligned}$$

6.76

 $\omega = 0$ dir.

A etrafında dönme:

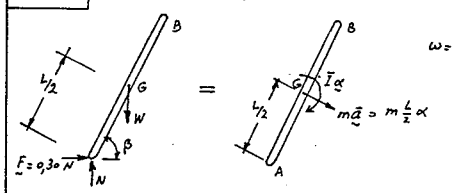
$$\begin{aligned} \sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: \quad W \left(\frac{L}{2} \cos 60^\circ \right) &= (m\ddot{a}) \frac{L}{2} + \bar{I}\alpha \\ \frac{1}{2} WL &= \left(\frac{W}{2} \frac{L}{2} \right) \frac{L}{2} + \frac{1}{12} \frac{W}{9} L^2 \alpha \\ \alpha &= \frac{3}{4} \frac{2}{L} \quad \ddot{\alpha} = \frac{3}{4} \frac{2}{L} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = \sum m a_y: \quad N - W &= -m\ddot{a} \cos 60^\circ \\ N - W &= -\left(\frac{W}{2} \frac{L}{2} \right) \frac{1}{2} \\ N - W &= -\frac{W}{9} \frac{L}{4} \left(\frac{3}{4} \frac{2}{L} \right) \\ N - W &= -\frac{3}{16} W = \frac{13}{16} W \quad N = \frac{13}{16} W \uparrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_x = \sum m a_x: \quad F &= m\ddot{a} \cos 30^\circ \\ F &= \frac{W}{2} \frac{L}{2} \alpha \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ F &= \frac{W}{9} \frac{\sqrt{3}}{4} L \left(\frac{3}{4} \frac{2}{L} \right) \\ F &= \frac{3\sqrt{3}}{16} W \quad F = \frac{3\sqrt{3}}{16} W \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{F}{N} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{16} W}{\frac{13}{16} W} = \frac{3\sqrt{3}}{13} \\ \mu &= 0,400 \end{aligned}$$

* 6.77 Şubuğun kaymadığı kabul edilerek incelenmektedir.



$$\begin{aligned} \sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: \quad W \left(\frac{L}{2} \cos \beta \right) &= (m\ddot{a}) \frac{L}{2} + \bar{I}\alpha \\ \frac{1}{2} WL \cos \beta &= \frac{W}{2} \frac{L}{2} \alpha \frac{L}{2} + \frac{1}{12} \frac{W}{9} L^2 \alpha \\ \alpha &= \frac{3}{2} \frac{2}{L} \cos \beta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \sum F_x = \sum m a_x: \quad F &= m\ddot{a} \sin \beta \\ 9,30 N &= \frac{W}{9} \alpha \sin \beta \\ N - W &= -\frac{W}{9} \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (2) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ ve } (3) \text{ arasında } N \text{ yi yok edelim:} \\ \frac{W}{9} \frac{L}{2} \alpha (\cos \beta + \frac{10}{3} \sin \beta) - W &= 0 \end{aligned}$$

$$\alpha \text{ yerine (1) deki değerini koyalım:}$$

$$\begin{aligned} \frac{W}{9} \frac{L}{2} \left(\frac{3}{2} \frac{2}{L} \cos \beta \right) (\cos \beta + \frac{10}{3} \sin \beta) - W &= 0 \\ 3 \cos^2 \beta + 10 \sin \beta \cos \beta - 4 &= 0 \\ 3 \cos^2 \beta - 4 &= -10 \sin \beta \cos \beta \\ (3 \cos^2 \beta - 4)^2 &= 100 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \end{aligned}$$

Devamı yandaki kolumda

* 6.77 devamı

$$\begin{aligned} (3 \cos^2 \beta - 4)^2 &= 100 \sin^2 \beta \cos^2 \beta \\ 9 \cos^4 \beta - 24 \cos^2 \beta + 16 &= 100 (1 - \cos^2 \beta) \cos^2 \beta \\ 109 \cos^4 \beta - 124 \cos^2 \beta + 16 &= 0 \\ \cos^2 \beta \text{ çözümlerse:} \quad \cos^2 \beta &= 0,9892 \text{ ve } \cos^2 \beta = 0,1484 \\ \cos \beta &= 0,9946 \text{ ve } \cos \beta = 0,3752 \\ \beta &= 6,0^\circ \text{ ve } \beta = 67,3^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Şu halde: Eğer } \beta \text{ çok küçükse } (\beta \leq 6^\circ) \text{ veya } \beta \\ \text{büyükse } (\beta \geq 67,3^\circ) \text{ şubuk kaymaz.} \\ \text{Kayma sınırları: } 6,0^\circ < \beta < 67,3^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C ye göre momentleri toplayalım:} \\ \sum M_C &= \bar{I}\alpha + r(m\ddot{a}) \\ &= (\bar{I} + mr^2)\alpha \\ \text{Steiner teoremi gereğince } \sum M_C &= I_C \alpha \end{aligned}$$

6.79 Diskin gelişigüzel bir konumunu göz önüne alalım.

$$\begin{aligned} \ddot{a}_c &= \ddot{a}_c + \ddot{a}_{tc} \\ \ddot{a}_c &= \ddot{a}_c + (\ddot{a}_{tc})_t + (\ddot{a}_{tc})_n \\ (\ddot{a}_{tc})_t &= (C\ddot{\alpha})\alpha \\ (\ddot{a}_{tc})_n &= (C\ddot{\alpha})\omega^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Efektif kuvvetlerin C ye göre momentleri toplamı:} \\ \sum M_C &= \bar{I}\alpha + (C\ddot{\alpha})m(C\ddot{\alpha})\alpha - m\ddot{a}_c(C\ddot{\alpha})\sin \theta \\ &= (\bar{I} + m(C\ddot{\alpha})^2)\alpha - m\ddot{a}_c(C\ddot{\alpha})\sin \theta \end{aligned}$$

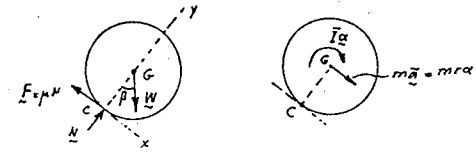
$$\text{Steiner teoremi gereğince } \bar{I} + m(C\ddot{\alpha})^2 = I_C$$

$$\text{Şu halde} \quad \sum M_C = I_C \alpha - m\ddot{a}_c(C\ddot{\alpha})\sin \theta$$

Bu ifadenin $\sum M_C = I_C \alpha$ ya indirgenebilmesi için $\sin \theta = 0$, dolayısıyla $\theta = 0^\circ$ veya $\theta = 180^\circ$ olması gereklidir, yani

C, O ve G bir doğru üzerinde bulunmalıdır.

6.80 $\vec{a} = r\alpha$ ve $F = \mu N$ dir.



$$+\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: W r \sin \beta = (m\vec{a})r + I\alpha$$

$$W r \sin \beta = \left(\frac{W}{g} r\alpha\right)r + \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{W}{r} \sin \beta \quad (1)$$

$$\sum F_x = m\vec{a}: W \sin \beta - F = m\vec{a}$$

$$W \sin \beta - \mu N = \frac{W}{g} r\alpha \quad (2)$$

$$+\sum F_y = 0: N - W \cos \beta = 0 \quad (3)$$

(2) ile (3) ün arasında N'yi yok edelim:

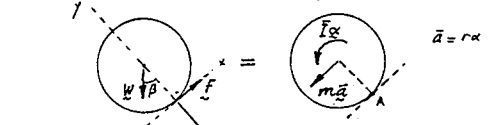
$$\frac{W}{g} r\alpha = W (\sin \beta - \mu \cos \beta)$$

W'yi kısaltalım ve α yerine (1) deki değerini koyalım:

$$\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} \frac{W}{r} \sin \beta\right) = \sin \beta - \mu \cos \beta$$

$$\frac{1}{3} \sin \beta = \mu \cos \beta \quad \tan \beta = 3\mu$$

6.81 Ağırık merkezine göre atalet momentli $\vec{I} = \frac{W}{g} \vec{k}^2$, ağırlığı W ve yarıçapı r olan cismin yuvarlanmasını göz önüne alalım.



$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: W r \sin \beta = (m\vec{a})r + I\alpha$$

$$W r \sin \beta = \left(\frac{W}{g} r\alpha\right)r + \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$$

$$W r \sin \beta = \frac{W}{g} r^2 \alpha + \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{W}{r} \sin \beta \quad (1)$$

Silindire için: $\vec{I} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2$, $\vec{k}^2 = \frac{1}{2} r^2$

$$\alpha_s = \frac{2}{3} \frac{W}{r} \sin \beta = \frac{2}{3} \frac{g}{r} \sin \beta, \quad \alpha_r = r\alpha_s = \frac{2}{3} g \sin \beta$$

Boru için: $\vec{I} = \frac{W}{g} r^2$, $\vec{k}^2 = r^2$

$$\alpha_B = \frac{2}{3} \frac{W}{r} \sin \beta = \frac{1}{3} \frac{g}{r} \sin \beta, \quad \alpha_B = r\alpha_B = \frac{1}{3} g \sin \beta$$

Borunun silindire göre bağıl ivmesi

$$\alpha_{B/s} = \alpha_B - \alpha_s = \frac{1}{3} g \sin \beta - \frac{2}{3} g \sin \beta$$

$$\alpha_{B/s} = -\frac{1}{3} g \sin \beta$$

$\beta = 10^\circ$ için

$$\alpha_{B/s} = -\frac{1}{3} (9,81) \sin 10^\circ = -0,284 \text{ m/san}^2$$

$t = 3$ san için

$$s_{B/s} = \frac{1}{2} \alpha_{B/s} t^2 = \frac{1}{2} (-0,284) (3)^2$$

$$s_{B/s} = -1,278$$

$$s_{B/s} = 1,278 \text{ m}$$

6.82 Yuvarlanan cisimler için Prob. 6.81 de (1) formülünü bulmuştuk:

$$\alpha = \frac{2r}{r^2 + \vec{k}^2} \sin \beta \quad (1)$$

Verilen olan için: $r = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Başlangıç şartları: $s_0 = 0$, $v_0 = 0$. Son durum $s = 4 \text{ m}$, $t = 40 \text{ san}$

$$4 = 0 + 0 + \frac{1}{2} a (40)^2$$

$$a = \frac{8}{1600} = 0,005 \text{ m/san}^2$$

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{0,005}{0,03} = \frac{1}{6} \text{ rad/san}^2$$

$\alpha = \frac{1}{6}$, $r = 0,03$ ve $\beta = 15^\circ$, (1) de yerine konursa

$$\frac{1}{6} = \frac{2(0,03)}{(0,03)^2 + \vec{k}^2} \sin 15^\circ$$

$$0,0009 + \vec{k}^2 = (0,0009)(0,03)(0,2588)(6)$$

$$\vec{k}^2 = 0,04570 - 0,0009 = 0,04481$$

$$\vec{k} = 0,675 \text{ m} \quad \vec{k} = 0,675 \text{ m}$$

6.83 Yuvarlanan cisimler için Prob. 6.81 de bulunduğumuz (1) formülü:

$$\alpha = \frac{2r}{r^2 + \vec{k}^2} \sin \beta \quad (1)$$

Prob. 6.81 deki şekilleri de kullanarak

$$+\sum F_x = 0: F - W \sin \beta + m\vec{a} = 0$$

$$F - W \sin \beta + \frac{W}{g} r\alpha = 0$$

$$F = W \sin \beta - \frac{W}{g} r\alpha \quad (2)$$

$$+\sum F_y = 0: N - W \sin \beta = 0$$

$$N = W \sin \beta \quad (3)$$

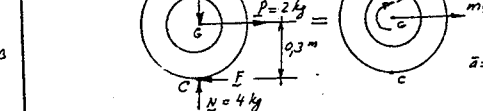
Kaymanın başladığı anda $F = \mu N$ dir. (1), (2) ve (3) deki değerler yerine konarak

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{W \sin \beta - \frac{W}{g} r\alpha}{W \cos \beta} = \frac{\sin \beta - \frac{r}{g} \alpha}{\cos \beta}$$

$$\mu = \tan \beta \left[1 - \frac{r^2}{r^2 + \vec{k}^2} \right] = \tan \beta \cdot \frac{\vec{k}^2}{r^2 + \vec{k}^2}$$

$$\tan \beta = \mu \left[1 + \left(\frac{r}{\vec{k}} \right)^2 \right]$$

6.84



$$+\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: 2(0,3) = m\vec{a}(0,3) + I\alpha$$

$$0,6 = \frac{4}{g}(0,3\alpha)(0,3) + \frac{1}{2}(0,23)\alpha$$

$$\alpha = +10,30 \text{ rad/san}^2 \quad \alpha = (0,30 \text{ rad/san}^2)$$

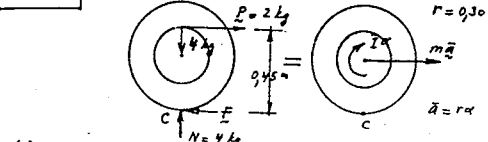
$$\vec{a} = r\alpha = (0,3)(10,30) \quad \vec{a} = 3,09 \text{ m/san}^2$$

$$+\sum F_x = m\vec{a}: 2 - F = m\vec{a}$$

$$2 - F = \frac{4}{g}(3,09) \quad F = 0,74 \text{ kg}$$

$$(b) \mu_{min} = \frac{F}{N} = \frac{0,74}{4,79} \quad \mu_{min} = 0,155$$

6.85



$$(a) +\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: 2(0,45) = (m\vec{a})r + I\alpha$$

$$0,90 = \frac{4}{g}(0,3\alpha)(0,3) + \frac{1}{2}(0,23)\alpha$$

$$\alpha = 15,45 \text{ rad/san}^2 \quad \alpha = 15,45 \text{ rad/san}^2$$

$$\vec{a} = r\alpha = (0,3)(15,45) \quad \vec{a} = 4,635 \text{ m/san}^2$$

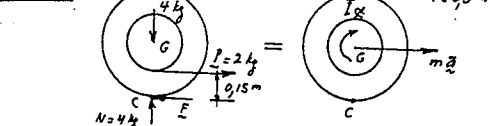
$$(b) +\sum F_x = m\vec{a}: P - F = m\vec{a}$$

$$2 - F = \frac{4}{g}(4,635)$$

$$F = 0,11 \text{ kg} \quad F = 0,11 \text{ kg}$$

$$\mu_{min} = \frac{F}{N} = \frac{0,11}{4} \quad \mu_{min} = 0,028$$

6.86



$$(a) +\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: 2(0,15) = m\vec{a}(0,30) + I\alpha$$

$$0,3 = \frac{4}{g}(0,3\alpha)(0,30) + \frac{1}{2}(0,23)\alpha$$

$$\alpha = 5,15 \text{ rad/san}^2 \quad \alpha = 5,15 \text{ rad/san}^2$$

$$\vec{a} = r\alpha = (0,3)(5,15) \quad \vec{a} = 1,55 \text{ m/san}^2$$

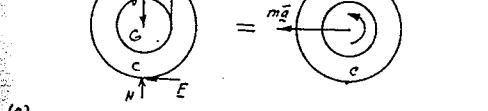
$$(b) +\sum F_x = m\vec{a}: P - F = m\vec{a}$$

$$2 - F = \frac{4}{g}(1,55)$$

$$F = 1,37 \text{ kg} \quad F = 1,37 \text{ kg}$$

$$\mu_{min} = \frac{F}{N} = \frac{1,37}{4,0} = 0,343 \quad \mu_{min} = 0,343$$

6.87



$$(a) +\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: 2(0,15) = (m\vec{a})r + I\alpha$$

$$0,3 = \frac{4}{g}(0,3\alpha)(0,3) + \frac{1}{2}(0,23)\alpha$$

$$\alpha = 5,15 \text{ rad/san}^2 \quad \alpha = 5,15 \text{ rad/san}^2$$

$$\vec{a} = r\alpha = (0,3)(5,15) \quad \vec{a} = 1,55 \text{ m/san}^2$$

$$(b) +\sum F_x = m\vec{a}: -F = -m\vec{a}$$

$$-F = -\frac{4}{g}(1,55)$$

$$F = 0,63 \text{ kg} \quad F = 0,63 \text{ kg}$$

$$+\sum F_y = 0: N - 4 + 2 = 0$$

$$N = 2 \text{ kg} \quad N = 2 \text{ kg}$$

$$\mu_{min} = \frac{F}{N} = \frac{0,63}{2} \quad \mu_{min} = 0,315$$

6.88 Diskin kaymadığını kabul edelim. O zaman $\vec{a} = r\alpha$ olur ve çözüm Prob. 6.84 ün aynı olur.

$$F = 0,74 \text{ kg} \quad N = 4,0 \text{ kg}$$

$$\mu = 0,20 \text{ olduğundan } F_{max} = \mu N = (0,20)(4) = 0,8 \text{ kg}$$

bu halde $F < F_{max}$ olur ve kabul edilen hareket mümkün olur ve disk kaymaz.

Prob. 6.84 den $\alpha = 10,30 \text{ rad/san}^2$

$$a = 3,09 \text{ m/san}^2$$

6.89 Diskin kaymadığını kabul edelim. O zaman $\vec{a} = r\alpha$ olur ve çözüm Prob. 6.85 in aynı olur.

$$O \text{ halde: } F = 0,11 \text{ kg} \quad N = 4 \text{ kg}$$

$$\mu = 0,20 \text{ olduğundan } F_{max} = \mu N = 0,20(4) = 0,8 \text{ kg}$$

$F < F_{max}$ O halde kabul edilen hareket mümkün olur ve disk kaymaz.

Prob. 6.85 den $\alpha = 15,45 \text{ rad/san}^2$

$$a = 4,635 \text{ m/san}^2$$

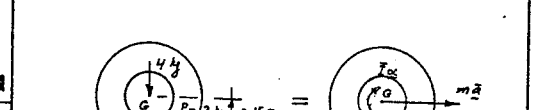
6.90 Diskin kaymadığını kabul edelim. O zaman $\vec{a} = r\alpha$ olur ve çözüm Prob. 6.86 nın aynı olur. O halde

$$F = 1,37 \text{ kg} \quad N = 4,0 \text{ kg}$$

$$\mu = 0,20 \text{ olduğundan } F_{max} = 0,20(4) = 0,8 \text{ kg}$$

$F > F_{max}$ O halde kabul edilen hareket mümkün olmaz. Disk kayar.

Problemi $\vec{a} \neq r\alpha$ ve $F = \mu N = 0,8 \text{ kg}$ alarak yeniden çözmeliyiz.



$$+\sum M_C = I\alpha: (0,8)(0,3) - 2(0,15) = +I\alpha$$

$$0,24 - 0,30 = +\frac{1}{2}(0,23)\alpha$$

$$\alpha = -2,78 \text{ rad/san}^2 \quad \alpha = 2,78 \text{ rad/san}^2$$

$$+\sum F_x = m\vec{a}: 2 - 0,8 = m\vec{a}$$

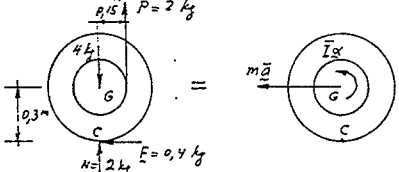
$$1,2 = \frac{4}{g}\vec{a}$$

$$\vec{a} = 2,94 \text{ m/san}^2 \quad \vec{a} = 2,94 \text{ m/san}^2$$

6.91 Diskin kaymadığını kabul edelim. O zaman $\vec{a} = r\alpha$ olur ve çözüm Prob. 6.87'nin aynı olur. Şu halde

$F = 0,63 \text{ kg}$ $N = 2,0 \text{ kg}$
 $\mu = 0,20$ olduğundan $F_{\max} = (0,20)(2,0) = 0,40 \text{ kg}$
 $F > F_{\max}$ O halde kabul edilen hareket mümkün olmaz. Disk kayar.

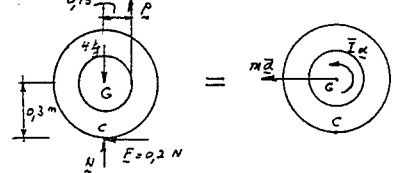
Problemi $\vec{a} \neq r\alpha$ ve $F = \mu N = 0,4 \text{ kg}$ alarak yeniden çözmeliyiz.



$+ \sum M_C = I\alpha$: $2(0,15) - (0,4)(0,3) = I\alpha$
 $0,3 - 0,12 = \frac{1}{2}(0,23)^2\alpha$
 $\alpha = 8,34 \text{ rad/san}^2$ $\alpha = 8,34 \text{ rad/san}^2$

$\pm \sum F_x = m\vec{a}$: $-0,40 = -m\vec{a}$
 $-0,40 = -\frac{1}{2}\vec{a}$
 $\vec{a} = 0,78 \text{ m/san}^2$ $\vec{a} = 0,98 \text{ m/san}^2$

6.92 Kayma başlarken yuvarlanma $\vec{a} = r\alpha$ ve $F = \mu N$

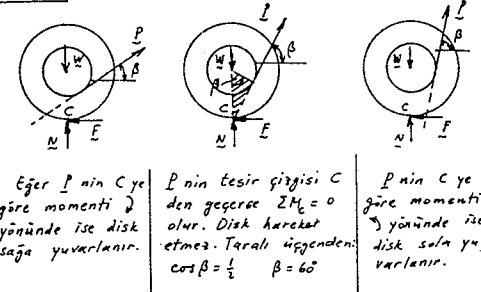


$+ \sum M_C = \sum (M_C)_{\text{ef}}$: $P(0,15) = (m\vec{a})(0,30) + I\alpha$
 $0,15P = \frac{1}{2}(0,30\alpha)(0,30) + \frac{1}{2}(0,23)^2\alpha$
 $\alpha = \frac{0,15P}{4(0,1429)}\delta$ (1)

$\uparrow \sum F_y = 0$: $N + P - 4 = 0$
 $N = 4 - P$
 $F = 0,20N = (0,20)(4 - P)$
 $F = 0,80 - 0,20P$ (2)

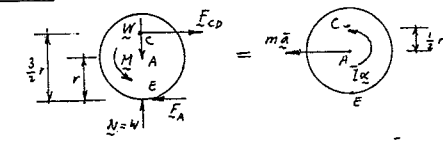
$\pm \sum F_x = m\vec{a}$: $-F = -m\vec{a}$
 $-F = -\frac{1}{2}(0,30\alpha)$
 α ve F nin yerine (1) ve (2) deki değerleri koyalım:
 $-(0,80 - 0,20P) = -\frac{1}{2}(0,30)\frac{0,15P}{4(0,1429)}\delta$
 $-0,80 + 0,20P = -0,315P$
 $(0,20 + 0,315)P = 0,80$
 $P = \frac{0,80}{0,515}$ $P = 1,55 \text{ kg}$

6.93



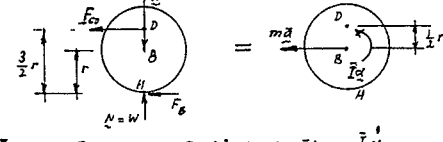
Cevap: (a) $\beta < 60^\circ$ (b) $\beta > 60^\circ$

6.94 A diski



$+ \sum M_E = \sum (M_E)_{\text{ef}}$: $M - F_{CD}(\frac{1}{2}r) = (m\vec{a})r + I\alpha$
 $M - \frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{W}{g}(r\alpha)r + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $M - \frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{3}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$ (1)

B diski



$+ \sum M_H = \sum (M_H)_{\text{ef}}$: $F_{CD}(\frac{1}{2}r) = (m\vec{a})r + I\alpha$
 $\frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{W}{g}(r\alpha)r + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $\frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{3}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$ (2)

(1) ve (2) yi toplayalım.

$M = 2\left[\frac{3}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha\right]$ $\alpha = \frac{1}{3}\frac{Mg}{Wr}$

(a) $\vec{a} = r\alpha = \frac{1}{3}\frac{Mg}{Wr} = \frac{1}{3}\frac{2(9,81)}{10(0,60)} = 1,09 \text{ m/san}^2$
 $\vec{a} = 1,09 \text{ m/san}^2$

(b) Sürtünme kuvvetleri

A diski: $+ \sum M_C = \sum (M_C)_{\text{ef}}$: $M - F_A(\frac{1}{2}r) = (m\vec{a})(\frac{1}{2}r) + I\alpha$
 $M - \frac{1}{2}F_Ar = -\frac{W}{g}(r\alpha)\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $M - \frac{1}{2}F_Ar = 0$ $F_A = \frac{2}{3}\frac{M}{r}$

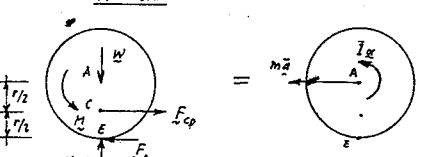
$\mu_A = \frac{F_A}{N} = \frac{2}{3}\frac{M}{Wr} = \frac{2}{3}\frac{2}{10(0,60)} = 0,222$ $\mu_A = 0,222$

B diski: $+ \sum M_D = \sum (M_D)_{\text{ef}}$: $-F_B(\frac{1}{2}r) = -(m\vec{a})(\frac{1}{2}r) + I\alpha$
 $-F_B(\frac{1}{2}r) = -\frac{W}{g}(r\alpha)\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $F_B = 0$ $\mu_B = 0$

Not: Prob. 6.95 de α aynıdır, fakat gerekli μ değerleri burada bulunanlardan farklıdır.

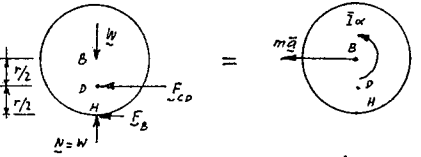
6.95

A diski



$+ \sum M_G = \sum (M_G)_{\text{ef}}$: $M - F_{CD}(\frac{1}{2}r) = (m\vec{a})r + I\alpha$
 $M - \frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{W}{g}(r\alpha)r + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $M - \frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{3}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$ (1)

B diski



$+ \sum M_H = \sum (M_H)_{\text{ef}}$: $F_{CD}(\frac{1}{2}r) = (m\vec{a})r + I\alpha$
 $\frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{W}{g}(r\alpha)r + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $\frac{1}{2}F_{CD}r = \frac{3}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$ (2)

(1) ve (2) yi toplayalım:
 $M = 2\left[\frac{3}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha\right]$ $\alpha = \frac{1}{3}\frac{Mg}{Wr}$ (3)

(a) $\vec{a} = r\alpha = \frac{1}{3}\frac{Mg}{Wr} = \frac{1}{3}\frac{2(9,81)}{10(0,60)} = 1,09 \text{ m/san}^2$
 $\vec{a} = 1,09 \text{ m/san}^2$

(b) Sürtünme kuvvetleri

A diski: $+ \sum M_C = \sum (M_C)_{\text{ef}}$: $M - F_A(\frac{1}{2}r) = (m\vec{a})(\frac{1}{2}r) + I\alpha$
 $M - \frac{1}{2}F_Ar = \frac{W}{g}(r\alpha)\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $F_A = \frac{2M}{r} - \frac{2Wr}{g}\alpha$

α yerine (3) deki değeri koyalım:
 $F_A = \frac{2M}{r} - \frac{2Wr}{g}\left(\frac{1}{3}\frac{Mg}{Wr}\right)$ $F_A = \frac{4}{3}\frac{M}{r}$
 $\mu_A = \frac{F_A}{N} = \frac{4}{3}\frac{M}{Wr} = \frac{4}{3}\frac{2}{10(0,60)} = 0,444$ $\mu_A = 0,444$

B diski: $+ \sum M_D = \sum (M_D)_{\text{ef}}$: $F_B(\frac{1}{2}r) = (m\vec{a})(\frac{1}{2}r) + I\alpha$
 $\frac{1}{2}F_Br = \frac{W}{g}(r\alpha)\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{W}{g}r^2\alpha$
 $F_B = \frac{2M}{r} - \frac{2Wr}{g}\alpha$

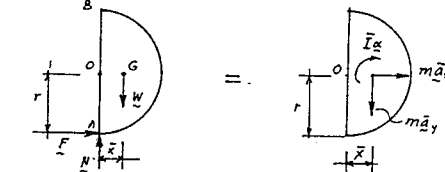
(3) deki değeri yerine koyalım:
 $F_B = \frac{2M}{r} - \frac{2Wr}{g}\left(\frac{1}{3}\frac{Mg}{Wr}\right) = -\frac{1}{3}\frac{M}{r}$ $F_B = -\frac{1}{3}\frac{M}{r}$
 $\mu_B = \frac{F_B}{N} = \frac{1}{3}\frac{M}{Wr} = \frac{1}{3}\frac{2}{10(0,60)} = 0,222$ $\mu_B = 0,222$

Not: Prob. 6.94 de α bunun aynıdır, fakat gerekli μ değerleri bu problemde bulunanlardan farklıdır.

6.96

Kinematik $\omega = 0$
 $\vec{a}_O = \vec{a}_A + \vec{a}_{O/A} = 0 + (r\alpha \rightarrow)$
 $\vec{a} = \vec{a}_O = \vec{a}_O + \vec{a}_{O/A}$
 $\vec{a} = [r\alpha \rightarrow] + [\vec{a}_{O/A} \downarrow]$
 $\vec{a}_x = r\alpha$ $\vec{a}_y = \vec{a}_{O/A}$

Hareketin kinetiği



$+ \sum M_A = \sum (M_A)_{\text{ef}}$: $W\vec{x} = (m\vec{a}_x)r + (m\vec{a}_y)\vec{x} + I\alpha$
 $W\vec{x} = \frac{W}{g}(r\alpha)r + \frac{W}{g}(\vec{a}_y)\vec{x} + \frac{1}{2}I\alpha$
 $\alpha = \frac{g\vec{x}}{r^2 + \vec{x}^2 + \frac{1}{2}r^2}$ (1)

$\pm \sum F_x = m\vec{a}_x$: $F = m\vec{a}_x$
 $F = \frac{W}{g}r\alpha$ (2)

$\uparrow \sum F_y = m\vec{a}_y$: $N - W = -m\vec{a}_y$
 $N - W = -\frac{W}{g}\vec{a}_y$
 $N = W(1 - \frac{\vec{a}_y}{g})$ (3)

Yarım kürede:
 $\vec{x} = OG = \frac{3}{4}r$ $I = \frac{3}{2}mr^2 - m(\frac{3}{4}r)^2$
 $I = m(\frac{3}{2} - \frac{9}{16})r^2$ $\therefore I^2 = (\frac{3}{2} - \frac{9}{16})r^2$

(1), (2) ve (3) de yerine koyarak
 $\alpha = \frac{2(\frac{3}{4}r)}{r^2 + (\frac{3}{4}r)^2 + (\frac{3}{2} - \frac{9}{16})r^2} = \frac{15}{56}\frac{g}{r}$
 $F = \frac{W}{g}r\left(\frac{15}{56}\frac{g}{r}\right) = 0,268W$
 $N = W\left[1 - \left(\frac{3}{4}\frac{g}{g}\right)\left(\frac{15}{56}\frac{g}{r}\right)\right] = 0,970W$
 $\mu = \frac{F}{N} = \frac{0,268W}{0,970W} = 0,278$ $\mu = 0,278$
 $\vec{a}_O = (2r)\alpha = 2r\left(\frac{15}{56}\frac{g}{r}\right) = \frac{15}{28}g$ $\vec{a}_O = \frac{15}{28}g$

(1), (2) ve (3) denklemleri dahil, sonuçlar Prob. 6.96'nın aynıdır.

Yarım silindirin de:
 $\vec{x} = \frac{4r}{3\pi}$ $I = \frac{1}{2}mr^2 - m(\frac{4r}{3\pi})^2$
 $I = m\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{3\pi}\right)^2\right]r^2$ $I^2 = \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{3\pi}\right)^2\right]r^2$

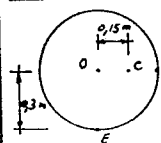
Prob. 6.96 deki (1), (2) ve (3) de yerine koyarak:
 $\alpha = \frac{2(\frac{4r}{3\pi})}{r^2 + (\frac{4r}{3\pi})^2 + \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{4}{3\pi}\right)^2\right]r^2} = \frac{8}{7\pi}\frac{g}{r}$
 $F = \frac{W}{g}r\left(\frac{8}{7\pi}\frac{g}{r}\right) = \frac{8}{7\pi}W = 0,283W$
 $N = W\left[1 - \left(\frac{4}{3\pi}\frac{g}{g}\right)\left(\frac{8}{7\pi}\frac{g}{r}\right)\right] = 0,800W$
 $\mu = \frac{F}{N} = \frac{0,283W}{0,800W} = 0,322$ $\mu = 0,322$
 $\vec{a}_O = (2r)\alpha = 2r\left(\frac{8}{7\pi}\frac{g}{r}\right) = \frac{16}{7\pi}g$ $\vec{a}_O = \frac{16}{7\pi}g$

6.98

Disk: $m_D = \frac{5}{g}$ $I_D = \frac{1}{2} \frac{5}{g} (0,3)^2 = \frac{0,225}{g}$

Çubuk: $m_C = \frac{5}{g}$ $I_C = \frac{1}{12} \frac{5}{g} (0,3)^2 = \frac{0,0375}{g}$

Kinematik



$v_C = 0,9 \text{ m/san}$ $\omega = \frac{v_C}{r} = \frac{0,9}{0,15} = 3 \text{ rad/san}$

$\vec{a}_C = 1,2 \text{ m/san}^2$ $\alpha = 4 \text{ rad/san}^2$

$\vec{a}_C = \vec{a}_O + \vec{a}_{C/O} = \vec{a}_O + (\vec{a}_{C/O})_n + (\vec{a}_{C/O})_t$

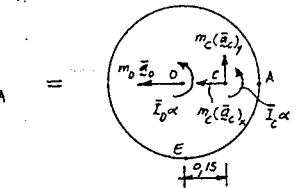
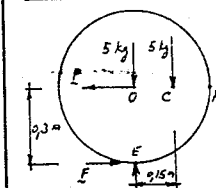
$= [1,2 \hat{i}] + [(0,3)\omega^2 \hat{i}] + [(0,3)\alpha \hat{j}]$

$\vec{a}_C = [1,2 \hat{i}] + [(0,9)(3)^2 \hat{i}] + [(0,9)(4) \hat{j}]$

$= [2,55 \hat{i}] + [0,60 \hat{j}]$

$(a_C)_x = 2,55 \text{ m/san}^2$ $(a_C)_y = 0,60 \text{ m/san}^2$

Kinetik



$\sum M_E = \sum (M_E)_{ef} : P(0,30) - 5(0,15) = \vec{I}_D \alpha + m_D \vec{a}_O(0,30)$

$+ \vec{I}_C \alpha + m_C(\vec{a}_C)(0,30) + m_C(a_C)_y(0,15)$

$0,30P - 0,75 = \frac{0,225}{g}(4) + \frac{5}{g}(1,2)(0,30) + \frac{0,0375}{g}(4) +$

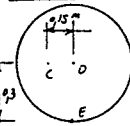
$+\frac{5}{g}(2,55)(0,30) + \frac{5}{g}(0,60)(0,15)$

$0,30P = 0,75 + \frac{0,90}{g} + \frac{1,80}{g} + \frac{0,15}{g} + \frac{3,825}{g} + \frac{0,45}{g}$

$P = 2,50 + \frac{23,75}{g} = 4,92 \text{ kg}$ $L = 4,92 \text{ kg}$

6.99 $m_D, m_C, \vec{I}_D, \vec{I}_C$ için Prob. 6.98 e bak.

Kinematik



$v_C = 0,9 \text{ m/san}$ $\omega = \frac{v_C}{r} = \frac{0,9}{0,15} = 3 \text{ rad/san}$

$\vec{a}_C = 1,2 \text{ m/san}^2$ $\alpha = 4 \text{ rad/san}^2$

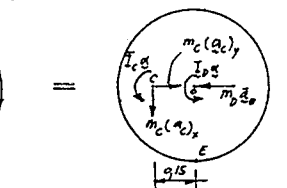
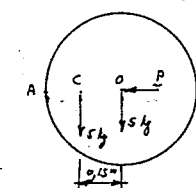
$\vec{a}_C = \vec{a}_O + \vec{a}_{C/O} = \vec{a}_O + (\vec{a}_{C/O})_n + (\vec{a}_{C/O})_t$

$= [1,2 \hat{i}] + [(0,3)\omega^2 \hat{i}] + [(0,3)\alpha \hat{j}]$

$= [1,2 \hat{i}] + [(0,9)(3)^2 \hat{i}] + [(0,9)(4) \hat{j}]$

$\vec{a}_C = [0,15 \text{ m/san}^2 \hat{i}] + [0,60 \text{ m/san}^2 \hat{j}]$

Kinetik



$\sum M_E = \sum (M_E)_{ef} : P(0,30) + (5)(0,15) = \vec{I}_D \alpha + (m_D \vec{a}_O)(0,30)$

$+ \vec{I}_C \alpha + m_C(\vec{a}_C)(0,15) - m_C(a_C)_y(0,30)$

$0,30P + 0,75 = \frac{0,225}{g}(4) + \frac{5}{g}(1,2)(0,30) + \frac{0,0375}{g}(4) + \frac{5}{g}(0,60)(0,15)$

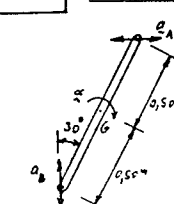
$- \frac{5}{g}(0,15)(0,30)$

$0,30P = -0,75 + \frac{0,90}{g} + \frac{1,80}{g} + \frac{0,15}{g} + \frac{3,825}{g} - \frac{0,45}{g}$

$P = -2,50 + \frac{10,25}{g} = -1,46 \text{ kg}$ $L = 1,46 \text{ kg}$

6.100

Kinematik



$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

$\omega = 0$ olduğundan

$\vec{a}_B = [\vec{a}_A] + [(1)\alpha \Delta 30^\circ]$

Üçgenler: $\vec{a}_B = \alpha \cos 30^\circ \rightarrow$

$\vec{a}_B = [\alpha \cos 30^\circ \hat{i}] + [0,5 \alpha \Delta 30^\circ \hat{j}]$

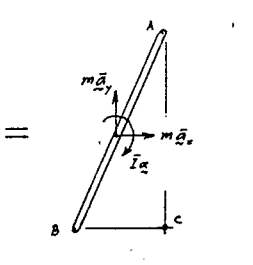
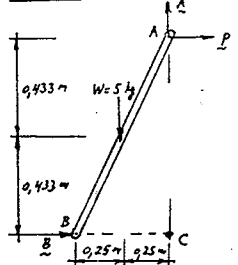
6. nin ivmesi $\vec{a}_B = [\alpha \cos 30^\circ \hat{i}] + [0,5 \alpha \cos 30^\circ \hat{j}] = 0,5 \alpha \cos 30^\circ \rightarrow$

$\vec{a}_B = 0,5 \alpha \sin 30^\circ \uparrow$

$\alpha = 3 \text{ rad/san}^2$ için $\vec{a}_B = 1,299 \text{ m/san}^2 \rightarrow$

$\vec{a}_B = 0,75 \text{ m/san}^2 \uparrow$

Kinetik



(a) A ve B yi yok etmek için C ye göre moment:

$\sum M_C = \sum (M_C)_{ef} : W(0,25) - P(0,866) =$

$-I \alpha - (m \vec{a}_A)(0,433) - (m \vec{a}_B)(0,25)$

$5(0,25) - 0,866P = -\frac{1}{12} \frac{5}{g} (1)^2 (3) - \frac{5}{g} (1,299)(0,433) - \frac{5}{g} (0,75)(0,25)$

$1,25 - 0,866P = -\frac{1,25}{g} - \frac{2,812}{g} - \frac{0,733}{g}$

$0,866P = 1,25 + \frac{5,000}{g} = 1,25 + 0,51$

$P = \frac{1,76}{0,866} = 2,03 \text{ kg}$ $P = 2,03 \text{ kg}$

(b) $\sum F_x = m \vec{a}_x : P + B = m \vec{a}_x$

$2,03 + B = \frac{5}{g} (1,299)$

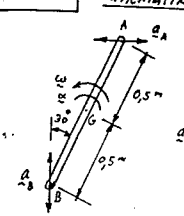
$B = -1,37 \text{ kg}$ $B = 1,37 \text{ kg}$

$\sum F_y = m \vec{a}_y : A - 5 = \frac{5}{g} (0,75)$

$A = 5,38 \text{ kg}$ $A = 5,38 \text{ kg}$

6.101

Kinematik



$\alpha = 3 \text{ rad/san}^2$ $\omega = 2 \text{ rad/san}$

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

$\vec{a}_B = [\vec{a}_A] + [1 \alpha \Delta 30^\circ]$

$+ [1 \omega^2 \Delta 30^\circ]$

$\vec{a}_B = [\vec{a}_A] + [3 \Delta 30^\circ] + [4 \Delta 30^\circ]$

ivme diyagramından:

$\vec{a}_A = 3 \cos 30^\circ \dots 4 \sin 30^\circ$

$= 2,60 - 2,0$

$\vec{a}_A = 0,60 \text{ m/san}^2 \rightarrow$

Ohalde: $\vec{a}_B = \vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{C/A}$

$= [0,60 \hat{i}] + [0,5 \alpha \Delta 30^\circ] + [0,5 \omega^2 \Delta 30^\circ]$

$\vec{a}_B = [0,60 \hat{i}] + [1,5 \Delta 30^\circ] + [2 \Delta 30^\circ]$

$\vec{a}_B = 0,60 - 1,5 \cos 30^\circ + 2 \sin 30^\circ$

$= 0,60 - 1,30 + 1 = -0,70$

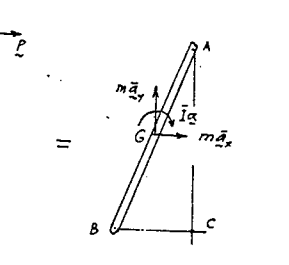
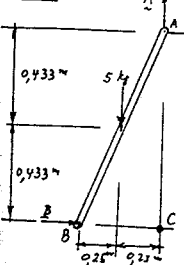
$\vec{a}_B = 1,5 \sin 30^\circ + 2 \cos 30^\circ$

$= 0,75 + 1,73 = 2,48$

$\vec{a}_B = 0,30 \text{ m/san}^2 \rightarrow$

$\vec{a}_B = 2,48 \text{ m/san}^2 \uparrow$

Kinetik



(a) A ve B den kurtulmak için

$\sum M_C = \sum (M_C)_{ef} :$

$W(0,25) - P(0,866) = -I \alpha - (m \vec{a}_A)(0,433) - (m \vec{a}_B)(0,25)$

$5(0,25) - 0,866P = -\frac{1}{12} \frac{5}{g} (1)^2 (3) - \frac{5}{g} (0,30)(0,433) - \frac{5}{g} (2,48)(0,25)$

$1,25 - 0,866P = -\frac{1,25}{g} - \frac{0,650}{g} - \frac{3,100}{g}$

$0,866P = 1,25 + \frac{5,000}{g} = 1,76$

$P = \frac{1,76}{0,866} = 2,03 \text{ kg}$

$L = 2,03 \text{ kg}$

$\sum F_x = m \vec{a}_x : B + P = m \vec{a}_x$

$B + 2,03 = \frac{5}{g} (0,30)$

$B + 2,03 = 0,15$

$B = -1,88 \text{ kg}$ $B = 1,88 \text{ kg}$

$\sum F_y = m \vec{a}_y : A - 5 = m \vec{a}_y$

$A - 5 = \frac{5}{g} (2,48)$

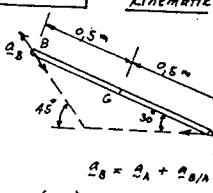
$A - 5 = 1,26$

$A = 6,26 \text{ kg}$ $A = 6,26 \text{ kg}$

155

6.102

Kinematik



$\alpha = 2 \text{ rad/san}^2$

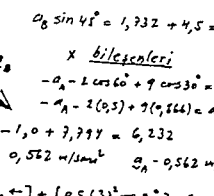
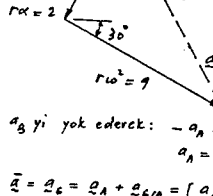
$\omega = 3 \text{ rad/san}$

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

$[\vec{a}_A \Delta 45^\circ] = [\vec{a}_A] + [r \omega^2 \Delta 30^\circ] + [r \alpha \Delta 30^\circ]$

$[\vec{a}_B \Delta 45^\circ] = [\vec{a}_A] + [(1)(3)^2 \Delta 30^\circ] + [(1)(2) \Delta 30^\circ]$

ivme diyagramı



$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 2 \sin 60^\circ + 9 \sin 10^\circ$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

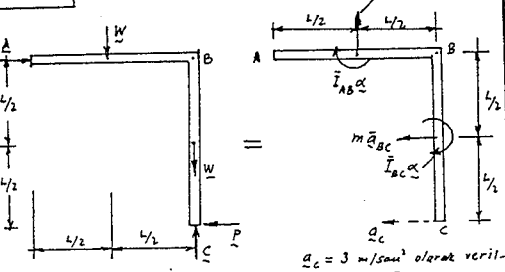
$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

$\vec{a}_B \sin 45^\circ = 1,732 + 4,5 = 6,232$

6.103 $\omega = 0$, $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{BC} = \frac{L}{2} \alpha$ 

$W = 3 \text{ kg}$, $L = 0,60 \text{ m}$

(a) $\sum M_B = \sum (M_B)_{ef}$: $W(\frac{L}{2}) - PL = -\vec{I}_{AB} \alpha - m \vec{a}_{AB} \frac{L}{2} - \vec{I}_{BC} \alpha - m \vec{a}_{BC} \frac{L}{2}$

$W(\frac{L}{2}) - PL = -\frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha - \frac{W}{g} (\frac{L}{2}) \frac{L}{2} - \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha - \frac{W}{g} (\frac{L}{2}) \frac{L}{2}$

$W \frac{L}{2} - PL = -\frac{2}{3} \frac{W}{g} L^2 \alpha$

$P = \frac{1}{2} W + \frac{2}{3} \frac{W L \alpha}{g}$

$\alpha = 5 \text{ rad/s}^2$, $W = 3 \text{ kg}$, $L = 0,60 \text{ m}$ yi yerine koyarsak:

$P = \frac{1}{2} (3) + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{9,81} (0,60)(5) = 1,5 + 0,61 = 2,11 \text{ kg}$

$P = 2,11 \text{ kg}$

(b) $\sum F_x = \sum m \vec{a}_x$: $A - P = -m \vec{a}_{BC}$

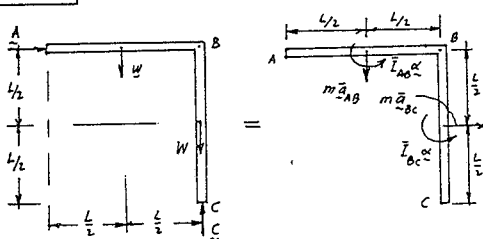
$A - 2,11 = -\frac{3}{9,81} (0,3)(5)$

$A = 2,11 - 0,46 = 1,65$ $A = 1,65 \text{ kg}$

$\uparrow \sum F_y = \sum m \vec{a}_y$: $C - W - W = m \vec{a}_{AB}$

$C - 3 - 3 = \frac{3}{9,81} (0,3)(5)$

$C = 6 + 0,46 = 6,46 \text{ kg}$ $C = 6,46 \text{ kg}$

6.104 $\omega = 0$, $\vec{a}_{AB} = \vec{a}_{BC} = \frac{L}{2} \alpha$ 

(a) $\sum M_B = \sum (M_B)_{ef}$: $W(\frac{L}{2}) = \vec{I}_{AB} \alpha + m \vec{a}_{AB} \frac{L}{2} + \vec{I}_{BC} \alpha + m \vec{a}_{BC} \frac{L}{2}$

$W \frac{L}{2} = \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha + \frac{W}{g} (\frac{L}{2}) \frac{L}{2} + \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha + \frac{W}{g} (\frac{L}{2}) \frac{L}{2}$

$\frac{L}{2} = \frac{2}{3} \frac{L}{g} \alpha$ $\alpha = \frac{3}{4} \frac{g}{L}$ $\alpha = \frac{3}{4} \frac{g}{L}$

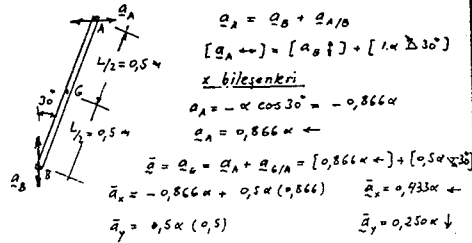
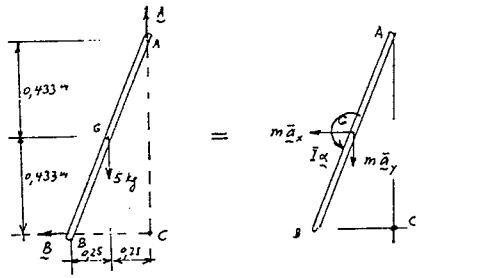
(b) $\sum F_x = \sum m \vec{a}_x$: $A = m \vec{a}_{BC}$

$A = \frac{W}{g} \frac{L}{2} \alpha$ $A = \frac{3}{8} W$

$\uparrow \sum F_y = \sum m \vec{a}_y$: $C - W - W = -m \vec{a}_{AB}$

$C - 2W = -\frac{W}{g} \frac{L}{2} \alpha$

$C = 2W + \frac{W}{g} \frac{L}{2} (\frac{3}{4} \frac{g}{L}) = \frac{13}{4} W$ $C = \frac{13}{4} W$

6.105 Kinematik $\omega = 0$ α yi kabul edelimKinetik

(a) $\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}$: $5(0,25) = \vec{I} \alpha + m \vec{a}_x (0,433) + m \vec{a}_y (0,25)$

$1,25 = \frac{1}{12} \frac{5}{g} (1)^2 \alpha + \frac{5}{g} (0,433)(0,433) + \frac{5}{g} (0,15)(0,25)$

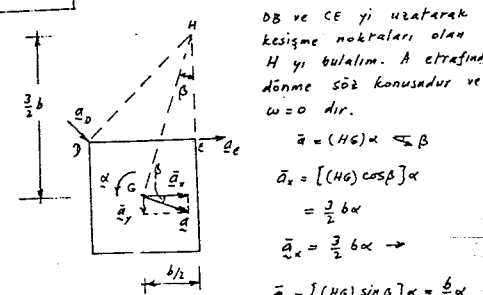
$1,25 = \frac{1}{g} (0,4167 + 0,9333 + 0,3125) \alpha$

$\alpha = \frac{1,25}{1,667} g = 7,36$ $\alpha = 7,36 \text{ rad/s}^2$

(b) $\sum F_x = m \vec{a}_x$: $-B = -m \vec{a}_x$ $B = \frac{5}{g} (0,433)(7,36) = 1,62 \text{ kg}$

$B = 1,62 \text{ kg}$

$\uparrow \sum F_y = m \vec{a}_y$: $A - 5 = -\frac{5}{g} (0,25)(7,36)$ $A = 4,06 \text{ kg}$

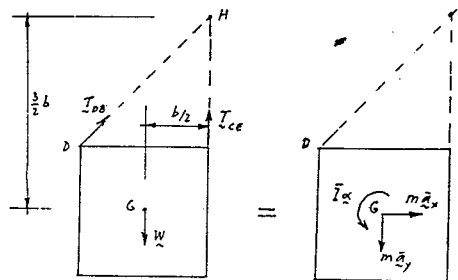
6.106 Kinematik $\omega = 0$ α yi kabul edelim

Kinetik yandaki sayfada

6.106 devamı

Önceki sayfadan

$\vec{a}_x = \frac{3}{2} b \alpha$ $\vec{a}_y = \frac{b}{2} \alpha$

Kinetik

$\sum M_H = \sum (M_H)_{ef}$: $W \frac{b}{2} = \vec{I} \alpha + m \vec{a}_x (\frac{3}{2} b) + m \vec{a}_y (\frac{b}{2})$

$W \frac{b}{2} = \frac{1}{12} \frac{W}{g} (b^2 + b^2) \alpha + \frac{W}{g} (\frac{3}{2} b) \alpha + \frac{W}{g} (\frac{b}{2}) \alpha$

$\alpha = \frac{3}{16} \frac{g}{b}$ $\alpha = \frac{3}{16} \frac{g}{b}$

$\uparrow \sum F_x = m \vec{a}_x$: $T_{DB} \cos 45^\circ = m \vec{a}_x$

$T_{DB} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{W}{g} \frac{3}{2} \alpha$

$T_{DB} = \sqrt{2} \frac{W}{g} \frac{3}{2} \alpha (\frac{16}{3})$ $T_{DB} = \frac{9\sqrt{2}}{32} W$

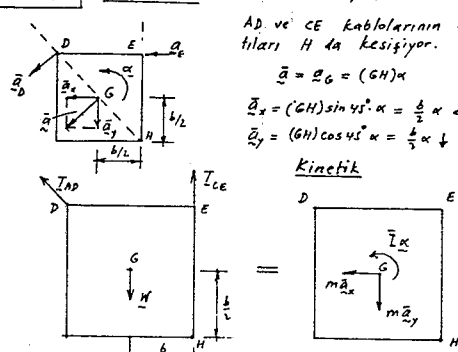
$\uparrow \sum F_y = m \vec{a}_y$: $\frac{1}{\sqrt{2}} T_{DB} + T_{CE} - W = -m \vec{a}_y$

$\frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{9\sqrt{2}}{32} W) + T_{CE} - W = -\frac{W}{g} \frac{b}{2} \alpha$

$\frac{9}{32} W + T_{CE} - W = -\frac{3}{16} W$ $T_{CE} = \frac{5}{8} W$

$W = 25 \text{ kg}$ için

$T_{DB} = \frac{9\sqrt{2}}{32} (25) = 9,94 \text{ kg}$ $T_{CE} = \frac{5}{8} (25) = 15,6 \text{ kg}$

6.107 Kinematik $\omega = 0$ α yi kabul edelim

$\sum M_H = \sum (M_H)_{ef}$: $W(\frac{b}{2}) = \vec{I} \alpha + m \vec{a}_x \frac{b}{2} + m \vec{a}_y \frac{b}{2}$

$W \frac{b}{2} = \frac{1}{12} \frac{W}{g} b^2 \alpha + \frac{W}{g} (\frac{b}{2}) \alpha + \frac{W}{g} (\frac{b}{2}) \alpha$

$\alpha = \frac{3}{4} \frac{g}{b}$ $\alpha = \frac{3}{4} \frac{g}{b}$

$\sum F_x = m \vec{a}_x$: $-T_{DB} \frac{1}{\sqrt{2}} = -m \vec{a}_x$

$\frac{1}{\sqrt{2}} T_{DB} = \frac{W}{g} \frac{b}{2} \alpha$ $T_{DB} = \frac{3\sqrt{2}}{8} W$

$\uparrow \sum F_y = m \vec{a}_y$: $T_{CE} + \frac{1}{\sqrt{2}} T_{DB} - W = -m \vec{a}_y$

$T_{CE} + \frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{3\sqrt{2}}{8} W) - W = -\frac{W}{g} \frac{b}{2} \alpha$ $T_{CE} = \frac{5}{8} W$

$W = 25 \text{ kg}$ için:

$T_{DB} = \frac{3\sqrt{2}}{8} (25) = 13,26 \text{ kg}$ $T_{CE} = \frac{5}{8} (25) = 15,6 \text{ kg}$

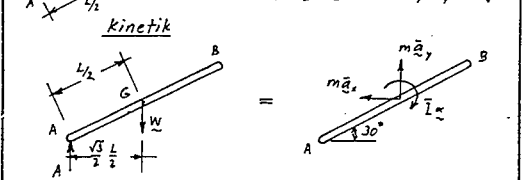
6.108 Kinematik

$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{A/C}$

$[\vec{a}_A \leftrightarrow] = [\vec{a}_C \leftrightarrow] + [\vec{a}_{A/C} \leftrightarrow] - [\frac{1}{2} \alpha \times 30^\circ]$

y bileşenleri

$0 = -\vec{a}_y + \frac{1}{2} \alpha \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\vec{a}_y = \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha$



$\sum F_x = m \vec{a}_x$: $0 = m \vec{a}_x$ $\vec{a}_x = 0$

$\uparrow \sum M_A = \sum (M_A)_{ef}$: $W(\frac{\sqrt{3}}{2} L) = \vec{I} \alpha + m \vec{a}_y (\frac{\sqrt{3}}{2} L)$

$W \frac{\sqrt{3}}{2} L = \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha + \frac{W}{g} (\frac{\sqrt{3}}{2} L) \alpha$

$\frac{\sqrt{3}}{2} W L = \frac{13}{48} \frac{W}{g} L^2 \alpha$ $\alpha = \frac{12\sqrt{3}}{13} \frac{g}{L}$

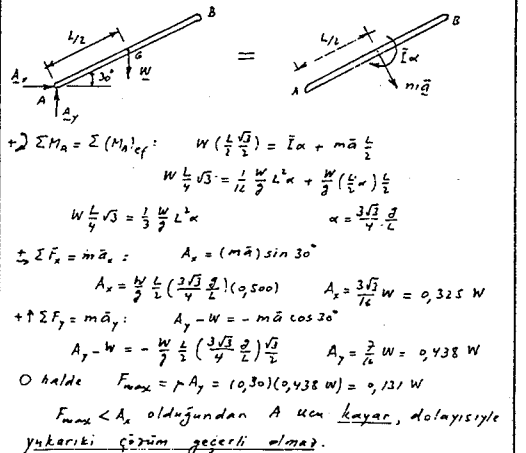
$\uparrow \sum F_y = m \vec{a}_y$: $A - W = -m \vec{a}_y$

$A - W = -\frac{W}{g} (\frac{\sqrt{3}}{2} L) (\frac{12\sqrt{3}}{13} \frac{g}{L})$

$A - W = -\frac{1}{13} W$ $A = \frac{12}{13} W$

$W = 100 \text{ kg}$ için:

$A = \frac{12}{13} (100) = 92,3 \text{ kg}$ $A = 92,3 \text{ kg}$

* 6.109 A ucunun kaymadığını kabul edelim. AB kirişi A etrafında döner. $\omega = 0$ ve $\alpha = \frac{g}{L} \sin 30^\circ$ 

$\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}$: $W(\frac{L}{2} \sin 30^\circ) = \vec{I} \alpha + m \vec{a}_y \frac{L}{2}$

$W \frac{L}{4} \sin 30^\circ = \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha + \frac{W}{g} (\frac{L}{2}) \alpha$

$W \frac{L}{4} \sin 30^\circ = \frac{1}{3} \frac{W}{g} L^2 \alpha$ $\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{g}{L}$

$\sum F_x = m \vec{a}_x$: $A_x = (m \vec{a}_y) \sin 30^\circ$

$A_x = \frac{W}{g} \frac{L}{2} (\frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{g}{L}) (\sin 30^\circ)$ $A_x = \frac{3\sqrt{3}}{16} W = 0,325 W$

$\uparrow \sum F_y = m \vec{a}_y$: $A_y - W = -m \vec{a}_y \cos 30^\circ$

$A_y - W = -\frac{W}{g} \frac{L}{2} (\frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{g}{L}) \frac{\sqrt{3}}{2}$ $A_y = \frac{7}{8} W = 0,875 W$

0 halde $F_{max} < A_x$ olduğundan A ucu kayar, dolayısıyla yukarıki çözüm geçerli olmaz.

A ucu kaydığı için $A_x = \mu A_y$ alarak yeniden çözüm yapılmalıdır.

Devami sonraki sayfada

* 6.109 devamı **Kinetik** $\vec{a}_G = \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha$

$\sum M_G = \bar{I} \alpha$: $A_y (\frac{\sqrt{3}}{4} L) - A_x (\frac{L}{4}) = \bar{I} \alpha$
 $\frac{\sqrt{3}}{4} A_y L - \frac{1}{4} A_x L = \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha$
 $A_x = 0,30 A_y$ koyarak
 $\frac{\sqrt{3}}{4} A_y L - \frac{1}{4} (0,30 A_y) L = \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha$
 $0,358 A_y - 0,0833 \frac{W}{g} L \alpha = 0$
 $\frac{W}{g} L \alpha = 4,30 A_y$ (1)

$\uparrow \sum F_y = m \bar{a}_y$: $A_y - W = -m \bar{a}_y$
 $A_y - W = -\frac{W}{g} \frac{\sqrt{3}}{4} L \alpha$
 $A_y - W = -\frac{\sqrt{3}}{4} (4,30 A_y)$ $A_y = 0,349 W$
 $W = 100 \text{ kg}$ için $A_y = 0,349 (100) = 34,9 \text{ kg}$ $A_y = 34,9 \text{ kg}$
 $A_x = \mu A_y = (0,30)(34,9) = 10,5$ $A_x = 10,5 \text{ kg}$

* 6.110 ve 6.111 **Problemi önce harflerle çözeceğiz (Prob. 6.111), sonra sayısal değerleri yerine koyacağız (Prob. 6.110).**

Kinetik: $w=0$ α yı kabul edelim.

$\vec{a}_A = \vec{a} + \vec{a}_{G/A}$
 $[\vec{a} \rightarrow] = [\vec{a}_x \rightarrow] + [\vec{a}_y \uparrow] + [\frac{L}{2} \alpha \rightarrow]$

İvme diyagramından
 $\vec{a}_y = (\vec{a}_x + \frac{L}{2} \alpha) \tan \beta$ (1)
 $a_n = a_y / \sin \beta$ (2)

Kinetik

$\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}$: $(m \bar{a}_x) \frac{L}{2} = \bar{I} \alpha$
 $\frac{W}{g} \bar{a}_x \frac{L}{2} = \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha$
 $\bar{a}_x = \frac{1}{2} L \alpha$ (3)

(1) de yerine koyalım:
 $\bar{a}_y = (\frac{1}{2} L \alpha + \frac{L}{2} L \alpha) \tan \beta$
 $\bar{a}_y = \frac{3}{2} L \alpha \tan \beta$ (4)

Devamı yandaki kolumda

* 6.110 ve 6.111 devamı

$\sum F = m \bar{a}$: $W \sin \beta = m \bar{a}_x \cos \beta + m \bar{a}_y \sin \beta$
 $\bar{a}_x$ ve $\bar{a}_y$ yerine (3) ve (4) deki değerlerini koyalım.
 $W \sin \beta = \frac{W}{g} (\frac{1}{2} L \alpha) \cos \beta + \frac{W}{g} (\frac{3}{2} L \alpha \tan \beta) \sin \beta$
 W yi kısaltıp $\cos \beta$ ya bölersek
 $\tan \beta = \frac{1}{2} \frac{L \alpha}{g} + \frac{3}{2} \frac{L \alpha}{g} \tan^2 \beta$
 $\frac{2}{L} \tan \beta - \alpha - 4 \alpha \tan^2 \beta = 0$
 $\alpha = \frac{2}{L} \frac{6 \tan \beta}{1 + 4 \tan^2 \beta}$ $\alpha = \frac{2}{L} \frac{6 \tan \beta}{1 + 4 \tan^2 \beta}$ (a)

(b) (2) ve (4) den $a_n = \frac{\bar{a}_y}{\sin \beta} = (\frac{1}{2} L \alpha \tan \beta) / \sin \beta$
 $a_n = \frac{1}{2} L \alpha \frac{\tan \beta}{\sin \beta} = \frac{1}{2} L \alpha \frac{1}{\cos \beta}$
 $\bar{a}_n = \frac{2}{3} \frac{6 \tan \beta}{(1 + 4 \tan^2 \beta) \sin \beta}$ $\bar{a}_n = \frac{2}{3} \frac{6 \tan \beta}{(1 + 4 \tan^2 \beta) \sin \beta}$

(c) **A'daki reaksiyon**
 $\uparrow \sum M_G = \bar{I} \alpha$: $(A \sin \beta) \frac{L}{2} = \bar{I} \alpha$
 $(A \sin \beta) \frac{L}{2} = \frac{1}{12} \frac{W}{g} L^2 \alpha$
 $A = \frac{1}{2} \frac{W}{\sin \beta} \frac{6 \tan \beta}{(1 + 4 \tan^2 \beta) \sin \beta}$ $A = \frac{W}{(1 + 4 \tan^2 \beta) \cos \beta}$

Prob. 6.110
 $W = 2,5 \text{ kg}$, $L = 1,20 \text{ m}$, $\beta = 30^\circ$ $\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$
 (a) $\alpha = \frac{2}{L} \frac{6 \tan \beta}{1 + 4 \tan^2 \beta} = \frac{2}{1,2} \frac{6 (1/\sqrt{3})}{1 + 4 (1/3)} = 12,14 \text{ rad/san}^2$
 $\alpha = 12,14 \text{ rad/san}^2$
 (b) $a_n = \frac{2}{3} \frac{6 \tan \beta}{(1 + 4 \tan^2 \beta) \sin \beta} = \frac{2}{3} \frac{(1,2) (12,14) (1/\sqrt{3})}{1 + 4 (1/3)} = 11,21 \text{ m/san}^2$
 $a_n = 11,21 \text{ m/san}^2$
 (c) $A = \frac{W}{(1 + 4 \tan^2 \beta) \cos \beta} = \frac{2,5}{(1 + 4 (1/3)) \cos 30^\circ} = 2,4 \text{ kg}$
 $A = 2,4 \text{ kg}$

6.112 **A galgıgizli bir nokta olsun. A'nın ivmesi kaygı bir a_n olsun. Genel dülemsel hareket $w \neq 0$: $\vec{a} = \vec{a}_G + \vec{a}_{G/A} = \vec{a}_G + [(\vec{a}_G) \omega^2] + [(\vec{a}_G) \alpha]$**

$\sum M_A = \bar{I} \alpha + m (AG) \alpha (AG) + (m a_n \sin \phi) (AG)$
 $= [\bar{I} + m (AG)^2] \alpha + (AG) m a_n \sin \phi$

Steiner teoremine göre
 $\sum M_A = I_A \alpha + (AG) m a_n \sin \phi$

Bu ifadenin $\sum M_A = I_A \alpha$ ya indirgenebilmesi için aşağıdaki şartlardan birinin (veya birkaçının) sağlanması gerektirir:
 (a) $AG = 0$ A ile G üstüstedir.
 (b) $a_n = 0$ A'nın ivmesi sıfırdır.
 (c) $\sin \phi = 0$ $\phi = 0$ veya $\phi = 180^\circ$; a_n ivmesi AS ile aynı doğrultuda.

6.113 (a) **Kinematik** $\omega_0 = 10 \text{ rad/san}$ $\alpha_0 = 0$
 $v_A = r \omega_0 = 3 \text{ m/san}$
 AB'nin anı dönme merkezi B'dir:
 $\omega_{AB} = \frac{v_A}{0,75} = \frac{3}{0,75} = 4 \text{ rad/san}$
 İvmeler: $\alpha_0 = 0$
 $a_A = r \omega_0^2 = (0,3)(10)^2 = 30 \text{ m/san}^2$
 AB çubuğu: $\alpha_{AB} = 0$
 $\vec{a} = \vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A}$
 $\vec{a} = [30 \text{ m/san}^2] + [(0,375)(\omega_{AB})^2]$
 $= [30 \text{ m/san}^2] + [(0,375)(4)^2] = 36 \uparrow$
 $\vec{a} = 36 \text{ m/san}^2 \uparrow$

Kinetik
 $\sum M_A = 0$: $B = 0$
 $\sum F_y = m \bar{a}_y$: $A_y - W = -m \bar{a}$
 $A_y - 3 = -\frac{3}{g} (36)$
 $A_y = -8,01 \text{ kg}$
 $B = 0$ $A = 8,01 \text{ kg} \downarrow$

(b) **Kinematik** $\omega_0 = 10 \text{ rad/san}$ $\alpha_0 = 0$
 $v_A = r \omega_0 = 3 \text{ m/san}$
 AB'nin anı dönme merkezi B'dir:
 $\omega_{AB} = \frac{v_A}{0,75} = \frac{3}{0,75} = 4 \text{ rad/san}$
 İvmeler: $\alpha_0 = 0$
 $a_A = r \omega_0^2 = (0,3)(10)^2 = 30 \text{ m/san}^2$
 AB çubuğu: $\alpha_{AB} = 0$
 $\vec{a} = \vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A}$
 $\vec{a} = \vec{a}_A + [(0,375) \omega_{AB}^2]$
 $\vec{a} = [30 \uparrow] + [(0,375)(4)^2] = 24 \text{ m/san}^2$
 $\vec{a} = 24 \text{ m/san}^2$

Kinetik
 $\sum M_A = 0$: $B = 0$
 $\sum F_y = m \bar{a}_y$: $A_y - W = m \bar{a}$
 $A_y - 3 = \frac{3}{g} (24)$
 $A_y = +10,34 \text{ kg}$
 $B = 0$ $A = 10,34 \text{ kg} \uparrow$

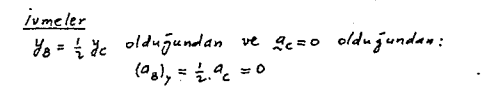
6.114 **Kinematik** $\omega_0 = 10 \text{ rad/san}$ $\alpha_0 = 0$
 $v_A = r \omega_0 = 3 \text{ m/san}$
 v_B de düşey olduğundan AB çubuğunun anı dönme merkezi sonsuzdadır, $\omega_{AB} = 0$ olur.
 $a_A = r \omega_0^2 = (0,3)(10)^2 = 30 \text{ m/san}^2$
 $a_B = a_A + a_{B/A}$
 $[a_B \uparrow] = [a_A \uparrow] + [(\vec{a}_B) \alpha \downarrow \beta]$
 $[a_B \uparrow] = [30 \uparrow] + [0,75 \alpha \downarrow 23,6^\circ]$
 $(0,75 \alpha) \cos 23,6^\circ = 30$
 $\alpha = 43,6 \text{ rad/san}^2$
 $\vec{a} = \vec{a}_G = \vec{a}_A + \vec{a}_{G/A}$
 $\vec{a} = [a_A \uparrow] + [(AG) \alpha \downarrow \beta]$
 $\vec{a} = [30 \uparrow] + [(0,375)(43,6) \downarrow 23,6^\circ]$
 $\vec{a}_x = -30 + 16,35 \cos 23,6^\circ = -15$ $\vec{a}_x = 15 \text{ m/san}^2$
 $\vec{a}_y = +16,35 \sin 23,6^\circ = 6,54$ $\vec{a}_y = 6,54 \text{ m/san}^2$

Kinetik

$\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}$:
 $W(0,15) - B(0,687) = -\bar{I} \alpha + m \bar{a}_x (0,375) - m \bar{a}_y (0,15)$
 $3(0,15) - 0,687 B = -\frac{1}{12} \frac{3}{g} (0,375)^2 (43,6) + \frac{3}{g} (15)(0,375) - \frac{3}{g} (5,57)(0,15)$
 $0,45 - 0,687 B = \frac{3}{g} (-2,044 + 5,153 - 0,831)$
 $0,687 B = 0,45 - 0,65$
 $B = -0,292$ $B = 0,292 \text{ kg} \leftarrow$

$\sum F_x = m \bar{a}_x$: $A_x + B = -m \bar{a}_x$
 $A_x - 0,292 = -\frac{3}{g} (15)$
 $A_x = -4,295 \text{ kg}$ $A_x = 4,295 \text{ kg} \leftarrow$

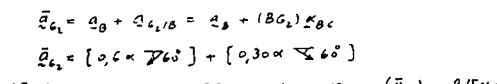
$\uparrow \sum F_y = m \bar{a}_y$: $A_y - W = m \bar{a}_y$
 $A_y - 3 = \frac{3}{g} (6,54)$
 $A_y = +5,0 \text{ kg}$ $A_y = 5,0 \text{ kg} \uparrow$

Kinematik
$$y_B = \frac{1}{2} y_C$$


$a_B = 45 / \cos 30^\circ = 51,96 \text{ m/s}^2 \leftarrow$
 $0,6 \alpha_B = 45 \text{ by } 30^\circ = 25,98$
 $\alpha_{AB} = 43,3 \text{ rad/s}^2$
 $\alpha_{BC} = 43,3 \text{ rad/s}^2$
 Simetriden

Kinematik

AB çubuğu : α yı kabul edelim.



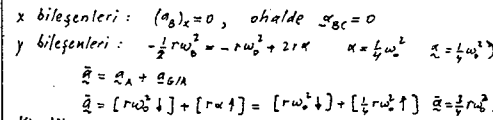
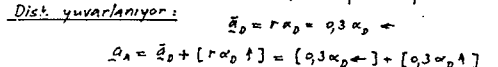
Bütün sistem



(1) ve (2) den $\alpha_{AB} = 13,06 \text{ rad/s}^2$, $\alpha_{BC} = 13,06 \text{ rad/s}^2$
 $C = 0,333 \text{ kg} \rightarrow$

Kinematik

Hizmet:


$$\begin{aligned} \uparrow \Sigma F_y &= m \ddot{a}_y, & A_y + B_y - W &= -m \ddot{a} \\ & \left(\frac{W}{2} - \frac{5}{12} W \frac{r \omega_b^2}{g} \right) + B_y - W &= -\frac{W}{2} \left(\frac{3}{7} r \omega_b^2 \right) \\ & B_y &= \frac{W}{2} - \frac{1}{4} W \frac{r \omega_b^2}{g} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} & \uparrow c \\ & \rightarrow 2M_c = 0, \quad B_c = 0 \\ & \rightarrow 2F_x = 0, \quad C_x = 0 \\ & \rightarrow 2F_y = m\ddot{a}_y, \quad C_y - W - \frac{1}{2}W = -m\ddot{a} \\ & \quad C_y - W - \left(\frac{W}{2} - \frac{1}{2}W \frac{r\omega_0^2}{g}\right) = -\frac{W}{g} \left(\frac{1}{2}r\omega_0^2\right) \\ & \quad C_y = \frac{3}{2}W - \frac{3}{12}W \frac{r\omega_0^2}{g} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} A &= W \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{12} \frac{r_{\text{cm}}}{g} \right) \uparrow \\ B_x &= 0, \quad B_y = \frac{W}{6} - \frac{1}{3} W \frac{r_{\text{cm}}}{g} \\ C &= W \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \frac{r_{\text{cm}}}{g} \right) \uparrow \\ D_x &= 0, \quad D_y = \frac{3}{2} W - \frac{7}{12} W \frac{r_{\text{cm}}}{g} \\ E &= W \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{12} \frac{r_{\text{cm}}}{g} \right) \uparrow \end{aligned}$$
Kinematik

Kinetik

$$\begin{aligned} \Sigma_2 2 F_{\alpha} = m \bar{A}_{\alpha} : \quad & A_{\alpha} - 10 = -m(A_{\alpha})_{\alpha} \quad A_{\alpha} = 10 - \frac{1,5 \alpha_0}{f} \quad (1) \\ +) 2 M_B = \Sigma (M_B)_{\alpha} : \quad & 0,6 A_{\alpha} - (0,3)5 = \bar{I}_{B5} \alpha_f + m(2 c_{f1})_{\alpha} (93\alpha) \\ & 0,6 A_{\alpha} - 1,5 = \frac{1}{16} \frac{5}{f} (9,6) (\frac{1}{2} \alpha_f) + \frac{5}{f} (9,15 \alpha_0) (93\alpha) \\ & A_{\alpha} - 2,5 = \frac{5}{f} (0,25 \alpha_0 + 9,375 \alpha_0) \quad A_{\alpha} = 2,5 + \frac{9,5 \alpha_0}{f} \quad (2) \end{aligned}$$

(2) $\Sigma M_C = \Sigma (M_C)_{ef} : A_x(0,3) - A_y(0,3) = \bar{I}_2 \alpha_D + m \bar{\alpha}_D(0,3)$
 $0,3 A_x - 0,3 A_y = \frac{1}{2} \frac{\pi}{9} (0,3)^2 \alpha_D + \frac{\pi}{9} (0,3 \alpha_D)(0,3)$
 $A_x - A_y = \frac{\pi}{9} (0,45) \alpha_D$

(b) (1) ve (2) den

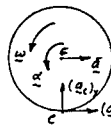
$$A_x = 10 - \frac{1,5}{2} (13,31) = 7,35 \text{ kg}$$
$$A_y = 2,5 + \frac{2,5}{2} (13,31) = 3,38 \text{ kg}$$

A da diske gelen kuvvet

$$A_x = 7,35 \text{ kg} \leftarrow$$
$$A_y = 3,38 \text{ kg} \leftarrow$$

6.119

Kinematik



$$a_c = \bar{a} + a_{c/A}$$

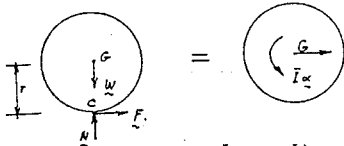
x bileşenleri

$$(a_c)_x = \bar{a} + r\alpha$$

Oysa $(a_c)_x = \text{plajın ivmesi}$

$$\text{O halde } a_{\text{plak}} = \bar{a} + r\alpha \quad (1)$$

Kinetik



$$\sum M_C = \sum (M_C)_{\text{ef}}: 0 = I\alpha - (m\bar{a})r$$

$$\bar{I} = \frac{W}{g} k^2 \text{ ve } m = \frac{W}{g} \text{ koyalım:}$$

$$0 = \frac{W}{g} k^2 \alpha - \frac{W}{g} \bar{a} r$$

$$\alpha = \frac{r}{k^2} \bar{a}$$

Böylece (1) den $a_{\text{plak}} = \bar{a} + \left(\frac{r}{k^2}\right) \bar{a}$

$$(a) \quad \bar{a} = \frac{a_{\text{plak}}}{1 + \left(\frac{r}{k^2}\right)} = \frac{a}{1 + \left(\frac{r}{k^2}\right)} \quad (2)$$

Boru halinde $\bar{I} = \frac{W}{g} r^2$ olduğundan $k=r$ ve $\frac{r}{k^2} = 1$ olur: $\bar{a} = \frac{1}{2} a \rightarrow$

(b) Borunun plaja göre bağlı hareketi

$$a_{c/\text{plak}} = \bar{a} - a_{\text{plak}} = \left(\frac{r}{k^2}\right) \bar{a} \quad (2)$$

Boru için: $r/k^2 = 1$, $a_{c/\text{plak}} = \frac{1}{2} \bar{a} \rightarrow$ O halde $a_{\text{plak}} = 2(a_{c/\text{plak}})$

$$s_{\text{plak}} = 2(s_{c/\text{plak}}) = 2d \quad s_{\text{plak}} = 2d$$

6.120 Prob. 6.119'deki çözümün aynı.

$$(a) \text{ Dolu silindir: } \bar{I} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2; \quad k^2 = \frac{1}{2} r^2 \quad \left(\frac{r}{k^2}\right) = 2$$

$$(2) \text{ denklemden: } \bar{a} = \frac{a}{1+2} = \frac{1}{3} a \quad \bar{a} = \frac{1}{3} a \rightarrow$$

$$(3) \text{ denklemden: } a_{c/\text{plak}} = (2)\left(\frac{1}{3} a\right) = \frac{2}{3} a$$

O halde $a_{\text{plak}} = \frac{3}{2} (a_{c/\text{plak}})$

$$s_{\text{plak}} = \frac{3}{2} (s_{c/\text{plak}}) = \frac{3}{2} d \quad s_{\text{plak}} = \frac{3}{2} d$$

$$(b) \text{ Dolu küre: } \bar{I} = \frac{2}{5} \frac{W}{g} r^2; \quad k^2 = \frac{2}{5} r^2 \quad \left(\frac{r}{k^2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$(2) \text{ denklemden: } \bar{a} = \frac{a}{1+\frac{5}{2}} = \frac{2}{7} a \quad \bar{a} = \frac{2}{7} a \rightarrow$$

$$(3) \text{ denklemden: } a_{c/\text{plak}} = \left(\frac{5}{2}\right)\left(\frac{2}{7} a\right) = \frac{5}{7} a$$

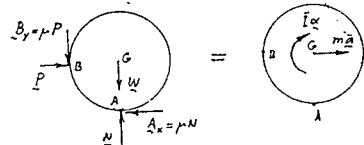
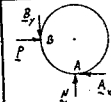
O halde $a_{\text{plak}} = \frac{7}{5} (a_{c/\text{plak}})$

$$s_{\text{plak}} = \frac{7}{5} (s_{c/\text{plak}}) = \frac{7}{5} d$$

$$s_{\text{plak}} = \frac{7}{5} d$$

6.121

(a) Silindirin yuvarlanıyor: $\bar{a} = r\alpha$ veya $\alpha = \frac{\bar{a}}{r}$
Koldan silindire gelen kuvvetin yatay bileşenini P ile gösterebiliriz.
B de kayma var: $B_f = \mu P$
A da kayma başlamak üzere olduğu kabul edilirse: $A_f = \mu N$



$$\sum M_A = \sum (M_A)_{\text{ef}}: Pr - (\mu P)r = I\alpha + (m\bar{a})r$$

$$P(1-\mu)r = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \left(\frac{\bar{a}}{r}\right) + \frac{W}{g} \bar{a} r$$

$$P = \frac{3}{2} \frac{W}{1-\mu} \frac{\bar{a}}{g} \quad (1)$$

 $(\mu < 1)$ olması gerektiğine dikkat edilmelidir.

$$\sum F_y = 0: N - \mu P - W = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_x = m\bar{a}: P - \mu N = m\bar{a} \quad (3)$$

$$P - \mu N = \frac{W}{g} \bar{a}$$

(2) ile (3) arasında N'yi yok edelim:

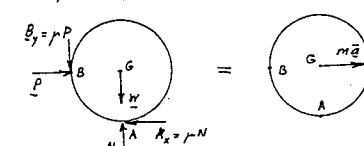
$$P - \mu P - \mu W = \frac{W}{g} \bar{a}$$

P'nin yerine (1) deki değerini koyalım:

$$(1-\mu^2) \frac{3}{2} \frac{W}{1-\mu} \frac{\bar{a}}{g} - \mu W = \frac{W}{g} \bar{a}$$

$$3(1+\mu) \frac{\bar{a}}{g} - 2\mu = 2 \frac{\bar{a}}{g}$$

$$\frac{\bar{a}}{g} (1+3\mu) = 2\mu \quad \bar{a} = \frac{2\mu}{1+3\mu} g$$

(b) Silindirin öteleme yapıyor: Dönme sıfırdır, $\alpha = 0$.A da kayma: $A_f = \mu N$ B de kayma başlıyor kabul edilirse $B_f = \mu P$ 

$$\sum M_A = \sum (M_A)_{\text{ef}}: Pr - \mu Pr = (m\bar{a})r$$

$$P(1-\mu)r = \frac{W}{g} \bar{a} r$$

$$P = \frac{W}{1-\mu} \frac{\bar{a}}{g} \quad (1)$$

 $(\mu < 1)$ olması gerektiğine dikkat edilmelidir.

$$\sum F_x = m\bar{a}: P - \mu N = m\bar{a}$$

$$P - \mu N = \frac{W}{g} \bar{a}$$

$$\sum F_y = 0: N - \mu P - W = 0 \quad (3)$$

(2) ile (3) arasında N'yi yok edelim:

$$P(1-\mu^2) - \mu W = \frac{W}{g} \bar{a}$$

P'nin yerine (1) deki değerini koyalım:

$$\frac{W}{1-\mu} \frac{\bar{a}}{g} (1-\mu^2) - \mu W = \frac{W}{g} \bar{a}$$

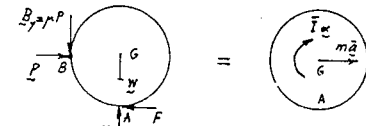
$$\frac{\bar{a}}{g} (1+\mu) - \mu = \frac{\bar{a}}{g}$$

Özet: $\bar{a} < \frac{2\mu}{1+3\mu} g$ ise yuvarlanma. $\bar{a} > \frac{2\mu}{1+3\mu} g$ ise kayma.

$$\frac{2\mu}{1+3\mu} g < \bar{a} < g \text{ ise yuvarlanma ve kayma.}$$

6.122

(a) $\bar{a} = 1,5 \text{ m/s}^2$. Yuvarlanma olduğunu kabul edelim. O halde B de kayma olur: $B_f = \mu P$



$$\sum M_A = \sum (M_A)_{\text{ef}}: Pr - \mu Pr = (m\bar{a})r + I\alpha$$

$$Pr(1-\mu) = \frac{W}{g} \bar{a} r + \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \left(\frac{\bar{a}}{r}\right)$$

$$P = \frac{3}{2} \frac{W}{1-\mu} \frac{\bar{a}}{g}$$

$$\bar{a} = 1,5 \text{ m/s}^2, W = 2 \text{ kg ve } \mu = 0,20 \text{ için}$$

$$P = \frac{3}{2} \frac{2}{1-0,20} \frac{1,5}{9,80} = 0,573 \text{ kg} \quad P = 0,573 \text{ kg} \rightarrow$$

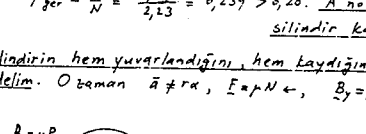
Yuvarlanma olduğunun sağlanması:

$$\sum F_y = 0: N - W - \mu P = 0$$

$$N - 2 - (0,20)(0,573) = 0 \quad N = 2,11 \text{ kg}$$

$$\sum F_x = m\bar{a}: P - F = m\bar{a}$$

$$0,573 - F = \frac{2}{g} (1,5) \quad F = 0,267 \text{ kg}$$

A da: $\mu_{\text{ger}} = \frac{F}{N} = \frac{0,267}{2,11} = 0,126 < 0,20$. Silindirin yuvarlanıyor.(b) $\bar{a} = 3 \text{ m/s}^2$. a şıkında bulduğumuz çözümde yerine koyarak $P = 1,147 \text{ kg}$, $N = 2,23$ ve $F = 0,534$ bulunur.A da: $\mu_{\text{ger}} = \frac{F}{N} = \frac{0,534}{2,23} = 0,239 > 0,20$. A noktasında silindirin kayar.Silindirin hem yuvarlandığını, hem kaydığını kabul edelim. O zaman $\bar{a} \neq r\alpha$, $F = \mu N$, $B_f = \mu P$ 

$$\sum F_y = 0: N - \mu P - W = 0 \quad N = W + \mu P$$

$$\sum F_x = m\bar{a}: P - \mu N = m\bar{a}$$

$$P - \mu(W + \mu P) = \frac{W}{g} \bar{a}$$

$$P = \frac{W}{1-\mu^2} \left(\frac{\bar{a}}{g} + \mu\right)$$

$$\bar{a} = 3 \text{ m/s}^2, W = 2 \text{ kg ve } \mu = 0,20 \text{ için}$$

$$P = \frac{2}{1-(0,2)^2} \left(\frac{3}{9,80} + 0,20\right) \quad P = 1,054 \text{ kg} \rightarrow$$

Not: Prob. 6.121'deki sonuçları kullanarak bu problemde yukarıdaki hallerin her birinde hareketin tipini doğrudan doğruya bulabiliriz.

$$\mu = 0,20$$

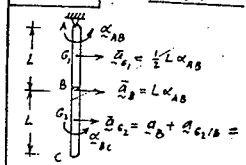
$$\frac{2\mu}{1+3\mu} g = \frac{2(0,20)}{1+3(0,20)} g = 0,25 g = 2,45 \text{ m/s}^2$$

$$\text{a) şıkında: } \bar{a} = 1,5 \text{ m/s}^2 < 2,45; \text{ yuvarlanma olur.}$$

$$\text{b) şıkında: } \bar{a} = 3 \text{ m/s}^2 > 2,45; \text{ yuvarlanma ve kayma olur.}$$

6.123

Kinematik

 α_{AB} yi, α_{BC} yi kabul edelim.

Kinetik BC çubuğu

$$\sum M_B = \sum (M_B)_{\text{ef}}:$$

$$PL = I\alpha_{AC} + (m\bar{a}_C) \frac{L}{2}$$

$$PL = \frac{1}{12} mL^2 \alpha_{AC} + m(L\alpha_{AB} + \frac{1}{2} L\alpha_{BC}) \frac{L}{2}$$

$$PL = \frac{1}{12} mL^2 \alpha_{AB} + \frac{1}{3} mL^2 \alpha_{AC} \quad (1)$$

Bütün sistem

$$\sum M_A = \sum (M_A)_{\text{ef}}:$$

$$P(2L) = I\alpha_{AB} + I\alpha_{BC}$$

$$+ (m\bar{a}_B) \frac{L}{2} + (m\bar{a}_C) \frac{3}{2} L$$

$$2PL = \frac{1}{12} mL^2 (\alpha_{AB} + \alpha_{BC})$$

$$+ m(\frac{1}{2} L\alpha_{AB}) \frac{L}{2}$$

$$+ m(L\alpha_{AB} + \frac{1}{2} L\alpha_{BC}) \frac{3}{2} L \quad (2)$$

$$2PL = \frac{11}{6} mL^2 \alpha_{AB} + \frac{5}{6} mL^2 \alpha_{BC}$$

(1) ve (2) denklemlerinden α_{AB} ve α_{BC} çözümler:

$$\alpha_{AB} = -\frac{5}{12} \frac{P}{LW}, \quad \alpha_{BC} = \frac{20}{9} \frac{P}{LW}$$

elde edilir.

$$W = 2,5 \text{ kg}, P = 1,5 \text{ kg}, L = 0,60 \text{ alınarak } \alpha_{BC} = \frac{20}{9} \frac{1,5}{2,5 \cdot 9,81} = 4,30 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_{AB} = -\frac{5}{12} \frac{1,5}{2,5 \cdot 9,81} = -0,41 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_{AB} = 0,41 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_{BC} = 4,30 \text{ rad/s}^2$$

6.124

Kinematik

Prob. 6.123'ün aynı.

Kinetik BC çubuğu

$$\sum M_B = \sum (M_B)_{\text{ef}}:$$

$$0 = I\alpha_{BC} + m\bar{a}_C \frac{L}{2}$$

$$0 = \frac{1}{12} mL^2 \alpha_{BC} + m(L\alpha_{AB} + \frac{1}{2} L\alpha_{BC}) \frac{L}{2}$$

$$\alpha_{BC} = -\frac{5}{12} \alpha_{AB} \quad (1)$$

Bütün sistem

$$\sum M_A = \sum (M_A)_{\text{ef}}:$$

$$PL = I\alpha_{AB} + I\alpha_{BC}$$

$$+ (m\bar{a}_B) \frac{L}{2} + (m\bar{a}_C) \frac{3}{2} L$$

$$PL = \frac{1}{12} mL^2 (\alpha_{AB} + \alpha_{BC})$$

$$+ m(\frac{1}{2} L\alpha_{AB}) \frac{L}{2}$$

$$+ m(L\alpha_{AB} + \frac{1}{2} L\alpha_{BC}) \frac{3}{2} L \quad (2)$$

$$PL = \frac{11}{6} mL^2 \alpha_{AB} + \frac{5}{6} mL^2 \alpha_{BC}$$

(1) ve (2) denklemlerinden α_{AB} ve α_{BC} çözümler:

$$\alpha_{AB} = \frac{12}{9} \frac{P}{LW}, \quad \alpha_{BC} = \frac{12}{9} \frac{1,5}{2,5 \cdot 9,81} = 16,82$$

$$\alpha_{BC} = -\frac{5}{12} \alpha_{AB} = -\frac{15}{9} \frac{P}{LW}$$

$$\alpha_{BC} = -25,23$$

$$\alpha_{BC} = 25,23 \text{ rad/s}^2$$

* 6.125 **Kinematik:** $\alpha_{AB} = \alpha_{BC} = \alpha$ alalım.

O zaman $\vec{a}_B = \frac{1}{2}\alpha$ ve $\vec{a}_C = \frac{3}{2}\alpha$ olur.

Kinetik: Bütün sistem

1) $\Sigma M_A = \Sigma (M_A)_{ef}$:

$$P h = \bar{I} \alpha + \bar{I} \alpha$$

$$+ (m \vec{a}_B) \frac{1}{2} + (m \vec{a}_C) \frac{3}{2} L$$

$$P h = \frac{1}{6} m L^2 \alpha + m \left(\frac{1}{2} \alpha \right) \frac{1}{2}$$

$$+ m \left(\frac{3}{2} \alpha \right) \frac{3}{2} L$$

$$P h = \frac{5}{6} m L^2 \alpha \quad (1)$$

BC çubuğu

2) $\Sigma M_B = \Sigma (M_B)_{ef}$:

$$P(h-L) = \bar{I} \alpha + (m \vec{a}_B) \frac{1}{2}$$

$$P(h-L) = \frac{1}{12} m L^2 \alpha + m \left(\frac{1}{2} \alpha \right) \frac{1}{2}$$

$$P(h-L) = \frac{5}{6} m L^2 \alpha \quad (2)$$

(1) ve (2) yi taraf tarafa bölelim:

$$\frac{h}{h-L} = \frac{16}{5} \quad 5h = 16h - 16L$$

$$11h = 16L$$

$$h = \frac{16}{11} L$$

$$h = \frac{16}{11} L$$

* 6.126 **Kinematik:** α_A yi α_B yi kabul edelim.

$\omega_A = \omega_B = 0$

$$\vec{a}_D = r \alpha_A$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_D = r \alpha_A$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B + \vec{a}_{B/C} = (r \alpha_A + r \alpha_B)$$

$$\vec{a}_B = r(\alpha_A + \alpha_B)$$

$$\vec{a}_B = 2 \frac{g}{r} \quad (1)$$

Kinetik: A diski

1) $\Sigma M_A = \bar{I} \alpha$:

$$Tr = \bar{I} \alpha_A$$

$$Tr = \frac{1}{2} m r^2 \alpha_A$$

$$\alpha_A = 2 \frac{g}{r} \quad (2)$$

B diski

2) $\Sigma M_B = \bar{I} \alpha$:

$$Tr = \bar{I} \alpha_B$$

$$Tr = \frac{1}{2} m r^2 \alpha_B$$

$$\alpha_B = 2 \frac{g}{r} \quad (3)$$

(2) ve (3) denklemleri karşılaştırılırsa $\alpha_A = \alpha_B$ olduğu görülür.

3) $\Sigma M_C = \Sigma (M_C)_{ef}$:

$$Wr = \bar{I} \alpha_B + (m \vec{a}_B) r$$

$$Wr = \frac{1}{2} m r^2 \alpha_B + m r (\alpha_A + \alpha_B) r$$

$$\alpha_A = \alpha_B \text{ olduğundan } Wr = \frac{3}{2} m r^2 \alpha_B$$

$$\alpha_B = \frac{2}{3} \frac{g}{r} \quad \alpha_A = \frac{2}{3} \frac{g}{r}$$

$$\alpha_B \text{ nin değerini (1) de yerine koyarsak:}$$

$$\vec{a}_B = r(\alpha_A + \alpha_B) = r(2\alpha_B) = r \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{g}{r} = \frac{4}{3} g$$

* 6.127 **Kinematik:** $\omega_{AB} = \omega_{BC} = 0$ dir. α_{AB} yi α_{BC} yi kabul edelim.

$$\vec{a}_A = \frac{1}{2} \alpha_{BC} \quad \vec{a}_B = L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B} = (L \alpha_{BC} + \frac{1}{2} L \alpha_{BC})$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC} = (L \omega_{BC} + L \omega_{BC})$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

* 6.128 devamı **BC çubuğu**

$$\vec{a}_B = \frac{1}{2} \alpha_{BC} \quad \vec{a}_C = L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B} = (L \alpha_{BC} + \frac{1}{2} L \alpha_{BC})$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC} = (L \omega_{BC} + L \omega_{BC})$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

* 6.130 devamı **Kinetik**

$$\vec{a}_B = \frac{1}{2} \alpha_{BC} \quad \vec{a}_C = L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{C/B} = (L \alpha_{BC} + \frac{1}{2} L \alpha_{BC})$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC} = (L \omega_{BC} + L \omega_{BC})$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

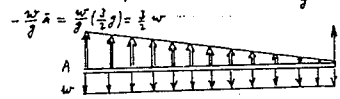
$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

$$\vec{a}_C = \frac{3}{2} L \alpha_{BC}$$

* 6.132

Prob. 6.69 den $\alpha = \frac{3}{4} \frac{g}{L}$, $a_A = \frac{3}{4} g$ Yayılı atalet vektörü = $\frac{W}{4} \bar{a}$ Net yayılı yük: $+4$

$$= W - \frac{3}{4} W \left(1 - \frac{x}{L}\right) = -\frac{1}{4} W + \frac{3}{4} W \frac{x}{L}$$

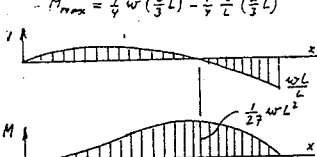
$$\frac{dV}{dx} = -\left[-\frac{1}{4} W + \frac{3}{4} W \frac{x}{L}\right]$$

$$V = \frac{1}{4} W x - \frac{3}{8} W \frac{x^2}{L} + C_1 \quad x=0 \text{ da } V=0 \text{ olduğundan } C_1=0 \text{ dir.}$$

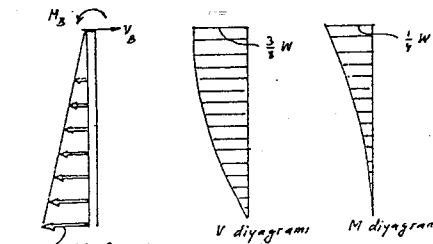
$$\frac{dM}{dx} = V: \quad M = \frac{1}{8} W x^2 - \frac{1}{24} W \frac{x^3}{L} + C_2 \quad x=0 \text{ da } M=0 \text{ olduğundan } C_2=0 \text{ dir.}$$

$$V=0 = \frac{1}{4} W x - \frac{3}{8} W \frac{x^2}{L} \quad x = \frac{2}{3} L$$

$$-M_{\max} = \frac{1}{8} W \left(\frac{2}{3} L\right)^2 - \frac{1}{24} W \frac{\left(\frac{2}{3} L\right)^3}{L} \quad M_{\max} = \frac{1}{27} W L^2$$



* 6.135

Prob. 6.104 den $\alpha = \frac{3}{4} \frac{g}{L}$, $a_C = \frac{3}{4} g$ Kirişin yayılı kütlesi: $\frac{W}{L}$ 

$$\pm \sum F_x = 0: \quad V_B - \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \frac{W}{L}\right) L = 0 \quad V_B = \frac{3}{8} W$$

$$\pm \sum M_B = 0: \quad M_B - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \frac{W}{L}\right) L\right] \frac{L}{3} = 0 \quad M_B = \frac{1}{4} W L$$

$$\pm \sum F_y = 0: \quad \mu N_A + \mu N_B - W = 0$$

$$\mu = \frac{W}{N_A + N_B} = \frac{W}{\frac{W}{2} (29.5)} \quad \mu = 0.477$$

$$(b) \pm \sum M_B = \sum (M_C)_{cf}: \quad 0.6 W - 1.5 N_A = -(\mu \bar{a}_A)(0.75)$$

$$(0.6)(600) - (1.5) N_A = -\frac{600}{2} (29.5)(0.75)$$

$$N_A = 870 \text{ kg}$$

$$(1) \text{ den } N_B = \frac{W}{2} (29.5) - N_A$$

$$= 1256 - 870 = 386 \quad N_B = 386 \text{ kg}$$

$$\text{Bir alt tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_A = 435 \text{ kg}$$

$$\text{Bir üst tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_B = 188 \text{ kg}$$

$$\pm \sum F_x = 0: \quad F_A + F_B - W = 0$$

$$F_A = \mu N_A, \quad F_B = \mu N_B$$

$$\mu (N_A + N_B) = W$$

$$\pm \sum F_y = 0: \quad N_A + N_B = \frac{W}{\mu} \bar{a}_A$$

$$(1) \text{ ile } (2) \text{ nin arasında } N_A + N_B \text{ yi yok edelim:}$$

$$\bar{a}_A = \frac{g}{\mu} = \frac{g}{0.470} = 2.50 g \quad \bar{a}_A = 24.5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Oysa } \bar{a}_A = \frac{v^2}{r} \text{ olduğundan}$$

$$\bar{v}^2 = g \bar{a}_A = (10 \cdot 9.8)(24.5) = 230$$

$$\bar{v} = 15.2 \text{ m/s} = 54.6 \text{ km/saat}$$

$$(b) \pm \sum M_B = \sum (M_C)_{cf}: \quad 0.6 W - 1.5 N_A = -(\mu \bar{a}_A)(0.75)$$

$$0.6 W - 1.5 N_A = -\frac{W}{2} (2.50 g)(0.75)$$

$$N_A = 1.525 W = (1.525)(600) \quad N_A = 915 \text{ kg}$$

$$(1) \text{ den } N_B = \frac{W}{2} \bar{a}_A - N_A = \frac{600}{2} (2.50 g) - 915 \quad N_B = 585 \text{ kg}$$

$$\text{Bir alt tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_A = 457.5 \text{ kg}$$

$$\text{Bir üst tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_B = 292.5 \text{ kg}$$

$$\text{Not: } \bar{v} = 54.6 \text{ km/saat, } G \text{ kütlesi merkezinin hızıdır. Arabanın hız göstergesi ise } (54.6) \left(\frac{1000}{3600}\right) = 15.2 \text{ km/saat gösterecektir.}$$

$$\pm \sum F_x = 0: \quad N - W - P = 0 \quad N = W + P$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\pm \sum F_y = 0: \quad N - W - P = 0$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\pm \sum F_x = 0: \quad N - W - P = 0$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

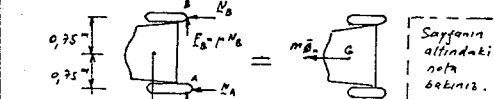
$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

6.138



$$W = 600 \text{ kg}$$

$$\bar{v} = 50 \text{ km/saat} = 13.9 \text{ m/s}$$

$$r = 0.96 = 9.6 \text{ m}$$

$$\bar{a}_n = \frac{v^2}{r} = \frac{(13.9)^2}{9.6} = 20.5 \text{ m/s}^2$$

$$N_A + N_B = \frac{W}{2} (29.5) \quad (1)$$

$$\pm \sum F_y = 0: \quad \mu N_A + \mu N_B - W = 0$$

$$\mu = \frac{W}{N_A + N_B} = \frac{W}{\frac{W}{2} (29.5)} \quad \mu = 0.477$$

$$(b) \pm \sum M_B = \sum (M_C)_{cf}: \quad 0.6 W - 1.5 N_A = -(\mu \bar{a}_A)(0.75)$$

$$(0.6)(600) - (1.5) N_A = -\frac{600}{2} (29.5)(0.75)$$

$$N_A = 870 \text{ kg}$$

$$(1) \text{ den } N_B = \frac{W}{2} (29.5) - N_A$$

$$= 1256 - 870 = 386 \quad N_B = 386 \text{ kg}$$

$$\text{Bir alt tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_A = 435 \text{ kg}$$

$$\text{Bir üst tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_B = 188 \text{ kg}$$

$$\pm \sum F_x = 0: \quad F_A + F_B - W = 0$$

$$F_A = \mu N_A, \quad F_B = \mu N_B$$

$$\mu (N_A + N_B) = W$$

$$\pm \sum F_y = 0: \quad N_A + N_B = \frac{W}{\mu} \bar{a}_A$$

$$(1) \text{ ile } (2) \text{ nin arasında } N_A + N_B \text{ yi yok edelim:}$$

$$\bar{a}_A = \frac{g}{\mu} = \frac{g}{0.470} = 2.50 g \quad \bar{a}_A = 24.5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Oysa } \bar{a}_A = \frac{v^2}{r} \text{ olduğundan}$$

$$\bar{v}^2 = g \bar{a}_A = (10 \cdot 9.8)(24.5) = 230$$

$$\bar{v} = 15.2 \text{ m/s} = 54.6 \text{ km/saat}$$

$$(b) \pm \sum M_B = \sum (M_C)_{cf}: \quad 0.6 W - 1.5 N_A = -(\mu \bar{a}_A)(0.75)$$

$$0.6 W - 1.5 N_A = -\frac{W}{2} (2.50 g)(0.75)$$

$$N_A = 1.525 W = (1.525)(600) \quad N_A = 915 \text{ kg}$$

$$(1) \text{ den } N_B = \frac{W}{2} \bar{a}_A - N_A = \frac{600}{2} (2.50 g) - 915 \quad N_B = 585 \text{ kg}$$

$$\text{Bir alt tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_A = 457.5 \text{ kg}$$

$$\text{Bir üst tekerlekte normal kuvvet} = \frac{1}{2} N_B = 292.5 \text{ kg}$$

$$\text{Not: } \bar{v} = 54.6 \text{ km/saat, } G \text{ kütlesi merkezinin hızıdır. Arabanın hız göstergesi ise } (54.6) \left(\frac{1000}{3600}\right) = 15.2 \text{ km/saat gösterecektir.}$$

$$\pm \sum F_x = 0: \quad N - W - P = 0 \quad N = W + P$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\pm \sum F_y = 0: \quad N - W - P = 0$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

$$\mu_{\min} = \frac{P}{N} \quad \mu_{\min} = \frac{1}{2} \frac{P}{W+P}$$

6.140

(a) Blokun serbest cisim diyagramı

$$\sum F_x = m \bar{a}_x: \quad a_x = 0$$

$$\text{Blokun ilk hızı sıfırdır.}$$

Kinematik

$$\bar{a}_A \text{ ve } \bar{a}_B \text{ sola doğru kabul edelim. } \omega = 0$$

$$a_x = \bar{a}_x$$

$$a_x = \bar{a}_x = \bar{a}_B$$

$$a_x = [\bar{a}_B] = [\bar{a}_B] = [\bar{a}_B]$$

$$\text{Oysa ip uzamadan}$$

$$a_x = [\bar{a}_B] = [\bar{a}_B] = [\bar{a}_B] = \bar{a}_B$$

kinetik

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{cf}: \quad W r = m \bar{a}_B r - m \bar{a}_B r + I \alpha$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} r \left(\frac{\bar{a}_B}{r}\right)$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r$$

$$\bar{a}_B = \frac{2}{3} g$$

$$a_x = \bar{a}_B$$

$$a_x = \frac{2}{3} g$$

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{cf}: \quad W r = m \bar{a}_B r - m \bar{a}_B r + I \alpha$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} r \left(\frac{\bar{a}_B}{r}\right)$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r$$

$$\bar{a}_B = \frac{2}{3} g$$

$$a_x = \bar{a}_B$$

$$a_x = \frac{2}{3} g$$

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{cf}: \quad W r = m \bar{a}_B r - m \bar{a}_B r + I \alpha$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} r \left(\frac{\bar{a}_B}{r}\right)$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r$$

$$\bar{a}_B = \frac{2}{3} g$$

$$a_x = \bar{a}_B$$

$$a_x = \frac{2}{3} g$$

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{cf}: \quad W r = m \bar{a}_B r - m \bar{a}_B r + I \alpha$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} r \left(\frac{\bar{a}_B}{r}\right)$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r$$

$$\bar{a}_B = \frac{2}{3} g$$

$$a_x = \bar{a}_B$$

$$a_x = \frac{2}{3} g$$

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{cf}: \quad W r = m \bar{a}_B r - m \bar{a}_B r + I \alpha$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} r \left(\frac{\bar{a}_B}{r}\right)$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r$$

$$\bar{a}_B = \frac{2}{3} g$$

$$a_x = \bar{a}_B$$

$$a_x = \frac{2}{3} g$$

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{cf}: \quad W r = m \bar{a}_B r - m \bar{a}_B r + I \alpha$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} \bar{a}_B r - \frac{W}{2} r \left(\frac{\bar{a}_B}{r}\right)$$

$$W r = \frac{W}{2} \bar{a}_B r$$

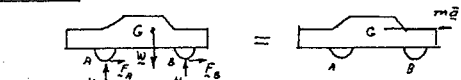
$$\bar{a}_B = \frac{2}{3} g$$

$$a_x = \bar{a}_B$$

$$a_x = \frac{2}{3} g$$

$$\sum M_C = \sum (M_C)_{cf}: \quad W r = m \bar{a}_B r - m \bar{a}_B r + I \alpha$$

6.141 (a) Dört tekerleği çekiyli



$$\uparrow \Sigma F_y = 0: N_A + N_B = W$$

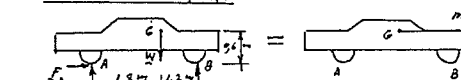
O halde: $F_A + F_B = \mu N_A + \mu N_B = \mu(N_A + N_B) = \mu W = 0,35 W$

$$\uparrow \Sigma F_x = m\ddot{a}: F_A + F_B = m\ddot{a}$$

$$0,35 W = \frac{W}{g} \ddot{a}$$

$$\ddot{a} = 0,35 g$$

(b) Arka tekerlekleri çekiyli



$$\uparrow \Sigma M_B = \Sigma (M_B)_{ef}: 1,2 W - 3,0 N_A = -(m\ddot{a})(0,6)$$

$$N_A = 0,4 W + 0,2 m\ddot{a}$$

O halde: $F_A = \mu N_A = 0,35(0,4 W + 0,2 m\ddot{a}) = 0,3 W + 0,15 m\ddot{a}$

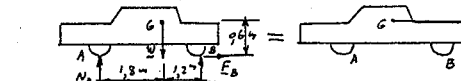
$$\uparrow \Sigma F_x = m\ddot{a}: F_A = m\ddot{a}$$

$$m\ddot{a} = 0,3 W + 0,15 m\ddot{a} \quad 0,85 m\ddot{a} = 0,3 W$$

$$\ddot{a} = \frac{0,3 W}{0,85 m} = 0,353 g$$

$$\ddot{a} = 3,46 \text{ m/s}^2$$

(c) Ön tekerlekleri çekiyli



$$\uparrow \Sigma M_A = \Sigma (M_A)_{ef}: 3 N_B - 1,8 W = -(m\ddot{a})(0,6)$$

$$N_B = 0,6 W - 0,2 m\ddot{a}$$

O halde: $F_B = \mu N_B = 0,35(0,6 W - 0,2 m\ddot{a}) = 0,45 W - 0,15 m\ddot{a}$

$$\uparrow \Sigma F_x = m\ddot{a}: F_B = m\ddot{a}$$

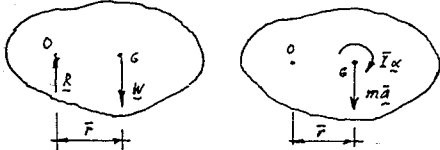
$$m\ddot{a} = 0,45 W - 0,15 m\ddot{a} \quad 1,15 m\ddot{a} = 0,45 W$$

$$\ddot{a} = \frac{0,45 W}{1,15 m} = 0,391 g$$

$$\ddot{a} = 3,84 \text{ m/s}^2$$

6.142 Kinematik: $\ddot{a} = r\alpha$, α

Kinetik:



$$\uparrow \Sigma M_G = \Sigma (M_G)_{ef}: W r = (m\ddot{a}) r + \ddot{\alpha} r$$

$$W = \ddot{a} + \ddot{\alpha} r$$

$$\ddot{a} = \frac{W}{1 + \frac{r}{k^2}}$$

(a) α nın maksimum değerini bulmak için $\frac{d\alpha}{dt} = 0$ yazalım.

$$g(\ddot{r} + \ddot{\alpha}) - \ddot{r}g(2\ddot{\alpha}) = 0$$

$$\ddot{r} = \ddot{\alpha} r$$

$$\ddot{r} = \ddot{\alpha} r$$

(b) $\uparrow \Sigma F_y = m\ddot{a}_y: R - W = -m\ddot{a}$

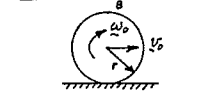
$$R - W = -\frac{W}{g} \ddot{a}$$

$$F = \ddot{a} \text{ için } \alpha = \frac{\ddot{a}}{r} \quad R = W - \frac{W}{g} \ddot{a} \quad \ddot{a} = \frac{1}{2} W$$

$$R = \frac{1}{2} W$$

6.143 (a) $\beta = 0^\circ$

Kinematik



$$v_G = 1 \text{ m/s} \rightarrow v_G = 0$$

$$\omega = \frac{v_G}{r} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ rad/s}$$

$$a_G = a_0 + a_{G/O}$$

$$a_G = 0 + [r\omega^2]$$

$$a_G = [(0,25)(4)^2] = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_B = v_A + v_{B/A}$$

$$[v_B] = [v_A] + [v_{B/A}]$$

$$v_{B/A} = 0, \text{ dolayısıyla } \omega_{AB} = 0$$

$$a_A = a_B + a_{A/B}$$

$$[a_A] = [4] + [(AB)\alpha]$$

$$\uparrow \Sigma F_y = m\ddot{a}_y: 3 N_B - 1,8 W = -(m\ddot{a})(0,6)$$

$$N_B = 0,6 W - 0,2 m\ddot{a}$$

$$O \text{ halde: } F_B = \mu N_B = 0,35(0,6 W - 0,2 m\ddot{a}) = 0,45 W - 0,15 m\ddot{a}$$

$$\uparrow \Sigma F_x = m\ddot{a}: F_B = m\ddot{a}$$

$$m\ddot{a} = 0,45 W - 0,15 m\ddot{a} \quad 1,15 m\ddot{a} = 0,45 W$$

$$\ddot{a} = \frac{0,45 W}{1,15 m} = 0,391 g$$

$$\ddot{a} = 3,84 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{a} = a_G + a_{G/O} = [4] + [(0,25)(4)^2] = 4$$

$$a_G = 4 \text{ m/s}^2$$

$$x \text{ bileşenleri: } \ddot{a}_x = -2,31 \sin 30^\circ \quad \ddot{a}_x = -1,15 \text{ m/s}^2$$

$$y \text{ bileşenleri: } \ddot{a}_y = -4 + 2,31 \cos 30^\circ \quad \ddot{a}_y = -2,00 \text{ m/s}^2$$

$$\uparrow \Sigma M_B = \Sigma (M_B)_{ef}: 5(0,433) - A(0,866) = -(m\ddot{a})(0,25)$$

$$2,165 - 0,866 A = -\frac{5}{g}(0,25) - \frac{5}{g}(2,00)$$

$$2,165 - 0,866 A = -\frac{5}{9,81}(0,25 + 2,00)$$

$$2,165 - 0,866 A = -1,15$$

$$A = 2,37 \text{ kg}$$

$$(b) \beta = 180^\circ$$

$$v_G = 1 \text{ m/s} \rightarrow v_G = 0$$

$$\omega = \frac{v_G}{r} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ rad/s}$$

$$a_G = r\omega^2 = (0,25)(4)^2 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$v_B = 0 \quad a_B = 0$$

$$a_A = a_B + a_{A/B}: [a_A] = [4] + [(AB)\alpha]$$

$$x \text{ bileşenleri: } a_A = 0$$

$$y \text{ bileşenleri: } 0 = 4 - (AB)\alpha$$

$$\alpha = \frac{4}{AB} = \frac{4}{1} = 4 \text{ rad/s}^2$$

$$\ddot{a} = a_A + a_{A/B} = 0 + [(4)(1)] = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{a} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\uparrow \Sigma M_B = \Sigma (M_B)_{ef}: (0,5)W - (1)A = \ddot{\alpha} r - (m\ddot{a})(0,5)$$

$$0,5(9,81) - A = \frac{1}{2}(4)(0,5) - \frac{5}{2}(2)(0,5)$$

$$3,5 - A = 0,17 - 0,5$$

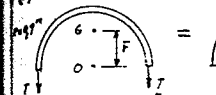
$$A = 2,84 \text{ kg}$$

$$A = 2,84 \text{ kg}$$

$$A = 2,84 \text{ kg}$$

6.144

Kinematik



$$\alpha = 0 \text{ dir. } \omega = 300 \text{ dev/dak} = 10 \pi \text{ rad/s}$$

$$v_G = 1 \text{ m/s} \rightarrow v_G = 0$$

$$\omega = \frac{v_G}{r} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ rad/s}$$

$$a_G = r\omega^2 = (0,25)(4)^2 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\uparrow \Sigma F_y = m\ddot{a}_y: 2T = \frac{1}{2} m\ddot{a}$$

$$T = \frac{1}{4} m\ddot{a} = \frac{1}{4} \left(\frac{4500}{g} \right) \ddot{a} = \frac{1}{4} \left(\frac{4500}{9,81} \right) (10\pi)^2$$

$$T = 64850 \text{ kg}$$

$$\uparrow \Sigma F_x = m\ddot{a}_x: R = \frac{m}{2} \ddot{a}$$

$$R = \frac{1}{2} m\ddot{a} = \left(\frac{1}{2} \left(\frac{4500}{g} \right) \right) \ddot{a} = \left(\frac{1}{2} \left(\frac{4500}{9,81} \right) \right) (10\pi)^2$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

$$R = 49630 \text{ kg}$$

* 6.146

Kinematik



$$\text{Çubuğun bir A noktası için}$$

$$(D_O) = \frac{b}{\cos \phi}$$

$$a_p = (D_O)\omega^2 = \frac{b\omega^2}{\cos \phi}$$

$$(a_p)_x = (a_p) \cos \phi$$

$$= \left(\frac{b\omega^2}{\cos \phi} \right) \cos \phi$$

$$(a_p)_x = b\omega^2 \rightarrow$$

$$O \text{ halde çubuğun herhangi bir P noktası için}$$

$$\text{ivmenin } x \text{ bileşeni sabit olmaktadır ve değeri}$$

$$(a_p)_x = b\omega^2 \rightarrow \text{dir. Bu nedenle çubuğa dik olan}$$

$$\text{yayılı atalet yükü düzgündür ve değeri}$$

$$\frac{m}{g} a_x = \frac{m}{g} b\omega^2 \rightarrow \text{dir.}$$

$$\frac{L}{2} = r \sin \phi \quad L = 2r \sin \phi$$

$$b = r \cos \phi$$

$$\text{Simetriden: } A_x = B_x$$

$$\uparrow \Sigma F_x = 0:$$

$$A_x + B_x - \left(\frac{m}{2} b\omega^2 \right) L = 0$$

$$A_x = B_x = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2} b\omega^2 \right) L$$

$$\text{Maksimum moment çubuğun}$$

$$\text{ortasında meydana gelir:}$$

$$\uparrow \Sigma M_O = 0:$$

$$M_O - B_x \left(\frac{L}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2} b\omega^2 \right) \left(\frac{L}{2} \right) = 0$$

$$M_O = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2} b\omega^2 \right) \left(\frac{L}{2} \right) - \frac{m}{2} b\omega^2 \left(\frac{L}{2} \right)$$

$$M_O = \frac{1}{8} \left(\frac{m}{2} b\omega^2 \right) L$$

$$L = 2r \sin \phi \text{ ve } b = r \cos \phi \text{ yi yerine koyalım:}$$

$$M_O = \frac{1}{8} \left(\frac{m}{2} r^3 \omega^2 \sin^2 \phi \right) L$$

$$\frac{dM_O}{d\phi} = 0:$$

$$2 \sin \phi \cos \phi - \sin^3 \phi = 0$$

$$\sin \phi (2 \cos^2 \phi - \sin^2 \phi) = 0$$

$$\tan \phi = \sqrt{2}$$

$$\phi = 54,7^\circ$$

$$(a) \quad \frac{L}{2} = 2 \sin \phi = 2 \sin 54,7^\circ \quad \frac{L}{2} = 1,633$$

$$(b) \text{ Max } M_O: M_O = \frac{1}{8} \left(\frac{m}{2} r^3 \omega^2 \sin^2 54,7^\circ \right) \cos 54,7^\circ$$

$$\text{max } M_O = 0,1924 \left(\frac{m}{2} r^3 \omega^2 \right)$$

$$6.147 (a) \quad 1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg}$$

$$\uparrow \Sigma M_A = \ddot{\alpha} r: 4(1 \text{ kg})(0,95 \text{ m}) = \ddot{\alpha} r$$

$$2 = \frac{50}{g} (0,45) \ddot{\alpha} \quad \ddot{\alpha} = 1,94 \text{ rad/s}^2$$

$$\Sigma F_x = m\ddot{a}_x \text{ ve } \Sigma F_y = m\ddot{a}_y, \text{ den } \ddot{a}_x = \ddot{a}_y = 0 \quad \ddot{a} = 0:$$

$$(b) \text{ A şıklındaki şekilden D deki kuvveti çıkardığımızı}$$

$$\uparrow \Sigma M_C = \ddot{\alpha} r: 3(1 \text{ kg})(0,95) = \ddot{\alpha} r$$

$$1,5 = \frac{50}{g} (0,95) \ddot{\alpha} \quad \ddot{\alpha} = 1,45 \text{ rad/s}^2$$

$$\uparrow \Sigma F_x = m\ddot{a}_x: -1 = m\ddot{a}_x$$

$$-1 = \frac{50}{g} \ddot{a}_x \quad \ddot{a}_x = -0,196 \text{ m/s}^2$$

$$\uparrow \Sigma F_y = m\ddot{a}_y: 0 = m\ddot{a}_y \quad \ddot{a}_y = 0$$

$$\ddot{a} = 0,196 \text{ m/s}^2$$

$$\ddot{a} = 0,196 \text{ m/s}^2$$

7.1 $T_1 = \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} \frac{3000}{g} (0,90)^2 (10\pi)^2 = 122.200 \text{ kgm}$
 $T_2 = 0$
 $U_{1+2} = -M\theta = -M(1500 \text{ dev})(2\pi \text{ rad/dev})$
 $U_{1+2} = -9420 \text{ M}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 122.200 - 9420 \text{ M} = 0$
 $M = 12,97 \text{ kgm}$

7.2 $\omega_1 = 1800 \text{ dev/dak} = 188,5 \text{ rad/san}$
 $\bar{I} = \frac{35}{g} (0,15)^2 = 0,172 \text{ kgm san}^2$
 $T_1 = \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} (0,172) (188,5)^2 = 3056 \text{ kgm}$
 $T_2 = 0$
 $U_{1+2} = -M\theta = -(0,075 \text{ kgm})\theta = -0,075\theta$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 3056 - 0,075\theta = 0$
 $\theta = 40750 \text{ rad} \quad \theta = 6480 \text{ devir}$

7.3 $\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{4}{g} (0,15)^2 + \frac{1}{12} \frac{3L^2}{g} = \frac{1}{g} (0,45 + \frac{L^2}{4})$
 $T_1 = 0, T_2 = \frac{1}{2} I \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{4}{g} (0,045 + \frac{L^2}{4}) (10\pi)^2$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 0 + 0,6(4\pi) = \frac{100\pi^2}{2g} (0,045 + \frac{L^2}{4})$
 $0,045 + \frac{L^2}{4} = \frac{3,42}{50\pi}$
 $\frac{L^2}{4} = 0,1049 \quad L^2 = 0,420$
 $L = 0,975 \text{ m}$

7.4 $T_1 = 0, T_2 = \frac{1}{2} (I_0 + \frac{1}{2} \frac{4L^2}{g}) \omega_2^2$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 0 + M(2\pi) = \frac{1}{2} (I_0 + \frac{4L^2}{12g}) \omega_2^2$
 $\omega_2^2 = \frac{4\pi M}{I_0 + \frac{4L^2}{12g}}$
 $v_A = \frac{1}{2} \omega_2 \quad v_B = \frac{L}{4} \omega_2 = \frac{\pi M L^2}{I_0 + \frac{4L^2}{12g}}$
 L ye göre türevini alalım:
 $2v_A \frac{\partial v_A}{\partial L} = [2L(I_0 + \frac{4L^2}{12g}) - L^2(\frac{4}{12g})] \frac{\pi M}{(I_0 + \frac{4L^2}{12g})^2}$
 $\frac{\partial v_A}{\partial L} = 0$ dan $2L(I_0 + \frac{4L^2}{12g}) - L^2(\frac{4}{12g}) = 0$
 $L^3 = \frac{24 I_0 g}{4}$

7.5 $\omega_1 = 180 \text{ dev/dak} = 18,85 \text{ rad/san}, \omega_2 = 0,70 \omega_1$
 $(a) T_1 + U_{1+2} = T_2: \frac{1}{2} I \omega_1^2 - 160 = \frac{1}{2} I \omega_2^2$
 $\frac{1}{2} I (\omega_1^2 - \omega_2^2) = 160$
 $\bar{I} = \frac{320}{\omega_1^2 - \omega_2^2} = \frac{320}{\omega_1^2 (1 - 0,49)} = \frac{320}{(18,85)^2 (1 - 0,49)}$
 $\bar{I} = 4,74 \text{ kgm san}^2$
 $(b) U_{1+2} = M\theta$
 $160 = 4\theta \quad \theta = 40 \text{ rad}$
 $\theta = 6,37 \text{ devir}$

7.6 $\bar{I} = m k^2 = \frac{300}{g} (0,60)^2 = 11,01 \text{ kgm san}^2$
 $(a) \omega_1 = 300 \text{ dev/dak} = 31,42 \text{ rad/san}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: \frac{1}{2} (11,01) (31,42)^2 - 250 = \frac{1}{2} (11,01) \omega_2^2$
 $\omega_2^2 = (31,42)^2 - \frac{2(250)}{11,01}$
 $= 987 - 45,4 = 941,6$
 $\omega_2 = 30,68 \text{ rad/san} \quad \omega_2 = 293 \text{ devir/dak}$
 $(b) U_{1+2} = M\theta$
 $250 = 2,5\theta \quad \theta = 100 \text{ rad} \quad \theta = 15,72 \text{ devir}$

7.7 $v_1 = 2 \text{ m/san} \quad \omega_1 = \frac{v_1}{r} = \frac{2}{0,25} = 8 \text{ rad/san}$
 $T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} \frac{100}{g} (2)^2 + \frac{1}{2} \frac{400}{g} (8)^2$
 $= \frac{50}{g} (4 + 92,16) = 490 \text{ kgm} \quad T_2 = 0$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 490 - (100 \text{ kg})h = 0$
 $h = 4,9 \text{ m}$

7.8 T_1 ve T_2 , Prob.7.7 nin aynısıdır:
 $T_1 = 490 \text{ kgm}, T_2 = 0$
 $h = 4,5 \text{ m} \quad \theta = \frac{h}{r} = \frac{4,5}{0,25} = 18 \text{ rad}$
 $U_{1+2} = -(100 \text{ kg})(4,5 \text{ m}) - M(18 \text{ rad}) = -450 - 18M$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 490 - 450 - 18M = 0$
 $M = 2,22 \text{ kgm}$

7.9 $v_1 = 0, \omega_1 = 0, T_1 = 0$
 $v_2 = \text{bilinmiyor} \quad \omega_2 = \frac{v_2}{r} = \frac{v_2}{0,90}$
 $T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{20}{g} v_2^2 + \frac{1}{2} \frac{200}{g} (\frac{v_2}{0,90})^2$
 $T_2 = \frac{10}{g} v_2^2 + \frac{69,44}{g} v_2^2 = \frac{79,44}{g} v_2^2$
 $T_2 = 8,098 v_2^2 \quad U_{1+2} = (20 \text{ kg})(3,5 \text{ m}) = 50 \text{ kgm}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 0 + 50 = 8,098 v_2^2$
 $v_2^2 = 6,17$
 $v_2 = 2,48 \text{ m/san} \quad v_2 = 2,48 \text{ m/san}$

7.10 (1) $T_1 = 0$
 $T_2 = \frac{1}{2} I \omega_2^2 = \frac{1}{2} (3) \omega_2^2 = 1,5 \omega_2^2$
 $U_{1+2} = (200 \text{ kg})(3 \text{ m}) = 600 \text{ kgm}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 600 = 1,5 \omega_2^2$
 $\omega_2^2 = 400 \quad \omega_2 = 20 \text{ rad/san}$
 $(2) T_1 = 0$
 $T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{200}{g} (0,3 \omega_2)^2 + \frac{1}{2} (3) \omega_2^2$
 $T_2 = 2,417 \omega_2^2 \quad U_{1+2} = 600 \text{ kgm}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 600 = 2,417 \omega_2^2$
 $\omega_2^2 = 248 \quad \omega_2 = 15,76 \text{ rad/san}$
 Devamı var

7.10 devamı (3) $v = r\omega = 0,3\omega \quad T_1 = 0$
 $T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{500}{g} (0,3\omega_2)^2 + \frac{1}{2} \frac{300}{g} \omega_2^2$
 $= \frac{1}{2} \frac{500}{g} (0,09) \omega_2^2 + \frac{1}{2} \frac{300}{g} \omega_2^2 = \frac{700}{g} (0,09) \omega_2^2 + 1,5 \omega_2^2$
 $T_2 = 5,17 \omega_2^2$
 $U_{1+2} = (500)(3) - (300)(3) = 600 \text{ kgm}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 600 = 5,17 \omega_2^2$
 $\omega_2^2 = 116 \quad \omega_2 = 10,77 \text{ rad/san}$

(4) $v = r\omega = 0,6\omega \quad T_1 = 0$
 $T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 = \frac{1}{2} \frac{100}{g} (0,6\omega_2)^2 + \frac{1}{2} (3) \omega_2^2$
 $= \frac{1}{2} \frac{100}{g} (0,36) \omega_2^2 + \frac{1}{2} (3) \omega_2^2$
 $T_2 = 3,33 \omega_2^2$
 $U_{1+2} = (100 \text{ kg})(3 \text{ m}) = 300 \text{ kgm}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 300 = 3,33 \omega_2^2$
 $\omega_2^2 = 90 \quad \omega_2 = 9,49 \text{ rad/san}$

7.11 Harekete başlarken: $T_1 = 0$
 100 kg lik bloğun yere çarpmasından hemen önce:
 $T_2 = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{100}{g} (0,6\omega)^2 + \frac{1}{2} \frac{50}{g} (0,9\omega)^2$
 $= \frac{\omega^2}{2g} [100(0,36) + 100(0,36) + 50(0,81)]$
 $= \frac{\omega^2}{2g} (56,25 + 36 + 40,5) = \frac{132,75 \omega^2}{2g}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: (100)(1,2) - (50)(1,8) = \frac{132,75 \omega^2}{2g}$
 $\frac{\omega^2}{2g} = \frac{30}{132,75} = 0,226$
 $\omega = 1,49 \text{ rad/san}$
 100 kg lik blok yere çarpınca enerji şu değere iner:
 $T_3 = \frac{\omega^2}{2g} [100(0,36) + 50(0,81)] = \frac{\omega^2}{2g} (56,25 + 40,5) = \frac{\omega^2}{2g} 96,75$
 $= 0,226 (96,75) \quad T_3 = 21,86 \text{ kgm}$
 $(4) 50 \text{ kg}$ lik yükün durması halinde: $T_4 = 0$
 $T_3 + U_{3+4} = T_4: 21,86 - 50x = 0$
 $x = 0,44 \text{ m}$ Toplam yükseklik = $1,80 + 0,44 = 2,24 \text{ m}$

(4) Enerji kaybı
 $\Delta T = \frac{\omega^2}{2g} [100(0,36)] = 0,226 (36) = 8,14 \text{ kgm}$

7.12 Çözüm yolu Prob.7.11 in aynı. Veriler farklı.
 Başlangıçta: $T_1 = 0$
 100 kg lik ağırlık yere çarpmadan:
 $T_2 = \frac{\omega^2}{2g} [400(0,36) + 100(0,36) + 50(0,81)] = \frac{301,5 \omega^2}{2g}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: (100)(1,2) - (50)(1,8) = \frac{301,5 \omega^2}{2g}$
 $\frac{\omega^2}{2g} = 0,9955$
 $\omega = 0,9955$
 Çarpmadan sonra: $T_3 = \frac{\omega^2}{2g} [400(0,36) + 100(0,36) + 50(0,81)]$
 $T_3 = 0,9955 (265,5) = 26,42 \text{ kgm}$
 $T_3 + U_{3+4} = T_4: 26,42 - 50x = 0 \quad x = 0,53 \text{ m}$
 Toplam yükseklik = $1,80 + 0,53 = 2,33 \text{ m}$
 $(4) \Delta T = \frac{\omega^2}{2g} [100(0,36)] = 0,9955 (36) = 3,58 \text{ kgm}$

7.13 Makaranın ağırlığı W olsun. $I = \frac{W}{g} (0,75)^2$
 Başlangıçta: $T_1 = 0$
 100 kg lik ağırlık yere çarpmadan önce:
 $T_2 = \frac{\omega^2}{2g} [W(0,75)^2 + 100(0,6)^2 + 50(0,9)^2]$
 $= \frac{\omega^2}{2g} (0,5625W + 76,5)$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: (100)(1,2) - 50(1,8) = \frac{\omega^2}{2g} (0,5625W + 76,5)$
 Çarpıktan sonra:
 $T_3 = \frac{\omega^2}{2g} [W(0,75)^2 + 50(0,9)^2] = \frac{\omega^2}{2g} (0,5625W + 40,5)$
 50 kg lik blokun maksimum yüklenme noktasında: $T_4 = 0$
 $T_3 + U_{3+4} = T_4: \frac{\omega^2}{2g} (0,5625W + 40,5) - 50(2,25 - 1,80) = 0$ (2)
 (1) ve (2) yi düzenleyerek:
 $\frac{\omega^2}{2g} (0,5625W + 76,5) = 30$ (1')
 $\frac{\omega^2}{2g} (0,5625W + 40,5) = 22,5$ (2')
 (1') ve (2') yi taraf tarafa bölerek: $\frac{0,5625W + 76,5}{0,5625W + 40,5} = \frac{4}{3}$
 $0,5625W + 76,5 = 36(4)$
 $0,5625W = 67,5 \quad W = 120 \text{ kg}$

7.14 $\omega_1 = 600 \text{ dev/dak} = 62,83 \text{ rad/san}$
 $T_1 = \frac{1}{2} I \omega_1^2 = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} \frac{200}{g} (0,60)^2) (62,83)^2 = 7243 \text{ kgm}$
 $T_2 = 0$
 $U_{1+2} = -M\theta = -(960 \text{ F})(30)(2\pi) = -113 \text{ F}$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2: 7243 - 113 \text{ F} = 0$
 $9,15 \text{ F}$
 $F = 64,1 \text{ kg}$
 $F = 0,25 \text{ N} \quad N = 258,4 \text{ kg}$
 $(a) + \sum M_A = 0:$
 $0,45 \text{ N} + 0,15 \text{ F} - 1,20 \text{ P} = 0$
 $P = 0,375 \text{ N} + 0,125 \text{ F}$
 $= 0,375 (258,4) + 0,125 (64,1)$
 $P = 104,2 \text{ kg}$
 $(b) + \sum M_A = 0:$
 $0,45 \text{ N} - 0,15 \text{ F} - 1,20 \text{ P} = 0$
 $P = 0,375 \text{ N} - 0,125 \text{ F}$
 $= 0,375 (258,4) - 0,125 (64,1)$
 $P = 88,1 \text{ kg}$

7.15 İş yapan kuvvet yalnız F dir. Onun da A ye göre momenti $M = rF$ olduğundan
 $U_{1+2} = M\theta = rF\theta = r\mu W\theta$
 $T_1 = 0 \quad T_2 = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2) (\frac{v}{r})^2$
 $T_1 + U_{1+2} = T_2:$
 $r\mu W\theta = \frac{1}{4} \frac{W}{g} v^2$
 $\theta = \frac{v^2}{4r\mu g} \text{ radyan}$
 $\theta = \frac{v^2}{8\pi r\mu g} \text{ devir}$

7.16 Verileri Prob.7.15 in sonucunda yerine koyalım:
 $v = 12 \text{ m/san}, r = 0,15 \text{ m}, \mu = 0,20$
 $(W$ den bağımsız).
 $\theta = \frac{(12)^2}{8\pi (0,15)(0,20)g} = 19,5$
 $\theta = 19,5 \text{ devir}$

7.17

Kinematik: $v_c = 0$ olduğundan

$$\vec{v} = r\omega \quad \omega = \frac{v}{r}$$

$$T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}^2 = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \frac{1}{2} m \vec{k}^2 \frac{v^2}{r^2}$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(1 + \frac{k^2}{r^2}\right) v^2$$

$$T_1 = 0, \quad T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(1 + \frac{k^2}{r^2}\right) v_2^2, \quad U_{1+2} = Ws$$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2: \quad \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(1 + \frac{k^2}{r^2}\right) v_2^2 = Ws$$

$$v_2^2 = \frac{2gs}{1 + k^2/r^2} \quad (1)$$

Silindir için $k^2 = \frac{r^2}{2}$ olduğundan (1) den

$$v_2 = \sqrt{4gs/3}$$

7.18 Gember için $\vec{L} = r$ dir. Bunu Prob. 7.17 deki

(1) denkleminde yerine koyalım:

$$v_2 = \sqrt{gs}$$

7.19

Kinematik: $\vec{v} = \frac{r}{R} \omega$

$$\vec{I} = \frac{2}{5} m r^2 - m \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{5} - \frac{R^2}{4r^2}\right) m r^2$$

(a) İş ve enerji:

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{R}{2r}\right)^2 v^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} - \frac{R^2}{4r^2}\right) m r^2 \omega^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{R}{2r}\right)^2 v^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} - \frac{R^2}{4r^2}\right) m r^2 \omega^2$$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2: \quad W \left(\frac{R}{2r}\right) = \frac{13}{40} \frac{W}{g} r^2 \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{15}{13} \frac{g}{r^2} \quad \omega = 1,074 \sqrt{\frac{g}{r}}$$

(b) Dinamik denge

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum \tau = 0$$

$$\vec{a} = \frac{3}{5} \omega^2 \uparrow$$

$$-(m\vec{a}) = \frac{W}{g} \left(\frac{3}{5} \omega^2\right) = \frac{W}{g} \frac{3}{5} \frac{15}{13} \frac{g}{r} = \frac{45}{104} W \uparrow$$

$$O \text{ halde: } N = W + \frac{45}{104} W \quad N = 1,433 W \uparrow$$

7.20

$$(a) T_1 = 0, \quad T_2 = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{L}{2}\right)^2 \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{m L^2}{12} \omega^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m L^2 \omega^2$$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2: \quad W \left(\frac{L}{2}\right) = \frac{1}{2} m L^2 \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{3g}{L} \quad \omega = \sqrt{3g/L}$$

Dinamik denge:

$$R = W + m\vec{a}$$

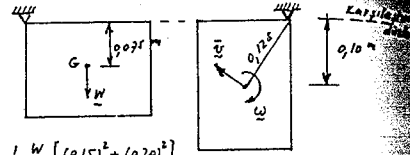
$$= W + \frac{W}{g} \frac{L}{2} \omega^2 = W + \frac{W}{g} \frac{L}{2} \frac{3g}{L}$$

$$R = 2,50 W \uparrow$$

(b) $W = 10 \text{ kg}$, $L = 1,80 \text{ m}$ için

$$\omega = \sqrt{3g/1,80} = 4,04 \text{ rad/san}, \quad N = 25 \text{ kg}$$

7.21



$$\vec{I} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} [(0,15)^2 + (0,20)^2]$$

$$\vec{I} = \frac{0,0625}{2} \frac{W}{g}$$

$$(a) T_1 = 0, \quad V_1 = Wg = W(-0,075) = -0,075 W$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (0,125 \omega)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{0,0625}{2} \frac{W}{g}\right) \omega^2$$

$$T_2 = \frac{0,25}{24} \frac{W}{g} \omega^2 \quad V_2 = W(-0,10) = -0,10 W$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2: \quad -0,075 W = \frac{0,25}{24} \frac{W}{g} \omega^2 - 0,10 W$$

$$\omega^2 = 2,4 g = 23,54$$

$$\omega = 4,85$$

$$\omega = 4,85 \text{ rad/san}$$

(b) ω nin maksimum olması için T max, V min olmalıdır:

$$T_m = \frac{0,25}{24} \frac{W}{g} \omega_m^2$$

$$V_{min} = W(-0,125) = -0,125 W$$

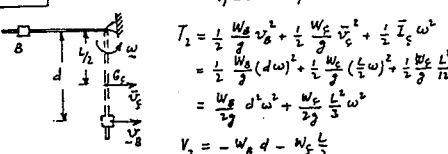
$$T_1 + V_1 = T_m + V_{min}$$

$$-0,075 W = \frac{0,25}{24} \frac{W}{g} \omega_m^2 - 0,125 W$$

$$\omega^2 = 4,8 g$$

$$\omega^2 = 47,04 \quad \omega_m = 6,86 \text{ rad/san}$$

7.22



$$T_1 = 0, \quad V_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W_B}{g} v_B^2 + \frac{1}{2} \frac{W_C}{g} v_C^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{W_B}{g} (d\omega)^2 + \frac{1}{2} \frac{W_C}{g} \left(\frac{L}{2}\omega\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{W_C}{g} \frac{L^2}{12} \omega^2$$

$$= \frac{W_B}{2g} d^2 \omega^2 + \frac{W_C}{2g} \frac{L^2}{3} \omega^2$$

$$V_2 = -W_B d - W_C \frac{L}{2}$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2: \quad 0 = \frac{1}{2} \frac{(3W_B d^2 + W_C L^2)}{g} \omega^2 - \frac{1}{2} (2W_B d + W_C L)$$

$$\omega^2 = 3g \frac{2W_B d + W_C L}{3W_B d^2 + W_C L^2} \quad (1)$$

$$\text{Verilenler: } W_B = 1 \text{ kg}, \quad W_C = 3 \text{ kg}, \quad d = 0,30 \text{ m}, \quad L = 0,60 \text{ m}$$

$$\omega^2 = 3g \frac{2(1)(0,30) + (3)(0,60)}{3(1)(0,30)^2 + (3)(0,60)^2} = 53,32 \quad \omega = 7,33 \text{ rad/san}$$

* 7.23

Prob. 7.22 deki (1) denkleminin d ye göre türevini alalım:

$$2\omega \frac{\partial \omega}{\partial d} = 3g \frac{2W_B (3W_B d^2 + W_C L^2) - 6W_B d (2W_B d + W_C L)}{(3W_B d^2 + W_C L^2)^2}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial d} = 0 \text{ yazalım: } 2W_B (3W_B d^2 + W_C L^2) - 6W_B d (2W_B d + W_C L) = 0$$

$$3W_B d^2 + W_C L^2 - 6W_B d^2 - 3W_C Ld = 0$$

$$3W_B d^2 + 3W_C Ld - W_C L^2 = 0$$

$$\text{Verilenler: } W_B = 1 \text{ kg}, \quad W_C = 3 \text{ kg}; \quad 3d^2 + 9Ld - 3L^2 = 0$$

$$\frac{d}{L} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 36}}{6} = 0,303$$

$$L = 60 \text{ cm için: } d = 0,303(60) = 18,2 \text{ cm}$$

7.24

Kinematik: $\vec{v} = v_a = v_c$

$$\vec{v}_1 = [R\vec{\omega}_1 \rightarrow] + [r\omega_1 \rightarrow] \quad \vec{v}_1 = (R+r)\omega_1$$

$$\vec{v}_2 = [R\omega_2 \rightarrow] + [r\omega_2 \rightarrow] \quad \vec{v}_2 = \sqrt{R^2 + r^2} \omega_2$$

$$\vec{v}_3 = [R\omega_3 \rightarrow] + [r\omega_3 \leftarrow] \quad \vec{v}_3 = (R-r)\omega_3$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m \vec{v}_1^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}_1^2 = \frac{1}{2} m [(R+r)^2 + k^2] \omega_1^2 \quad (1)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \vec{v}_2^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}_2^2 = \frac{1}{2} m [R^2 + r^2 + k^2] \omega_2^2 \quad (2)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m \vec{v}_3^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}_3^2 = \frac{1}{2} m [(R-r)^2 + k^2] \omega_3^2 \quad (3)$$

Karşılaştırma düzlemini C den geçirirsek

$$V_1 = mgr \quad V_2 = 0 \quad V_3 = -mgr$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2:$$

$$\frac{1}{2} m [R^2 + r^2 + k^2] \omega_1^2 + mgr = \frac{1}{2} m [R^2 + r^2 + k^2] \omega_2^2$$

$$(\omega_2^2 - \omega_1^2)(R^2 + r^2 + k^2) = 2gr + 2Rr\omega_1^2 \quad (4)$$

$$T_2 + V_2 = T_3 + V_3:$$

$$\frac{1}{2} m [R^2 + r^2 + k^2] \omega_2^2 = \frac{1}{2} m [R^2 - 2Rr + r^2 + k^2] \omega_3^2 - mgr$$

$$(\omega_3^2 - \omega_2^2)(R^2 + r^2 + k^2) = 2gr + 2Rr\omega_3^2 \quad (5)$$

(4) ile (5) i taraf tarafa bölelim:

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_3^2 - \omega_2^2} = \frac{2gr + 2Rr\omega_1^2}{2gr + 2Rr\omega_3^2} = \frac{(g/R) + \omega_1^2}{(g/R) + \omega_3^2}$$

7.25

Prob. 7.24 de $r = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$, $R = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$, $k = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$ değerlerini

(1), (2), (3) denklemlerinde yerine koyalım:

$$T_1 = \frac{1}{2} m [(R+r)^2 + k^2] \omega_1^2 = \frac{1}{2} m (0,045625) \omega_1^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m [R^2 + r^2 + k^2] \omega_2^2 = \frac{1}{2} m (0,030625) \omega_2^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m [(R-r)^2 + k^2] \omega_3^2 = \frac{1}{2} m (0,015625) \omega_3^2$$

$$V_1 = mgr = 0,05 mg, \quad V_2 = 0, \quad V_3 = -mgr = -0,05 mg$$

$$\omega_1 = 10 \text{ rad/san} \text{ olduğundan}$$

$$(a) T_1 + V_1 = T_2 + V_2:$$

$$\frac{1}{2} m (0,045625) (10)^2 + 0,05 mg = \frac{1}{2} m (0,030625) \omega_2^2$$

$$\omega_2^2 = \frac{0,045625 (10)^2 + \frac{2(0,05)g}{0,030625}}{0,030625} = 148,78 + 32,03$$

$$\omega_2^2 = 180,81 \quad \omega_2 = 13,45 \text{ rad/san}$$

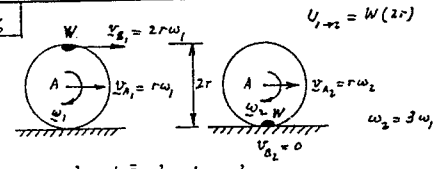
$$(b) T_2 + V_2 = T_3 + V_3:$$

$$\frac{1}{2} m (0,030625) (10)^2 + 0,05 mg = \frac{1}{2} m (0,015625) \omega_3^2 - 0,05 mg$$

$$\omega_3^2 = \frac{0,045625 (10)^2 + \frac{0,10(2)g}{0,015625}}{0,015625} = 292,0 + 125,47$$

$$\omega_3^2 = 417,47 \quad \omega_3 = 20,43 \text{ rad/san}$$

7.26



$$T_1 = \frac{1}{2} m v_{A1}^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 + \frac{1}{2} m v_{B1}^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r\omega_1)^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} k^2 \omega_1^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} (2r\omega_1)^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} (5r^2 + k^2) \omega_1^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_{A2}^2 + \frac{1}{2} I \omega_2^2 + \frac{1}{2} m v_{B2}^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r\omega_2)^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} k^2 \omega_2^2 + 0$$

$$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r^2 + k^2) \omega_2^2$$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2: \quad \text{Ayrıca } \omega_2 = 3\omega_1 \text{ olduğundan}$$

$$\frac{1}{2} \frac{W}{g} (5r^2 + k^2) \omega_1^2 + 2Wc = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r^2 + k^2) (3\omega_1)^2$$

$$4gr = (9r^2 + 9k^2 - 5r^2 - k^2) \omega_1^2$$

$$\omega_1^2 = \frac{4gr}{r^2 + 2k^2} \quad (1)$$

Disk için $k^2 = \frac{1}{2} r^2$ olduğuna göre

$$\omega_1^2 = \frac{4gr}{r^2 + 2k^2} \quad \omega_1 = \sqrt{g/2r}$$

7.27

Prob. 7.26 daki (1) denkleminde $k = r$ alarak

$$\omega_1^2 = \frac{4gr}{r^2 + 2r^2} = \frac{4g}{3r} \quad \omega_1 = \sqrt{g/3r}$$

7.28

Ani dönme merkezi C de: $\vec{v} = \frac{L}{2} \omega$

$$T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + \frac{1}{2} I \vec{\omega}^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{m}{g} \left(\frac{L}{2}\omega\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{m L^2}{12} \omega^2$$

$$T = \frac{1}{6} \frac{m L^2}{g} \omega^2$$

$$V = W(-\frac{1}{2} L \sin \beta) = -\frac{1}{2} W L \sin \beta$$

$$\text{Harekete başladığı anda } \omega = 0, \beta = 0$$

$$O \text{ halde } T + V = 0: \quad \frac{1}{6} \frac{m L^2}{g} \omega^2 - \frac{1}{2} W L \sin \beta = 0$$

$$\omega^2 = 3 \frac{g}{L} \sin \beta$$

$$v_A = \omega L \cos \beta = \sqrt{3gL \sin \beta} \cos \beta \quad (1)$$

$$v_B = \omega L \sin \beta = \sqrt{3gL \sin \beta}$$

$$(a) \beta = 30^\circ, \quad L = 0,60 \text{ m}: \quad v_A = \sqrt{3g(0,60) \left(\frac{1}{2}\right) \cos^2 30^\circ} = \sqrt{0,675g}$$

$$v_B = \sqrt{3g(0,60) \left(\frac{1}{2}\right)} = 2,57 \text{ m/san} \uparrow$$

$$v_B = 1,48 \text{ m/san} \leftarrow$$

$$(b) \beta = 90^\circ: \quad v_A = 0, \quad v_B = \sqrt{3gL} = 4,2 \text{ m/san} \leftarrow$$

7.29

Prob. 7.28 deki (1) denkleminde

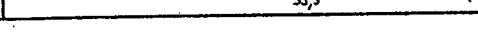
$$\frac{d}{d\beta} (\sin \beta \cos^2 \beta) = 0: \quad \cos^2 \beta - 2 \sin^2 \beta \cos \beta = 0$$

$$\cos^2 \beta = 2 \sin^2 \beta \quad \beta = 35,3^\circ$$

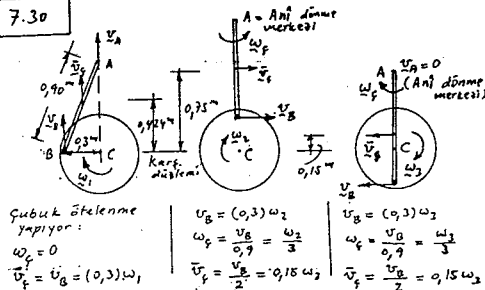
(1) denkleminde yerine koyalım:

$$v_A = \sqrt{3g(0,60) \sin 35,3^\circ \cos^2 35,3^\circ} = 2,61 \text{ m/san}$$

$$v_A \text{ nin } \beta \text{ ile değişiminin grafiği:}$$



7.30



Şubuk itelenme yapıyor:

$$\omega_A = 0, \quad \omega_B = \frac{v_B}{0.15}, \quad \omega_C = \frac{v_C}{0.15}$$

$$v_A = 0, \quad v_B = 0.15\omega_B, \quad v_C = 0.15\omega_C$$

$$T_1 = \frac{1}{2} I_A \omega_A^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (0.225)^2 \omega_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0.3\omega_A)^2$$

$$T_1 = 0.33125 \frac{\omega_A^2}{9} \quad v_1 = 5 (0.424) = 2.12 \quad (1)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (0.225)^2 \omega_B^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0.15\omega_B)^2$$

$$T_2 = 0.58125 \frac{\omega_B^2}{9} \quad v_2 = 5 (0.975) = 3.75 \quad (2)$$

$$\text{Benzer şekilde: } T_3 = 0.58125 \frac{\omega_C^2}{9} \quad v_3 = 5 (0.975) = 3.75 \quad (3)$$

(a) $\omega_1 = 60 \text{ dev/dak} = 6.28 \text{ rad/san}$ olduğunu göz önünde tutarak: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$:

$$0.33125 \frac{(6.28)^2}{9} + 2.12 = 0.58125 \frac{\omega_2^2}{9} + 3.75$$

$$0.58125 \omega_2^2 = 0.33125 (6.28)^2 - (3.75 - 2.12) \cdot 9$$

$$\omega_2^2 = 22.1 \quad \omega_2 = 4.7 \text{ rad/san} \quad \omega_2 = 44.9 \text{ dev/dak}$$

(b) $T_1 + V_1 = T_3 + V_3$:

$$0.33125 \frac{(6.28)^2}{9} + 2.12 = 0.58125 \frac{\omega_3^2}{9} + 3.75$$

$$0.58125 \omega_3^2 = 0.33125 (6.28)^2 + (2.12 - 3.75) \cdot 9$$

$$\omega_3^2 = 72.7 \quad \omega_3 = 8.53 \text{ rad/san} \quad \omega_3 = 81.5 \text{ dev/dak}$$

7.31 Prob. 7.30'daki şekiller kullanılacaktır.

$$T_1 = \frac{1}{2} I_A \omega_A^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} I_A \omega_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0.3\omega_A)^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} I_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0.15\omega_B)^2$$

$$= \frac{1}{2} I_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0.15\omega_B)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} \left(\frac{0.3}{12}\right) \left(\frac{\omega_B}{3}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} I_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0.150}{9} \omega_B^2$$

$$V_1 = 2.12 \quad V_2 = 3.75$$

$$\omega_2 = \omega_1 \text{ olduğunu göz önünde tutarak}$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\frac{1}{2} I_A \omega_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0.150}{9} \omega_1^2 + 2.12 = \frac{1}{2} I_B \omega_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0.150}{9} \omega_1^2 + 3.75$$

İki taraftaki birinci terimleri kısaltarak

$$\left(\frac{0.45}{9} - \frac{0.15}{9}\right) \omega_1^2 = 3.75 - 2.12$$

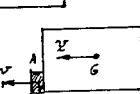
$$\frac{0.30}{9} \omega_1^2 = 1.63$$

$$\omega_1^2 = \frac{1.63 \cdot 9}{0.30} = 106.6 \quad \omega_1 = 10.33 \text{ rad/san}$$

$$\omega_1 = 98.6 \text{ dev/dak}$$

Not: 1 ve 2 konumlarında ağırsal hız aynı olmaz. Birlikte ağırsal hızın sabit olmadığına dikkat edilmelidir.

7.32

Başlangıçta: $T_1 = 0$

A yere vurunca: A, kapı tarafına dönüp hareket eder. Bu hareketi gösterilmiştir.

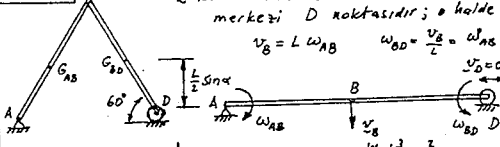
$$T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega_A^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (0.225)^2 \omega_A^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0.3\omega_A)^2$$

$$T_2 = \frac{12.5}{9} \omega_A^2 \quad U_{1+2} = (7.5)(1) = 7.5$$

$$T_1 + U_{1+2} = T_2 \quad 7.5 = \frac{12.5}{9} \omega_A^2 \quad \omega_A^2 = \frac{9}{12.5} = 0.72$$

$$v_A = 2v = 11.77 \quad v_A = 3.43 \text{ m/san} \quad 45^\circ$$

7.33



2 konumunda BD'nin anı dönmeye merkezi D noktasıdır; o halde

$$v_B = L \omega_{AB} \quad \omega_{BD} = \frac{v_B}{L} = \omega_{AB}$$

$$T_1 = 0 \quad V_1 = 2W \left(\frac{1}{2} \sin 60^\circ\right) = 0.866 WL$$

$$AB: T_2 = \frac{1}{2} I_A \omega_{AB}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} L^2 \omega_{AB}^2$$

$$BD: T_2 = \frac{1}{2} I_B \omega_{BD}^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} L^2 \omega_{AB}^2$$

$$\text{Toplam: } T_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} L^2 \omega_{AB}^2$$

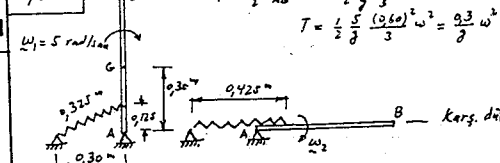
$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad 0.866 WL = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} L^2 \omega_{AB}^2$$

$$\omega_{AB}^2 = 3 (0.866) \frac{2.81}{1.00} = 25.47$$

$$\omega_{AB} = 5.05 \text{ rad/san} \quad v_B = (1.0)(5.05) = 5.05$$

$$v_B = 5.05 \text{ m/san}$$

7.34



$$T = \frac{1}{2} I_A \omega_A^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} L^2 \omega_A^2$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{0.60}{3}\right) \omega_A^2 = \frac{0.3}{9} \omega_A^2$$

$$V_1 = Wh = (5 \text{ kg})(0.30 \text{ m}) = 1.5 \text{ kgm}$$

$$V_2 = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} (1 \text{ kg/cm})(42.5 - 32.5)^2 = 50 \text{ kgcm} = 0.5 \text{ kgm}$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \frac{0.3}{9} (5)^2 + 1.5 = \frac{0.3}{9} \omega_2^2 + 0.5$$

$$\omega_2^2 = 5^2 + (1.5 - 0.5) \frac{9}{0.3} = 57.7 \quad \omega_2 = 7.60 \text{ rad/san}$$

7.35

Prob. 7.34'ün aynı, sadece çekim potansiyeli olmayacaktır: $V_1 = 0$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad \frac{0.3}{9} (5)^2 + 0 = \frac{0.3}{9} \omega_2^2 + 0.5$$

$$\omega_2^2 = 25 - 0.5 \frac{9}{0.3} = 8.65 \quad \omega_2 = 2.94 \text{ rad/san}$$

7.36

(a) $\omega_B = \frac{M_A \omega_A}{r_A} = \frac{M_A (10.47)}{r_A} \quad M_B = 28.65 \text{ kgm}$

(b) $\omega_B = \frac{M_B \omega_A}{r_B} = \frac{M_B (31.4)}{r_B} \quad M_B = 9.55 \text{ kgm}$

7.37

$$M = 15000 \text{ kgcm} = 150 \text{ kgm}$$

(a) $\omega = 60 \text{ dev/dak} = 6.28 \text{ rad/san}$

$$BB = \frac{M\omega}{r} = \frac{(150)(6.28)}{r} = 12.57 \text{ BB}$$

(b) $\omega = 300 \text{ dev/dak} = 31.42 \text{ rad/san}$

$$BB = \frac{M\omega}{r} = \frac{(150)(31.42)}{r} = 62.84 \text{ BB}$$

7.38

(a) $\omega = 720 \text{ dev/dak} = 75.40 \text{ rad/san}$

$$\text{Güç} = \frac{M\omega}{r} = \frac{M(75.40)}{r}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{M(75.40)}{r} \quad M = 0.946 \text{ kgm}$$

(b) $\omega = 7200 \text{ dev/dak} = 754.0 \text{ rad/san}$

$$\frac{3}{4} = \frac{M(754.0)}{r} \quad M = 0.0946 \text{ kgm}$$

7.39

$$\omega_1 = 1200 \text{ dev/dak} = 125.7 \text{ rad/san}, \quad \omega_2 = 0$$

$$\bar{I} = \frac{35}{2} (0.15)^2 = 0.08 \text{ kgm}^2$$

$$\bar{I} \omega_1 + M r^2 = 0$$

Sist. Momentumu + Sist. Dis. İmp. = Sist. Momentumu

0 ya göre moment: $\bar{I} \omega_1 - M r^2 = 0$

$$(0.08)(125.7) - (0.07) t = 0 \quad t = 144.1 \text{ san}$$

7.40

$$\omega_1 = 3600 \text{ dev/dak} = 377 \text{ rad/san}, \quad \omega_2 = 0$$

$$\bar{I} = \frac{3}{2} (0.05)^2 = 0.0007645 \text{ kgm}^2$$

$$\bar{I} \omega_1 + M r^2 = 0$$

Sist. Momentumu + Sist. Dis. İmp. = Sist. Momentumu

0 ya göre: $\bar{I} \omega_1 - M r^2 = 0$

$$(0.0007645)(377) - M(70) = 0$$

$$M = 0.0041 \text{ kgm} = 4.1 \text{ kgm} \quad M = 9.41 \text{ kgcm}$$

7.41

$$\bar{I} = \frac{22}{9} (0.28)^2 = 0.176 \text{ kgm}^2$$

$$0 + \bar{I} \omega_1 = 0$$

Sist. Mom. + Sist. Dis. İmp. = Sist. Momentumu

0 ya göre moment: $0 + F d t = \bar{I} \omega_2$

$$0 + 12 (0.45) \left(\frac{1}{6}\right) = 0.176 \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{12 (0.45) \left(\frac{1}{6}\right)}{0.176} = 3.07 \quad \omega_2 = 3.07 \text{ rad/san}$$

7.42

Sist. Momentumu + Sist. Dis. İmp. = Sist. Momentumu

İlemleri: $0 + N_A t - \mu N_B t = 0 \quad (1)$

İlemleri: $0 - \mu N_A t + N_B t - W t = 0 \quad (2)$

ve (2) den:

$$N_A t = \frac{\mu}{1-\mu} W t, \quad N_B t = \frac{1}{1-\mu} W t$$

Devamı yandı

7.42 devamı

+ 2) G ye göre moment: $r(\mu N_B t) - r(N_A t) = \bar{I} \omega_2$

$N_A t, N_B t, \bar{I}$ ve ω_2 nin değerlerini yerine koyarak:

$$r \mu W t \left(\frac{1}{1-\mu} - \frac{\mu}{1-\mu}\right) = \frac{W r^2}{2} \frac{\omega_2}{r}$$

$$t = \frac{r(1+\mu)}{2g}$$

7.43

Sist. Momentumu + Sist. Dis. İmp. = Sist. Momentumu

1 ci hal:

0 + $\bar{I} \omega = 3 \omega$

+ 2) 0 ya göre moment: $200(2)(0.30) = 3 \omega$

$$\omega = 40 \text{ rad/san}$$

2 ci hal:

0 + $\bar{I} \omega = 3 \omega$

+ 2) 0 ya göre moment: $200(2)(0.3) = 3 \omega + \frac{200}{9} (0.3) \omega$

$$120 = (3 + 1.83) \omega$$

$$\omega = 24.8 \text{ rad/san}$$

3 üncü hal:

0 + $\bar{I} \omega = 3 \omega$

+ 2) 0 ya göre moment: $500(2)(0.3) - 300(2)(0.3) = 3 \omega + \frac{500}{9} (0.3) \omega + \frac{300}{9} (0.3) \omega$

$$120 = (3 + 4.57 + 2.75) \omega$$

$$\omega = 11.6 \text{ rad/san}$$

4 üncü hal:

0 + $\bar{I} \omega = 3 \omega$

+ 2) 0 ya göre moment: $100(2)(0.6) = 3 \omega + \frac{100}{9} (0.6) \omega$

$$120 = (3 + 3.67) \omega$$

$$\omega = 18.0 \text{ rad/san}$$

7.44 $(\omega_1^A - \omega_1^B) = 660 \text{ dev/dak} - 60 \text{ dev/dak} = 600 \text{ dev/dak}$
 $= 62,83 \text{ rad/san}$
 $(\omega_2^B - \omega_1^B) = 62,83 \text{ rad/san}$
 $(\omega_2^C - \omega_1^C) = \frac{25}{10} (\omega_1^A - \omega_1^B) = 157,1 \text{ rad/san}$

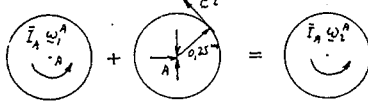
$$\bar{I}_A = \bar{I}_B = \frac{10}{2} (0,21)^2 = 0,0493 \text{ kgm}^2$$

$$\bar{I}_C = \frac{25}{2} (0,08)^2 = 0,0063 \text{ kgm}^2$$

Simetri nedeniyle A ve B dişlerine etkiyen kuvvetler aynı F şiddetindedir.

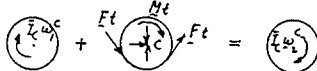
$$\text{Sist Momentumu}_1 + \text{Sist Dış İmp.}_{1 \rightarrow 2} = \text{Sist Momt}_2$$

A dişlisi:



+3 A ya göre moment: $\bar{I}_A \omega_1^A + (0,25) Ft = \bar{I}_A \omega_2^A$
 $0,25 Ft = \bar{I}_A (\omega_2^A - \omega_1^A) = 0,0493 (62,83) = 3,098$
 $Ft = 12,39 \quad (1)$

C dişlisi:

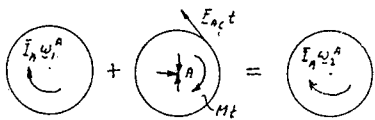


+3 C ye göre moment: $\bar{I}_C \omega_1^C + Mt - 2(0,10) Ft = \bar{I}_C \omega_2^C$
 $Mt = 0,20 Ft + \bar{I}_C (\omega_2^C - \omega_1^C)$
 (1) den ve verilerden yararlanarak: $M = 0,60 \text{ kgm}$
 $0,60 t = 0,20 (12,39) + 0,0063 (157,1)$
 $0,60 t = 2,478 + 0,256$
 $t = 4,56 \text{ san}$

7.45 Apsal hızlar ve atalet momentleri için Prob. 7.44 e bks.
 Simetri olmadığından her dişli ayrı ayrı incelenmelidir.

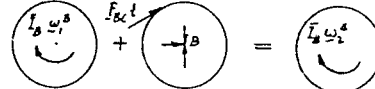
$$\text{Sist Momentumu}_1 + \text{Sist Dış İmp.}_{1 \rightarrow 2} = \text{Sist Momt}_2$$

A dişlisi:



+2 A ya göre moment: $\bar{I}_A \omega_1^A + Mt - 0,25 F_{Bc} t = \bar{I}_A \omega_2^A$
 $Mt = 0,25 F_{Bc} t + \bar{I}_A (\omega_2^A - \omega_1^A)$
 $= 0,25 F_{Bc} t + (0,0493) (62,83)$
 $Mt = 0,25 F_{Bc} t + 3,098 \quad (1)$

B dişlisi:



+2 B ye göre moment: $\bar{I}_B \omega_1^B + 0,25 F_{Bc} t = \bar{I}_B \omega_2^B$
 $0,25 F_{Bc} t = \bar{I}_B (\omega_2^B - \omega_1^B) = (0,0493) (62,83)$
 $0,25 F_{Bc} t = 3,098 \quad (2)$

Derece yanda

7.45 (devamı)

C dişlisi:



+3 C ye göre moment: $\bar{I}_C \omega_1^C + 0,10 (F_{Ac} t - F_{Bc} t) = \bar{I}_C \omega_2^C$
 $0,10 (F_{Ac} t - F_{Bc} t) = \bar{I}_C (\omega_2^C - \omega_1^C) = 0,0063 (157,1)$
 $0,10 (F_{Ac} t - F_{Bc} t) = 0,256 \quad (3)$

(3) cü denklemi 2,5 ile çarpıldıktan sonra (1) ve (2)

denklemlere ekleyerek $F_{Ac} t$ ve $F_{Bc} t$ yi yok ederiz

$Mt + 0,15 F_{Bc} t + 0,25 (F_{Ac} t - F_{Bc} t) =$
 $0,15 F_{Ac} t + 3,098 + 3,098 + 0,640$
 $Mt = 3,098 + 3,098 + 0,640 = 6,836$

$M = 60 \text{ kgcm} = 0,6 \text{ kgm}$

$0,60 t = 6,836$

$t = \frac{6,836}{0,60}$

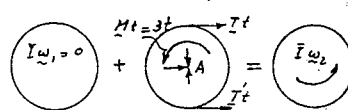
$t = 11,39 \text{ san}$

7.46 $\omega_1 = 0, \omega_2 = 600 \text{ dev/dak} = 62,8 \text{ rad/san}$

$\bar{I}_A = \bar{I}_B = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \frac{15}{9} (0,45)^2 = 0,155 \text{ kgm}^2$

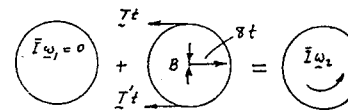
Sist Momentumu + Sist Dış İmp. = Sist Momentumu

A diski:



+3 A ya göre moment: $(T' t - T t) (0,45) + Mt = \bar{I}_A \omega_2$ (1)

B diski:



+3 B ye göre moment: $(T t - T' t) (0,45) = \bar{I}_B \omega_2$ (2)

$\pm$ x bileşenleri: $-T t - T' t + 8 t = 0$

$T + T' = 8$ (3)

(a) (1) ve (2) yi taraf tarafa toplayarak:

$Mt = 2 \bar{I}_A \omega_2$

$3 t = 2 (0,155) (62,8)$ $t = 6,49 \text{ san}$

(b) Kayışta kuvvetler: (2) den

$(T - T') (0,45) = (0,155) (62,8)$

$T - T' = 3,33 \text{ kg}$ (4)

(3) ve (4) den:

$T = 5,41 \text{ kg}, T' = 2,08 \text{ kg}$

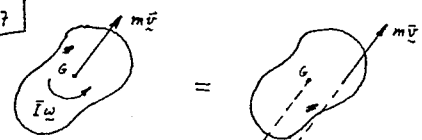
(c) Minimum μ :

Statikten $\mu \geq \ln \frac{T}{T'}$

$\mu \geq \ln \frac{5,41}{2,08}$

$\mu \geq 0,904$

7.47

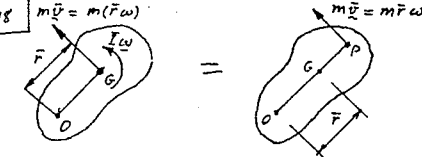


+3 G ye göre moment: $\bar{I} \omega = (m \bar{v}) d$

$d = \frac{\bar{I} \omega}{m \bar{v}} = \frac{m \bar{k}^2 \omega}{m \bar{v}}$

$d = \frac{\bar{k}^2 \omega}{\bar{v}}$

7.48



+3 G ye göre moment: $\bar{I} \omega = (m \bar{v} \omega) (GP)$

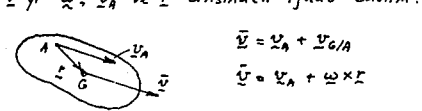
$GP = \frac{\bar{I} \omega}{m \bar{v} \omega} = \frac{m \bar{k}^2}{m \bar{r}}$

$GP = \frac{\bar{k}^2}{\bar{r}}$

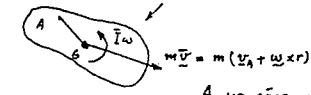
7.49

Düzensel harekette momentumlar sistemi genel olarak şekildeki sisteme indirgenir. (Not: ω kâğıt düzlemine dik ve dışarıya doğru bir vektördür.)

$\bar{v}$ yi ω, v_A ve r cinsinden ifade edelim:



Şu halde momentumlar sistemi şu şekilde gösterilebilir:



A ya göre apsal momentum:

$h_A = \bar{I} \omega + r \times (m \bar{v})$
 $= \bar{I} \omega + r \times (m v + m \omega \times r)$
 $= \bar{I} \omega + m r \times v + m r \times (\omega \times r)$
 $= \bar{I} \omega + m r \times v + m r^2 \omega$
 $= (\bar{I} + m r^2) \omega + m r \times v$

$I_A = \bar{I} + m r^2$ olduğundan

$h_A = \bar{I}_A \omega + m r \times v$

Bunun $\bar{I}_A \omega$ haline gelebilmesi için $r \times v = 0$ olmalıdır. Bz ise şu hallerde gerçekleşir:

(a) $A \equiv G$ (o zaman $r = 0$)

(b) A anı dönme merkezi olur (o zaman $v_A = 0$)

(c) v_A , AG doğrultusunda olur ($r \parallel v_A$)

3) Üçlü vektör çarpımı $\bar{r} \times \bar{v} = r v \sin \theta$ birim vektörleri kullanarak bulunabilir: $r \times (v \sin \theta) = r v \sin \theta \hat{n} = r v \sin \theta \hat{n}$

7.50

$\Delta t = F$ nin uygulanma süresi

(a)



Sist Momentumu + Sist Dış İmp. = Sist Momentumu

Bileşenleri: $F \Delta t = m \bar{v}_1$

G ye göre moment: $(F \Delta t) (GP) = \bar{I} \omega_2$

0 halde: $\bar{v}_2 = \frac{F \Delta t}{m}$ (1)

$\omega_2 = \frac{F \Delta t}{I} (GP) = \frac{F \Delta t}{m \bar{k}^2} (GP)$ (2)



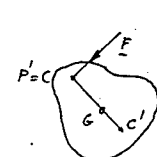
Anı dönme merkezi $\bar{v}_2$ ye dik bir doğru üzerinde bulunacaktır; 0 halde anı dönme merkezi GP doğrusunun üstündedir ve yeri şöyle belirir:

$\bar{v}_2 = (GC) \omega_2$ $GC = \frac{\bar{v}_2}{\omega_2}$

(1) ve (2) deki değerleri yerine koyarak

$GC = \frac{\frac{F \Delta t}{m}}{\frac{F \Delta t}{I} (GP)} = \frac{\bar{k}^2}{GP}$ $GC = \frac{\bar{k}^2}{GP}$

(b) Şimdi F kuvvetinin o şekilde ettiğini kabul edelim ki yeni P' çarpma merkezi C de bulunsun.

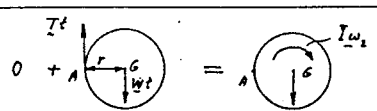


n çıkışında elde edilen sonucu göre yeni anı dönme merkezi olan C', G' üstünde bulunacaktır ve yeri $GC' = \frac{\bar{k}^2}{GP'} = \frac{\bar{k}^2}{GC} = \frac{\bar{k}^2}{\bar{k}^2/GP}$

$GC' = GP$

olacaktır ve anı dönme merkezi P de bulunacaktır.

7.51



Momentumlar Sist + Dış İmp Sist = Momentumlar Sist

+3 A ya göre moment: $(Wt) r = \bar{I} \omega_2 + (m \bar{v}_2) r$

A anı dönme merkezi olduğundan: $\bar{v}_2 = r \omega_2$ dir:

$Wt r = (\bar{I} + m r^2) \omega_2$ (1)

Dolu silindiri: $\bar{I} = \frac{1}{2} m r^2$

(1) den: $Wt r = \frac{3}{2} m r^2 \omega_2$ $\omega_2 = \frac{2}{3} \frac{Wt}{r}$

$\bar{v}_2 = r \omega_2 = r \left(\frac{2}{3} \frac{Wt}{r} \right)$ $\bar{v}_2 = \frac{2}{3} Wt$

7.52 Prob. 7.51'deki (1) denklemini kullanacağız:

$$Wtr = (\bar{I} + mr^2) \omega_2 \quad (1)$$

(1) de $\bar{I} = m\bar{k}^2$ koyar ve $m = \frac{W}{g}$ olduğunu göz önüne alırsak

$$Wtr = \frac{W}{g} (\bar{k}^2 + r^2) \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{grt}{r^2 + \bar{k}^2}$$

olur.

$$\bar{v}_2 = r\omega_2$$

$$\bar{v}_2 = \frac{gr^2t}{r^2 + \bar{k}^2}$$

7.53

$$\bar{I}\omega_1 = 0 + \text{Dis Imp Sis}_{1 \rightarrow 2} = \text{Momentum Sis}_2$$

+2 C'ye göre moment: $Pt(R+r) = \bar{I}\omega_2 + (m\bar{v}_2)R \quad (1)$

Disk yuvarlandığı için: $\bar{v}_2 = R\omega_2$, $\omega_2 = \frac{\bar{v}_2}{R}$

Ayrıca: $\bar{I} = \frac{1}{2}mR^2$
Bunları (1) de yerine koyarak:

$$Pt(R+r) = \left(\frac{1}{2}mR^2\right)\frac{\bar{v}_2}{R} + (m\bar{v}_2)R$$

$$= \frac{3}{2}m\bar{v}_2R$$

$$\bar{v}_2 = \frac{2Pt}{3m} \left(\frac{R+r}{R}\right) \quad (2)$$

$\pm x$ bileşenleri: $Pt - Ft = m\bar{v}_2$

$$Ft = Pt - m\bar{v}_2$$

$\bar{v}_2$ nin yerine (2) deki değerini koyalım:

$$Ft = Pt - \frac{2}{3}(Pt)\frac{R+r}{R} = Pt\frac{R-2r}{3R}$$

$$F = P\frac{R-2r}{3R} \quad (3)$$

Veriler:

$$m = \frac{12}{g}, \quad P = 4 \text{ kg}, \quad t = 3 \text{ san}, \quad r = 0,075 \text{ m}, \quad R = 0,15 \text{ m}$$

(a) (2) de yerine koyalım:

$$\bar{v}_2 = \frac{2(4)(3)}{3(12/g)} \left(\frac{0,15+0,075}{0,15}\right) = g \quad \bar{v}_2 = 9,81 \text{ m/san}$$

(b) (3) de yerine koyalım:

$$F = 4 \frac{0,15 - 2(0,075)}{3(0,15)} = 0 \quad F = 0$$

7.54

Prob. 7.53'deki (3) denkleminde $F=0$

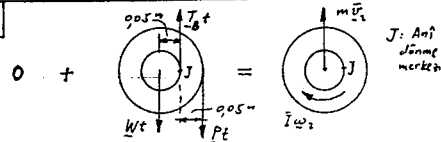
yalnızlım:

$$R-2r=0, \quad r = \frac{1}{2}R = \frac{1}{2}(0,15) \quad r = 0,075 \text{ m}$$

O halde veriler Prob. 7.53'ün aynı olur ve:

$$\bar{v}_2 = 9,81 \text{ m/san} \rightarrow \omega_2 = \frac{\bar{v}_2}{R} = 65,4 \text{ rad/san}$$

7.55



$$\text{Momentum Sis}_1 + \text{Dis Imp Sis}_{1 \rightarrow 2} = \text{Momentum Sis}_2$$

+2 J'ye göre moment: $Pt(0,05) - Wt(0,05) = \bar{I}\omega_2 + m\bar{v}_2(0,05)$

J anı dönme merkezi olduğundan

$$\bar{v}_2 = (JG)\omega_2 = 0,05\omega_2, \quad \omega_2 = 20\bar{v}_2$$

$$\text{Ayrıca: } \bar{I} = m\bar{k}^2 = m(0,075)^2 = \frac{3}{8}(0,075)^2$$

$$P = 4 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ san}$$

O halde:

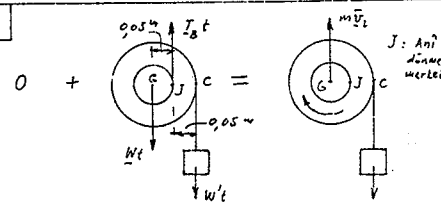
$$(4)(5)(0,05) - (3)(5)(0,05) = \frac{3}{8}(0,075)^2(20\bar{v}_2) + \frac{3}{8}\bar{v}_2(0,05)$$

$$0,25 = \frac{3}{8}(0,1125 + 0,0006)\bar{v}_2$$

$$\bar{v}_2 = \frac{0,25}{3(0,1125)} = 0,512 \text{ g}$$

$$\bar{v}_2 = 5,03 \text{ m/san}$$

7.56



$$\text{Momentum Sis}_1 + \text{Dis Imp Sis}_{1 \rightarrow 2} = \text{Momentum Sis}_2$$

+2 J'ye göre moment:

$$W't(0,05) - Wt(0,05) = \bar{I}\omega_2 + m\bar{v}_2(0,05) + m\bar{v}_C(0,05)$$

J anı dönme merkezi olduğundan

$$\bar{v}_2 = (JG)\omega_2 = 0,05\omega_2$$

$$\text{ve } \bar{v}_C = (JC)\omega_2 = 0,05\omega_2$$

$$\text{Veriler: } t = 5 \text{ san}, \quad \bar{I} = m\bar{k}^2 = \frac{3}{8}(0,075)^2, \quad m' = \frac{4}{g}$$

$$P = 4 \text{ kg}, \quad W = 3 \text{ kg} \rightarrow m = \frac{3}{g}$$

O halde:

$$(4)(5)(0,05) - (3)(5)(0,05) = \frac{3}{8}(0,075)^2\omega_2 + \frac{3}{8}(0,05\omega_2)(0,05) + \frac{4}{g}(0,05\omega_2)(0,05)$$

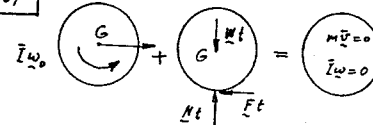
$$0,25 = \frac{1}{g}(0,0167 + 0,0075 + 0,0100)\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{0,25}{0,0344} = 7,34 \text{ rad/san}$$

$$\bar{v}_2 = 0,05\omega_2 = (0,05)(7,34)$$

$$\bar{v}_2 = 3,57 \text{ m/san}$$

7.57



$$\text{Momentum Sis}_1 + \text{Dis Imp Sis}_{1 \rightarrow 2} = \text{Momentum Sis}_2$$

$$\pm x \text{ bileşenleri: } m\bar{v}_0 - Ft = 0 \quad (1)$$

$$+2 G'ye göre moment: \bar{I}\omega_0 - (Ft)r = 0 \quad (2)$$

$$(a) Ft \text{ yi yok ederek: } \bar{I}\omega_0 - (m\bar{v}_0)r = 0$$

$$\left(\frac{2}{5}mr^2\right)\omega_0 = m\bar{v}_0r$$

$$\omega_0 = \frac{5}{2}\frac{\bar{v}_0}{r}$$

$$(b) Ft = \mu Nt = \mu Wt$$

$$F = \mu W$$

(1) den:

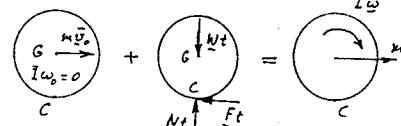
$$t = \frac{m\bar{v}_0}{F} = \frac{(W/g)\bar{v}_0}{\mu W}$$

$$t = \frac{\bar{v}_0}{\mu g}$$

7.58

Kayma bitip de küre kaymadan yuvarlanmaya başlayınca hızı sabit hale gelir.

O zaman: $\bar{v} = r\omega$



$$\text{Momentum Sis}_1 + \text{Dis Imp Sis}_{1 \rightarrow 2} = \text{Momentum Sis}_2$$

$$\pm x \text{ bileşenleri: } m\bar{v}_0 - Ft = m\bar{v} \quad (1)$$

$$+2 C'ye göre moment: (m\bar{v}_0)r = \bar{I}\omega + (m\bar{v})r \quad (2)$$

$$\omega = \frac{\bar{v}}{r}$$

(2) denklemini şu hale getir:

$$m\bar{v}_0r = \frac{\bar{I}}{r}\bar{v} + m\bar{v}r$$

$$m\bar{v}_0 = \frac{2}{5}m\bar{v} + m\bar{v}$$

$$\bar{v} = \frac{5}{7}\bar{v}_0$$

$$Ft = \mu Nt = \mu Wt$$

$$F = \mu W$$

$$(1) \text{ den: } t = \frac{m(\bar{v}_0 - \bar{v})}{F}$$

$$t = \frac{(W/g)(\bar{v}_0 - \frac{5}{7}\bar{v}_0)}{\mu W}$$

$$t = \frac{2}{7}\frac{\bar{v}_0}{\mu g}$$

*7.59

Hareketin kinematijisi:

$$\bar{v}_A = \bar{v}_C = r\omega = 0,10\omega$$

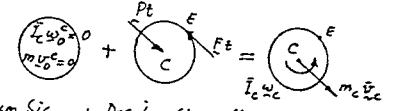
Dışlıklar yuvarlandığı için

$$\bar{v}_E = \bar{v}_H = 0$$

$$\text{ve } \omega_A = \frac{\bar{v}_A}{r_A} = \frac{0,10\omega}{0,05} = 2\omega$$

$$\omega_C = 2\omega$$

Şubunun C dışlığına uyguladığı kuvveti P ile ve E'den gelen kuvveti F ile gösterelim.



$$\text{Momentum Sis}_0 + \text{Dis Imp Sis} = \text{Momentum Sis}$$

+2 E'ye göre moment: $Pt(0,05) = \bar{I}_C\omega_C + m_C\bar{v}_C(0,05)$
 $\bar{v}_C = 0,10\omega$ ve $\omega_C = 2\omega$ değerlerini yerine koyalım:

$$Pt(0,05) = \bar{I}_C(2\omega) + m_C(0,10\omega)(0,05)$$

$$m_C = \frac{1,5}{g}, \quad \bar{I}_C = \frac{1}{2}m_Cr_C^2 = \frac{1}{2}\frac{1,5}{g}(0,05)^2 = \frac{0,001875}{g}$$

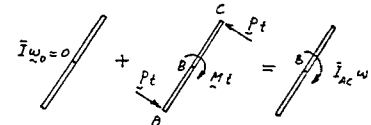
$$t = 3 \text{ san}$$

$$P(3)(0,05) = \frac{0,001875}{g}(2\omega) + \frac{1,5}{g}(0,10\omega)(0,05)$$

$$0,15P = \frac{1}{g}(0,00375 + 0,0075)\omega$$

$$P = \frac{0,025\omega}{g} \quad (1)$$

Şimdi şubunu göz önüne alalım:



$$\text{Momentum Sis}_0 + \text{Dis Imp Sis} = \text{Momentum Sis}$$

+2 B'ye göre moment: $Mt - Pt(0,20) = \bar{I}_B\omega$

$$t = 3 \text{ san}, \quad \bar{I}_B = \frac{1}{2}\frac{3,5}{g}(0,20)^2 = \frac{0,00833}{g}$$

O halde:

$$M(3) - P(3)(0,20) = \frac{0,00833}{g}\omega$$

$$3M = 0,6P + \frac{0,00833}{g}\omega \quad (2)$$

P'nin (1) deki değerini (2) de yerine koyalım:

$$3M = 0,6\frac{0,025\omega}{g} + \frac{0,00833}{g}\omega$$

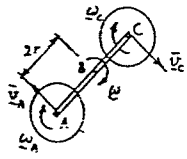
$$M = 0,01778\frac{\omega}{g}$$

$$\omega = 300 \text{ dev/dak} = 31,42 \text{ rad/san için}$$

$$M = 0,01778\frac{31,42}{9,81}$$

$$M = 0,0567 \text{ kg}$$

* 7.60



Hareketin kinematiki

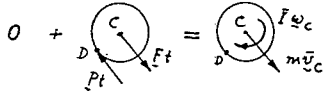
 $\omega_{abc} = \omega$ olsun.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_C = (8c)\omega = 2rw$$

A ve C dişlileri B'nin üstünde yuvarlandıklarından

$$\omega_A = \omega_C = \frac{v_C}{r} = \frac{2rw}{r} = 2\omega$$

C dişlisi için impuls ve momentum ilkesi:



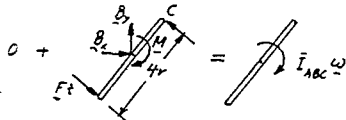
$$\text{Momentum Sis}_0 + \text{Dis Imp Sis} = \text{Momentum Sis}$$

$$\rightarrow 3 \text{ ye göre moment: } 0 + (Ft)r = (m_C \vec{v}_C)r + I\omega_C$$

$$Ftr = (m_C 2rw)r + \left(\frac{1}{2}m_C r^2\right)(2\omega)$$

$$Ft = 3m_C r\omega \quad (1)$$

ABC çubuğu için impuls ve momentum ilkesi:



$$\text{Momentum Sis}_0 + \text{Dis Imp Sis} = \text{Momentum Sis}$$

$$\rightarrow 3 \text{ ye göre moment: } Mt - Ft(4r) = I_{ABC} \omega$$

$$Mt - 4Ftr = \frac{1}{12} m_{ABC} (4r)^2 \omega$$

$$Mt - 4Ftr = \frac{4}{3} m_{ABC} r^2 \omega \quad (2)$$

Ft nin (1) deki değerini (2) de yerine koyalım:

$$Mt - 4(3m_C r\omega)r = \frac{4}{3} m_{ABC} r^2 \omega$$

$$Mt = \frac{4}{3} r^2 \omega (m_{ABC} + 3m_C)$$

Verilenler:

$$t = 3 \text{ san}, r = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

$$m_{ABC} = \frac{3.5}{9}, m_C = \frac{1.5}{9}$$

$$\omega = 300 \text{ dev/dak} = 31.42 \text{ rad/san}$$

$$M(3) = \frac{4}{3} (0.05)^2 (31.42) \left(\frac{3.5}{9} + 3 \left(\frac{1.5}{9} \right) \right)$$

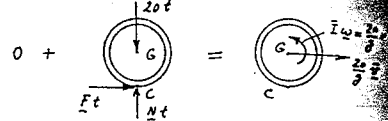
$$3M = \frac{(31.42)(16)(0.01)}{3}$$

$$M = \frac{0.559}{3}$$

$$M = 0.0564 \text{ kg}$$

* 7.61 $\text{Mom. Sis}_0 + \text{Dis Imp Sis} = \text{Mom. Sis}$

Boru:



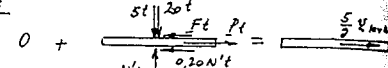
$$\rightarrow 2 \text{ C ye göre moment: } 0 = \frac{20}{9} \vec{v}_r - \frac{20}{9} r^2 \omega$$

$$\omega = \frac{\vec{v}_r}{r} \quad (1)$$

$$\rightarrow x \text{ bileşenleri: } Ft = \frac{20}{9} \vec{v}_r \quad (2)$$

$$\rightarrow y \text{ bileşenleri: } Nt - 20t = 0, Nt = 20t$$

Levha:



$$\rightarrow y \text{ bileşenleri: } Nt - St - 20t = 0$$

$$Nt = 25t$$

$$\rightarrow x \text{ bileşenleri: } Pt - Ft - 0.20(25t) = \frac{5}{9} v_{levha} \quad (3)$$

Ft nin (2) deki değerini (3) te yerine koyalım:

$$Pt - 5t = \frac{20}{9} \vec{v}_r + \frac{5}{9} v_{levha} \quad (4)$$

Borunun levha üzerinde yuvarlandığını kabul edelim

$$\vec{v} = \vec{v}_G = \vec{v}_C + \vec{v}_{C/G} = [v_{levha} \rightarrow] + [r\omega \rightarrow]$$

ω yerine (1) deki değerini koyalım:

$$\vec{v} = v_{levha} - \vec{v} \quad v_{levha} = 2\vec{v}$$

Bunu (4) de yerine koyalım:

$$Pt - 5t = \frac{20}{9} \vec{v} \quad (5)$$

$$\text{Verilenler: } P = 10 \text{ kg}, t = 0.50 \text{ san}$$

$$(10)(0.50) - 5(0.50) = \frac{20}{9} \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{0}{12} \rightarrow$$

$$v_{levha} = 2\vec{v} = 0/6 \rightarrow$$

Yuvarlanma olduğunun sağlanmaması:

$$(2) \text{ den: } Ft = \frac{20}{9} \cdot \frac{0}{12} = \frac{0}{9} \quad F = \frac{0}{9(0.5)} = 3.33 \text{ kg}$$

$$\mu N = 0.20(20) = 4 \text{ kg}, F < \mu N \text{ sağlanıyor.}$$

* 7.62

(5) denkleminde kadar Prob. 7.61 deki çözüm kullanılacaktır. $P = 15 \text{ kg}, t = 0.50 \text{ san}$

$$(5) \text{ den: } \frac{20}{9} \vec{v} = (15)(0.5) - 5(0.5) = 5 \quad \vec{v} = \frac{9}{4}$$

$$(2) \text{ den: } Ft = \frac{20}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{20}{4} = 5, F = \frac{10}{3(0.5)} = 6.67 \text{ kg}$$

$$\mu N = 0.20(20) = 4 \text{ kg}, F > \mu N$$

O halde boru levha üstünde kayar ve $F = 4 \text{ kg}$ dir.

$$(2) \text{ de } F = 4 \text{ kg} \text{ koyalım: } 4(0.5) = \frac{20}{9} \vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{9}{10} \rightarrow$$

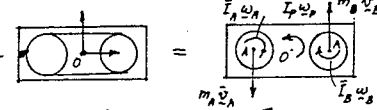
$$(1) \text{ den: } \omega = \frac{\vec{v}}{r} = \frac{9/10}{0.15}$$

$$\omega = \frac{9}{3} \rightarrow$$

$$(4) \text{ den: } (15)(0.5) - 5(0.5) = \frac{20}{9} \cdot \frac{9}{10} + \frac{5}{9} v_{levha}$$

$$v_{levha} = 3g/5 \rightarrow$$

7.68



$$\text{Momentum Sis}_0 + \text{Dis Imp Sis} = \text{Momentum Sis}$$

0 ya göre moment:

$$0 = I_A \omega_A + I_B \omega_B - m_A \vec{v}_A(0A) - m_B \vec{v}_B(0B) - I_B \omega_B \quad (1)$$

Oysa:

$$m_A = m_B = \frac{5}{9}, r_A = r_B = 0.08 \text{ m}$$

$$I_A = I_B = \frac{1}{12} m r^2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{9} (0.08)^2 = \frac{0.0160}{9}$$

$$0A = 0B = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \vec{v}_A = \vec{v}_B = (0A)\omega_p = 0.10 \omega_p$$

$$I_p = \frac{1}{12} m (a^2 + b^2) = \frac{1}{12} \cdot \frac{5}{9} [(0.30)^2 + (0.15)^2] = \frac{0.1216}{9}$$

 $\omega_A = \omega_B$ olduğunun dikkate alınarak ve sayısal

değerleri (1) de yerine koyarak

$$\frac{0.0160}{9} \omega_p + \frac{0.0160}{9} \omega_p - \frac{5}{9} (0.1 \omega_p)(0.10) - \frac{5}{9} (0.1 \omega_p)(0.10) - \frac{0.1216}{9} \omega_p = 0$$

$$0.032 \omega_p - 0.2216 \omega_p = 0 \quad (2)$$

Motorun platforma göre bağıl hızı 180 dev/dak

olduğundan

$$\omega_A + \omega_p = 180 \quad (3)$$

(1) ve (3) denklemleri çözülerek

$$\omega_A = \omega_B = 157.3 \text{ dev/dak}$$

$$\omega_p = 22.7 \text{ dev/dak}$$

7.69

(a) Prob. 7.68 in aynı, yalnız $\omega_A = 0$.

(1) denkleminin yerine şu denklem gelir:

$$0 = I_B \omega_B - m_A \vec{v}_A(0A) - m_B \vec{v}_B(0B) - I_B \omega_B \quad (1')$$

Verilen sayısal değerleri (Prob. 7.68) yerine koyarak

$$0.016 \omega_B - 0.2216 \omega_B = 0 \quad (2')$$

(1') denklemini ile Prob. 7.68 deki (3) denkleminde

$$\omega_A = 0, \omega_B = 166.1 \text{ dev/dak}, \omega_p = 13.85 \text{ dev/dak}$$

7.70

(b) Prob. 7.68 in aynı, yalnız bu defa ω_B saat ibre

lerinin aksine yönde olur. (1) denklemini şu hale gelir:

$$0 = -I_A \omega_A + I_B \omega_B - m_A \vec{v}_A(0A) - m_B \vec{v}_B(0B) - I_B \omega_B \quad (1'')$$

İk iki terimin birbirini götürdüğünü göz önüne

alarak

$$0 = 0.2216 \omega_p = 0$$

elde edilir. O halde

$$\omega_p = 0$$

Prob. 7.68 deki (3) denkleminde yerine koyarak

$$\omega_B = 180 \text{ dev/dak}, \omega_A = 180 \text{ dev/dak}$$

7.70



$$\text{Momentum Sis}_0 + \text{Dis Imp Sis} = \text{Momentum Sis}$$

3' ye göre moment:

$$I_B \omega_1 + m_B \vec{v}_1(0,3) + 0 = I_B \omega_2 + m_B \vec{v}_2(0,3) + m_T (\vec{v}_T)_2(9,60)$$

$$(1)$$

Oysa:

$$\vec{v}_1 = (0,30)\omega_1 = 0.3\omega_1, \vec{v}_2 = (0,30)\omega_2 = 0.3\omega_2$$

$$(\vec{v}_T)_2 = (0,60)\omega_2 = 0.6\omega_2$$

$$m_B = \frac{2}{9}, I_B = \frac{1}{12} m_B l^2 = \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{9} (9,60)^2 = \frac{0.06}{9}$$

$$m_T = \frac{0.5}{9}$$

Yerine koyalım:

$$\frac{0.06}{9} \omega_1 + \frac{2}{9} (0.3\omega_1)(0.3) = \frac{0.06}{9} \omega_2 + \frac{2}{9} (0.3\omega_2)(0.3) + \frac{0.5}{9} (0.6\omega_2)(0.60)$$

$$(2)$$

$$0.24\omega_1 = 0.42\omega_2$$

$$\omega_1 = 100 \text{ dev/dak}$$

$$\omega_2 = 57.1 \text{ dev/dak}$$

(b) Top boruyu terk edince boruya kuvvet uygulanmadığından

borunun açısal hızı değişmez: $\omega = \omega_2 = 57.1 \text{ dev/dak}$

7.71

Önce birinci top boruyu terk ettiği anda ω_2

açısal hızını bulunuz. Bn, Prob. 7.70 deki (1) denklemini

ile bulunur, yalnız bu defa $m_B = 0.25 \text{ kg}$ olacaktır:

$$0.24\omega_1 = 0.33\omega_2 \quad (2')$$

ve

$$\omega_2 = \frac{8}{11} \omega_1$$

ikinci top boruyu terk ettiği anda borunun ω_3 açısal hızı, (3) denkleminde ω yerine ω_2 koyarak

elde edilir:

$$\omega_3 = \frac{8}{11} \omega_2$$

$$\text{Şu halde: } \omega_3 = \frac{8}{11} \left(\frac{8}{11} \omega_1 \right) = \frac{64}{121} \omega_1$$

$$\omega_3 = \frac{64}{121} (100 \text{ dev/dak})$$

$$\omega_3 = 52.9 \text{ dev/dak}$$

7.72

Radyal dik $(\vec{v}_T)_2$ bileşeni Prob. 7.70 in

çözümünden elde edilir.

$$(\vec{v}_T)_2 = 0.60\omega_2, \omega_2 = 57.1 \text{ dev/dak} = 5.98 \text{ rad/san}$$

$$(\vec{v}_T)_2 = (0.60)(5.98)$$

$$(\vec{v}_T)_2 = 3.59 \text{ m/san}$$

Radyal bileşen enerjinin korunumu ilkesini uygula-

yarak bulunur. $v_1 = v_2 = 0$ olduğundan

$$T_1 = T_2: \frac{1}{2} I_B \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_B \vec{v}_1^2 = \frac{1}{2} I_B \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_B \vec{v}_2^2 + \frac{1}{2} m_T ((\vec{v}_T)_2)^2$$

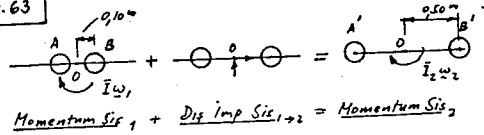
Prob. 7.70 deki verileri yerine koyarak

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{0.06}{9} \omega_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} (0.3\omega_1)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0.06}{9} \omega_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{9} (0.3\omega_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0.5}{9} ((\vec{v}_T)_2)^2$$

$$0.24\omega_1^2 = 0.42\omega_2^2 + 0.5(\vec{v}_T)_2^2$$

$$(\vec{v}_T)_2 = \frac{0.24(42/24)^2 - 0.42\omega_2^2}{0.5} \quad (\vec{v}_T)_2 = 4.75 \text{ m/san}$$

7.63



2) O noktasına göre moment: $\bar{I}_1 \omega_1 + 0 = \bar{I}_2 \omega_2$ (1)
 $\bar{I}_1 = \bar{I}_{\text{güçlük}} + \bar{I}_{\text{toprak}} = 0,035 + 2 \left[\frac{1}{2} (0,10)^2 \right] = 0,037 \text{ kg m}^2$
 $\bar{I}_2 = \bar{I}_{\text{güçlük}} + \bar{I}_{\text{toprak}} = 0,035 + 2 \left[\frac{1}{2} (0,50)^2 \right] = 0,086 \text{ kg m}^2$
 (1) den: $(0,037) (60 \text{ dev/dak}) = (0,086) \omega_2$
 $\omega_2 = 25,8 \text{ dev/dak}$

Not: Bu problemin çözümünde açısal momentumun korunumu ilkesi değil, genel impulse ve momentum ilkesi kullanılmıştır. Bu bölümdaki bütün problemlerde bir tek ilke kullanılacaktır.

7.64

Prob. 7.63 ün aynı, yalnız A topu çubuktaki ilk yerinde kalıyor.

$$\bar{I}_1 = 0,035 + 2 \left[\frac{1}{2} (0,10)^2 \right] = 0,0370 \text{ kg m}^2$$

$$\bar{I}_2 = 0,035 + \frac{1}{2} (0,10)^2 + \frac{1}{2} (0,50)^2 = 0,0615 \text{ kg m}^2$$

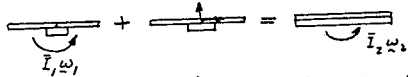
Prob. 7.63 deki (1) denkleminde

$$(0,037) (60 \text{ dev/dak}) = (0,0615) \omega_2$$

$$\omega_2 = 36,2 \text{ dev/dak}$$

7.65

Yukarıdan bakıldığında göre



2) Ekece göre moment: $\bar{I}_1 \omega_1 + 0 = \bar{I}_2 \omega_2$ (1)

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{\text{plak}} + \bar{I}_{\text{çubuk}} = \frac{1}{2} m r^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0,30)^2 + 0 = \frac{0,1125}{9}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{\text{plak}} + \bar{I}_{\text{çubuk}} = \frac{1}{2} m r^2 + \frac{1}{2} m L^2 = \frac{0,1125}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} (0,60)^2 = \frac{0,1125}{9} + \frac{0,1200}{9} = \frac{0,2325}{9}$$

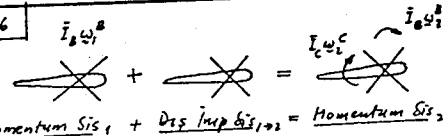
(1) den:

$$\frac{0,1125}{9} (90 \text{ dev/dak}) = \frac{0,2325}{9} \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{0,1125}{0,2325} (90)$$

$$\omega_2 = 43,5 \text{ dev/dak}$$

7.66



2) Düşey ele. göre mom: $\bar{I}_B \omega_B + 0 = \bar{I}_B \omega_B' + \bar{I}_C \omega_C'$ (1)

$$\bar{I}_B = 4 \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{25}{9} (5)^2 \right] = 84,95 \text{ kg m}^2$$

$$\bar{I}_C = 100 \text{ kg m}^2$$

$$\omega_B = 200 \text{ dev/dak}$$

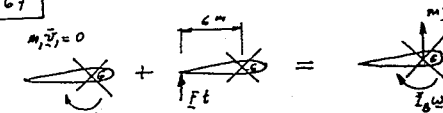
$$\omega_B - \omega_C = 300 \text{ dev/dak} \quad \omega_B = \omega_C + 300 \text{ dev/dak}$$

(1) den: $(84,95) (200) = (84,95) (\omega_C + 300) + (100) \omega_C'$

$$184,95 \omega_C' = (84,95) (200 - 300)$$

$$\omega_C' = -\frac{8495}{184,95} \quad \omega_C' = 45,9 \text{ dev/dak}$$

7.67



2) G ye göre mom: $\bar{I}_B \omega_B + (Ft)(6) = \bar{I}_B \omega_B'$ (1)

2) y bileşenleri: $0 + Ft = m \bar{v}_2$ (2)

$$\bar{I}_B = 84,95 \text{ kg m}^2 \quad (\text{Prob. 7.66 den})$$

$$m = \frac{700 + 4(30)}{9} = \frac{820}{9} = 83,59 \text{ kg m}^2/\text{m}$$

$$\omega_B = 200 \text{ dev/dak} = 20,94 \text{ rad/san}$$

$$\omega_B = 300 \text{ dev/dak} = 31,42 \text{ rad/san}$$

(1) den: $(84,95) (20,94) + 6 Ft = (84,95) (31,42)$

$$Ft = 148,4 \text{ kg san} \quad (3)$$

Ft nin (3) deki değerini (2) de yerine koyalım:

$$m \bar{v}_2 = 148,4$$

$$(83,59) \bar{v}_2 = 148,4$$

$$\bar{v}_2 = 1,78 \text{ m/san}$$

(3) denkleminde $t = 12 \text{ san}$ olarak

$$F(12) = 148,4$$

$$F = 12,4 \text{ kg}$$

7.73

Çarpmadan önce enerji 1 konumundakinin (çubukun düşey konumu) aynıdır (enerjinin korunumu). V = sabit olduğunu gör önüne alarak sadece kinetik enerjiyi hesaba katalabiliriz:

$$T_{\text{önce}} = \frac{1}{2} \bar{I}_1 \omega_1^2$$

Çarpıktan sonra çubukun plaja göre hareketi sona erer ve çubukla disk tek bir cisim gibi hareket ederler. O halde

$$T_{\text{sonra}} = \frac{1}{2} \bar{I}_2 \omega_2^2$$

$$\text{Enerji kaybı} = T_{\text{sonra}} - T_{\text{önce}} = \frac{1}{2} (\bar{I}_2 \omega_2^2 - \bar{I}_1 \omega_1^2)$$

Oysa Prob. 7.65 den (1) denklemini

$$\omega_2 = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \omega_1$$

olduğundan

$$\text{Enerji kaybı} = \frac{1}{2} (\bar{I}_1 \omega_1^2 - \frac{\bar{I}_1^2}{\bar{I}_2} \omega_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} \bar{I}_1 \omega_1^2 (1 - \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2})$$

Prob. 7.65 deki veriler:

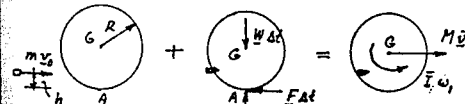
$$\bar{I}_1 = \frac{0,1125}{9}, \quad \bar{I}_2 = \frac{0,2325}{9}$$

O halde $\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{0,1125}{0,2325} = \frac{15}{31}$; $\omega_1 = 90 \text{ dev/dak} = 9,425 \text{ rad/san}$

$$\text{Enerji kaybı} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,1125}{9} (9,425)^2 (1 - \frac{15}{31}) = 0,507 \cdot \frac{16}{31} = 0,263 \text{ kg m}$$

7.74

(a) Çarpıktan hemen sonra



2) y bileşenleri: $0 + N \Delta t - W \Delta t = 0$

$$N = W, \quad F = P - \mu W$$

2) x bileşenleri: $m \bar{v}_2 - F \Delta t = M \bar{v}_1$

$$m \bar{v}_2 - \mu W \Delta t = M \bar{v}_1$$

$$\Delta t = 0 \text{ olduğundan } M \bar{v}_1 = m \bar{v}_2 \quad (1)$$

$$\bar{v}_1 = \frac{m}{M} \bar{v}_2$$

2) G ye göre moment: $m \bar{v}_2 (R-h) - R \mu W \Delta t = \bar{I} \omega$

$$\Delta t \approx 0: \quad \bar{I} \omega = m \bar{v}_2 (R-h)$$

$$\frac{1}{2} M R^2 \omega = m \bar{v}_2 (R-h)$$

$$\omega = 2 \frac{m}{M} \frac{R-h}{R^2} \bar{v}_2 \quad (2)$$

Öte yandan $h = \frac{R}{2}$ olduğundan

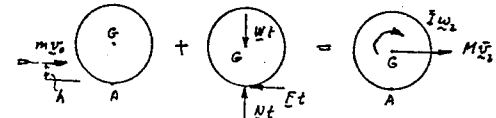
$$\omega = 2 \frac{m}{M} \frac{R/2}{R^2} \bar{v}_2$$

$$\omega = \frac{m \bar{v}_2}{M R}$$

Devami yandı

7.74 (devamı)

6) Hareket düzgün hale geldikten sonra



2) A ya göre moment: $(m \bar{v}_2) R + 0 = \bar{I} \omega_2 + (M \bar{v}_2) R$

Disk yuvarlandığından $\bar{v}_2 = R \omega_2$. $h = R/2$

$$(m \bar{v}_2) \frac{R}{2} = \frac{1}{2} M R^2 \omega_2 + (M R \omega_2) R$$

$$\frac{1}{2} m \bar{v}_2 = \frac{3}{2} M R \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{m \bar{v}_2}{3 M R}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{m \bar{v}_2}{3 M}$$

$$\bar{v}_2 = R \omega_2$$

$$\bar{v}_2 = \frac{m \bar{v}_2}{3 M}$$

Önce disk kayarak yuvarlanır, sonra sabit $\bar{v}_2$ hızı ile yuvarlanarak hareketine devam eder.

7.75

Prob. 7.74 deki (1) ve (2) denklemlerini kullanacağız.

$$\bar{v}_1 = \frac{m \bar{v}_2}{M} \rightarrow (1) \quad \omega_1 = \frac{2m}{M} \frac{R-h}{R^2} \bar{v}_2 \quad (2)$$

(a) Diskin kaymaksızın yuvarlanması için ω_2 ve $\bar{v}_1 = R \omega_2$ olmalıdır:

$$\frac{m \bar{v}_2}{M} = -R \frac{2m}{M} \frac{R-h}{R^2} \bar{v}_2$$

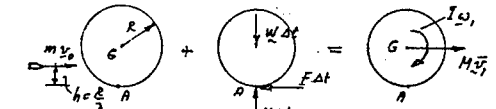
$$1 = -2 \frac{R-h}{R} \quad h = \frac{3}{2} R$$

(b) Diskin yuvarlanmaksızın kayması için $\omega_2 = 0$ olmalıdır:

$$\omega_1 = \frac{2m}{M} \frac{R-h}{R^2} \bar{v}_2 = 0 \quad h = R$$

7.76

(a) Çarpıktan hemen sonra



2) A ya göre moment: $(m \bar{v}_2) \frac{R}{2} + 0 = \bar{I} \omega_1 + (M \bar{v}_1) R$

Not: A daki çivi nedeniyle $F \Delta t \approx 0$ DEĞİLDİR.

Yine çivi nedeniyle çarpıktan sonra $\bar{v}_A = 0$ dir.

O halde disk yuvarlanır ve $\bar{v}_1 = R \omega_1$ olur.

$$\frac{1}{2} m \bar{v}_2 R = (\frac{1}{2} M R^2) \omega_1 + M (R \omega_1) R$$

$$\frac{1}{2} m \bar{v}_2 = \frac{3}{2} M R \omega_1$$

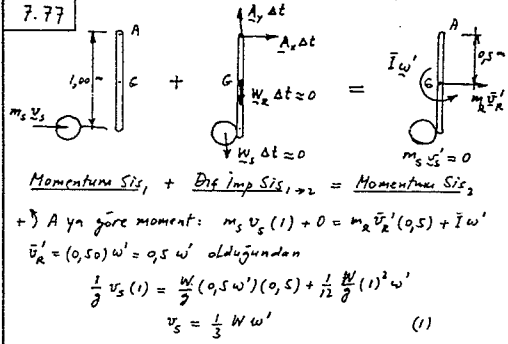
$$\omega_1 = \frac{m \bar{v}_2}{3 M R}$$

$$\bar{v}_1 = \frac{m \bar{v}_2}{3 M}$$

(b) Disk sabit doğrusal hızını koruyarak kaymaksızın yuvarlanmaya devam eder:

$$\bar{v}_1 = \frac{m \bar{v}_2}{3 M}$$

7.77



Çarpışma katsayısı

$$v_B' - v_s' = e (v_s - v_B)$$

$e = 0.70$ olduğuna göre $v_B = 0$, $v_s' = 0$ olduğu göz önüne alınarak

$$v_B' = 0, 70 v_s$$

$v_B' = (1 \omega) \omega' = \omega'$ olduğundan

$$\omega' = 0, 70 v_s \quad (2)$$

(2) deki ω' değerini (1) de yerine koyalım:

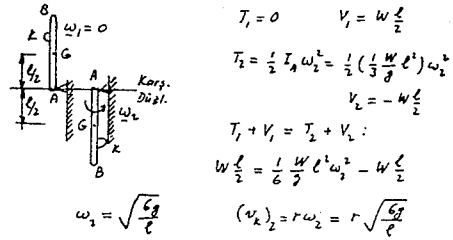
$$v_s = \frac{1}{3} W (0, 70 v_s)$$

$$W = 4, 29 \text{ kg}$$

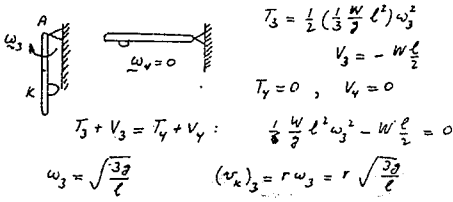
Not: Cevap, kürenin ilk v_s hızında bağlı değildir.

7.79

Çarpmadan önce: Enerjinin korunumu



Çarpıktan sonra: Enerjinin korunumu.



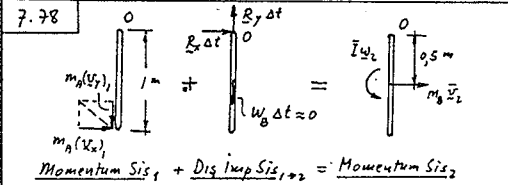
Çarpışma sırasında:

$$(a) \quad e = \frac{(v_K)_3}{(v_K)_2} = \frac{r \sqrt{\frac{3g}{L}}}{r \sqrt{\frac{6g}{L}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad e = 0, 707$$

(b) Cevap r den bağımsızdır, onun için tapatan her konumunda aynı sızrama ortaya çıkar.

7.80

7.78



$$m_A = \frac{0.05}{g}, \quad m_B = \frac{20}{g}, \quad \bar{I} = \frac{1}{12} \frac{20}{g} (1)^2 = \frac{5}{3g}$$

$$(v_A)_1 = \frac{5}{g} (500) = 400, \quad (v_A)_2 = \frac{3}{g} (500) = 300, \quad \bar{v}_B = 0.5 \omega_2$$

(a) (1) de yerine koyalım:

$$\frac{0.05}{g} (400) (1) = \frac{5}{3g} \omega_2 + \frac{20}{g} (0.5 \omega_2) (0.5)$$

$$\omega_2 = 3 \text{ rad/s}$$

(b) $\bar{v}_B = (0.5) (3) = 1.5$ ve diğer verileri (2) ve (3) de yerine koyalım:

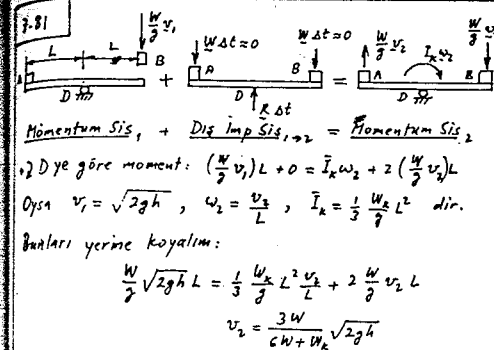
$$\frac{0.05}{g} (500) + R_x (0.0002) = \frac{20}{g} (1.5)$$

$$-0.05 (300) + R_y (0.0002) = 0$$

$$R_x = 5097 \text{ kg} \rightarrow$$

$$R_y = 7645 \text{ kg} \rightarrow$$

7.81



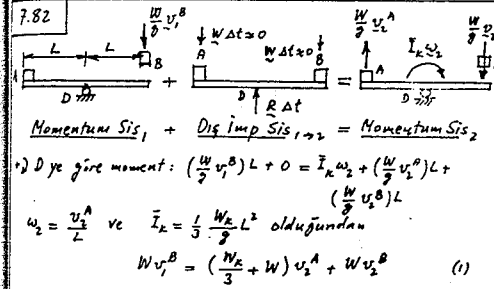
A'daki çocuğun fırlayacağı yükseklik iş ve enerji ilkesinden bulunur:

$$W h_A = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_2^2$$

$$h_A = \frac{v_2^2}{2g}$$

$$h_A = \left(\frac{3W}{6W + W_K} \right)^2 \frac{2gh}{2g} \quad h_A = h \left(\frac{3W}{6W + W_K} \right)^2$$

7.82

Elastik çarpışma, $e = 1$:

$$v_2^A - v_2^B = v_1^B - v_1^A$$

$$v_2^A = v_2^B \text{ olduğundan}$$

$$v_2^A - v_2^B = v_1^B - v_1^A$$

$$v_2^A = v_2^B = v_1^A \quad (2)$$

v_2^B nin (2) deki değerini (1) de yerine koyup v_2^A

yi çözelim:

$$v_2^A = \left(\frac{6W}{6W + W_K} \right) v_1^B \quad (3)$$

Oysa $(v_1^B)^2 = 2gh$, $(v_2^A)^2 = 2gh_A$ dir.

(3) ün iki yanının karesini alıp $(v_1^B)^2$ ve $(v_2^A)^2$ değerlerini yerine koyalım:

$$h_A = h \left(\frac{6W}{6W + W_K} \right)^2$$

Not: İşaret kuralımız gereğince v_2^B 4 gösterildi.

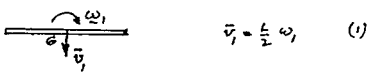
v_2^A nin (3) deki değerini (2) de yerine koyarak

$$v_2^B = \left(\frac{6W}{6W + W_K} - 1 \right) v_1^B = - \frac{W_K}{6W + W_K} v_1^B$$

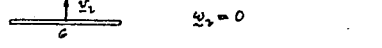
$$v_2^B = \frac{W_K}{6W + W_K} v_1^B \text{ olduğu anlaşılır.}$$

7.83

Çarpmadan hemen önce



Çarpıktan hemen sonra şöyle isteniyor:



İmpuls ve momentum ilkesi:



+ D'ye göre moment: $\bar{I} \omega_1 - m \bar{v}_1 (d - \frac{L}{2}) + 0 = m \bar{v}_2 (d - \frac{L}{2})$

(1) i göz önüne alıp $\bar{I} = \frac{1}{2} m L^2$ yazarak

$$\frac{1}{2} m L^2 \omega_1 - m (\frac{L}{2} \omega_1) (d - \frac{L}{2}) = m \bar{v}_2 (d - \frac{L}{2})$$

$$(2 L^2 - 3 L d) \omega_1 = (6 d - 3 L) \bar{v}_2 \quad (2)$$

Elastik çarpışma: $e = 1$

D'ye vuran noktanın hızı çarpmadan önce ve çarpıktan sonra aynıdır:

$$\bar{v}_2 = \omega d \quad (3)$$

$\bar{v}_2$ nin (3) deki değerini (2) de yerine koyalım:

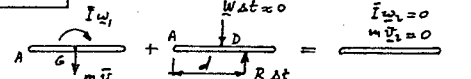
$$2 L^2 - 3 L d = 6 d^2 - 3 L d$$

$$L^2 = 3 d^2$$

$$d = L / \sqrt{3}$$

Not: $d < L / \sqrt{3}$ ise çubuk 2 açısal hızı ile geri sızar; $L / \sqrt{3} < d < 2L / 3$ ise çubuk 3 açısal hızı ile geri sızar. $d \geq 2L / 3$ olursa A da ayrıca bir impulsif reaksiyon vardır.

7.84



D'ye göre moment: $\bar{I} \omega_1 - m \bar{v}_1 (d - \frac{L}{2}) + 0 = 0$

$\bar{v}_1 = \frac{L}{2} \omega_1$ ve $\bar{I} = \frac{1}{12} m L^2$ olduğundan

$$\frac{1}{12} m L^2 \omega_1 - m (\frac{L}{2} \omega_1) (d - \frac{L}{2}) = 0$$

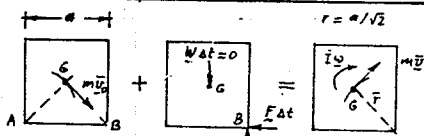
$$2 L^2 - 3 L d = 0$$

$$2 L = 3 d$$

$$d = 2 L / 3$$

Not: $d < 2L / 3$ için çubuk D etrafında 2 döner. $d \geq 2L / 3$ ise A ve D noktaları yere yapışık kalır. $d > 2L / 3$ ise çarpışma sırasında ek bir impulsif reaksiyon olur.

7.86



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+2 B ye göre moment: $I\omega_0 + 0 = I\omega + (m\bar{r})\bar{v}$

Oysa $\bar{v} = \bar{r}\omega$ ve $I = \frac{1}{6}ma^2$ olduğundan

$$\frac{1}{6}ma^2\omega_0 = \frac{1}{6}ma^2\omega + m\bar{r}\bar{v}$$

$\bar{r}^2 = \frac{a^2}{2}$ olduğuna göre

$$\frac{1}{6}ma^2\omega_0 = \frac{3}{2}ma^2\omega \quad \omega = \frac{\omega_0}{3}$$

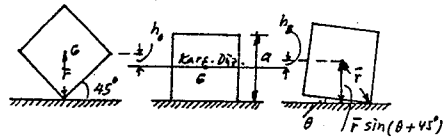
Kinetik enerji kaybı:

$$T_0 = \frac{1}{2}I\omega_0^2 \quad T = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega_0^2$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T_0 - T}{T_0} = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega_0^2} = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

Kaybolan kinetik enerji oranı = 8/9

7.86 Prob. 7.85 den: Çarpışma sırasında enerjinin 15/16 sı kaybolmuştur. O halde $V_{son} = \frac{1}{16}V_{ilk}$



$$V_{ilk} = Wh_0: h_0 = \bar{r} - \frac{a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{2}$$

$$V_{son} = Wh_2: h_2 = \bar{r} \sin(\theta + 45^\circ) - \frac{a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\theta + 45^\circ) - \frac{a}{2}$$

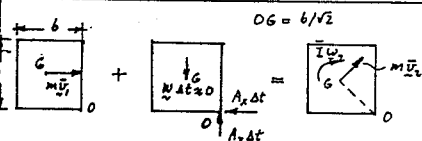
$$V_{son} = \frac{1}{16}V_{ilk} \text{ den: } \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\theta + 45^\circ) - \frac{a}{2} = \frac{1}{16} \left(\frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{2} \right)$$

$$\sin(\theta + 45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{16} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} + 8 \right)$$

$$\sin(\theta + 45^\circ) = \frac{2 + 15\sqrt{2}}{32} = 0,3254$$

$$\theta + 45^\circ = 46,3^\circ \quad \theta = 1,3^\circ$$

7.87



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+2 O ya göre moment: $(m\bar{v})\frac{b}{2} + 0 = I\omega_2 + (m\bar{v}_2)(OG)$

$OG = b/\sqrt{2}$ dir; blok O etrafında döndüğünden

$$\bar{v}_2 = (OG)\omega_2 = \frac{b}{\sqrt{2}}\omega_2 \quad I = \frac{1}{6}mb^2$$

O halde: $\frac{1}{2}m\bar{v}_2b = \frac{1}{2}mb^2\omega_2 + m\left(\frac{b}{\sqrt{2}}\right)^2\omega_2$

$$\frac{1}{2}\bar{v}_2b = \frac{1}{2}b^2\omega_2 + \frac{1}{2}b^2\omega_2$$

$$\frac{1}{2}\bar{v}_2 = \frac{3}{2}b\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{3\bar{v}_2}{4b}$$

$$\bar{v}_2 = \frac{b}{\sqrt{2}}\omega_2$$

$$\bar{v}_2 = \frac{3\sqrt{2}}{8}\bar{v}_1 \angle 45^\circ$$

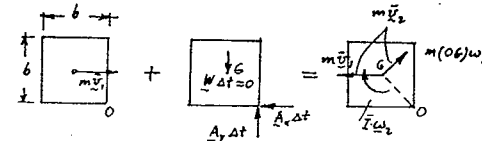
7.88

$e=1$ olduğu için çarpışmadan sonra A küresinin

hızı sola doğru $\bar{v}_1$ olur. C nin çarpışmadan sonraki

$$\bar{v}_2 \text{ hızı } \bar{v}_2 = \bar{v}_A + \bar{v}_{C/A} = [\bar{v}_1 \leftarrow] + [(OG)\omega_2 \angle 45^\circ]$$

İmpuls ve momentum ilkesi



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+2 O ya göre moment: $(m\bar{v}_1)\frac{b}{2} = I\omega_2 + m(OG)^2\omega_2 - (m\bar{v}_2)\frac{b}{2}$

Oysa $OG = \frac{b}{\sqrt{2}}$ ve $I = \frac{1}{6}mb^2$ olduğundan

$$m\bar{v}_1b = \frac{1}{6}mb^2\omega_2 + m\frac{b^2}{2}\omega_2$$

$$\bar{v}_1b = \frac{2}{3}b^2\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{3\bar{v}_1}{2b}$$

Kütle merkezinin hızı: Yukarıda yazıldığı gibi

$$\bar{v}_2 = [\bar{v}_1 \leftarrow] + [(OG)\omega_2 \angle 45^\circ]$$

$$= [\bar{v}_1 \leftarrow] + \left[\frac{b}{\sqrt{2}} \frac{3\bar{v}_1}{2b} \angle 45^\circ \right]$$

$$= [\bar{v}_1 \leftarrow] + \left[\frac{3}{2\sqrt{2}}\bar{v}_1 \angle 45^\circ \right]$$

$$= [\bar{v}_1 \leftarrow] + \left[\frac{3}{4}\bar{v}_1 \rightarrow \right] + \left[\frac{3}{4}\bar{v}_1 \uparrow \right]$$

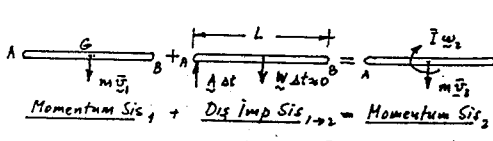
$$= \left[-\frac{1}{4}\bar{v}_1 \leftarrow \right] + \left[\frac{3}{4}\bar{v}_1 \uparrow \right]$$

O halde

$$(\bar{v}_2)_x = \frac{1}{4}\bar{v}_1 \leftarrow, (\bar{v}_2)_y = \frac{3}{4}\bar{v}_1 \uparrow$$

7.89

(a) Çarpışma plastik olduğundan $(\bar{v}_A)_2 = 0$



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+2 A ya göre mom: $(m\bar{v}_1)\frac{L}{2} + 0 = I\omega_2 + (m\bar{v}_2)\frac{L}{2}$

Oysa $\bar{v}_2 = \frac{L}{2}\omega_2$ ve $I = \frac{1}{12}mL^2$ olduğundan

$$\frac{1}{2}m\bar{v}_1L = \frac{1}{12}mL^2\omega_2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2\omega_2$$

$$\frac{1}{2}\bar{v}_1L = \frac{1}{3}L^2\omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{3}{2}\frac{\bar{v}_1}{L}$$

$$(\bar{v}_B)_2 = L\omega_2 = L\left(\frac{3}{2}\frac{\bar{v}_1}{L}\right)$$

$$(\bar{v}_B)_2 = \frac{3}{2}\bar{v}_1 \uparrow$$

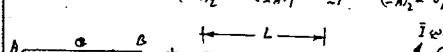
(b)

$$(\bar{v}_A)_3 = (\bar{v}_B)_3 = 0$$

7.90

(a) $(\bar{v}_A)_1 = \bar{v}_1$ ve $e=1$ olduğundan ilk

Çarpışmadan sonra $(\bar{v}_A)_2 = -(\bar{v}_A)_1 = -\bar{v}_1$ $(\bar{v}_B)_1 = \bar{v}_1 \uparrow$



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+2 A ya göre moment: $(m\bar{v}_1)\frac{L}{2} + 0 = I\omega_2 + (m\bar{v}_2)\frac{L}{2}$

Oysa $I = \frac{1}{12}mL^2$ ve $\bar{v}_2 = (\bar{v}_A)_2 + (\bar{v}_{B/A})_2$

$$= [-\bar{v}_1 \uparrow] + \left[\frac{L}{2}\omega_2 \uparrow \right]$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\omega_2 L - \bar{v}_1 \right] \uparrow$$

oldüğünden

$$\frac{1}{2}m\bar{v}_1L = \frac{1}{12}mL^2\omega_2 + m\left(-\frac{1}{2}\omega_2 L - \bar{v}_1\right)\frac{L}{2}$$

$$m\bar{v}_1L = \frac{1}{12}mL^2\omega_2 + \frac{1}{2}mL^2\omega_2$$

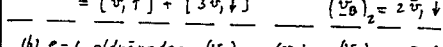
$$\bar{v}_1L = \frac{1}{3}L^2\omega_2 \quad \omega_2 = 3\frac{\bar{v}_1}{L} \quad (1)$$

$$\bar{v}_3 = \frac{L}{2}\omega_2 - \bar{v}_1 = \frac{3}{2}\bar{v}_1 - \bar{v}_1 \quad \bar{v}_3 = \frac{1}{2}\bar{v}_1 \downarrow \quad (2)$$

$$(\bar{v}_B)_2 = (\bar{v}_A)_2 + (\bar{v}_{B/A})_2 = [-\bar{v}_1 \uparrow] + [L\omega_2 \uparrow]$$

$$= [-\bar{v}_1 \uparrow] + [3\bar{v}_1 \uparrow] \quad (\bar{v}_B)_2 = 2\bar{v}_1 \uparrow$$

(b) $e=1$ olduğundan $(\bar{v}_B)_3 = -(\bar{v}_B)_2$ $(\bar{v}_B)_3 = 2\bar{v}_1 \uparrow$



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+2 B ye göre mom: $I\omega_2 - (m\bar{v}_2)\frac{L}{2} + 0 = I\omega_3 + (m\bar{v}_3)\frac{L}{2}$ (3)

Oysa $\bar{v}_3 = (\bar{v}_B)_3 + (\bar{v}_{A/B})_3 = [2\bar{v}_1 \uparrow] + \left[\frac{L}{2}\omega_3 \uparrow \right]$ (4)

(1), (2), (4) deki ω_2 , $\bar{v}_2$, $\bar{v}_3$ değerleri (3) de konursa

$$\frac{1}{12}mL^2\left(3\frac{\bar{v}_1}{L}\right) - m\frac{\bar{v}_1}{2}\frac{L}{2} = \frac{1}{12}mL^2\omega_3 + m\left(2\bar{v}_1 + \frac{L}{2}\omega_3\right)\frac{L}{2}$$

$$0 = \frac{1}{12}mL^2\omega_3 + m\bar{v}_1L$$

$$\omega_3 = -3\frac{\bar{v}_1}{L} \quad \omega_3 = 3\frac{\bar{v}_1}{L} \quad (5)$$

$$\bar{v}_3 = 2\bar{v}_1 + \frac{L}{2}\omega_3 = 2\bar{v}_1 + \frac{L}{2}\left(-3\frac{\bar{v}_1}{L}\right) \quad \bar{v}_3 = \frac{1}{2}\bar{v}_1 \uparrow$$

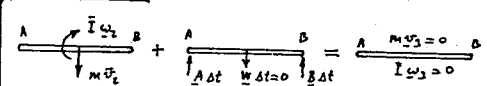
$$(\bar{v}_A)_3 = (\bar{v}_B)_3 + (\bar{v}_{A/B})_3 = [2\bar{v}_1 \uparrow] + \left[L\frac{3\bar{v}_1}{L} \uparrow \right]$$

$$(\bar{v}_A)_3 = \bar{v}_1 \uparrow$$

Devamı yandı

7.91 (devamı)

(b)



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+2 B ye göre mom: $I\omega_2 - (m\bar{v}_2)\frac{L}{2} + (A\Delta t)L = 0$

ω_2 ve $\bar{v}_2$ yerine (1) ve (2) deki değerlerini koyarak

$$(A\Delta t)L = -\frac{1}{12}mL^2\left(3\frac{\bar{v}_1}{L}\right) + \left(\frac{3}{2}\bar{v}_1\right)\frac{L}{2}$$

$$A\Delta t = \frac{1}{4}m\bar{v}_1 \uparrow$$

(c) +f y bileşenleri: $-m\bar{v}_2 + A\Delta t + B\Delta t = 0$

$$-\frac{3}{4}m\bar{v}_1 + \frac{1}{4}m\bar{v}_1 + B\Delta t = 0$$

$$B\Delta t = \frac{1}{2}m\bar{v}_1 \uparrow$$

7.92

Prob. 7.87 deki diyagramı kullanacağız.

+x bileşenleri: $m\bar{v}_1 - A_x\Delta t = m\bar{v}_2 \cos 45^\circ$

+y bileşenleri: $0 + A_y\Delta t = m\bar{v}_2 \sin 45^\circ$

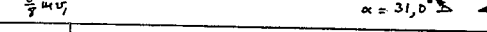
Oysa Prob. 7.87 den $\bar{v}_2 = \frac{3\sqrt{2}}{8}\bar{v}_1$ olduğundan

$$A_x\Delta t = m\bar{v}_1 - \frac{3\sqrt{2}}{8}m\bar{v}_1\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{5}{8}m\bar{v}_1$$

$$A_y\Delta t = \frac{3\sqrt{2}}{8}m\bar{v}_1\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3}{8}m\bar{v}_1$$

$$\tan \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5} \quad \alpha = 31,0^\circ$$

7.93 Enerjinin korunumu



$$T_1 = 0 \quad V_1 = W\frac{L}{2}$$

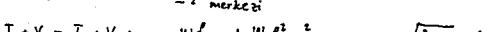
$$T_2 = \frac{1}{2}I\omega_2^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}W\frac{L^2}{g}\right)\omega_2^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2}W\frac{L^2}{g}\omega_2^2$$

$$V_2 = 0$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2: W\frac{L}{2} = \frac{1}{2}W\frac{L^2}{g}\omega_2^2 \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{L}} \quad (1)$$

İmpuls ve momentum ilkesi



Momentum Sis. + Dis. Imp. Sis. = Momentum Sis.

+3 B ye göre mom: $I\omega_2 + (m\bar{v}_2)\frac{L}{2} - (A\Delta t)L = 0$ (2)

Oysa $I = \frac{1}{12}mL^2$ ve $\bar{v}_2 = \frac{L}{2}\omega_2$ dir. O halde

$$(A\Delta t)L = \frac{1}{12}mL^2\omega_2 + m\left(\frac{L}{2}\right)\omega_2 = \frac{1}{2}mL^2\omega_2$$

$$A\Delta t = \frac{1}{2}W\frac{L}{g}\sqrt{\frac{2g}{L}} \quad A\Delta t = W\sqrt{\frac{2}{3g}} \uparrow$$

+f y bileşenleri: $-m\bar{v}_2 + A\Delta t + B\Delta t = 0$ (3)

$$-\frac{W}{2}\left(\frac{L}{g}\sqrt{\frac{2g}{L}}\right) + W\sqrt{\frac{2}{3g}} + B\Delta t = 0$$

$$B\Delta t = W\sqrt{\frac{2}{3g}}\left(\frac{3}{2}-1\right)$$

$$B\Delta t = W\sqrt{\frac{2}{12g}} \uparrow$$

7.94 Enerjinin korunumu

$T_1 = 0 \quad V_1 = W \frac{\ell}{2}$
 $T_2 = \frac{1}{2} I_B \omega_2^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} W \frac{\ell^2}{g} \right) \omega_2^2$
 $V_2 = 0$
 $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$
 $W \frac{\ell}{2} = \frac{1}{2} W \frac{\ell^2}{g} \omega_2^2 \quad \omega_2 = \sqrt{3g/\ell}$ (1)

İmpuls ve momentum ilişkisi

$\vec{L}_1 = \vec{L}_2$
 $\vec{L}_1 = I_B \omega_1$
 $\vec{L}_2 = I_B \omega_2$
 $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$
 $I_B \omega_1 = I_B \omega_2$
 $\omega_1 = \omega_2$

Momentum Sis₁ + Dis İmp Sis_{1,2} = Momentum Sis₂

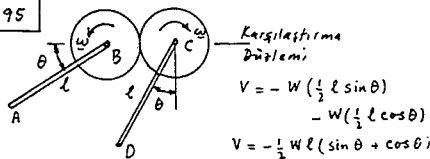
2) B'ye göre moment: $\vec{L}_1 + (m\vec{v}_1) \frac{\ell}{2} - (A\Delta t)\ell = 0$ (2')

3) y bileşenleri: $-m\vec{v}_2 + A\Delta t + B\Delta t = 0$ (3')

(1'), (2'), (3') denklemlerinin Prob. 7.93'deki (1), (4), (3) denklemlerinin aynı olduğu görülmektedir. Ayrıca $\vec{v}_2 = \frac{\ell}{2} \omega_2$ olduğundan çözüm aynı olur:

$A\Delta t = W \sqrt{\ell/3g} \quad B\Delta t = W \sqrt{\ell/12g}$

7.95



$T = \frac{1}{2} I_B \omega^2 + \frac{1}{2} I_C \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{W}{g} \frac{\ell^2}{3} \right) \omega^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{g} \frac{\ell^2}{3} \right) \omega^2$
 $T = \frac{1}{3} W \frac{\ell^2}{g} \omega^2$

0 halde $T + V = \frac{1}{3} W \frac{\ell^2}{g} \omega^2 - \frac{1}{2} W \ell (\sin \theta + \cos \theta)$

Başlangıçta $\theta = 0, \omega = 0 : T_0 + V_0 = -\frac{1}{2} W \ell$

$T + V = T_0 + V_0$ yazalım:

$\frac{1}{3} W \frac{\ell^2}{g} \omega^2 - \frac{1}{2} W \ell (\sin \theta + \cos \theta) = -\frac{1}{2} W \ell$

$\omega^2 = \frac{3g}{2\ell} (\sin \theta + \cos \theta - 1)$

(a) $\theta = 30^\circ : \omega^2 = \frac{3g}{2\ell} (0,5 + 0,866 - 1) = 0,547 \frac{g}{\ell}$

$\omega = 0,741 \sqrt{g/\ell}$

(b) $\theta = 45^\circ : \omega^2 = \frac{3g}{2\ell} (0,707 + 0,707 - 1) = 0,621 \frac{g}{\ell}$

$\omega = 0,798 \sqrt{g/\ell}$

(c) $\theta = 60^\circ : \omega^2 = \frac{3g}{2\ell} (0,866 + 0,5 - 1) = 0,547 \frac{g}{\ell}$

$\omega = 0,741 \sqrt{g/\ell}$

Not: Hızın maksimum olduğu açı:

$\frac{d(\omega^2)}{d\theta} = \frac{3g}{2\ell} (\cos \theta - \sin \theta) = 0$
 $\sin \theta = \cos \theta \quad \theta = 45^\circ$

(b) şıkkından:

$\omega_{\max} = 0,798 \sqrt{g/\ell}$

7.96

İmpulsun yatay bileşeni bulunmadığı için momentumun yatay bileşeni de sıfır olur.

$\vec{L}_1 = \vec{L}_2$
 $\vec{L}_1 = I_B \omega_1$
 $\vec{L}_2 = I_B \omega_2$
 $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$
 $I_B \omega_1 = I_B \omega_2$
 $\omega_1 = \omega_2$

Momentum Sis₁ + Dis İmp Sis_{1,2} = Momentum Sis₂

2) A'ya göre moment: $(m\vec{v}_1) \frac{\ell}{2} \sin \beta + 0 = \vec{L}_2 + (m\vec{v}_2) \frac{\ell}{2} \sin \beta$ (1)

(v_{A1})₂ yatay: $(v_{A1})_2 = \vec{v}_2 + (v_{A1})_1$

$[(v_{A1})_2] = [\vec{v}_2] + [\frac{\ell}{2} \omega_2 \sin \beta]$

O halde: $\vec{v}_2 = \frac{\ell}{2} \omega_2 \sin \beta$

(a) $\vec{v}_2$ yi (1) de yerine koyup $\vec{L}_2 = \frac{1}{2} W \frac{\ell^2}{g}$ olarak

$m\vec{v}_2 \frac{\ell}{2} \sin \beta = \frac{1}{2} W \frac{\ell^2}{g} \omega_2 + (m\frac{\ell}{2} \omega_2 \sin \beta) \frac{\ell}{2} \sin \beta$

$\frac{1}{2} \frac{W}{g} \frac{\ell^2}{g} \sin \beta = \frac{1}{2} W \frac{\ell^2}{g} \omega_2 + \frac{1}{4} W \frac{\ell^2}{g} \omega_2 \sin^2 \beta$

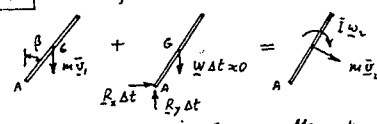
$\omega_2 = \frac{6\vec{v}_2 \sin \beta}{\ell (3 \sin^2 \beta + 1)}$

(b) Hız üçgeninden: $(v_{A1})_2 = \frac{\ell}{2} \omega_2 \cos \beta = \frac{6\vec{v}_2 \sin \beta \cos \beta}{\ell (3 \sin^2 \beta + 1)}$

$(v_{A1})_2 = 3\vec{v}_2 \frac{\sin \beta \cos \beta}{3 \sin^2 \beta + 1}$

7.97

A etrafında dönme:

Momentum Sis₁ + Dis İmp Sis_{1,2} = Momentum Sis₂

2) A'ya göre moment: $(m\vec{v}_1) \frac{\ell}{2} \sin \beta + 0 = \vec{L}_2 + (m\vec{v}_2) \frac{\ell}{2} \sin \beta$

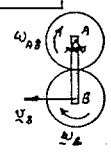
Oysa $\vec{v}_2 = \frac{\ell}{2} \omega_2$ ve $\vec{L}_2 = \frac{1}{2} W \frac{\ell^2}{g}$ olduğundan

$m\vec{v}_2 \frac{\ell}{2} \sin \beta = \frac{1}{2} W \frac{\ell^2}{g} \omega_2 + (m\frac{\ell}{2} \omega_2 \sin \beta) \frac{\ell}{2} \sin \beta$

$\omega_2 = \frac{3\vec{v}_2 \sin \beta}{\ell (3 \sin^2 \beta + 1)}$

7.98

Kinematik: 2 konumunda



$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AB} = \frac{v_B}{2r}$

B dişlisi, sabit olan A dişlisi etrafında yuvarlandığından

$\omega_B = \frac{v_B}{r}$

B dişlisi: $M = 2 \text{ kg}$, AB çubuğu: $m = 1,5 \text{ kg}$

$T_1 = 0 \quad U_{1+2} = W(2r) + W(r)$

$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_B^2 + \frac{1}{2} (I_{dişli}) \omega_B^2 + \frac{1}{2} (I_{AB}) \omega_{AB}^2$

$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_B^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{g} \frac{r^2}{2} \right) \left(\frac{v_B}{r} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{W}{g} \frac{(2r)^2}{3} \right) \left(\frac{v_B}{2r} \right)^2$

$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) v_B^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \frac{5}{2} v_B^2$

$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) v_B^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \frac{5}{2} v_B^2$

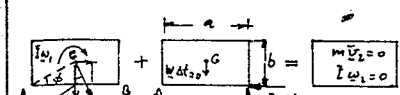
O halde: $T_1 + U_{1+2} = T_2 \quad (2)(0,24) + (1,5)(0,12) = \frac{35}{18} \frac{v_B^2}{g}$

$v_B^2 = \frac{18(0,66)}{35} g = 3,33$

$v_B = 1,82 \text{ m/s}$

7.99

Sandığın B etrafında dönmek üzere olduğu limit halini göz önüne alalım. Son hızlar sıfır olacak, A kögesindeki reaksiyon sıfır olacaktır.

Momentum Sis₁ + Dis İmp Sis_{1,2} = Momentum Sis₂

2) B'ye göre moment: $\vec{L}_1 + (m\vec{v}_1) \frac{b}{2} - (m\vec{v}_2) \frac{a}{2} + 0 = 0$ (1)

$\sin \phi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \cos \phi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$\vec{v}_1 = (AG) \omega_1 = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2} \omega_1$

$(m\vec{v}_1)_x = (m\vec{v}_1) \sin \phi = \frac{m}{2} \sqrt{a^2 + b^2} \omega_1 \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{2} m b \omega_1$

$(m\vec{v}_1)_y = m\vec{v}_1 \cos \phi = \frac{1}{2} m a \omega_1$

Ayrıca: $\vec{L}_1 = \frac{1}{2} (a^2 + b^2) \omega_1$

Boylece: $\frac{1}{2} (a^2 + b^2) m \omega_1 + \frac{1}{2} (m b \omega_1) \frac{b}{2} - \frac{1}{2} (m a \omega_1) \frac{a}{2} = 0$

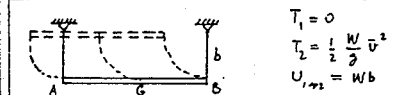
$\frac{1}{2} m b^2 \omega_1 - \frac{1}{2} m a^2 \omega_1 = 0$

$b^2 = a^2 \quad \frac{b}{a} = 1$

Not: $\frac{b}{a} > \frac{1}{2}$ için sandık B etrafında döner. $\frac{b}{a} < \frac{1}{2}$ olursa A tabandan ayrılır, hem A'da, hem de B'de reaksiyon bulunur.

7.100

Eğrisel ötelenmede iş ve enerji:



$T_1 = 0$

$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2$

$U_{1+2} = Wb$

$T_1 + U_{1+2} = T_2 \quad Wb = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2 \quad v^2 = 2gb$

(a) DB kopmadan önce dinamik denge:

$\vec{a}_1 = \frac{v^2}{r} = \frac{2gb}{g} = 2g$

$F_{AC} + F_{BD} = W + \frac{W}{g} (2g) = 3W$

$F_{AC} = 3W$

(b) BD koptuktan hemen sonra kinematik:

A daire çizeceğinden

$\vec{a}_A = \frac{v^2}{r} = 2g$

$\vec{a} = \vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_{AB} = (2g) + \frac{v^2}{r}$

$\vec{a} = \left(\frac{1}{2} \alpha - 2g \right) r$

BD koptuktan sonra dinamik denge

2) $\sum M_A = 0$:

$\frac{1}{2} (m\vec{a}) + \vec{L}_1 - \frac{1}{2} W = 0$

$\frac{1}{2} \left(\frac{W}{g} \right) \left(\frac{1}{2} \alpha - 2g \right) + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \frac{L^2}{r} - \frac{1}{2} W = 0$

$\alpha = 4,5g/L$

2) $\sum M_B = 0: \vec{L}_1 - F_{AC} \left(\frac{L}{2} \right) = 0$

$F_{AC} = \frac{2\vec{L}_1}{L} = \frac{2}{L} \frac{W}{g} \frac{L^2}{r} (4,5) \frac{1}{2}$

$F_{AC} = \frac{3W}{4}$

7.101

(a) BD kopmadan önce (b) BD koptuktan sonra

Prob. 7.100 a dan:

$a = 2g$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

$W = \frac{W}{L} + \frac{W}{2L} (2g) = \frac{3W}{2L}$

Prob. 7.100 b den:

A dan x uzaklığında ivme

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

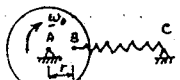
$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L})$

$a = a_1 - ax = (2g - 4,5g \frac{x}{L$

7.103

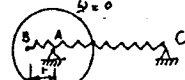
Limit hal olarak ikinci konumda $\omega = 0$ dir.

$$T_0 = \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$$

$$V_0 = 0$$

$$T_0 + V_0 = T + V: \quad \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2 = \frac{1}{2} k (2r)^2$$

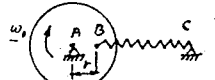
$$\omega^2 = \frac{4r^2 k}{\bar{I}} \quad \omega = 2r \sqrt{k/\bar{I}}$$



$$T = 0$$

$$V = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k (2r)^2$$

7.104

İkinci konumda $\omega = (0.98) \omega_0 = 0.98 \omega_0$ 

$$T_0 = \frac{1}{2} \bar{I} \omega_0^2$$

$$V_0 = 0$$

$$T_0 + V_0 = T + V:$$

$$\frac{1}{2} \bar{I} \omega_0^2 = \frac{1}{2} \bar{I} (0.98)^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} k (4r^2)$$

$$\bar{I} (1 - 0.98^2) \omega_0^2 = 4kr^2$$

$$\omega_0^2 = \frac{4kr^2}{0.0376 \bar{I}}$$

$$\text{Veriler: } \bar{I} = 2 \text{ kgm}^2, k = 18 \text{ kg/cm}, r = 0.05 \text{ m}$$

$$\omega_0^2 = \frac{4(18 \text{ kg/cm})(100 \text{ cm/m})(0.05)^2}{(0.0376)(2)} = 227.3$$

$$\omega_0 = 15.08 \text{ rad/san}$$

$$\omega_0 = 144.0 \text{ dev/dak}$$

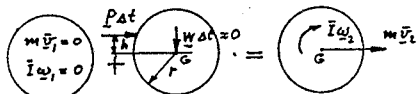
$$\text{İkinci konumda: } \omega = 0.98 \omega_0$$

$$= 0.98 (144.0)$$

$$\omega = 141.1 \text{ dev/dak}$$

$$\omega_{\max} = 144.0 \text{ dev/dak}, \quad \omega_{\min} = 141.1 \text{ dev/dak}$$

7.105



$$\text{Momentum Sis}_1 + \text{Dis İmp Sis}_{1 \rightarrow 2} = \text{Momentum Sis}_2$$

$$+ \text{G'ye göre moment: } (Pat)h = \bar{I} \omega_2$$

$$\text{t}_x \text{ bileşenleri: } Pat = m \bar{v}_2$$

$$Pat \text{ yi yok edelim: } (m \bar{v}_2)h = \bar{I} \omega_2$$

$$\bar{I} = \frac{2}{5} m r^2 \text{ koyup } h \text{ yı bulalım:}$$

$$m \bar{v}_2 h = \frac{2}{5} m r^2 \omega_2$$

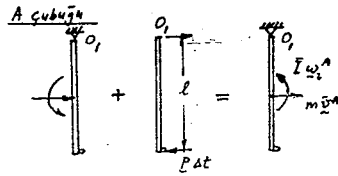
$$h = \frac{2}{5} \frac{r^2 \omega_2}{\bar{v}_2}$$

$$\bar{v}_2 = r \omega_2 \text{ olduğundan}$$

$$h = \frac{2}{5} r$$

7.106

Çarpışma:

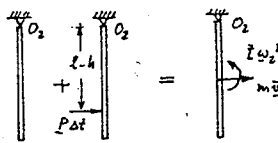
*) O₁ e göre moment:

$$(m \bar{v}_1^A) \frac{\ell}{2} + \bar{I} \omega_1^A - (Pat)\ell = (m \bar{v}_2^A) \frac{\ell}{2} + \bar{I} \omega_2^A$$

$$\bar{v}_1^A = \frac{\ell}{2} \omega_1^A \text{ olduğundan, } \bar{I} = \frac{1}{12} m \ell^2 \text{ yi de göz önüne}$$

$$\text{alarak } \frac{1}{3} m \ell^2 \omega_1^A - (Pat)\ell = \frac{1}{3} m \ell^2 \omega_2^A \quad (1)$$

B çubuğu:

*) O₂ ye göre moment:

$$(Pat)(\ell - h) = \bar{I} \omega_2^B + (m \bar{v}_2^B) \frac{\ell}{2}$$

$$(Pat)(\ell - h) = \frac{1}{12} m \ell^2 \omega_2^B + (m \frac{\ell}{2} \omega_2^A) \frac{\ell}{2}$$

$$(Pat)(\ell - h) = \frac{1}{3} m \ell^2 \omega_2^B \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemleri arasında Pat yi yok edelim:

$$(\ell - h)(\omega_1^A - \omega_2^A) = \ell \omega_2^B \quad (3)$$

Çarpışma noktalarının bağıl hızları

$$(\ell - h)\omega_2^B - \ell \omega_1^A = e \ell \omega_1^A \quad (4)$$

h = $\frac{\ell}{2}$, e = $\frac{1}{2}$ koyup (3) ve (4) arasında ω_2^B yi yok edersek

$$3\omega_1^A = 5\omega_2^B \quad (5)$$

Enerjinin korunumu: A için çarpımadan önce:

$$\frac{1}{2} I_0 (\omega_1^A)^2 = m g \frac{\ell}{2} \quad (6)$$

B için çarpıktan sonra

$$\frac{1}{2} I_0 (\omega_2^B)^2 = m g \frac{\ell}{2} (1 - \cos \theta) \quad (7)$$

(5), (6) ve (7) den

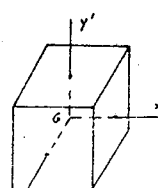
$$1 - \cos \theta = \left(\frac{\omega_1^A}{\omega_2^B} \right)^2 = \left(\frac{3}{5} \right)^2$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} = 0.64$$

$$\theta = 50.2^\circ$$

18.1

Simetri nedeniyle köşegen asal atalet eksenidir.



Ağırlık merkezinden geçen eksenlere göre

$$I_x = I_y = I_z = \frac{1}{6} m a^2$$

O halde G den geçen her eksene göre

$$I = \frac{1}{6} m a^2$$

Köşegenler de B den geçtiğinden

$$I_{kz} = \frac{1}{6} m a^2$$

O dan geçen asal eksenlerden biri OA köşegenidir:

$$I_{OA} = \frac{1}{6} m a^2$$

Öteki iki asal eksen CA, y diktir ve simetri nedeniyle

o iki atalet momenti (I_2 ve I_3)

birbirine eşittir. Atalet momentlerinin herhangi bir noktadaki ortogonal

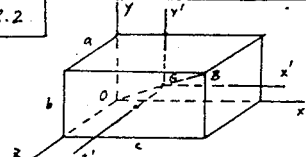
takımdaki değerlerinin toplamı invariant olduğu için

$$I_x + I_y + I_z = I_x' + I_y' + I_z'$$

$$3 \left[\frac{1}{6} m a^2 + m \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 \right] = \frac{1}{6} m a^2 + 2 I_2$$

$$I_2 = \frac{11}{12} m a^2 \quad I_3 = \frac{11}{12} m a^2$$

8.2

Ağırlık merkezinden geçen x', y', z' eksen takımını kullanacağız.

$$\lambda_{OB} = \lambda_x \hat{i} + \lambda_y \hat{j} + \lambda_z \hat{k}$$

$$\lambda_x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \lambda_y = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \lambda_z = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\bar{I}_x = \frac{m}{12} (b^2 + c^2) \quad \bar{I}_y = \frac{m}{12} (a^2 + c^2) \quad \bar{I}_z = \frac{m}{12} (a^2 + b^2)$$

$$\bar{P}_{xy} = \bar{P}_{yz} = \bar{P}_{zx} = 0$$

(8.14) deklemini

$$I_{OB} = \bar{I}_x \lambda_x^2 + \bar{I}_y \lambda_y^2 + \bar{I}_z \lambda_z^2 - 2 \bar{P}_{xy} \lambda_x \lambda_y - 2 \bar{P}_{yz} \lambda_y \lambda_z - 2 \bar{P}_{zx} \lambda_z \lambda_x$$

$$= \frac{m}{12 (\sqrt{a^2 + b^2 + c^2})^2} (a^2 b^2 + a^2 c^2 + a^2 b^2 + b^2 c^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2)$$

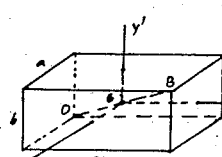
$$I_{OB} = \frac{m}{6} \frac{a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2}{a^2 + b^2 + c^2}$$

(b) Verilenler: $m = \frac{40}{g}$, $a = 0.60 \text{ m}$, $b = 0.50 \text{ m}$, $c = 0.40 \text{ m}$

$$I_{OB} = \frac{40}{g} \frac{(0.60)^2 (0.50)^2 + (0.60)^2 (0.40)^2 + (0.50)^2 (0.40)^2}{(0.60)^2 + (0.50)^2 + (0.40)^2}$$

$$I_{OB} = 0.166 \text{ kgm}^2$$

8.3

Ağırlık merkezinden geçen x', y', z' eksen takımını kullanacağız.

$$\lambda_{OB} = \frac{OB}{OB} = \lambda_x \hat{i} + \lambda_y \hat{j} + \lambda_z \hat{k}$$

$$\lambda_x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \lambda_y = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \lambda_z = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\omega = \omega_{OB} = \omega \frac{a \hat{i} + b \hat{j} + c \hat{k}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\omega_x = \frac{\omega a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \omega_y = \frac{\omega b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad \omega_z = \frac{\omega c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Ağırlık merkezinden geçen x', y', z' eksenlerine göre

$$\bar{I}_x = \frac{m}{12} (b^2 + c^2) \quad \bar{I}_y = \frac{m}{12} (a^2 + c^2) \quad \bar{I}_z = \frac{m}{12} (a^2 + b^2)$$

$$\bar{P}_{xy} = \bar{P}_{yz} = \bar{P}_{zx} = 0$$

(8.9) denklemini kullanarak:

$$h_x = \bar{I}_x \omega_x - \bar{P}_{xy} \omega_y - \bar{P}_{xz} \omega_z = \frac{\omega m}{12} \frac{a(b^2 + c^2)}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$h_y = -\bar{P}_{xy} \omega_x + \bar{I}_y \omega_y - \bar{P}_{yz} \omega_z = \frac{\omega m}{12} \frac{b(a^2 + c^2)}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$h_z = -\bar{P}_{xz} \omega_x - \bar{P}_{yz} \omega_y + \bar{I}_z \omega_z = \frac{\omega m}{12} \frac{c(a^2 + b^2)}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$h = \frac{\omega m}{12 \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} [a(b^2 + c^2) \hat{i} + b(a^2 + c^2) \hat{j} + c(a^2 + b^2) \hat{k}]$$

$$\text{Verilenler: } \omega = 20 \text{ rad/san}$$

$$m = \frac{40}{g}$$

$$a = 0.60 \text{ m} \quad b = 0.50 \text{ m} \quad c = 0.40 \text{ m}$$

$$\frac{\omega m}{12 \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{20(40/g)}{12 \sqrt{(0.60)^2 + (0.50)^2 + (0.40)^2}} = 7.744$$

$$h = 7.744 [0.60(0.50^2 + 0.40^2) \hat{i} + 0.50(0.60^2 + 0.40^2) \hat{j} + 0.40(0.60^2 + 0.50^2) \hat{k}]$$

$$h = 1.905 \hat{i} + 2.013 \hat{j} + 1.870 \hat{k} \quad (\text{kgm} \cdot \text{cm})$$

$$h = 1.905 \hat{i} + 2.013 \hat{j} + 1.870 \hat{k} \quad (\text{kgm} \cdot \text{cm})$$

$$h = 1.905 \hat{i} + 2.013 \hat{j} + 1.870 \hat{k} \quad (\text{kgm} \cdot \text{cm})$$

| Başka yoldan çözüm:

$$\bar{I}_x = \frac{m}{12} (b^2 + c^2) = \frac{40}{12g} (0.50^2 + 0.40^2) = 0.7393$$

$$\bar{I}_y = \frac{m}{12} (a^2 + c^2) = \frac{40}{12g} (0.60^2 + 0.40^2) = 0.9867$$

$$\bar{I}_z = \frac{m}{12} (a^2 + b^2) = \frac{40}{12g} (0.60^2 + 0.50^2) = 0.8033$$

$$\omega_x = \frac{\omega a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{(20)(0.60)}{\sqrt{0.77}} = 13.678$$

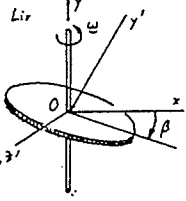
$$\omega_y = \frac{\omega b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{(20)(0.50)}{\sqrt{0.77}} = 11.396$$

$$\omega_z = \frac{\omega c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{(20)(0.40)}{\sqrt{0.77}} = 9.117$$

$$\bar{P}_{xy} = \bar{P}_{yz} = \bar{P}_{zx} = 0 \text{ olduğundan } h = \bar{I}_x \omega_x \hat{i} + \bar{I}_y \omega_y \hat{j} + \bar{I}_z \omega_z \hat{k}$$

$$h = 1.905 \hat{i} + 2.013 \hat{j} + 1.870 \hat{k} \quad (\text{kgm} \cdot \text{cm})$$

7.103



Ox'y'z' takimini diske bağlayalım. Bu eksenler asal eksenlerdir:

$$\begin{aligned} \bar{I}_x &= \frac{1}{4} m a^2 \\ \bar{I}_y &= \frac{1}{2} m a^2 \\ \bar{I}_z &= \frac{1}{4} m a^2 \end{aligned}$$

Açısal hızı x', y' ve z' doğrultularında bileşenlere ayıralım:

$$\omega_x = -\omega \sin \beta \quad \omega_y = \omega \cos \beta \quad \omega_z = 0$$

$$\dot{h}_0 = \bar{I}_x \omega_x \dot{\beta} + \bar{I}_y \omega_y \dot{\beta} + \bar{I}_z \omega_z \dot{\beta}$$

$$\dot{h}_0 = -\frac{1}{4} m \omega a^2 \sin \beta \dot{\beta} + \frac{1}{2} m \omega a^2 \cos \beta \dot{\beta}$$

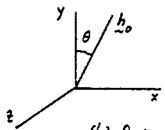
Oysa: $\dot{\beta} = \cos \beta \dot{\beta} - \sin \beta \dot{\beta}$ ve $\dot{\beta} = \sin \beta \dot{\beta} + \cos \beta \dot{\beta}$ dir.

$$\dot{h}_0 = -\frac{1}{4} m \omega a^2 \sin \beta (\cos \beta \dot{\beta} - \sin \beta \dot{\beta}) + \frac{1}{2} m \omega a^2 \cos \beta (\sin \beta \dot{\beta} + \cos \beta \dot{\beta})$$

$$\dot{h}_0 = \frac{1}{4} m \omega a^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\beta} + \frac{1}{4} m \omega a^2 (\sin^2 \beta + 2 \cos^2 \beta) \dot{\beta}$$

$$h_x = \frac{1}{4} m \omega a^2 \sin \beta \cos \beta = \frac{1}{4} m \omega a^2 \sin 2\beta$$

$$h_y = \frac{1}{4} m \omega a^2 (1 + \cos^2 \beta) = \frac{1}{8} m \omega a^2 (3 + \cos 2\beta)$$



(b) θ nin maksimum olması için β nin değeri (tg θ maksimum):

$$\frac{d \tan \theta}{d \beta} = \frac{(3 + \cos 2\beta) 2 \cos 2\beta + 2 \sin^2 2\beta}{(3 + \cos 2\beta)^2} = 0$$

$$3 \cos 2\beta + \cos^2 2\beta + \sin^2 2\beta = 0$$

$$3 \cos 2\beta + 1 = 0$$

$$\cos 2\beta = -\frac{1}{3} \quad 2\beta = 109,4^\circ \quad \beta = 54,7^\circ$$

8.5

$$h_0 \cdot \omega = (h_x \dot{\beta} + h_y \dot{\beta} + h_z \dot{\beta}) \cdot (\omega_x \dot{\beta} + \omega_y \dot{\beta} + \omega_z \dot{\beta})$$

$$h_0 \cdot \omega = h_x \omega_x + h_y \omega_y + h_z \omega_z$$

h_x, h_y, h_z yerine 5.323, (8.9) denklemindeki değerleri koyalım:

$$h_0 \cdot \omega = (I_x \omega_x - P_{xy} \omega_y - P_{xz} \omega_z) \omega_x + (-P_{xy} \omega_x + I_y \omega_y - P_{yz} \omega_z) \omega_y + (-P_{xz} \omega_x - P_{yz} \omega_y + I_z \omega_z) \omega_z$$

$$h_0 \cdot \omega = I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2 - 2 P_{xy} \omega_x \omega_y - 2 P_{yz} \omega_y \omega_z - 2 P_{xz} \omega_x \omega_z$$

Sağ taraf 2T ye eşitliir [bkz. 5.327, Denk. (8.18)]

$$h_0 \cdot \omega = 2T$$

(b) Skaler çarpım $h_0 \cdot \omega$

8.6

OB köşegenini sabit eksen olarak görebiliriz.

$$T = \frac{1}{2} I_{OB} \omega^2$$

(5.283 de (7.10) denkleminin altındaki paragrafa bkz.)

$$\text{Prob. 8.2 den } I_{OB} = 0,166 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$T = \frac{1}{2} (0,166) (20)^2 = 33,1 \quad T = 33,1 \text{ kgm}$$

Başka yoldan çözüm:

$$(8.14) \text{ denklemleri: } T = \frac{1}{2} (\bar{I}_x \omega_x^2 + \bar{I}_y \omega_y^2 + \bar{I}_z \omega_z^2)$$

Prob. 8.3 den:

$$\bar{I}_x = 0,1393 \quad \bar{I}_y = 0,1767 \quad \bar{I}_z = 0,2073$$

$$\omega_x = 13,675 \quad \omega_y = 11,396 \quad \omega_z = 9,117$$

Yukarıdaki denklemlerde yerine koyarak: $T = 33,1 \text{ kgm}$

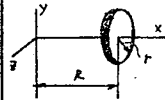
8.7

(a) B dişlisinin açısal hızı

Prob. 5.114 e bkz.

$$\omega = -\frac{R}{2r} \omega_1 \dot{\beta} + \frac{1}{2} \omega_1 \dot{\beta}$$

$$\omega_x = -\frac{R}{2r} \omega_1 \dot{\beta}, \quad \omega_y = \frac{1}{2} \omega_1 \dot{\beta}, \quad \omega_z = 0$$



(b) O ye göre açısal momentum

$$I_x = \frac{1}{2} m r^2 \quad I_y = I_z = \left[\frac{1}{2} m r^2 + m R^2 \right]$$

x, y, z asal eksen oldukları için

$$\dot{h}_0 = I_x \omega_x \dot{\beta} + I_y \omega_y \dot{\beta} + I_z \omega_z \dot{\beta}$$

$$= \frac{1}{2} m r^2 \left(-\frac{R}{2r} \omega_1 \dot{\beta} \right) + \left[\frac{1}{2} m r^2 + m R^2 \right] \left(\frac{1}{2} \omega_1 \dot{\beta} \right)$$

$$\dot{h}_0 = \frac{1}{2} m r^2 \omega_1 \left[-\frac{R}{2r} \dot{\beta} + \left(\frac{1}{2} + \frac{R^2}{r^2} \right) \dot{\beta} \right]$$

(c) Kinetik enerji. Eksenler asal olduğundan

$$T = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} m r^2 \left(-\frac{R}{2r} \omega_1 \right)^2 + \left(\frac{1}{2} m r^2 + m R^2 \right) \left(\frac{1}{2} \omega_1 \right)^2 \right]$$

$$= \frac{1}{8} m r^2 \omega_1^2 \left[\frac{R^2}{r^2} + \frac{1}{2} + \frac{R^2}{r^2} \right]$$

$$T = \frac{1}{32} m r^2 \omega_1^2 \left(6 \frac{R^2}{r^2} + 1 \right)$$

8.8

Verileri Prob. 8.7 deki sonuçlarda yerlerine koyalım.

$$\omega_1 = 600 \text{ dev/dak} = 62,8 \text{ rad/san}, \quad m = \frac{1}{2}$$

$$r = 0,04 \text{ m}, \quad R = 0,20 \text{ m}, \quad \frac{R}{r} = \frac{20}{4} = 5$$

$$(a) \omega = -\frac{9,20}{2(0,04)} (62,8) \dot{\beta} + \frac{1}{2} (62,8) \dot{\beta}$$

$$\omega = -157,1 \dot{\beta} + 31,4 \dot{\beta} \text{ (rad/san)}$$

$$(b) \dot{h}_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (0,04)^2 (62,8) \left[-\frac{5}{2} \dot{\beta} + \left(\frac{1}{2} + 25 \right) \dot{\beta} \right]$$

$$\dot{h}_0 = -0,0128 \dot{\beta} + 0,1293 \dot{\beta} \text{ (kg m}^2 \text{ s}^{-1})$$

$$(c) T = \frac{1}{32} \cdot \frac{1}{2} (0,04)^2 (62,8)^2 [6(25) + 1]$$

$$T = 3,04 \text{ kgm}$$

8.9

Bu mekanizmanın kinematiği Prob. 5.167 de incelenmiştir.

Prob. 5.167 den

$$(a) \omega = \frac{\omega_1}{a} [-b \sin \beta \dot{\beta} + (a + b \cos \beta) \dot{\beta}]$$

x', y', z' eksenlerini D ye bağlayalım; bu eksenler A dişlisinin asal eksenleridir.

$$\omega_1 = \omega_1 \dot{\beta}$$

$$\omega_1 = \omega_1 \sin \beta \dot{\beta} + \omega_1 \cos \beta \dot{\beta}$$

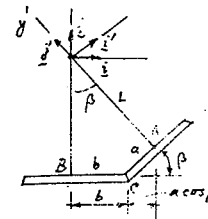
A dişlisi DA milinin etrafında dönebildiği için

$$\omega = \omega_1 \sin \beta \dot{\beta} + \omega_1 \dot{\beta}$$

Yazabiliriz.

C noktası

$$\dot{r}_C = -a \dot{\beta} - L \dot{\beta}$$



$$X_C = \omega \times r_C = 0$$

$$(\omega_1 \sin \beta \dot{\beta} + \omega_1 \dot{\beta}) \times (-a \dot{\beta} - L \dot{\beta}) = 0$$

$$(-\omega_1 L \sin \beta + \omega_1 a) \dot{\beta} = 0$$

$$\omega_1 = \frac{a}{L} \omega_1 \sin \beta$$

Böylece

$$\omega = \frac{\omega_1}{a} \sin \beta [a \dot{\beta} + L \dot{\beta}] \quad (1)$$

olar. Asal eksenler için

$$I_x = m [L^2 + \frac{1}{4} a^2] \quad I_y = \frac{1}{2} m a^2 \quad I_z = I_y \quad (2)$$

(b) D ye göre açısal momentum

$$\dot{h}_D = I_x \omega_x \dot{\beta} + I_y \omega_y \dot{\beta} + I_z \omega_z \dot{\beta}$$

$$= m [(L^2 + \frac{1}{4} a^2) (\frac{\omega_1}{a} \sin \beta) a \dot{\beta} + \frac{1}{2} a^2 (\frac{\omega_1}{a} \sin \beta) \dot{\beta} + 0]$$

$$\dot{h}_D = m \omega_1 a^2 \sin \beta \left\{ \left[\left(\frac{L}{a} \right)^2 + \frac{1}{4} \right] \dot{\beta} + \frac{1}{2} \frac{L}{a} \dot{\beta} \right\}$$

$$\dot{\beta} = \cos \beta \dot{\beta} + \sin \beta \dot{\beta} \text{ ve } \dot{\beta} = -\sin \beta \dot{\beta} + \cos \beta \dot{\beta} \text{ başın-}$$

lıklarını kullanarak $\dot{h}_D$ yi x, y, z takımına göre yazabiliriz:

$$\dot{h}_D = m \omega_1 a^2 \sin \beta \left\{ \left[\left(\frac{L}{a} \right)^2 + \frac{1}{4} \right] \cos \beta \dot{\beta} - \frac{1}{2} \frac{L}{a} \sin \beta \dot{\beta} \right\}$$

$$+ \left\{ \left[\left(\frac{L}{a} \right)^2 + \frac{1}{4} \right] \sin \beta \dot{\beta} + \frac{1}{2} \frac{L}{a} \cos \beta \dot{\beta} \right\} \dot{\beta}$$

(c) Kinetik enerji

$$(1) \text{ den: } \omega_x = \omega_1 \sin \beta \dot{\beta}, \quad \omega_y = \frac{a}{L} \omega_1 \sin \beta \dot{\beta}, \quad \omega_z = 0$$

x', y', z' asal eksenler olduklarından

$$T = \frac{1}{2} [I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2]$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ m [L^2 + \frac{1}{4} a^2] \omega_1^2 \sin^2 \beta + \frac{1}{2} m a^2 \left[\frac{a}{L} \omega_1 \sin \beta \right]^2 \right\}$$

$$T = \frac{1}{8} m a^2 \omega_1^2 \sin^2 \beta [1 + 6 \left(\frac{L}{a} \right)^2]$$

8.10

Veriler: $\omega_1 = 90 \text{ dev/dak} = 9,43 \text{ rad/san}$

$$m = \frac{1}{2} \quad a = 7,5 \text{ cm} \quad b = 20 \text{ cm} \quad \beta = 30^\circ$$

$$L \sin \beta = b + a \cos \beta$$

$$L = \frac{b + a \cos \beta}{\sin \beta} = \frac{20 + 7,5 \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$L = \frac{20 + 7,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{1/2} = 53,0 \text{ cm}$$

$$\frac{L}{a} = \frac{53,0}{7,5} = 7,065$$

Verileri Prob. 8.9 deki sonuçlarda yerine koyalım:

(a) Açısal hız:

$$\omega = \frac{9,43}{7,5} [-20(0,5) \dot{\beta} + (7,5 + 20 \cos 30^\circ) \dot{\beta}]$$

$$\omega = -12,57 \dot{\beta} + 31,2 \dot{\beta} \text{ (rad/san)}$$

(b) D ye göre açısal momentum

$$m \omega_1 a^2 \sin \beta = \frac{1}{2} (9,43) (0,075)^2 \sin 30^\circ = 0,005407$$

$$\left[\left(\frac{L}{a} \right)^2 + \frac{1}{4} \right] = (7,065)^2 + 0,25 = 50,17$$

$$\frac{1}{2} \frac{L}{a} = 3,532$$

$$\dot{h}_D = 0,005407 \left\{ (50,17) \cos 30^\circ - 3,532 \sin 30^\circ \right\} \dot{\beta}$$

$$+ 50,17 \sin 30^\circ + 3,532 \cos 30^\circ \dot{\beta} \dot{\beta}$$

$$\dot{h}_D = 0,2254 \dot{\beta} + 0,1522 \dot{\beta} \text{ (kg m}^2 \text{ s}^{-1})$$

(c) Kinetik enerji

$$T = \frac{1}{8} m \omega_1^2 a^2 \sin^2 \beta [1 + 6 \left(\frac{L}{a} \right)^2]$$

$$= \frac{1}{8} (0,005407) \sin^2 30^\circ [1 + 6 (7,065)^2]$$

$$T = 0,958 \text{ kgm}$$

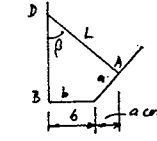
Sağlama. Prob. 8.8 deki bağıntıyı kullanalım:

$$2T = \dot{h}_D \omega$$

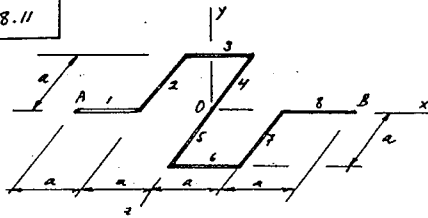
$$= (0,2254 \dot{\beta} + 0,1522 \dot{\beta}) \cdot (-12,57 \dot{\beta} + 31,2 \dot{\beta})$$

$$= 1,916$$

$$T = 0,958 \text{ (sağlanmaktadır).}$$



8.11



Krank milini, her birinin kütlesi $4a/g$ olan 8 elemandan oluşuyor kabul edelim.

$$I_x = 4 [2 \text{nin } I_{x1}] + 2 [2 \text{nin } I_{x2}] = 4 \left[\frac{1}{12} \frac{4a}{g} a^3 \right] + 2 \left[\frac{1}{12} \frac{4a}{g} a^3 \right]$$

$$I_x = \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g}$$

Elemanların her biri için $\bar{P}_{xz} = 0$ olduğuna dikkat ederek

$$P_{xz} = \frac{4a}{g} (-a) \left(-\frac{a}{2}\right) + \frac{4a}{g} \left(-\frac{a}{2}\right) (-a) + \frac{4a}{g} (a) \left(\frac{a}{2}\right) + \frac{4a}{g} \left(\frac{a}{2}\right) (a)$$

$$P_{xz} = 2 \frac{4a^3}{g} \quad P_{xy} = 0 \quad P_{yz} = 0$$

$$\omega = \omega_x \quad \omega_y = \omega \quad \omega_z = \omega_y = 0$$

Acısal momentum (S. 323, (8.9) denklemi)

$$h_x = I_x \omega_x - P_{xy} \omega_y - P_{xz} \omega_z = \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g} \omega + 0 + 0 = \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g} \omega$$

$$h_y = -P_{xy} \omega_x + I_y \omega_y - P_{yz} \omega_z = 0 + 0 + 0 = 0$$

$$h_z = -P_{xz} \omega_x - P_{yz} \omega_y + I_z \omega_z = -2 \frac{4a^3}{g} \omega + 0 + 0 = -2 \frac{4a^3}{g} \omega$$

$$h_0 = \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g} \omega \hat{i} - 2 \frac{4a^3}{g} \omega \hat{k} = \frac{2}{3} \frac{4a^3}{g} \omega (5\hat{i} - 3\hat{k})$$

$$h_0 = \frac{2}{3} \frac{4a^3}{g} \omega (5\hat{i} - 3\hat{k})$$

$$h_0 \text{ ile AB arasındaki açı}$$

$$\tan \theta = \frac{h_z}{h_x} = \frac{3}{5} \quad \theta = 31,0^\circ$$

8.12

$$\omega = 1200 \text{ dev/dak} = 125,7 \text{ rad/san}$$

$$M = 6 \text{ kg/m} \quad a = 0,075 \text{ m}$$

(a) Prob. 8.11'deki sonuçları kullanarak

Acısal momentum

$$h_0 = \frac{2}{3} \frac{4a^3}{g} \omega (5\hat{i} - 3\hat{k})$$

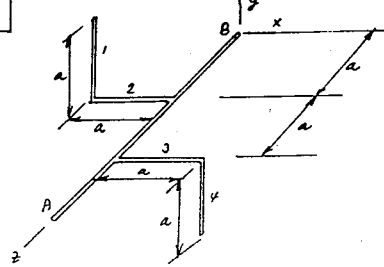
$$= \frac{2}{3} \frac{6(0,075)^3}{g} (125,7) (5\hat{i} - 3\hat{k})$$

$$h_0 = 0,1081 \hat{i} - 0,0649 \hat{k} \text{ (kg m san)}$$

(b) h_0 ile AB arasındaki açı özel verilere bağlı değildir. Şu halde Prob. 8.11'den

$$\theta = 31,0^\circ$$

8.13



Kolları, her birinin kütlesi $4a/g$ olan 4 koldan yapılmış kabul edelim.

$$I_3 = 2 [2 \text{nin } I_{x1}] + 2 [2 \text{nin } I_{x2}]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{12} \frac{4a}{g} a^3 + \frac{4a}{g} \left(a^2 + \frac{1}{4} a^2 \right) \right] + 2 \left[\frac{1}{12} \frac{4a}{g} a^3 + \frac{4a}{g} \left(\frac{a^2}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{4a^3}{g} \left(\frac{1}{6} + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad I_z = \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g}$$

Her elemanda $\bar{P}_{xz} = \bar{P}_{yz} = 0$ olduğuna dikkat ederek

$$P_{xz} = [2 \text{nin } P_{xz1}] + [2 \text{nin } P_{xz2}]$$

$$= \frac{4a}{g} \left(\frac{a}{2} \right) (a) + \frac{4a}{g} \left(-\frac{a}{2} \right) (2a) \quad P_{xz} = -\frac{1}{2} \frac{4a^3}{g}$$

$$P_{xz} = [2 \text{nin } P_{xz1}] + [2 \text{nin } P_{xz2}]$$

$$= \frac{4a}{g} (a) (-a) + \frac{4a}{g} (a) \left(-\frac{a}{2} \right) + \frac{4a}{g} (2a) \left(\frac{a}{2} \right) + \frac{4a}{g} (2a) (a)$$

$$P_{xz} = +\frac{3}{2} \frac{4a^3}{g}$$

$$\omega = \omega_x \quad \omega_y = \omega \quad \omega_z = \omega$$

Acısal momentum (S. 323, 8.9 denklemi)

$$h_x = I_x \omega_x - P_{xy} \omega_y - P_{xz} \omega_z = 0 + 0 - \frac{3}{2} \frac{4a^3}{g} \omega = -\frac{3}{2} \frac{4a^3}{g} \omega$$

$$h_y = -P_{xy} \omega_x + I_y \omega_y - P_{yz} \omega_z = 0 + 0 - \left(-\frac{1}{2} \frac{4a^3}{g} \right) \omega = \frac{1}{2} \frac{4a^3}{g} \omega$$

$$h_z = -P_{xz} \omega_x - P_{yz} \omega_y + I_z \omega_z = 0 + 0 + \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g} \omega = \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g} \omega$$

$$h_0 = -\frac{3}{2} \frac{4a^3}{g} \omega \hat{i} + \frac{1}{2} \frac{4a^3}{g} \omega \hat{j} + \frac{10}{3} \frac{4a^3}{g} \omega \hat{k}$$

$$h_0 = \frac{4a^3}{g} \omega (-9\hat{i} + 3\hat{j} + 20\hat{k})$$

$$h_0 \text{ ile AB arasındaki açı. AB aynı zamanda z eksenine olduğundan } \cos \theta_3 = \frac{h_z}{\sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}} = \frac{20}{\sqrt{9 + 1 + 400}} = \frac{20}{\sqrt{410}} = 0,991$$

$$\theta_3 = 25,4^\circ$$

8.14

$$\omega = 300 \text{ dev/dak} = 31,42 \text{ rad/san}$$

$$M = 1 \text{ kg/m} \quad a = 0,15 \text{ m}$$

(a) Prob. 8.13'deki sonuçları kullanarak

$$h_0 = \frac{4a^3}{g} \omega (-9\hat{i} + 3\hat{j} + 20\hat{k})$$

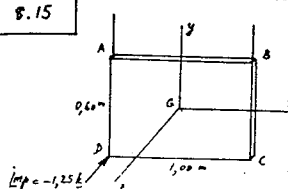
$$= \frac{4}{g} (0,15)^3 (31,42) (-9\hat{i} + 3\hat{j} + 20\hat{k})$$

$$h_0 = -0,0162 \hat{i} + 0,0054 \hat{j} + 0,0360 \hat{k} \text{ (kg m san)}$$

(b) h_0 ile AB arasındaki açı özel verilere bağlı değildir. Şu halde Prob. 8.13'den

$$\theta = 25,4^\circ$$

8.15



(a) G ye göre acısal momentum = G ye göre acısal impuls

$$h_C = I_G \times \omega = (-0,50\hat{i} - 0,30\hat{j}) \times (-1,25\hat{k})$$

$$= 0,625\hat{j} + 0,375\hat{i}$$

$$h_C = 0,375\hat{i} - 0,625\hat{j}$$

(b) Levhanın acısal hızı. x, y, z eksenleri asal eksenlerdir.

$$\bar{I}_x = \frac{1}{12} \frac{m}{g} (0,60)^2 \quad \bar{I}_y = \frac{1}{12} \frac{m}{g} (1,0)^2 \quad \bar{I}_z = \frac{1}{12} \frac{m}{g} (0,60^2 + 1,00^2)$$

Çarpım atalet momentleri sıfır olduğu için

$$h_x = \bar{I}_x \omega_x = 0,375 = \frac{1}{12} \frac{m}{g} (0,60)^2 \omega_x \quad \omega_x = 1,25 \text{ g}$$

$$h_y = \bar{I}_y \omega_y = -0,625 = \frac{1}{12} \frac{m}{g} (1,00)^2 \omega_y \quad \omega_y = -0,975 \text{ g}$$

$$h_z = \bar{I}_z \omega_z = 0 = \bar{I}_z \omega_z \quad \omega_z = 0$$

$$\omega = \frac{3}{4} (5\hat{i} - 3\hat{j}) = 12,26\hat{i} - 7,36\hat{j} \text{ (rad/san)}$$

G kütlesinin hızı

$$\bar{I}_{mp} = m \bar{v}_G = -1,25\hat{k} = \frac{10}{g} \bar{v}_G \hat{k} \quad \bar{v}_G = -\frac{1}{2} \hat{k}$$

(c) Kenarda hızı sıfır olan nokta

$$\bar{v}_P = \bar{v}_G + \omega \times \bar{r}_{GP}$$

$$0 = -\frac{1}{2} \hat{k} + \frac{3}{4} (5\hat{i} - 3\hat{j}) \times (x\hat{i} + y\hat{j})$$

$$0 = -\frac{1}{2} \hat{k} + \frac{3}{4} (15\hat{i} + 32\hat{j}) \hat{k}$$

$$0 = -\frac{1}{2} + 15 + 32x \quad x = -\frac{1}{3} \text{ m}$$

$$AB \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = -\frac{1}{3} \text{ m, } y = 0,30 \text{ m}$$

BC kenarı üzerinde $r_P = 0,5\hat{i} + 7\hat{j}$

$$\bar{v}_P = \bar{v}_G + \omega \times \bar{r}_{GP}$$

$$= -\frac{1}{2} \hat{k} + \frac{3}{4} (5\hat{i} - 3\hat{j}) \times (0,5\hat{i} + 7\hat{j})$$

$$0 = -\frac{1}{2} \hat{k} + \frac{3}{4} (57\hat{i} + 15\hat{j})$$

$$0 = -\frac{1}{2} + 57 + 15y \quad y = -\frac{1}{3} \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

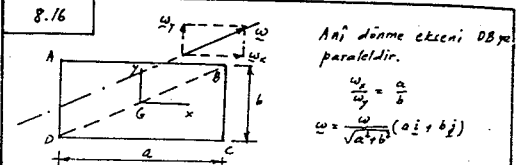
$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

$$BC \text{ üzerinde hızı sıfır olan nokta: } x = 0,5 \text{ m, } y = -0,20 \text{ m}$$

8.16



Ani dönme eksenini DB ye paraleldir.

$$\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{a}{b}$$

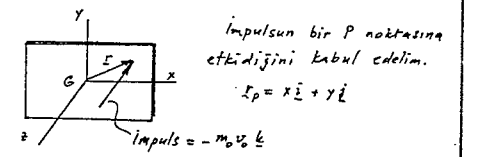
$$\omega = \frac{\omega}{\sqrt{a^2 + b^2}} (a\hat{i} + b\hat{j})$$

Ağırlık merkezinden geçen eksenleri (asal eksenleri) kullanalım:

$$h_x = \bar{I}_x \omega_x = \frac{1}{12} m b^2 \left(\frac{\omega}{\sqrt{a^2 + b^2}} a \right)$$

$$h_y = \bar{I}_y \omega_y = \frac{1}{12} m a^2 \left(\frac{\omega}{\sqrt{a^2 + b^2}} b \right)$$

$$h_0 = \frac{1}{12} \frac{m \omega}{\sqrt{a^2 + b^2}} a b (b\hat{i} + a\hat{j}) \quad (1)$$



İmpulsun bir P noktasına etkilediğini kabul edelim.

$$\bar{r}_P = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\bar{I}_{mp} = -m_0 v_0 \hat{k}$$

$$h_C = \bar{r}_P \times \bar{I}_{mp} = (x\hat{i} + y\hat{j}) \times (-m_0 v_0 \hat{k})$$

$$h_C = m_0 v_0 (x\hat{j} - y\hat{i}) \quad (2)$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ denklemlerinden: } h_C = h_C$$

$$m_0 v_0 (-y\hat{i} + x\hat{j}) = \frac{1}{12} \frac{m \omega a b}{\sqrt{a^2 + b^2}} a b (b\hat{i} + a\hat{j})$$

$$\hat{i} \text{ ve } \hat{j} \text{ nin katsayılarını eşitleyerek}$$

$$-m_0 v_0 y = \frac{1}{12} \frac{m \omega a b}{\sqrt{a^2 + b^2}} b \quad y = -\frac{1}{12} \frac{m \omega a b}{m_0 v_0 \sqrt{a^2 + b^2}} b$$

$$m_0 v_0 x = \frac{1}{12} \frac{m \omega a b}{\sqrt{a^2 + b^2}} a \quad x = \frac{1}{12} \frac{m \omega a b}{m_0 v_0 \sqrt{a^2 + b^2}} a$$

$$\text{Buradan} \quad \frac{y}{x} = -\frac{b}{a}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

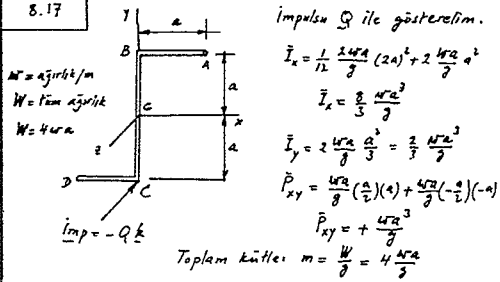
$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

$$\text{bulunur. Bu ise A ile C köşelerini birleştiren doğrunun denklemdir.}$$

8.17



G ye göre açısal impuls = G ye göre açısal impuls

$$h_G = I_G \times (-Qk) = (-a\hat{j}) \times (-Qk)$$

$$h_G = Qa\hat{i}$$

$$h_x = I_x \omega_x - P_{xy} \omega_y - P_{xy} \omega_z$$

$$Qa = \frac{2}{3} Ma^2 \omega_x - \frac{1}{4} Ma^2 \omega_y - 0 \quad \frac{Q}{Ma} = \frac{2}{3} \omega_x - \frac{1}{4} \omega_y \quad (1)$$

$$h_y = -P_{xy} \omega_x + I_y \omega_y - P_{xy} \omega_z$$

$$0 = -\frac{1}{4} Ma^2 \omega_x + \frac{1}{6} Ma^2 \omega_y - 0 \quad 0 = -\frac{1}{4} \omega_x + \frac{1}{6} \omega_y \quad (2)$$

$$(2) \text{ den } \omega_y = \frac{16}{14} \omega_x \quad \omega_x = \frac{2}{3} \omega_y$$

(1) de yerine konarak

$$\frac{Q}{Ma} = \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \omega_y \right) - \frac{1}{4} \omega_y \quad \omega_y = \frac{36}{7} \frac{Q}{Ma}$$

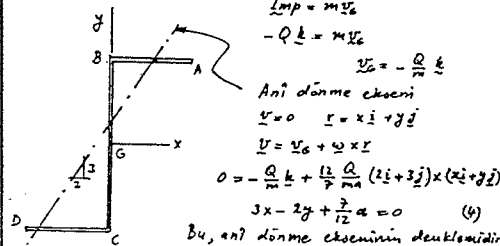
$$\omega_x = \frac{2}{3} \cdot \frac{36}{7} \frac{Q}{Ma} \quad \omega_x = \frac{24}{7} \frac{Q}{Ma}$$

$$\omega = \frac{12}{7} \frac{Q}{Ma} (2\hat{i} + 3\hat{j}) \quad (3)$$

Ani dönme eksenini ile düşey arasındaki açı

$$\tan \theta = \frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{2}{3} \quad \theta = 33,7^\circ$$

Hızı sıfır olan noktalar



$$AB \text{ üzerinde: } y = a \quad 3x - 2a + \frac{12}{7} a = 0 \quad x = +\frac{17}{36} a$$

$$BC \text{ üzerinde: } x = 0 \quad 0 - 2y + \frac{12}{7} a = 0 \quad y = +\frac{3}{14} a$$

$$CD \text{ üzerinde: } y = -a \quad 3x + 2a + \frac{12}{7} a = 0 \quad x = -\frac{31}{36} a$$

Bunlar hızı sıfır olan üç noktadır:

$$x = \frac{17}{36} a, y = 0 \quad x = 0, y = \frac{3}{14} a \quad x = -\frac{31}{36} a, y = -a$$

8.18

Verilenler: $m = \frac{W}{g} = \frac{4}{9}$, $\omega = 960$
İmpuls = $Q = 96$ kg·m/s

(a) Şubunun açısal hızı

Prob. 8.17'deki (3) denkleminde

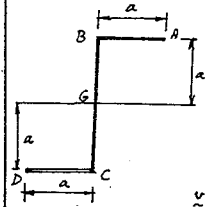
$$\omega = \frac{12}{7} \frac{Q}{Ma} (2\hat{i} + 3\hat{j}) = \frac{12}{7} \frac{96}{(4/9)} (2\hat{i} + 3\hat{j})$$

$$\omega = 8,41\hat{i} + 12,61\hat{j} \text{ (rad/san)}$$

Ani dönme eksenini

$$\text{Prob. 8.17'deki (4) denkleminde } 3x - 2y + \frac{12}{7} (960) = 0$$

$$y = 0,175 + 1,50x$$



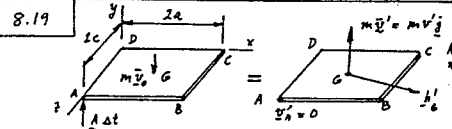
$$A \text{ noktası: } x=y=a: \vec{v}_A = \frac{Q}{m} \left[-1 + \frac{12}{7} (2-3) \right] k = -\frac{19}{7} \frac{Q}{m} k$$

$$\vec{v}_A = -\frac{19}{7} \frac{96}{4/9} k \quad \vec{v}_A = -3,79k \text{ (m/san)}$$

$$D \text{ noktası: } x=y=-a: \vec{v}_D = \left[-1 + \frac{12}{7} (-2-3) \right] k = \frac{5}{7} \frac{Q}{m} k$$

$$\vec{v}_D = \frac{5}{7} \frac{96}{4/9} k \quad \vec{v}_D = 1,05k \text{ (m/san)}$$

8.19



$$I_{GA} \times m\vec{v}_G = I_{GA} \times m\vec{v}' + \bar{h}_A$$

$$(a\hat{i} - c\hat{k}) \times (-m\vec{v}_G) = (a\hat{i} - c\hat{k}) \times (m\vec{v}') + I_{GA} \omega' \hat{k} + \bar{h}_A$$

$$m\vec{v}_G \cdot (a\hat{i} - c\hat{k}) = m\vec{v}' \cdot (a\hat{i} - c\hat{k}) + I_{GA} \omega' + \bar{h}_A \cdot (a\hat{i} - c\hat{k}) \quad (1)$$

$$\bar{I}_x = \frac{1}{12} m (2c)^2 = \frac{1}{3} mc^2, \quad \bar{I}_y = \frac{1}{3} ma^2$$

$$\vec{v}' = \vec{v}_A + \omega' \hat{k} \times \vec{r}_A = (\omega' \hat{k} \times a\hat{i}) + \omega' \hat{k} \times (-c\hat{k})$$

$$\vec{v}' = (c\omega' \hat{j} + a\omega' \hat{i}) \quad \vec{v}' = c\omega' \hat{j} + a\omega' \hat{i} \quad (2)$$

$$(2) \text{ ve } (3) \text{ deki değerleri } (1) \text{ de yerine koyalım:}$$

$$m\vec{v}_G \cdot (a\hat{i} - c\hat{k}) = m(c\omega' \hat{j} + a\omega' \hat{i}) \cdot (a\hat{i} - c\hat{k}) + \frac{1}{3} mc^2 \omega' + \frac{1}{3} ma^2 \omega'$$

$$m\vec{v}_G \cdot (a\hat{i} - c\hat{k}) = m(a^2 \omega' + ac\omega') + \frac{1}{3} mc^2 \omega' + \frac{1}{3} ma^2 \omega'$$

$$\text{Birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek}$$

$$-a\omega' = \frac{1}{3} c^2 \omega' + ac\omega' \quad \text{veya } \begin{cases} -3a\omega' = 4c\omega' + 3a\omega' & (1) \\ -3a\omega' = 3c\omega' + 4a\omega' & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ den: } \omega' = -\frac{3}{7} \frac{v_G}{c} \quad \omega' = -\frac{3}{7} \frac{v_G}{a}$$

$$(a) \text{ Levhanın açısal hızı:}$$

$$\omega' = \omega' \hat{k} + \omega' \hat{k} = -\frac{3}{7} \frac{v_G}{c} \hat{k} - \frac{3}{7} \frac{v_G}{a} \hat{k}$$

$$\omega' = -\frac{3}{7} \frac{v_G}{c} \left(\frac{1}{2} \hat{i} + \frac{1}{2} \hat{k} \right)$$

$$(b) G'nin hızı$$

$$(3) \text{ den: } \vec{v}' = (c\omega' \hat{j} + a\omega' \hat{i}) = \left[c \left(-\frac{3}{7} \frac{v_G}{c} \right) \hat{j} + a \left(-\frac{3}{7} \frac{v_G}{a} \right) \hat{i} \right]$$

$$\vec{v}' = -\frac{3}{7} v_G \hat{j}$$

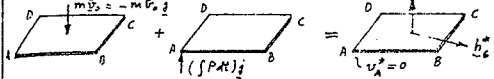
$$\text{Not: } \vec{v}_G \text{ ağırlığı doğru verilmiştir, onun için } \vec{v}_G = -v_G \hat{j} \text{ alındı, } \vec{v}' \text{ yukarı kabul edilmelidir, fakat hesap sonucu aşağı çıkmıştır.}$$

8.20

Kıs. 4.6 da çıkarılan bağıntının (7.23 denklemini)
Açısal hareket yapan cisimlerin eksantrik çarpması
için de geçerli olduğu gösterilmiştir. 7.23 denkleminin
şeytlen hareket yapan cisimlerin eksantrik çarpması
kaviminde de geçerli olduğu gösterilebilir.Onun için bu problemde $e=1$; $\vec{v}_A' = \vec{v}_B'$ olmak
üzere Prob. 8.19'un çözümünde kullanılan yöntem izlene-
bilir. Bununla birlikte bir 7.23 denkleminin geçerliliğini
kabul etmeyeceğiz; 7.22 temel bağıntısını kullanacağız.

$$e = \frac{\vec{r}_{AB} \cdot \vec{v}_{AB}}{\vec{r}_{AB} \cdot \vec{v}_{AB}} = 1 \text{ için } \int \vec{r}_{AB} d\vec{v}_{AB} = \int \vec{r}_{AB} d\vec{v}_{AB}$$

Şekil değiştirme periyodu



$$\omega' = -\frac{3}{7} \frac{v_G}{c} \left(\frac{1}{2} \hat{i} + \frac{1}{2} \hat{k} \right)$$

$$\vec{v}' = -\frac{3}{7} \frac{v_G}{c} \hat{j}$$

Şimdi doğrusal impuls ve momentumları göz önüne

alarak $\int \vec{r}_{AB} d\vec{v}_{AB}$ yi hesaplayacağız.

$$-m\vec{v}_G \hat{j} + \int \vec{r}_{AB} d\vec{v}_{AB} = m\vec{v}' \hat{j}$$

$$-m\vec{v}_G + \int \vec{r}_{AB} d\vec{v}_{AB} = m \left(-\frac{3}{7} \frac{v_G}{c} \right) \hat{j} \quad \int \vec{r}_{AB} d\vec{v}_{AB} = +\frac{1}{7} m\vec{v}_G$$

Geri dönüş periyodu

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

$$\vec{r}_{AB} = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}'' = \vec{r}_{AB}' + \vec{r}_{AB}''$$

8.21

Dış impuls ve dış momentumlardan sıfırdır.
O halde Son momentum = 0

$$G \text{ ye göre açısal momentum} = 0$$

$$\vec{h}_G + I_{AG} \times m_0 \vec{v}_G = 0 \quad I_{AG} = 1,0\hat{i} + 9,6\hat{j}$$

$$\vec{I}_x \omega'_x \hat{i} + \vec{I}_y \omega'_y \hat{j} + \vec{I}_z \omega'_z \hat{k} + (\hat{i} + 9,6\hat{j}) \times (-m_0 \vec{v}_G) = 0$$

$$m \vec{I}_x \omega'_x \hat{i} + m \vec{I}_y \omega'_y \hat{j} + m \vec{I}_z \omega'_z \hat{k} + m_0 \vec{v}_G \hat{j} - 9,6 m_0 \vec{v}_G \hat{i} = 0$$

$$m \vec{I}_x \omega'_x \hat{i} - 9,6 m_0 \vec{v}_G = 0 \quad \omega'_x = \frac{9,6 m_0}{m \vec{I}_x} \vec{v}_G$$

$$m \vec{I}_y \omega'_y \hat{j} + m_0 \vec{v}_G = 0 \quad \omega'_y = -\frac{m_0}{m \vec{I}_y} \vec{v}_G$$

$$m \vec{I}_z \omega'_z \hat{k} = 0 \quad \omega'_z = 0$$

$$\text{Veriler: } \vec{v}_G = 1200 \text{ m/san}, \quad m_0/m = 9,250/200 = 1/800$$

$$\vec{k}_x = \vec{k}_z = 0,45 \text{ m}, \quad \vec{k}_y = 9,60 \text{ m}$$

$$\omega'_x = \frac{9,6}{800 (0,45)} (1200) = 4,44$$

$$\omega'_y = \frac{-1}{800 (9,60)} (1200) = -4,17$$

$$\omega'_z = 0$$

$$\omega = 4,44\hat{i} - 4,17\hat{j} \text{ (rad/san)}$$

$$\omega = 4,44\hat{i} - 3,9,8\hat{j} \text{ (dev/san)}$$

$$8.22 \quad m_0 \vec{v}_G = m_0 (-1500\hat{i} + 2000\hat{k})$$

$$I_{AG} = 1,5\hat{i} + 0,5\hat{j}$$

Gözetiminin G ye göre açısal momentumu

$$\vec{h}_G = I_{AG} \times m_0 \vec{v}_G = (1,5\hat{i} + 0,5\hat{j}) \times m_0 (-1500\hat{i} + 2000\hat{k})$$

$$\vec{h}_G = +1000 m_0 \hat{j} - 3000 m_0 \hat{j} + 750 m_0 \hat{k}$$

$$m_0 \text{ un uydunun ataletine etkisini ihmal ediyoruz.}$$

Sisteme dışarıdan gelen impuls olmadığından uydunun

G ye göre son açısal momentumu $\vec{h}_G$ ye eşittir.

$$P_{xy} = P_{yz} = P_{zx} = 0 \text{ olduğunu göz önünde tutarak}$$

$$h_x = I_x \omega'_x = m \vec{k}_x \omega'_x$$

$$\omega'_x = \frac{h_x}{m \vec{k}_x} = \frac{1000 m_0}{m (9,50)^2} = \frac{1000 (0,01)}{100 (0,50)^2} = 0,400 \text{ rad/san}$$

$$h_y = I_y \omega'_y = m \vec{k}_y \omega'_y$$

$$\omega'_y = \frac{h_y}{m \vec{k}_y} = \frac{-3000 m_0}{m (1,00)^2} = \frac{-3000 (0,01)}{100 (1,00)^2} = -0,300 \text{ rad/san}$$

$$h_z = I_z \omega'_z = m \vec{k}_z \omega'_z$$

$$\omega'_z = \frac{h_z}{m \vec{k}_z} = \frac{750 m_0}{m (1,00)^2} = \frac{750 (0,01)}{100 (1,00)^2} = 0,075 \text{ rad/san}$$

$$\omega' = 0,400\hat{i} - 0,300\hat{j} + 0,075\hat{k} \text{ (rad/san)}$$

$$\omega = 3,82\hat{i} - 2,86\hat{j} + 0,716\hat{k} \text{ (dev/san)}$$

8.23 G ye göre ilk açısal momentum

$$\omega_x = 0 \quad \omega_y = 100 \text{ dev/dak} = 10,47 \text{ rad/san} \quad \omega_z = 0$$

$$h_c = \bar{I}_x \omega_x \hat{i} + \bar{I}_y \omega_y \hat{j} + \bar{I}_z \omega_z \hat{k}$$

$$h_c = 0 + \bar{I}_y \omega_y \hat{j} + 0$$

G ye göre son açısal momentum

Sisteme dış impuls etkimiyor. Onun için:

$$h_c = h'_c + \Sigma A_{16} \times m_0 v_0$$

$$\bar{I}_y \omega_y \hat{j} = \bar{I}_x \omega'_x \hat{i} + \bar{I}_y \omega'_y \hat{j} + \bar{I}_z \omega'_z \hat{k} + (\hat{i} + 0,6 \hat{j}) \times (-m_0 v_0 \hat{k})$$

$$\bar{I}_y \omega_y \hat{j} = \bar{I}_x \omega'_x \hat{i} + \bar{I}_y \omega'_y \hat{j} + \bar{I}_z \omega'_z \hat{k} + m_0 v_0 \hat{j} - 0,6 m_0 v_0 \hat{i}$$

Birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek

$$0 = \bar{I}_x \omega'_x - 0,6 m_0 v_0 \quad \bar{I}_y \omega_y = \bar{I}_y \omega'_y + m_0 v_0 \quad \bar{I}_z \omega'_z = 0$$

$$\omega'_x = \frac{0,6 m_0 v_0}{\bar{I}_x} \quad \omega'_y = \omega_y + \frac{m_0 v_0}{\bar{I}_y} \quad \omega'_z = 0$$

$$\text{Verilenler: } v_0 = 1200 \text{ m/san} \quad \omega_y = 10,47 \text{ rad/san}$$

$$m/m_0 = 9,250/200 = 1/800 \quad \bar{I}_x = \bar{I}_y = 9,48 \text{ m}^2, \quad \bar{I}_z = 9,60 \text{ m}^2$$

$$\omega'_x = \frac{0,6(1200)}{800(9,48)} = 4,44 \text{ rad/san} = 42,4 \text{ dev/dak}$$

$$\omega'_y = 10,47 + \frac{1200}{800(9,6)} = 10,47 + 1,17 = 6,30 \text{ rad/san} = 60,2 \text{ dev/dak}$$

$$\omega'_z = 0 \quad \omega' = 42,4 \hat{i} + 60,2 \hat{j} \text{ (dev/dak)}$$

8.24 Uydur ve göktaşını tek bir sistem olarak gör örneğe alalım.

G ye göre ilk açısal momentum

$$\omega_x = -10 \text{ dev/dak} = -1,047 \text{ dev/dak} \quad \omega_y = \omega_z = 0$$

$$h_c = \bar{I}_x \omega_x \hat{i} + \bar{I}_y \omega_y \hat{j} + \bar{I}_z \omega_z \hat{k} + \Sigma A_{16} \times m_0 v_0$$

$$= \bar{I}_x \omega_x \hat{i} + 0 + 0 + (4,5 \hat{i} + 0,5 \hat{j}) \times m_0 (-1500 \hat{i} + 3000 \hat{j})$$

$$h_c = \bar{I}_x \omega_x \hat{i} + 1000 m_0 \hat{i} - 3000 m_0 \hat{j} + 750 m_0 \hat{k} \quad (1)$$

G ye göre son açısal momentum. m_0 in uydunun ataletine etkisini ihmal edelim. Dış impuls bulunmadığı için $h_c = h'_c$

$$h'_c = \bar{I}_x \omega'_x \hat{i} + \bar{I}_y \omega'_y \hat{j} + \bar{I}_z \omega'_z \hat{k} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerindeki birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek:

$$h_x = h'_x: \quad \bar{I}_x \omega_x + 1000 m_0 = \bar{I}_x \omega'_x$$

$$\omega'_x = \omega_x + \frac{1000 m_0}{\bar{I}_x}$$

$$h_y = h'_y: \quad -3000 m_0 = \bar{I}_y \omega'_y \quad \omega'_y = -\frac{3000 m_0}{\bar{I}_y}$$

$$h_z = h'_z: \quad +750 m_0 = \bar{I}_z \omega'_z \quad \omega'_z = \frac{750 m_0}{\bar{I}_z}$$

$$\text{Verilenler: } \frac{m_0}{m} = \frac{9,01}{100} = \frac{1}{1000} \quad \omega_x = -1,047 \text{ rad/san}$$

$$\bar{I}_x = 9,50 \text{ m}^2, \quad \bar{I}_y = \bar{I}_z = 1,00 \text{ m}^2$$

$$\omega'_x = -1,047 + \frac{1000}{1000(9,5)} = -1,047 + 0,105 = -0,942 \text{ rad/san}$$

$$\omega'_y = -\frac{3000}{1000(1,0)} = -3,000 \text{ rad/san}$$

$$\omega'_z = \frac{750}{1000(1,0)} = 0,750 \text{ rad/san}$$

$$\omega' = -0,942 \hat{i} - 3,000 \hat{j} + 0,750 \hat{k} \quad \omega = -6,18 \hat{i} - 3,86 \hat{j} + 0,716 \hat{k} \text{ (dev/dak)}$$

8.25 Prob. 8.21 den: $\omega' = 4,44 \hat{i} - 4,17 \hat{j} \text{ (rad/san)}$

$$\omega'_x = 4,44 \quad \omega'_y = -4,17 \quad \omega'_z = 0 \quad \bar{I} = 0$$

$$\bar{P}_{xy} = \bar{P}_{yz} = \bar{P}_{zx} = 0 \text{ olduğundan 8.17 denklemini kullanacağız}$$

$$T = \frac{1}{2} [\bar{I}_x \omega_x'^2 + \bar{I}_y \omega_y'^2 + \bar{I}_z \omega_z'^2]$$

$$T = \frac{1}{2} m [\bar{I}_x \omega_x'^2 + \bar{I}_y \omega_y'^2 + \bar{I}_z \omega_z'^2]$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{200}{9} [(0,95)^2 (4,44)^2 + (1,60)^2 (4,17)^2]$$

$$= \frac{100}{9} (4,0 + 6,25) = \frac{100}{9} (10,25)$$

$$T = 104,5 \text{ kg m}$$

8.26 Prob. 8.24 den:

$$\text{İlk açısal hız: } \omega_x = -1,047 \text{ rad/san}$$

$$\text{Son açısal hız: } \omega'_x = -0,942 \quad \omega'_y = -0,300 \quad \omega'_z = 0,075$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{2} [\bar{I}_x \omega_x'^2 + \bar{I}_y \omega_y'^2 + \bar{I}_z \omega_z'^2] - \frac{1}{2} \bar{I}_x \omega_x^2$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} m [\bar{I}_x \omega_x'^2 + \bar{I}_y \omega_y'^2 + \bar{I}_z \omega_z'^2 - \bar{I}_x \omega_x^2]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{100}{9} [(0,50)^2 (0,942)^2 + (1,0)^2 (0,300)^2 + (1,0)^2 (0,075)^2 - (1,0)^2 (1,047)^2]$$

$$= \frac{50}{9} (0,1047 + 0,0900 + 0,0056 - 0,2240)$$

$$\Delta T = -0,376 \text{ kg m}$$

Not: Negatif işaret, çarpma nedeniyle uydunun kinetik enerjisinin azaldığını göstermektedir.

8.27 Prob. 8.17 den: $T_1 = \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2$

$$\bar{P}_{xy} = \bar{P}_{yz} = \bar{P}_{zx} = 0, \text{ onun için 8.20 denklemini kullanacağız}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \bar{v}'^2 + \frac{1}{2} [\bar{I}_x \omega_x'^2 + \bar{I}_y \omega_y'^2 + \bar{I}_z \omega_z'^2]$$

$$\bar{v}' = -\frac{6}{5} \bar{v}_0 \quad \omega'_x = -\frac{3}{5} \frac{\bar{v}_0}{\bar{r}} \quad \omega'_y = 0 \quad \omega'_z = -\frac{3}{5} \frac{\bar{v}_0}{\bar{r}}$$

$$\bar{I}_x = \frac{1}{3} m c^2 \quad \bar{I}_y = \frac{1}{3} m a^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m (\frac{6}{5} \bar{v}_0)^2 + \frac{1}{2} [\frac{1}{3} m c^2 (\frac{3}{5} \frac{\bar{v}_0}{\bar{r}})^2 + \frac{1}{3} m a^2 (\frac{3}{5} \frac{\bar{v}_0}{\bar{r}})^2]$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2 (\frac{36}{25} + \frac{3}{25} + \frac{3}{25}) = \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2 (\frac{42}{25}) = \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2 (\frac{6}{5})$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2 (\frac{6}{5}) - \frac{1}{2} m \bar{v}_0^2$$

$$\Delta T = -\frac{1}{10} m \bar{v}_0^2$$

8.28 Prob. 8.17 ve 8.18 den

$$\bar{v} = \bar{v}_c = -\frac{8}{9} \hat{k}$$

$$\omega = \frac{12 \text{ Q}}{7 m a} (2 \hat{i} + 3 \hat{j}) \quad \omega_x = \frac{24}{7} \frac{\text{Q}}{m a} \quad \omega_y = \frac{36}{7} \frac{\text{Q}}{m a}$$

$$\bar{I}_x = \frac{2}{3} m a^2 \quad \bar{I}_y = \frac{1}{2} m a^2 \quad \bar{P}_{xy} = +\frac{1}{4} m a^2$$

$$\bar{P}_{yz} = \bar{P}_{zx} = 0 \text{ ve } \omega_z = 0 \text{ olduğundan}$$

$$T = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 + \frac{1}{2} (\bar{I}_x \omega_x^2 + \bar{I}_y \omega_y^2 - 2 \bar{P}_{xy} \omega_x \omega_y)$$

$$T = \frac{1}{2} m (\frac{8}{9})^2 + \frac{1}{2} m a^2 (\frac{24}{7 m a})^2 [\frac{1}{3} (\frac{2}{3})^2 + \frac{1}{2} (\frac{3}{2})^2 - 2 (\frac{1}{4}) (\frac{24}{7}) (\frac{36}{7})]$$

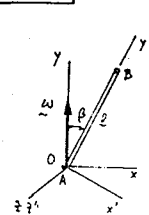
$$= \frac{1}{2} \frac{\text{Q}^2}{m} + \frac{1}{2} \frac{\text{Q}^2}{m} [\frac{144}{49} (\frac{8}{9} + \frac{3}{2} - 3)] = \frac{1}{2} \frac{\text{Q}^2}{m} + \frac{1}{2} \frac{\text{Q}^2}{m} (\frac{144}{49}) (\frac{2}{9})$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\text{Q}^2}{m} + \frac{11}{9} \frac{\text{Q}^2}{m} \quad T = \frac{21}{14} \frac{\text{Q}^2}{m} \quad T = \frac{21}{14} \frac{\text{Q}^2}{m}$$

$$\text{Veriler: } Q = 9,6 \text{ kg san} \quad m = \frac{4}{9} \text{ kg}$$

$$T = \frac{21}{14} \frac{(9,6)^2}{4/9} \quad T = 1,755 \text{ kg m}^2$$

8.29

Dönme hareketi yapan bir $Ox'y'z'$ çerçevesi seçiyoruz.

$$I_x = \frac{1}{3} m l^2 \quad I_y = 0$$

$$I_z = \frac{1}{3} m l^2$$

$$\omega = -\omega \sin \beta \hat{i}' + \omega \cos \beta \hat{j}'$$

$$\omega_x' = -\omega \sin \beta \quad \omega_y' = \omega \cos \beta$$

$$h_0 = \bar{I}_x \omega_x' \hat{i}' + \bar{I}_y \omega_y' \hat{j}' + \bar{I}_z \omega_z' \hat{k}'$$

$$h_0 = -\frac{1}{3} m l^2 \omega \sin \beta \hat{i}'$$

 h_0 , dönen çerçeveye göre sabit olduğundan

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{\delta h_0}{\delta t} + \omega \times h_0 = \omega \times h_0$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = (-\omega \sin \beta \hat{i}' + \omega \cos \beta \hat{j}') \times (-\frac{1}{3} m l^2 \omega \sin \beta \hat{i}')$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}'$$

$$\text{veya } z \text{ ile } z' \text{ eksenleri çakışık olduğundan}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k} \quad (1)$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k} \quad (1)$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

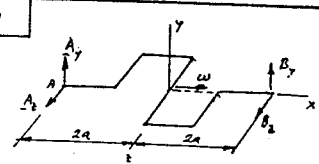
$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

$$\Sigma \bar{M}_0 = \frac{1}{3} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k}$$

8.31



$$\text{Prob. 8.11 den: } h_0 = \frac{2}{3} \frac{W a^3}{g} \omega (5 \hat{i} - 3 \hat{k})$$

O kütle merkezi olduğundan ve $\bar{v} = 0$ olduğundan

$$h_A = h_0 + \bar{r} \times m \bar{v} = h_0$$

$$h_A = \frac{2}{3} \frac{W a^3}{g} \omega (5 \hat{i} - 3 \hat{k})$$

$$\Sigma \bar{M}_A = \frac{\delta h_A}{\delta t} + \omega \times h_A$$

$$= 0 + \omega \hat{i} \times \frac{2}{3} \frac{W a^3}{g} \omega (5 \hat{i} - 3 \hat{k})$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j} \quad (1)$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

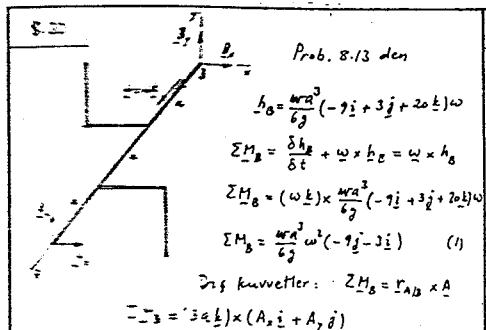
$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j}$$

$$\Sigma \bar{M}_A = 2 \frac{W a^3}{g} \omega^2 \hat{j$$

8.36  Prob. 8.13 den

$$h_B = \frac{w a^3}{6J} (-9\hat{i} + 3\hat{j} + 20\hat{k}) \omega$$

$$\Sigma M_B = \frac{\delta h_B}{\delta t} + \omega \times h_B = \omega \times h_B$$

$$\Sigma M_B = (\omega \hat{k}) \times \frac{w a^3}{6J} (-9\hat{i} + 3\hat{j} + 20\hat{k}) \omega$$

$$\Sigma M_B = \frac{w a^3}{6J} \omega^2 (-9\hat{j} - 3\hat{i}) \quad (1)$$

Diş kuvvetler: $\Sigma M_B = F_{AB} \times A$

$$-3a\hat{k} \times (A_x \hat{i} + A_y \hat{j})$$

$$\Sigma M_B = 3A_x \hat{j} - 3A_y \hat{i} \quad (2)$$

(1) ve (2) den:

$$\Sigma M_B = \frac{w a^3}{6J} \omega^2 (-9\hat{j} - 3\hat{i}) = 3A_x \hat{j} - 3A_y \hat{i}$$

Katsayılarını eşitleyerek:

$$A_x = \frac{w a^2}{6J} \omega^2 (-3\hat{i} + \hat{j})$$

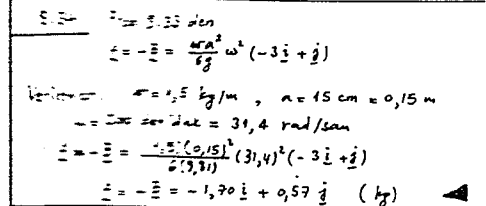
Birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek:

$$-0.000774 \hat{i} + 0.000258 \hat{j} + 0.00172 \hat{k} = -0.45 A_x \hat{i} + 0.45 A_y \hat{j} + 1$$

$$-0.000774 \hat{i} = -0.45 A_x$$

$$+0.000258 \hat{j} = 0.45 A_y$$

$$+0.00172 \hat{k} = 1 \quad \omega = 581 \text{ rad/s}$$

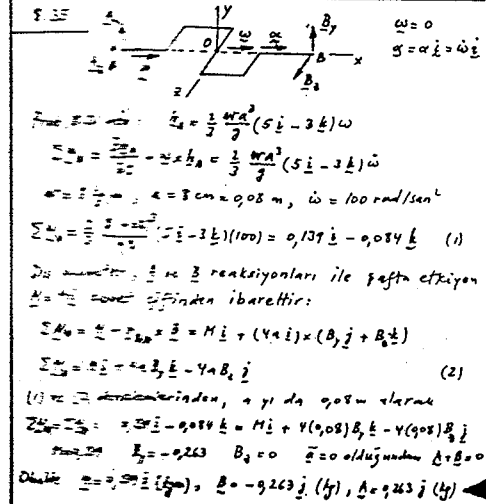
8.37  den

$$\omega = 581 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{3.14}{0.15} = 20.9 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 20.9 \text{ rad/s}$$

$$\omega = 20.9 \text{ rad/s}$$

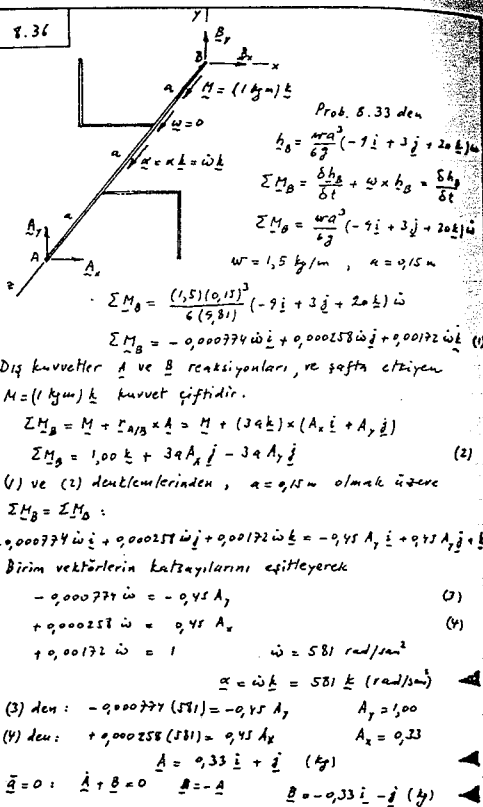
8.38  den

$$\omega = 0$$

$$\omega = 0$$

$$\omega = 0$$

$$\omega = 0$$

8.37 (devamı)  den

$$h_B = \frac{w a^3}{6J} (-9\hat{i} + 3\hat{j} + 20\hat{k}) \omega$$

$$\Sigma M_B = \frac{\delta h_B}{\delta t} + \omega \times h_B = \frac{\delta h_B}{\delta t}$$

$$\Sigma M_B = \frac{w a^3}{6J} \omega^2 (-9\hat{j} - 3\hat{i}) \omega$$

$$\omega = 1.5 \text{ kg/m}, \quad a = 0.15 \text{ m}$$

$$\Sigma M_B = \frac{(1.5)(0.15)^3}{6(9.81)} (-9\hat{j} - 3\hat{i}) \omega$$

$$\Sigma M_B = -0.000774 \omega \hat{i} + 0.000258 \omega \hat{j} + 0.00172 \omega \hat{k}$$

Diş kuvvetler A ve B reaksiyonları, ve şaftı etkileyen $M = (1 \text{ kgm}) \hat{k}$ kuvvet çiftidir.

$$\Sigma M_B = M + F_{AB} \times A = M + (3.4 \hat{k}) \times (A_x \hat{i} + A_y \hat{j})$$

$$\Sigma M_B = 1.00 \hat{k} + 3.4 A_x \hat{j} - 3.4 A_y \hat{i}$$

(1) ve (2) denklemlerinden, $a = 0.15 \text{ m}$ olmak üzere

$$\Sigma M_B = \Sigma M_B$$

$$-0.000774 \omega \hat{i} + 0.000258 \omega \hat{j} + 0.00172 \omega \hat{k} = -0.45 A_x \hat{i} + 0.45 A_y \hat{j} + 1$$

Birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek

$$-0.000774 \omega = -0.45 A_x$$

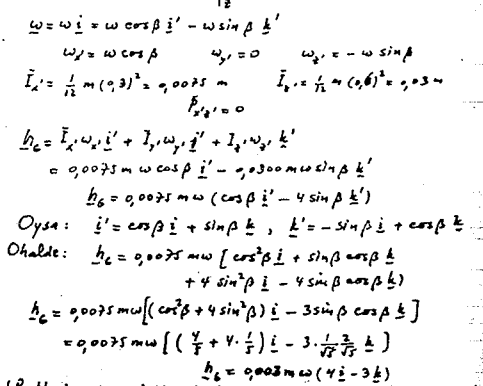
$$+0.000258 \omega = 0.45 A_y$$

$$+0.00172 \omega = 1 \quad \omega = 581 \text{ rad/s}$$

8.37 Şekildeki eksen takımını alalım: $\hat{k} \hat{B} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

8.38  den

$$\omega = \omega \hat{k} = \omega \cos \beta \hat{i} - \omega \sin \beta \hat{j}$$

$$\omega_x = \omega \cos \beta \quad \omega_y = 0 \quad \omega_z = -\omega \sin \beta$$

$$\hat{i}_x = \frac{1}{\sqrt{5}} m (0.3)^2 = 0.0075 \text{ m} \quad \hat{i}_y = \frac{1}{\sqrt{5}} m (0.6)^2 = 0.03 \text{ m}$$

$$\hat{i}_z = 0$$

$$h_B = \hat{i}_x \omega_x + \hat{i}_y \omega_y + \hat{i}_z \omega_z$$

$$h_B = 0.0075 m \omega \cos \beta \hat{i} - 0.03 m \omega \sin \beta \hat{j}$$

$$h_B = 0.0075 m \omega (\cos \beta \hat{i} - 4 \sin \beta \hat{j})$$

Oysa: $\hat{i}' = \cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j}, \quad \hat{j}' = -\sin \beta \hat{i} + \cos \beta \hat{j}$

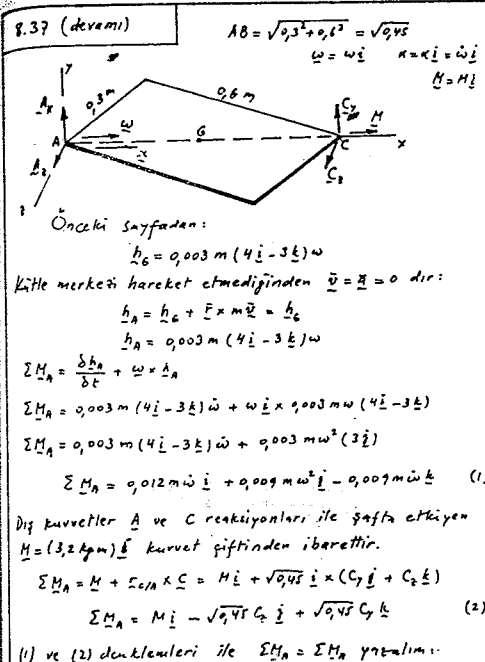
Orada: $h_B = 0.0075 m \omega [\cos^2 \beta \hat{i} + \sin^2 \beta \cos \beta \hat{j} + 4 \sin^2 \beta \hat{i} - 4 \sin \beta \cos \beta \hat{j}]$

$$h_B = 0.0075 m \omega [\cos^2 \beta + 4 \sin^2 \beta] \hat{i} - 3 \sin \beta \cos \beta \hat{j}$$

$$= 0.0075 m \omega \left[\left(\frac{1}{5} + 4 \cdot \frac{4}{5} \right) \hat{i} - 3 \cdot \frac{2}{5} \hat{j} \right]$$

$$h_B = 0.0075 m \omega (4\hat{i} - 3\hat{j})$$

(Problem'in sonundaki nota bkt.) Devamı önceki sayfada

8.37 (devamı)  den

$$AB = \sqrt{0.3^2 + 0.6^2} = \sqrt{0.45}$$

$$\omega = \omega \hat{k} \quad \alpha = \alpha \hat{k} = \dot{\omega} \hat{k}$$

$$M = M \hat{k}$$

Önceki sayfadan:

$$h_B = 0.003 m (4\hat{i} - 3\hat{j}) \omega$$

Kütle merkezi hareket etmediğinden $\ddot{x} = \ddot{y} = 0$ dir:

$$h_A = h_B + \vec{r} \times m \ddot{\vec{r}} = h_B$$

$$h_A = 0.003 m (4\hat{i} - 3\hat{j}) \omega$$

$$\Sigma M_A = \frac{\delta h_A}{\delta t} + \omega \times h_A$$

$$\Sigma M_A = 0.003 m (4\hat{i} - 3\hat{j}) \dot{\omega} + \omega \hat{k} \times 0.003 m \omega (4\hat{i} - 3\hat{j})$$

$$\Sigma M_A = 0.003 m (4\hat{i} - 3\hat{j}) \dot{\omega} + 0.003 m \omega^2 (3\hat{j})$$

$$\Sigma M_A = 0.012 m \dot{\omega} \hat{i} + 0.009 m \omega^2 \hat{j} - 0.007 m \omega^2 \hat{k} \quad (1)$$

Diş kuvvetler A ve C reaksiyonları ile şaftı etkileyen $M = (3.2 \text{ kgm}) \hat{k}$ kuvvet çiftinden ibarettir.

$$\Sigma M_A = M + F_{CA} \times C = M \hat{k} + \sqrt{0.45} \hat{i} \times (C_y \hat{j} + C_z \hat{k})$$

$$\Sigma M_A = M \hat{k} - \sqrt{0.45} C_y \hat{j} + \sqrt{0.45} C_z \hat{k} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemleri ile $\Sigma M_A = \Sigma M_A$ yazalım:

$$0.012 m \dot{\omega} \hat{i} + 0.009 m \omega^2 \hat{j} - 0.007 m \omega^2 \hat{k} = M \hat{k} - \sqrt{0.45} C_y \hat{j} + \sqrt{0.45} C_z \hat{k}$$

Birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek

$$0.012 m \dot{\omega} = M$$

$$0.009 m \omega^2 = -\sqrt{0.45} C_y$$

$$-0.007 m \omega^2 = \sqrt{0.45} C_z$$

Verilenler: $\omega = 0 \quad M = 3.2 \text{ kgm} \quad m = 8/9$

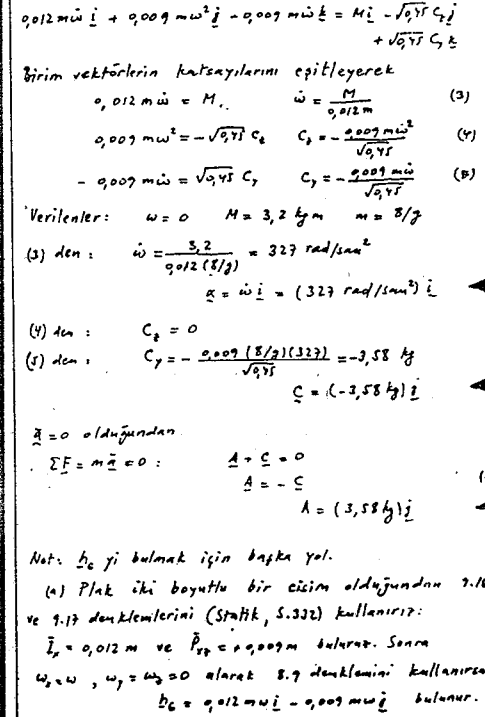
(3) den: $\dot{\omega} = \frac{3.2}{0.012 (8/9)} = 327 \text{ rad/s}^2$

$$\alpha = \dot{\omega} \hat{k} = (327 \text{ rad/s}^2) \hat{k}$$

(4) den: $C_y = 0$

(5) den: $C_z = -\frac{0.007 (8/9) (327)}{\sqrt{0.45}} = -3.58 \text{ kg}$

$$C = (-3.58 \text{ kg}) \hat{k}$$

8.38  den

Çözüm, sayısal değerlere kadar Prob. 8.37 nin aynıdır, oradaki (3), (4), (5), (6) denklemleri alınacak.

Verilenler: $\omega = 200 \text{ dev/dak} = 20.94 \text{ rad/s}$

$$M = 3.2 \text{ kgm} \quad m = 8/9$$

(3) den: $\dot{\omega} = \frac{M}{0.012 m} = \frac{3.2}{0.012 (8/9)} = 327 \text{ rad/s}^2$

$$\alpha = \dot{\omega} \hat{k} = (327 \text{ rad/s}^2) \hat{k}$$

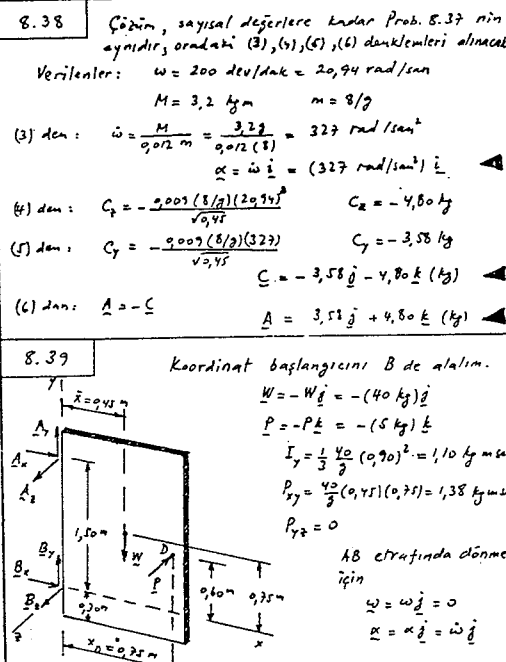
(4) den: $C_y = -\frac{0.007 (8/9) (20.94)}{\sqrt{0.45}} = -4.80 \text{ kg}$

(5) den: $C_z = -\frac{0.007 (8/9) (327)}{\sqrt{0.45}} = -3.58 \text{ kg}$

$$C = -3.58 \hat{j} - 4.80 \hat{k} \text{ (kg)}$$

(6) den: $A = -C$

$$A = 3.58 \hat{j} + 4.80 \hat{k} \text{ (kg)}$$

8.39  den

Koordinat başlangıcını B de alalım.

$$W = -W \hat{j} = -(40 \text{ kg}) \hat{j}$$

$$P = -P \hat{k} = -(5 \text{ kg}) \hat{k}$$

$$I_y = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (0.90)^2 = 1.10 \text{ kg m}^2$$

$$P_{xy} = \frac{W}{g} (0.45)(0.45) = 1.38 \text{ kg m}^2$$

$$P_{yz} = 0$$

AB etrafında dönme için

$$\omega = \omega \hat{j} = 0$$

$$\alpha = \alpha \hat{j} = \dot{\omega} \hat{j}$$

B ye göre dışsal moment

$$W_x = W_y = 0, \quad \omega_y = \omega \text{ için (8.9) denkleminde}$$

$$h_B = -P_{xy} \omega \hat{i} + I_y \omega \hat{j} - P_{yz} \omega \hat{k}$$

$$h_B = -1.38 \omega \hat{i} + 1.10 \omega \hat{j}$$

$$\Sigma M_B = \frac{\delta h_B}{\delta t} + \omega \times h_B = -1.38 \dot{\omega} \hat{i} + 1.10 \dot{\omega} \hat{j} + 0 \quad (1)$$

Diş kuvvetler

$$\Sigma M_B = F_{AB} \times A + F_{CB} \times W + F_{DB} \times P$$

$$= (1.50 \hat{j}) \times (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) + (0.45 \hat{i} + 0.45 \hat{j}) \times (-40 \hat{j}) + (0.45 \hat{i} + 0.60 \hat{j}) \times (-5 \hat{k})$$

$$\Sigma M_B = (1.50 A_x - 3) \hat{i} + 3.75 \hat{j} + (-1.5 A_z - 18) \hat{k} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerini kullanarak $\Sigma M_B = \Sigma M_B$ yazalım:

$$-1.38 \dot{\omega} = 1.50 A_x - 3$$

$$1.10 \dot{\omega} = 3.75$$

$$0 = -1.5 A_z - 18$$

$$A_x = -12 \text{ kg}$$

$$A_z = -1.14 \text{ kg}$$

(3) de yerine koyarak

$$\alpha = \dot{\omega} \hat{j}$$

$$\alpha = (3.71 \text{ rad/s}^2) \hat{j}$$

Kütle merkezinin ivmesi

$$\ddot{x} = \alpha \times F_{CB} + \omega \times (\omega \times F_{CB}) = (3.71 \hat{j}) \times (0.45 \hat{i} + 0.45 \hat{j}) + 0$$

$$\ddot{x} = (-1.53 \text{ m/s}^2) \hat{k}$$

B deki reaksiyon bileşenleri: $\Sigma F = m \ddot{x}$

$$A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} + B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} - W \hat{j} - P \hat{k} = \frac{W}{g} (-1.53) \hat{k}$$

$$-12 \hat{i} + A_y \hat{j} - 1.14 \hat{k} + B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} - 40 \hat{j} - 5 \hat{k} = -6.24 \hat{k}$$

$$B_x = 12 \text{ kg} \quad A_y + B_y = 40 \text{ (belirsiz)} \quad B_z = -0.10 \text{ kg}$$

8.40

Yalnız etkiliyen P kuvvetini göz önüne alalım. Reaksiyonların yatay bileşenleri P den bağımsız olacağına göre $A = B = 0$ seçeceğiz.

Prob. 8.39 dan

$$\Sigma M_B = -1,38 \dot{\omega} \hat{i} + 1,10 \dot{\omega} \hat{j} \quad (1)$$

 P kuvveti için

$$\Sigma M_B = F_{D10} \times P$$

$$= (x_D \hat{i} + y_D \hat{j}) \times (-P \hat{k})$$

$$\Sigma M_B = -P y_D \hat{i} + P x_D \hat{j} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinden

$$\Sigma M_B = \Sigma M_B$$

$$-1,38 \dot{\omega} \hat{i} + 1,10 \dot{\omega} \hat{j} = -P y_D \hat{i} + P x_D \hat{j}$$

Birim vektörlerin katsayılarını eşitleyelim:

$$-1,38 \dot{\omega} = -P y_D \quad (3)$$

$$1,10 \dot{\omega} = P x_D \quad (4)$$

Kütle merkezinin ivmesi

$$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{G/B} = \dot{\omega} \hat{j} \times (0,45 \hat{i} + 0,35 \hat{j}) = -0,35 \dot{\omega} \hat{k}$$

$$\frac{\vec{a}}{P} = \frac{-0,35 \dot{\omega} \hat{k}}{1,335} = 0,545 \quad (5)$$

$$(4) \text{ denkleminde: } x_D = 1,10 \frac{\dot{\omega}}{P} = 1,10 (0,545) = 0,60 \text{ m}$$

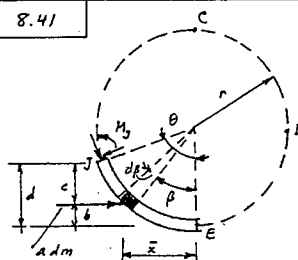
$$(3) \text{ denkleminde: } y_D = 1,38 \frac{\dot{\omega}}{P} = 1,38 (0,545) = 0,75 \text{ m}$$

İstenen noktanın yeri:

merkezlerden 60 cm uzakta

düzlemde 105 cm yukarıda

8.41



$$\vec{r} = r \sin \theta$$

$$dm = \frac{M}{\pi r^2} r d\theta$$

$$b = r - r \cos \theta$$

$$d = r - r \cos \theta$$

$$c = d - b$$

$$c = r \cos \theta - r \cos \theta$$

$$c = r (\cos \theta - \cos \theta)$$

$$a dm = \vec{\omega} \times \vec{r} dm$$

$$= (r \sin \theta) \omega \frac{M}{\pi r^2} r d\theta$$

$$a dm = \frac{M}{\pi r^2} r^2 \omega \sin \theta d\theta$$

J noktası $\theta = 0$ ya karşı gelmektedir. M_J nin efektif kuvvetlerin momentine eşit olduğunu yazalım.

$$M_J = \int_C (a dm) = \int_C (r \cos \theta - r \cos \theta) \frac{M}{\pi r^2} r^2 \omega \sin \theta d\theta$$

$$M_J = \frac{M}{\pi} r^3 \omega \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \right]_0^{\pi}$$

$$M_J = \frac{M}{\pi} r^3 \omega \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \right)$$

$$(a) \text{ C de } \theta = 180^\circ; \sin \theta = 0, \cos \theta = -1$$

$$M_J = \frac{M}{\pi} r^3 \omega (0 + 1) = M_J = 2 \frac{M}{\pi} r^3 \omega$$

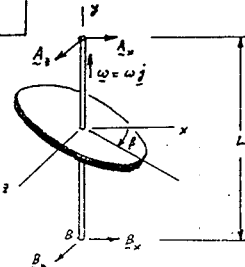
$$(b) \text{ E de } \theta = 360^\circ; \sin \theta = 0, \cos \theta = 1$$

$$M_J = \frac{M}{\pi} r^3 \omega (0 + 1) = M_J = 0$$

$$(c) \text{ B de } \theta = 90^\circ; \sin \theta = 1, \cos \theta = 0$$

$$M_J = \frac{M}{\pi} r^3 \omega \left(\frac{1}{2} + 0 \right) = M_J = \frac{1}{2} \frac{M}{\pi} r^3 \omega$$

8.42

Prob. 8.4 den h_D ya bulunuz. $v_D = \vec{v} = 0$ olduğundan

$$\vec{h}_D = \vec{h}_D + \vec{r}_{D/O} \times \vec{\omega} = \vec{h}_D$$

$$\vec{h}_D = \vec{h}_D = \frac{1}{2} m a^2 \omega \sin 2\beta \hat{i} + \frac{1}{2} m a^2 \omega (3 + 2 \cos 2\beta) \hat{j}$$

$$\Sigma M_D = \frac{\delta h_D}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{h}_D = \vec{\omega} \times \vec{h}_D$$

$$\Sigma M_D = \vec{\omega} \hat{j} \times \left(\frac{1}{2} m a^2 \omega \right) [\sin 2\beta \hat{i} + (3 + 2 \cos 2\beta) \hat{j}]$$

$$\Sigma M_D = -\frac{1}{8} m a^2 \omega^2 \sin 2\beta \hat{k} \quad (1)$$

$$\text{Dış kuvvetler: } \Sigma M_D = F_{D10} \times A$$

$$\Sigma M_D = L \hat{j} \times (A_x \hat{i} + A_y \hat{k}) = -A_x L \hat{k} + A_y L \hat{i}$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ denklemlerinden}$$

$$-\frac{1}{8} m a^2 \omega^2 \sin 2\beta = -A_x L \quad A_x = \frac{1}{8} m a^2 \omega^2 \sin 2\beta \quad A_y = 0$$

$$A = \frac{1}{8} m a^2 \omega^2 \sin 2\beta \hat{i}$$

$$\vec{a} = 0 \text{ olduğundan } \Sigma \vec{F} = m \vec{a} = 0$$

$$A + B = 0 \quad B = -A$$

8.43

CDE üçgeninde $DE = a\sqrt{3}$ x, y, z asal eksenlerini kullanı-

yoruz.

$$I_x = m (DE)^2 + \frac{1}{12} m a^2 = 3 m a^2 \frac{m^2}{Y}$$

$$I_x = \frac{13}{12} m a^2$$

$$I_y = \frac{1}{12} m a^2$$

$$\vec{\omega} = \omega \hat{j} = \omega \sin \beta \hat{i} + \omega \cos \beta \hat{j}$$

$$\omega_x = \omega \left(\frac{1}{2} \right) \quad \omega_y = \omega \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad \omega_z = 0$$

$$\vec{h}_D = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

$$= \frac{13}{12} m a^2 \omega \left(\frac{1}{2} \right) \hat{i} + \frac{1}{12} m a^2 \omega \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \hat{j}$$

$$\Sigma M_D = \vec{\omega} \times \vec{h}_D = \left[\frac{1}{2} \omega \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \omega \hat{j} \right] \times \left[\frac{13}{24} m a^2 \omega \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{24} m a^2 \omega \hat{j} \right]$$

$$= m a^2 \omega^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{13\sqrt{3}}{16} \right) \hat{k}$$

$$M_D = -\frac{11}{16} \sqrt{3} m a^2 \omega^2 \hat{k} \quad (1)$$

$$\Sigma = 0 \text{ dir.}$$

$$\Sigma M_D = -W \frac{\sqrt{3}}{2} a \hat{k} \quad (2)$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ denklemlerinden}$$

$$\Sigma M_D = \Sigma M_D$$

$$-\frac{11}{16} \sqrt{3} m a^2 \omega^2 \hat{k} = -\frac{\sqrt{3}}{2} W a \hat{k}$$

$$-\frac{11}{16} \sqrt{3} m a^2 \omega^2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} W a$$

$$\omega = \sqrt{\frac{8}{11} \frac{W}{a}} \quad (2)$$

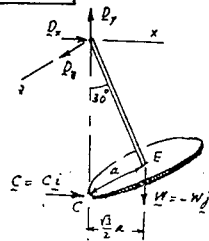
$$\omega = \sqrt{\frac{8}{11} \frac{W}{a}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{8}{11} \frac{W}{a}}$$

8.44

CDE üçgeninde: $CD = 2a$

$$DE = \sqrt{3}a$$



Prob. 8.43 deki (1) denklemini:

(Not: $\hat{i}$ ve $\hat{j}$ aynı):

$$\Sigma M_D = -\frac{11}{16} \sqrt{3} m a^2 \omega^2 \hat{k} \quad (1)$$

Dış kuvvetler

$$\Sigma M_D = [C(2a) - W \frac{\sqrt{3}}{2} a] \hat{k} \quad (2)$$

$$(1) \text{ ve } (2) \text{ denklemlerinden } \Sigma M_D = \Sigma M_D \text{ yazalım:}$$

$$-\frac{11}{16} \sqrt{3} m a^2 \omega^2 \hat{k} = [2aC - \frac{\sqrt{3}}{2} aW] \hat{k}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}}{4} W - \frac{11}{32} \sqrt{3} \frac{W}{2} a \omega^2$$

$$\text{Verilenler: } W = 10 \text{ kg} \quad \omega = 40 \text{ dev/dak} = 4,19 \text{ rad/san}$$

$$a = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}}{4} (10) - \frac{11}{32} \sqrt{3} \frac{(10)}{2} (0,20) (4,19)^2 = 4,33 - 2,13$$

$$C = 2,20$$

$$C = 2,20 \text{ kg} \rightarrow$$

D deki reaksiyon: Diskin kütle merkezi $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ yarıçaplı

yatay bir daire çizdiğinden

$$\vec{a} = -\frac{\sqrt{3}}{2} a \omega^2 \hat{i} = -\frac{\sqrt{3}}{2} (0,20) (4,19)^2 \hat{i} = -(3,04 \text{ m/san}^2) \hat{i}$$

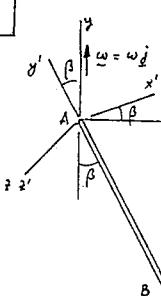
$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}: C \hat{i} + D_x \hat{i} + D_y \hat{j} + D_z \hat{k} - W \hat{j} = \frac{10}{g} (-3,04) \hat{i}$$

$$3,20 \hat{i} + D_x \hat{i} + D_y \hat{j} + D_z \hat{k} - 10 \hat{j} = -3,10 \hat{i}$$

$$D_x = -2,20 - 3,10 = -5,30 \text{ kg} \quad D_y = 10 \text{ kg} \quad D_z = 0$$

$$D = [5,30 \text{ kg} \leftarrow] + [10 \text{ kg} \uparrow]$$

8.45



$$AB = l$$

$$I_x = \frac{1}{12} m l^2$$

$$I_y = 0$$

$$I_z = \frac{1}{12} m l^2$$

$$\vec{\omega} = \omega \hat{j}$$

$$\omega = \omega \sin \beta \hat{i} + \omega \cos \beta \hat{j}$$

$$\omega_x = \omega \sin \beta$$

$$\omega_y = \omega \cos \beta$$

$$\omega_z = 0$$

 x, y, z asal eksenler olduğundan

$$\vec{h}_A = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

$$= \frac{1}{12} m l^2 (\omega \sin \beta) \hat{i}$$

$$\Sigma M_A = \frac{\delta h_A}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{h}_A = \vec{\omega} \times \vec{h}_A$$

$$\Sigma M_A = (\omega \sin \beta \hat{i} + \omega \cos \beta \hat{j}) \times \frac{1}{12} m l^2 (\omega \sin \beta) \hat{i}$$

$$\Sigma M_A = -\frac{1}{12} m l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k} \quad (1)$$

Devamı yanda

8.45 (devamı)

Dış kuvvetler

$$\Sigma M_D = -W \frac{l}{2} \sin \beta \hat{k} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinden

$$\Sigma M_D = \Sigma M_D:$$

$$-\frac{1}{3} \frac{W}{g} l^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{k} = -\frac{1}{2} W l \sin \beta \hat{k}$$

$$\cos \beta = \frac{3}{2} \frac{g}{l \omega^2}$$

$$(b) \beta = 0 \text{ için } \cos \beta = 1$$

$$1 = \frac{3}{2} \frac{g}{l \omega^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{g}{l}}$$

$$\omega < \sqrt{\frac{3}{2} \frac{g}{l}} \text{ olursa çubuk düşey durur.}$$

8.46

 $l = 0,60 \text{ m}, \omega = 10 \text{ rad/san.}$ Prob. 8.45 den

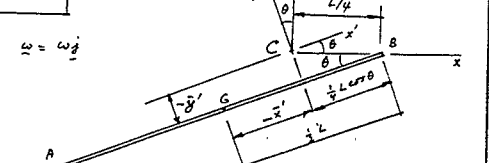
$$(a) \cos \beta = \frac{3}{2} \frac{g}{l \omega^2} = \frac{3}{2} \frac{(9,81)}{(0,60)(10)^2} = 0,252$$

$$\beta = 75,8^\circ$$

$$(b) \omega^2 = \frac{3}{2} \frac{g}{l} = \frac{3}{2} \frac{9,81}{0,60} = 24,52$$

$$\omega = 4,95 \text{ rad/san}$$

8.47



$$\vec{\omega} = \omega \hat{j}$$

 x, y eksenlerini kullanacağız. Bunlara göre $\vec{P}_{xy} = 0$.

Kütle merkezinin koordinatları

$$\vec{r}' = -\left(\frac{1}{2} L - \frac{1}{2} L \cos \theta\right) \hat{i} - \frac{1}{2} L (2 - \cos \theta) \hat{j} = -\frac{1}{2} L \sin \theta \hat{i}$$

$$I_x = I_x + m \vec{r}'^2 = 0 + \frac{1}{12} m L^2 \sin^2 \theta$$

$$I_y = I_y + m \vec{r}'^2 = \frac{1}{12} m L^2 + \frac{1}{12} m L^2 (2 - \cos \theta)^2$$

$$P_{xy} = \vec{P}_x \vec{r}' + m \vec{r}' \vec{r}' = 0 + \frac{1}{12} m L^2 (2 - \cos \theta) \sin \theta$$

$$\vec{\omega} = \omega \hat{j} = \omega \sin \theta \hat{i} + \omega \cos \theta \hat{j}$$

$$\omega_x = \omega \sin \theta, \quad \omega_y = \omega \cos \theta, \quad \omega_z = 0$$

8.9 denkleminde:

$$\vec{h}_C = (I_x \omega_x - P_{xy} \omega_y) \hat{i} + (-P_{xy} \omega_x + I_y \omega_y) \hat{j}$$

$$= m L^2 \omega \left\{ \left[\frac{1}{12} \sin^2 \theta - \frac{1}{12} (2 - \cos \theta) \sin \theta \cos \theta \right] \hat{i} \right.$$

$$\left. + \left[-\frac{1}{12} (2 - \cos \theta) \sin^2 \theta + \frac{1}{12} (2 - \cos \theta) \cos^2 \theta \right] \hat{j} \right\}$$

$$\Sigma M_C = \frac{\delta h_C}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{h}_C = 0 + \vec{\omega} \times \vec{h}_C$$

$$= \frac{m L^2 \omega^2}{16} \left\{ - (2 - \cos \theta) \sin^2 \theta + \frac{4}{3} \cos \theta \sin \theta + (2 - \cos \theta)^2 \cos \theta \sin \theta \right.$$

$$\left. - \sin^2 \theta \cos \theta + (2 - \cos \theta) \sin \theta \cos^2 \theta \right\} \hat{k}$$

$$= \frac{m L^2 \omega^2}{16} \left\{ -2 \sin^2 \theta + \cos \theta \sin^2 \theta + \frac{4}{3} \cos \theta \sin \theta \right.$$

$$\left. + 4 \cos^2 \theta \sin \theta - 4 \cos^3 \theta \sin \theta + \cos^2 \theta \sin \theta \right.$$

$$\left. - \sin^2 \theta \cos \theta + 2 \sin \theta \cos^2 \theta - \sin \theta \cos^2 \theta \right\} \hat{k}$$

$$= \frac{1}{16} m L^2 \omega^2 \left\{ -2 \sin \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + \frac{16}{3} \sin \theta \cos \theta \right\} \hat{k}$$

$$\Sigma M_C = m L^2 \omega^2 \hat{k} \left\{ -\frac{1}{8} \sin \theta + \frac{1}{3} \sin \theta \cos \theta \right\} \hat{k}$$

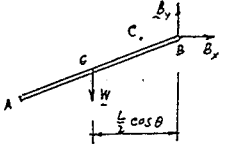
Devamı arkada

8.47 (devamı)

Önceki sayfadan:

$$\Sigma M_C = mL^2\omega^2 \left\{ -\frac{1}{8} \sin \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta \right\} \frac{1}{2} \quad (1)$$

Çubuğu etkileyen dış kuvvetler, W ağırlığı ile B deki reaksiyonun B_x ve B_y bileşenlerinden oluşmaktadır.



Kütle merkezi yatay bir daire üzerinde hareket ettiğinden G nin ivmesi yataydır. O halde $\vec{a} = \vec{a}_i$

$$\Sigma F = m\vec{a}: \quad W + B = m\vec{a}$$

$$-W\vec{j} + B_x\vec{i} + B_y\vec{j} = m\vec{a}_i$$

$$B_y = W$$

Görüldüğü gibi, W ile B_y bir kuvvet çifti meydana getirmektedir. B_x , C noktasından geçtiği için, dış kuvvetlerin C noktasına göre momenti

$$\Sigma M_C = W \frac{L}{2} \cos \theta \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinden $\Sigma M_C = \Sigma M_C$ yazalım:

$$mL^2\omega^2 \left\{ -\frac{1}{8} \sin \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta \right\} \frac{1}{2} = W \frac{L}{2} \cos \theta$$

$$\frac{W}{2} L^2 \omega^2 \left\{ -\frac{1}{8} \sin \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta \right\} = \frac{1}{2} WL \cos \theta$$

$$\frac{L\omega^2}{2} \left\{ -\frac{1}{4} \sin \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta \right\} = 1 \quad (3)$$

Bu denklem her denge konumu için sağlanmalıdır.

Verilen $\theta = 30^\circ$ için:

$$\frac{L}{2} \omega^2 \left\{ -\frac{1}{4} \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \sin 30^\circ \right\} = 1$$

$$\frac{L}{2} \omega^2 \left\{ -\frac{1}{4} (0,577) + \frac{1}{2} (0,500) \right\} = 1$$

$$\frac{L}{2} \omega^2 (-0,1473 + 0,3333) = 1$$

$$\frac{L}{2} \omega^2 (0,1860) = 1 \quad \omega = \sqrt{5,29 \frac{2}{L}}$$

*8.48 Her denge konumu için Prob. 8.47 deki (3) denklemini sağlanmalıdır:

$$\frac{L\omega^2}{2} \left\{ -\frac{1}{4} \sin \theta + \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta \right\} = 1$$

$$\frac{2}{3} \frac{L\omega^2}{2} \left\{ \sin \theta - \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta \right\} = 1$$

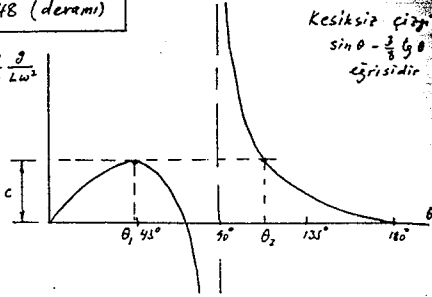
$$\sin \theta - \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta = \frac{3\theta}{2L\omega^2} \quad (1)$$

Şimdi sol tarafı, θ nin fonksiyonu olarak gösteren bir grafik çiziceğiz.

Devamı yanda

*8.48 (devamı)

$$\frac{2}{3} \frac{\theta}{L\omega^2}$$



Kesiksiz çizgi $\sin \theta - \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta$ eğrisidir

Eğrinin incelenmesinden görüldü ki $\frac{2}{3} \frac{\theta}{L\omega^2} < c$ ise üç denge konumu vardır.

Tağetin yatay olduğu θ yı bulalım:

$$\frac{L}{2} \omega^2 \left\{ \sin \theta - \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta \right\} = \cos \theta - \frac{3}{2} \frac{1}{\cos \theta} = 0$$

$$\cos^2 \theta = \frac{2}{3} \quad \theta_1 = 43,85^\circ$$

$\theta_1 = 43,85^\circ$ için

$$c = \sin(43,85^\circ) - \frac{3}{2} \sin(43,85^\circ) \cos(43,85^\circ) = 0,3325$$

$$c = 0,3325 \text{ e karşı gelen } \omega$$

$$\frac{2}{3} \frac{\theta}{L\omega^2} = 0,3325$$

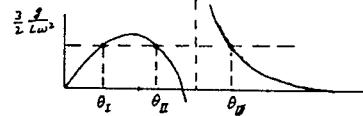
$$\omega^2 = 4,11 \frac{2}{L}$$

$$\omega = 2,12 \sqrt{\frac{2}{L}} \quad \blacktriangleleft$$

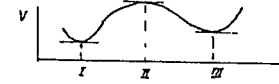
Grafikten görüldüğü ki:

ya (a) $\theta > 90^\circ$ olan bir konum

veya (b) $\theta > 90^\circ$ olan bir konum ve $\theta < 90^\circ$ olan iki konum vardır. (b) şıkında 3 konum şöyledir:



Statikteki Bilüm 10 dan biliyoruz ki iki kararlı denge konumu arasında bir kararlı konum vardır. Tipik bir potansiyel enerji fonksiyonu gösteren bu sağlanabilir.



Maksimum ve minimumların birbirini izleye ceği görülmüştür.

O halde, eğer θ_{II} kararlı bir konum ise, θ_{II} kararlı bir konumdur. θ_1 kararlı bir konumdur.

*8.49 Prob. 8.48 deki (1) denkleminde her denge konumu için:

$$\sin \theta - \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta = \frac{3\theta}{2L\omega^2}$$

Prob. 8.47 den $\theta = 30^\circ$ için $\omega^2 = 5,29 \frac{2}{L}$

Aşağıdaki şartı sağlayan iki ek çözüm arıyoruz:

$$\sin \theta - \frac{3}{2} \sin \theta \cos \theta = \frac{3}{2} \frac{\theta}{L \cdot 5,29} = 0,2835$$

Prob. 8.48 deki grafiği esas alarak deneme yoluyla çözüm yapılır:

$$\theta = 55,0^\circ \text{ ve } \theta = 168,2^\circ \quad \blacktriangleleft$$

8.50 (a) A diskinin açısal momentumu

Koordinat eksenleri asal eksenler olduklarından

$$h_x = I_x \omega_x = I_x (0) = 0$$

$$h_y = I_y \omega_y = \left(\frac{1}{2} m r^2 \right) (-\omega) = -\frac{1}{2} m r^2 \omega$$

$$h_z = I_z \omega_z = \left(\frac{1}{2} m r^2 + m b^2 \right) (-\Omega) = -\frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega$$

O halde A diskinin O ya göre açısal momentumu

$$(h_0)_A \text{ ağırlığı} = -\frac{1}{2} m r^2 \omega \vec{j} - \frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \quad (1)$$

B diskinin açısal momentumu

Bentler şeklinde

$$(h_0)_B \text{ ağırlığı} = +\frac{1}{2} m r^2 \omega \vec{j} - \frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \quad (2)$$

Toplam açısal momentum

(1) ve (2) yi toplayarak

$$(h_0)_{\text{toplam}} = -\frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \quad (3)$$

Dış kuvvetlerin O ya göre momenti

Karşılaştırma gerçeğinin $\vec{j}$ eksenli etrafında $\Omega = -\Omega \vec{k}$ açısal hızı ile döndüğünü dikkate alarak temel ilkeyi uygulayalım:

$$\Sigma \underline{M}_O = \frac{\delta h_0}{\delta t} + \Omega \times h_0$$

(3) e göre $\frac{\delta h_0}{\delta t} = 0$ olur ve

$$\Sigma \underline{M}_O = 0 + (-\Omega \vec{k}) \times \left[-\frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \right] = 0 \quad (4)$$

O halde C ve D deki reaksiyonlar = 0 $\blacktriangleleft$

(b) Bu defa

$$(h_0)_A \text{ ağırlığı} = -\frac{1}{2} m r^2 \omega \vec{j} - \frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \quad (1')$$

$$(h_0)_B \text{ ağırlığı} = -\frac{1}{2} m r^2 \omega \vec{j} - \frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \quad (2')$$

$$(h_0)_{\text{toplam}} = -m r^2 \omega \vec{j} - \frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \quad (3')$$

$$\Sigma \underline{M}_O = \frac{\delta h_0}{\delta t} + \Omega \times h_0$$

$$= 0 + (-\Omega \vec{k}) \times \left[-m r^2 \omega \vec{j} - \frac{1}{2} m (r^2 + 4b^2) \Omega \vec{k} \right]$$

$$\Sigma \underline{M}_O = -m r^2 \omega \Omega \vec{i} \quad (4')$$

C ve D deki reaksiyonlar:

$$\Sigma \underline{M}_O = 0,3 \vec{k} \times 0,2 \vec{j} + 0,7 \vec{k} \times \vec{c} \vec{j}$$

$$= -0,3 (D + 3C) \vec{i}$$

$$(4') \text{ de yerine koyarak}$$

$$-0,3 (D + 3C) \vec{i} = -m r^2 \omega \Omega \vec{i}$$

$$D + 3C = \frac{10}{3} m r^2 \omega \Omega \quad (5)$$

iki diğkin kütle merkezi hareket

etmediklerinden $\vec{a} = 0$, $\Sigma \underline{F} = m\vec{a} = 0$ $D + C = 0$ (6)

$$(5) \text{ ve } (6) \text{ dan: } C = -D = \frac{5}{3} m r^2 \omega \Omega$$

$$m = \frac{5}{3} \quad \omega = 12,5 \text{ rad/san} \quad C = 60,4 \vec{j} \text{ (kg)} \quad \blacktriangleleft$$

$$r = 0,3 \text{ m} \quad \Omega = 6,28 \text{ " } \quad D = -60,4 \vec{j} \text{ (kg)} \quad \blacktriangleleft$$

8.51

Şekilde gösterilen eksenleri kullanacağız.

Bunlar tekerleğin asal eksenleridir; bu takım AB etrafında $\Omega = \Omega \vec{j}$ açısal hızı dönmektedir:

$$\Omega = \Omega \vec{j} \quad (1)$$

Tekerleğin açısal hızı

$$\omega = \omega \vec{i} + \Omega \vec{j} \quad (2)$$

s : x eksenli etrafındaki spini gösteriyor.

Tekerlek plak üzerinde yuvarlandığından:

$$v_D = 0, \quad v_D = \omega \times r_D = (\omega \vec{i} + \Omega \vec{j}) \times (R \vec{i} + a \vec{j}) = 0$$

$$(3a - \Omega R) \vec{k} = 0$$

$$\text{Buradan } s \text{ çözülür: } s = \frac{R}{a} \Omega$$

$$(2) \text{ de yerine konursa: } \omega = \frac{R}{a} \Omega \vec{i} + \Omega \vec{j} \quad (3)$$

Tekerleğin açısal momentumu

$$h_A = I_x \omega_x \vec{i} + I_y \omega_y \vec{j} + I_z \omega_z \vec{k}$$

$$h_A = I_x \frac{R}{a} \Omega \vec{i} + I_y \Omega \vec{j} + I_z \Omega \vec{k} \quad (4)$$

$$h_A = I_x \frac{R}{a} \Omega \vec{i} + I_y \Omega \vec{j} + I_z \Omega \vec{k}$$

$$h_A = I_x \frac{R}{a} \Omega \vec{i} + I_y \Omega \vec{j} + I_z \Omega \vec{k} \quad (4)$$

Dış kuvvetlerin A ya göre momenti

$$\Sigma \underline{M}_A = \frac{\delta h_A}{\delta t} + \Omega \times h_A$$

$$(1) \text{ ve } (4) \text{ ü } (5) \text{ de yerine koyalım:}$$

$$\Sigma \underline{M}_A = 0 + \Omega \vec{j} \times \left(I_x \frac{R}{a} \Omega \vec{i} + I_y \Omega \vec{j} + I_z \Omega \vec{k} \right)$$

$$\Sigma \underline{M}_A = -I_x \frac{R}{a} \Omega^2 \vec{k} \quad (6)$$

Ω nin minimum olması halinde D deki reaksiyon sıfırdır; dış kuvvet sadece $-mg \vec{j}$ ağırlığıdır. ki o da $R \vec{i}$ de etkir; ağırlığın momentini (6) da ki

$\Sigma \underline{M}_A$ da yerine koyalım:

$$R \vec{i} \times (-mg \vec{j}) = -I_x \frac{R}{a} \Omega^2 \vec{k}$$

$$-mgr \vec{k} = -I_x \frac{R}{a} \Omega^2 \vec{k}$$

$$mgr = I_x \frac{R}{a} \Omega^2$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

$$\Omega = \sqrt{mga/I_x} \quad (7)$$

8.53 Şekilde gösterilen eksen takimini kullanacağız.

Bunlar silindirin asal eksenleridir; AC etrafında dönmesinin açısal hızı şudur:

$$\Omega = \Omega_1 \hat{j} \quad (1)$$

Silindirin açısal hızı

$$\omega = s \hat{i} + \Omega \hat{j} \quad (2)$$

buradaki s , x eksenine etrafındaki spindir. Silindirin yuvarlandığı için

$$v_D = \omega \times r_D = 0$$

$$(s \hat{i} + \Omega \hat{j}) \times (R \hat{i} - r \hat{j}) = 0$$

$$(-sR + \Omega R) \hat{k} = 0$$

$$\text{Buradan } s = -\frac{R}{r} \Omega$$

$$(2) \text{ de yerine koyarak } \omega = -\frac{R}{r} \Omega \hat{i} + \Omega \hat{j} \quad (3)$$

A ya göre açısal momentum

$$h_A = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

$$h_A = -I_x \frac{R}{r} \Omega \hat{i} + I_y \Omega \hat{j} \quad (4)$$

Dış kuvvetlerin A ya göre momenti

$$\Sigma M_A = \frac{\delta h_A}{\delta t} + \Omega \times h_A \quad (5)$$

(1) ve (4) deki değerleri (5) de yerine koyalım:

$$\Sigma M_A = 0 + \Omega \hat{j} \times [-I_x \frac{R}{r} \Omega \hat{i} + I_y \Omega \hat{j}]$$

$$I_x = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \text{ olduğunun dikkate alarak}$$

$$\Sigma M_A = \frac{1}{2} \frac{W}{g} R r \Omega^2 \hat{k} \quad (6)$$

Serbest cisim diyagramından

A'daki reaksiyon yarıyı

$$\Sigma F_y = 0: D = W$$

$$\Sigma M_A = \frac{WL}{2} \hat{k} \quad (7)$$

(a) (6) ve (7) denklemlerinin sağ taraflarını eşitleyince

$$\frac{1}{2} WL = \frac{1}{2} \frac{W}{g} R r \Omega^2 \quad \Omega = \sqrt{gL/Rr}$$

(b) Kütle merkezinin hareketini göz önüne alalım:

$$\Sigma F = m \ddot{a} \quad \ddot{a} = -(R - \frac{1}{2} r) \Omega^2 \hat{i}$$

$$0 \text{ halde } A_x \hat{i} = -m(R - \frac{1}{2} r) \Omega^2 \hat{i}$$

$$A_x = -\frac{W}{g} (R - \frac{1}{2} r) \Omega^2 = -\frac{W}{g} (R - \frac{1}{2} r) \frac{gL}{Rr}$$

$$\text{Anın şiddeti } A = W(1 - \frac{1}{2R}) \frac{L}{r}$$

8.54 Prob. 8.53 ün çözümüne bak.

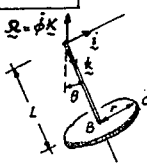
Yukarıki cevaplarda şu değerleri yerine koyalım:

$$W = 2.5 \text{ kg} \quad r = 0.075 \text{ m} \quad L = 0.20 \text{ m} \quad R = 0.30 \text{ m}$$

$$(a) \Omega = \sqrt{\frac{9.81(0.20)}{(0.30)(0.075)}} = \sqrt{83.2} \quad \Omega = 9.14 \text{ rad/s}$$

$$(b) A = 2.5(1 - \frac{0.20}{2(0.30)}) \frac{0.20}{0.075} = 4.44 \quad A = 4.44 \text{ kg}$$

8.55



Şekilde gösterilen Ayz karşılaştırma çerçevesini kullanacağız (y eksenini kâğıttan dışarı doğru). Bu eksenler dış için asal eksenlerdir ve açısal hız şudur:

$$\Omega = \dot{\phi} \hat{k}$$

Diskin açısal hızı

ω yı bulmak için Ω için elde ettiğimiz ifadeye $\dot{\phi} \hat{k}$ spinini ekleyeceğiz:

$$\omega = \dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + (\dot{\psi} - \dot{\phi} \cos \theta) \hat{j} \quad (2)$$

Disk silindirin iç yüzünde yuvarlandığından $v_C = 0$ dir:

$$v_C = \omega \times r_C = [\dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + (\dot{\psi} - \dot{\phi} \cos \theta) \hat{j}] \times (R \hat{i} + L \hat{j}) = 0$$

$$(\dot{\psi} - \dot{\phi} \cos \theta) R \hat{j} - \dot{\phi} L \sin \theta \hat{i} = 0$$

Buradan $\dot{\psi} - \dot{\phi} \cos \theta$ yı $\dot{\psi}$ olarak (2) de yerine koyalım:

$$\omega = \dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + \frac{L}{R} \dot{\phi} \sin \theta \hat{j} \quad (3)$$

Disk A ya göre açısal momentumu

$$h_A = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

$$h_A = I_x \dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + I_y \frac{L}{R} \dot{\phi} \sin \theta \hat{j} \quad (4)$$

Dış kuvvetlerin A ya göre momenti

$$\Sigma M_A = \frac{\delta h_A}{\delta t} + \Omega \times h_A \quad (5)$$

(1) ve (2) deki değerleri (5) de yerine koyalım:

$$\Sigma M_A = 0 + \dot{\phi} (\sin \theta \hat{i} - \cos \theta \hat{j}) \times [I_x \dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + I_y \frac{L}{R} \dot{\phi} \sin \theta \hat{j}]$$

$$\Sigma M_A = -\dot{\phi}^2 \sin \theta (\frac{L}{R} I_y \sin \theta + I_x \cos \theta) \hat{k} \quad (6)$$

Minimum $\Omega = \dot{\phi}$ için C de reaksiyon sıfır olur ve dış kuvvet sadece ağırlık kalır:

$$W = -W \hat{k}$$

Ağırlığın momenti

$$M_A = L \hat{k} \times (-W \hat{k})$$

$$= -LW (\hat{k} \times \hat{k})$$

$$= -LW (\sin \theta \hat{j}) \quad (7)$$

M_A yerine (6) nin sağ tarafındaki

değer konursa:

$$-LW (\sin \theta) \hat{j} = -\dot{\phi}^2 \sin \theta (\frac{L}{R} I_y \sin \theta + I_x \cos \theta) \hat{j}$$

Buradan

$$\dot{\phi}^2 = \frac{r LW}{L I_y \sin \theta + r I_x \cos \theta} \quad (9)$$

$$I_x = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \text{ olduğu göz önünde tutularak ve}$$

$$I_x = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 + \frac{W}{g} L^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r^2 + 4L^2) \text{ alınarak (9) da}$$

$$\Omega = \dot{\phi} = \sqrt{\frac{2rL}{[1 + (\frac{r}{L})^2] \cos \theta + \frac{r}{L} \sin \theta}}$$

*Not: W nin momenti şöyle de hesap edilebilir:

$$M_A = L \hat{k} \times (-W \hat{k}) = L \hat{k} \times (-W)(\sin \theta \hat{i} - \cos \theta \hat{j})$$

$$= -LW \sin \theta (\hat{k} \times \hat{i})$$

$$= -LW \sin \theta \hat{j}$$

8.56

Örnek Prob. 8.4 deki (5) denkleminde

$$\Sigma M_O = \frac{\dot{\phi}^2 \sin \beta}{a} (I_A \cos \beta - I_L \sin \beta) \hat{j} \quad (6)$$

Dışının serbest cisim diyagramından

$$\Sigma M_O = \Sigma A \times W + \Sigma C \times F \quad (7)$$

$\Sigma C \perp F$ olduğuna ve $\Sigma A, E$ ve $\hat{j}$ nin bir sağ takım oluşturdıkları göz önünde tutularak

$$\Sigma C \times F = -(OC) F \hat{j} = -\sqrt{L^2 + a^2} F \hat{j}$$

Bunu (6) da yerine koyalım ve $\Sigma A \times W$ yi Örnek Problem deki şekle getirelim:

$$\Sigma M_O = L \hat{k} \times (W \sin \beta \hat{i} + W \cos \beta \hat{j}) - \sqrt{L^2 + a^2} F \hat{j}$$

$$\Sigma M_O = (WL \sin \beta - F \sqrt{L^2 + a^2}) \hat{j} \quad (8)$$

(5) ve (8) nin sağ yanlarını eşitleyelim:

$$WL \sin \beta - F \sqrt{L^2 + a^2} = \frac{\dot{\phi}^2 \sin \beta}{a} (I_A \cos \beta - I_L \sin \beta)$$

Sayısal değerleri yerine koyalım: $\dot{\phi} = 6 \text{ rad/s}$

$$W = 5 \text{ kg}, \quad L = 0.25 \text{ m}, \quad a = 0.10 \text{ m}$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{W}{g} a^2 = \frac{1}{2} \frac{5}{9.81} (0.10)^2 = 0.00255 \text{ kg m}^2$$

$$I' = \frac{1}{2} \frac{W}{g} a^2 + \frac{W}{g} L^2 = 0.00127 + \frac{5}{9.81} (0.25)^2 = 0.00127 + 0.3186$$

$$I' = 0.3333 \text{ kg m}^2$$

$$\beta = 60^\circ \quad \sin \beta = 0.866 \quad \cos \beta = 0.500$$

$$5(0.25)(0.866) - F \sqrt{(0.25)^2 + (0.10)^2} =$$

$$\frac{(6)^2 (0.866)}{0.10} [(0.03333)(0.10)(0.5) - (0.00255)(0.25)(0.866)]$$

$$1.082 - 0.269 F = 311.76(0.00166 - 0.00055)$$

$$F = \frac{1.011 - 0.293}{0.269} \quad F = 3.77 \text{ kg}$$

8.57 Şekil'deki xyz özel eksen takimini alacağız.

y eksenini kâğıda doğru. Takimin açısal

hızı:

$$\Omega = \dot{\phi} \hat{k} = \dot{\phi} (\sin \beta \hat{i} + \cos \beta \hat{j})$$

Koninin açısal hızı:

$$\omega = \Omega + \text{spin} = \Omega + \dot{\psi} \hat{k}$$

$$\omega = \dot{\phi} \sin \beta \hat{i} + (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \beta) \hat{j}$$

A ya göre açısal momentumı:

$$h_A = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

$$h_A = I_x \dot{\phi} \sin \beta \hat{i} + I_y (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \beta) \hat{j}$$

$$\Sigma M_A = \frac{\delta h_A}{\delta t} + \Omega \times h_A = \Omega \times h_A$$

$$= \dot{\phi} (\sin \beta \hat{i} + \cos \beta \hat{j}) \times [I_x \dot{\phi} \sin \beta \hat{i} + I_y (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \beta) \hat{j}]$$

$$= [I_x \dot{\phi}^2 \sin \beta \cos \beta - I_y \dot{\phi} \sin \beta (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \beta)] \hat{k}$$

$$\Sigma M_A = [(I_x - I_y) \dot{\phi}^2 \sin \beta \cos \beta - I_y \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \beta] \hat{k} \quad (1)$$

Serbest cisim diyagramından

$$\Sigma M_A = \frac{3}{4} h W \sin \beta \hat{j} \quad (2)$$

(j kâğıda doğru)

Devamı yanda

8.57 (devamı)

(1) ve (2) nin sağ taraflarını eşitleyelim:

$$(I_x - I_y) \dot{\phi}^2 \sin \beta \cos \beta - I_y \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \beta = \frac{3}{4} h W \sin \beta$$

$$5.399 \text{ deki tablodan (eksen farkına dikkatle):}$$

$$I_x = \frac{3}{4} \frac{W}{g} (\frac{1}{4} r^2 + h^2) \quad I_y = \frac{3}{4} \frac{W}{g} r^2$$

Bunları yukarıdaki denkleme yerine koyup sadeleştiririz:

$$\frac{3}{20} (4h^2 - r^2) \dot{\phi}^2 \cos \beta - \frac{3}{10} r^2 \dot{\phi} \dot{\psi} = \frac{3}{4} h W$$

$$\text{Buradan}$$

$$\dot{\psi} = 2 \left(\frac{h^2}{r^2} - \frac{1}{4} \right) \dot{\phi} \cos \beta - \frac{5g}{2r^2} h$$

8.58 Prob. 8.57 deki çözüme bakacağız. Çerçeve

aşağıdaki sayısal değerleri yerine koyalım:

$$\dot{\phi} = 30 \text{ der/dak} = \pi \text{ rad/san}, \quad h = 2 \text{ in}, \quad r = 0.0375 \text{ m}$$

$$\dot{\psi} = 2 \left[\frac{(0.0375)^2}{(0.0375)^2} - \frac{1}{4} \right] \pi \cos \beta - \frac{5(32.2)(2)}{2(0.0375)^2}$$

$$\dot{\psi} = 31.5 \pi \cos \beta - \frac{1308}{\pi}$$

$\dot{\phi}$ pozitif kabul edilirse $\dot{\psi}$ için β için değeri

için negatif olduğu görülmektedir. $\dot{\psi}$ a n mutlak

değerleri şöyledir:

$$(a) \beta = 45^\circ: \dot{\psi} = 69.97 - 416.24 = -346.27 \text{ rad/san}$$

$$\dot{\psi} = 3155 \text{ dev/dak}$$

$$(b) \beta = 70^\circ: \dot{\psi} = 0 - 416.34 = -416.34 \text{ rad/san}$$

$$\dot{\psi} = 3804 \text{ dev/dak}$$

$$(c) \beta = 135^\circ: \dot{\psi} = -69.97 - 416.24 = -486.21 \text{ rad/san}$$

$$\dot{\psi} = 4444 \text{ dev/dak}$$

8.59 xyz asal eksen takimini kullanacağız

(y kâğıda doğru). 8.58 deki

yolu izleyerek $\dot{\psi}$ hesap bulunur

(8.41 denkleminde):

$$\Sigma M_O = (I_{Oy} - I_{Oz}) \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \hat{j}$$

Serbest cisim diyagramından:

$$\Sigma M_O = \Sigma A \times W = c \hat{k} \times (-W \hat{k}) = cW (\hat{k} \times \hat{k})$$

Oysa $\hat{k} \times \hat{k} = \sin \theta \hat{j}$ dir (j kâğıda doğru). 8.41 de

yerine koyalım:

$$cW \sin \theta \hat{j} = (I_{Oy} - I_{Oz}) \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta \hat{j}$$

veya

$$(I_{Oy} - I_{Oz}) \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \theta = 0$$

8.60 S. 343 ün birinci satırından

$$\omega_2 = \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \beta$$

Bunu Prob. 8.59 da elde ettiğimiz sonuç yerine

koyalım:

$$[I(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \beta) - I' \dot{\phi} \cos \beta] \dot{\phi} = Wc$$

$$[I\dot{\psi} - (I' - I) \dot{\phi} \cos \beta] \dot{\phi} = Wc$$

Eğer $\dot{\psi} \gg \dot{\phi}$ ise $I\dot{\psi} \gg (I' - I) \dot{\phi} \cos \beta$ olur

ve ifade şu şekle iner:

$$I\dot{\psi} \dot{\phi} \approx Wc$$

8.61 (a) Prob. 8.59'dan

$$(I\omega_z - I'\dot{\phi} \cos \theta) \dot{\phi} = Wc$$

ω_z yerine $\omega_z = \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta$ koyalım (S.343'ün en üstüne bkz.)

$$[I(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta) - I'\dot{\phi} \cos \theta] \dot{\phi} = Wc$$

$$\text{Dörtleyelim: } (I - I') \cos \theta \dot{\phi}^2 - I \dot{\psi} \dot{\phi} + Wc = 0 \quad (1)$$

Sayısal değerleri yerine koyalım:

$$c = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$$

$$I = \frac{W}{g} k^2 = \frac{W}{g} (0,03)^2 = 0,0009 \frac{W}{g}$$

$$I' = \frac{W}{g} k'^2 = \frac{W}{g} (0,07)^2 = 0,0049 \frac{W}{g}$$

$$\dot{\psi} = 1600 \text{ dev/dak} = 167,6 \text{ rad/san}$$

$$\theta = 30^\circ \quad \cos \theta = 0,866$$

(1) denklemini şu hale getir:

$$(0,0009 - 0,0049) \frac{W}{g} (0,866) \dot{\phi}^2 - 0,0009 \frac{W}{g} (167,6) \dot{\phi} + W(0,06) = 0$$

$$+ 0,00346 \dot{\phi}^2 - 0,1508 \dot{\phi} + 0,063 = 0$$

$$\dot{\phi}^2 - 43,55 \dot{\phi} + 167,92 = 0$$

$$\dot{\phi} = 21,77 \text{ ve } 17,44$$

$$\dot{\phi} = 37,21 \text{ rad/san veya } \dot{\phi} = 4,33 \text{ rad/san}$$

(b) Prob. 8.60'dan

$$I\dot{\psi}\dot{\phi} = Wc$$

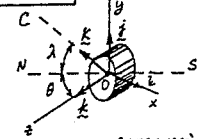
$$\dot{\phi} \approx \frac{Wc}{I\dot{\psi}} = \frac{W(0,06)}{(0,0009 \frac{W}{g})(167,7)} = \frac{(0,06)(9,81)}{(0,0009)(167,7)}$$

$$\dot{\phi} \approx 3,90 \text{ rad/san}$$

$$\text{Bağıl hata} = \frac{3,90 - 4,33}{4,33} = -0,099$$

$$(\text{veya } \% 9,9)$$

8.62



Cembere bağlanmış bir Ozyz karşılaştırma çerçevesi seçlim. y eksenini OA düşeyi üzerinde, z eksenini rotor eksenini üzerinde olsun. Bu çerçevenin bir Newton karşılaştırma çerçevesine göre açısal hızı

$$\Omega = \omega_z \mathbf{k} + \dot{\theta} \mathbf{j}$$

dir; $\mathbf{k}$, dünya eksenini boyunca birim vektördür.

$\mathbf{k}$ yi x,y,z eksenleri boyunca bileşenlere ayıralım:

$$\mathbf{k} = -\cos \lambda \sin \theta \mathbf{i} + \sin \lambda \mathbf{j} + \cos \lambda \cos \theta \mathbf{k}$$

Yerine koyarak

$$\Omega = -\omega_z \cos \lambda \sin \theta \mathbf{i} + (\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda) \mathbf{j} + \omega_z \cos \lambda \cos \theta \mathbf{k} \quad (1)$$

Rotorun açısal hızı, Ω ya $\dot{\phi} \mathbf{k}$ spinini ekleyerek elde edilir.

$$\omega_z = \dot{\psi} + \omega_z \cos \lambda \cos \theta \text{ koyarak}$$

$$\omega_z = -\omega_z \cos \lambda \sin \theta \mathbf{i} + (\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda) \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k} \quad (2)$$

Devamı yanda

8.62 (devamı)

(a) Rotorun açısal momentumu

$$\mathbf{h}_0 = I_x \omega_x \mathbf{i} + I_y \omega_y \mathbf{j} + I_z \omega_z \mathbf{k}$$

dir; burada $I_x = I_y = I'$ ve $I_z = I$ dir (asal at. na)

(2) yi kullanarak

$$\mathbf{h}_0 = -I'\omega_z \cos \lambda \sin \theta \mathbf{i} + I'(\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda) \mathbf{j} + I\omega_z \mathbf{k} \quad (3)$$

Şimdi:

$$\Sigma \mathbf{M}_0 = \frac{\delta \mathbf{h}_0}{\delta t} + \Omega \times \mathbf{h}_0 \quad (4)$$

yu yazalım. (1) ve (3) ü (4) de yerine koyarak

$$\Sigma \mathbf{M}_0 = -I'\omega_z \cos \lambda \cos \theta \dot{\theta} \mathbf{i} + I'\dot{\theta} \mathbf{j} + I\dot{\omega}_z \mathbf{k} + [-\omega_z \cos \lambda \sin \theta \mathbf{i} + (\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda) \mathbf{j} + \omega_z \cos \lambda \cos \theta \mathbf{k}] \times [-I'\omega_z \cos \lambda \sin \theta \mathbf{i} + I'(\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda) \mathbf{j} + I\omega_z \mathbf{k}]$$

$$\Sigma \mathbf{M}_0 = [-I'\omega_z \cos \lambda \cos \theta \dot{\theta} + (\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda)(I\omega_z - I'\omega_z \cos \lambda \cos \theta)] \mathbf{i} + [I'\dot{\theta} + I\omega_z \cos \lambda \cos \theta - I'\omega_z^2 \cos^2 \lambda \sin \theta \cos \theta] \mathbf{j} + [I\dot{\omega}_z - \omega_z \cos \lambda \sin \theta I'(\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda) + (\dot{\theta} + \omega_z \sin \lambda) I\omega_z \cos \lambda \sin \theta] \mathbf{k}$$

Görülüyor ki rotor z eksenini etrafında serbestçe dönmektedir (spin); keza y eksenini etrafında dönme de serbesttir. (Tek sınırlama, x etrafındaki kuvvet çiftinden gelmektedir). O halde $\Sigma \mathbf{M}_0$ nun y ve z bileşenleri sıfır olmalıdır:

$$I'\dot{\theta} + I\omega_z \cos \lambda \cos \theta \sin \theta - I'\omega_z^2 \cos^2 \lambda \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$I\omega_z = 0$$

(b) İkinci denklemden $\omega_z = \text{sabit}$ çıkar. İlk denklemin şöyle yazalım:

$$I'\dot{\theta} + (I\omega_z - I'\omega_z \cos \lambda \cos \theta) \omega_z \cos \lambda \sin \theta = 0$$

$\omega_z \gg \omega_z$ olduğu açıktır, o halde parantez içindeki ikinci terimi ihmal edebiliriz:

$$I'\dot{\theta} + I\omega_z \cos \lambda \sin \theta = 0$$

$$\dot{\theta} + \frac{I\omega_z \cos \lambda \sin \theta}{I'} = 0$$

Bu denklem gösterir ki rotor kutup-güney (N-S) doğrultusunda (bu doğrultuda $\theta = 0$ dir) bir basit sarkaç gibi salınıyor yapar ve bu bir N-S doğrultusunu bulma olanağını sağlar. θ nin küçük değerleri için

$$\dot{\theta} + \frac{I\omega_z \cos \lambda \sin \theta}{I'} = 0$$

olur; bu, basit harmonik harekettir. Salınım periyodu

$$\tau = \frac{2\pi}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{I'}{I\omega_z \cos \lambda}}$$

dir ve $\lambda = 90^\circ$ olunca periyod ∞ olur.

O halde jiro-pusula, kutup bölgelerinde N-S doğrultusunu bulmakta kullanılmaz.

8.63

S. 343'deki (8.41) denklemini alalım:

$$\Sigma \mathbf{M}_0 = (I\omega_z - I'\dot{\phi} \cos \theta) \dot{\phi} \sin \theta \mathbf{j}$$

buradaki j birim vektörü kâğıda doğrular.

Bu problemde $\Sigma \mathbf{M}_0 = -M$ dir (Şek. 8.16 ve P.8.63'e bak)

$$I = I' = \frac{2}{5} m R^2 = \frac{2}{5} (\frac{4}{3} \pi R^3 \rho) R^2 = \frac{8}{15} \pi \frac{R^5}{g}$$

$$= \frac{8}{15} \pi \frac{(5,51 \times 10^{-3})^5}{9,81} = 9,97 \cdot 10^{-36} \text{ kg m}^2$$

$$\omega_z = \frac{2\pi \text{ rad/yan}}{(23,73 \text{ san}) (3600 \text{ san/san})} = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad/san}$$

$$\dot{\phi} = \frac{2\pi \text{ rad/yan}}{(28,500 \text{ san}) (360,24 \frac{\text{san}}{\text{min}}) (2\pi \frac{\text{rad}}{\text{dev}}) (3600 \frac{\text{san}}{\text{san}})} = 7,72 \cdot 10^{-13} \text{ rad/san}$$

$$\theta = 23,45^\circ \quad \sin \theta = 0,39795 \quad \cos \theta = 0,91771$$

Parantezin içindeki ikinci terimin ihmal edilebileceğini göz önüne alarak

$$-M = I\omega_z \dot{\phi} \sin \theta \mathbf{j} = 9,87 (10^{-36}) 7,29 (10^{-5}) (7,72) (10^{-13}) (0,39795) \mathbf{j}$$

$$\text{Şiddeti: } M = 2,21 \cdot 10^{-21} \text{ kg m}$$

8.64

(a) S. 344'deki (8.46) denklemini alalım:

$$\dot{\phi} = \frac{I\omega_z}{I' \cos \theta}$$

$$\text{veya } I'\dot{\phi} \cos \theta = I\omega_z$$

ω_z yerine $\omega_z = \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta$ koyalım:

$$I'\dot{\phi} \cos \theta = I(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta)$$

$\dot{\phi}$ çözümler:

$$\dot{\phi} = -\frac{I}{I - I'} \frac{\dot{\psi}}{\cos \theta}$$

veya

$$\dot{\phi} = \frac{\sec \theta}{1 - (I'/I)} \dot{\psi}$$

Dönel simetrik bir cisimde I'/I nin en küçük değeri 1/2 dir (bu da yassı bir disk veya halka şeklinde cisimlerde olur). O halde

$$\frac{I'}{I} \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{I'}{I} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{1 - \frac{I'}{I}} \geq 2$$

Öte yandan $\sec \theta \geq 1$ olduğundan ters presesyon halinde $|\dot{\phi}| \geq 2|\dot{\psi}|$

(b) (8.47) denklemini alalım:

$$\dot{\psi} \gamma = \frac{I'}{I} \dot{\psi} \theta$$

$$\frac{I'}{I} \geq \frac{1}{2} \text{ olduğundan } \dot{\psi} \gamma \leq 2 \dot{\psi} \theta \text{ olur.}$$

$$\text{Oysa } \dot{\psi} (\gamma - \theta) = \frac{\dot{\psi} \gamma - \dot{\psi} \theta}{1 + \dot{\psi} \gamma \theta}$$

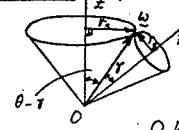
$$\dot{\psi} \gamma - \dot{\psi} \theta \leq 2 \dot{\psi} \theta - \dot{\psi} \theta = \dot{\psi} \theta$$

$$1 + \dot{\psi} \gamma \theta \geq 1$$

$$\text{O halde } \dot{\psi} (\gamma - \theta) \leq \dot{\psi} \theta \text{ ve } \gamma - \theta \leq \theta \text{ olur.}$$

z eksenini uzay konisinin içinde alamaz.

8.65



Uzay ve cisim konilerini göz önüne alalım. ZBz düzlemi z eksenini etrafında $\dot{\phi}$ hızıyla döner; bu düzlemde bulunan ω vektörü de aynı hızla döner.

O halde ω vektörünün ucu, boyu $r_s \dot{\phi} \Delta t$ olan bir yay çizer (Δt zamanında).

Oysa, n nin tanımı gereğince, ω vektörü cisme göre n hızı ile dönüyormuş gibi görünür. O halde ω nın ucu Δt zamanında $r_s n \Delta t$ boyunda bir daire yayı çizer. Cisim konisi uzay konisinin üstünde yuvarlandığında

$$r_s \dot{\phi} \Delta t = r_s n \Delta t \quad (1)$$

Öte yandan şekilden

$$r_s = \omega \sin (\theta - \gamma) \text{ ve } r_s = \omega \sin \gamma$$

dir. (1) de yerine koyalım:

$$\dot{\phi} \sin (\theta - \gamma) = n \sin \gamma$$

$$n = \dot{\phi} \frac{\sin (\theta - \gamma)}{\sin \gamma} \quad (2)$$

(8.46) denklemini alalım:

$$\dot{\phi} = \frac{I\omega_z}{I' \cos \theta} \quad (3)$$

(2) de yerine koyup $\sin (\theta - \gamma)$ yi açarak:

$$n = \frac{I\omega_z}{I' \cos \theta} \frac{\sin \theta \cos \gamma - \sin \gamma \cos \theta}{\sin \gamma}$$

$$= \frac{I\omega_z}{I'} \left(\frac{\sin \theta}{\sin \gamma} - 1 \right)$$

(8.47) denklemden $\frac{\sin \theta}{\sin \gamma} = \frac{I'}{I}$ olduğu göz önüne alınarak

$$n = \frac{I' - I}{I'} \omega_z$$

Not: $I > I'$ için (ters presesyon) şu değer bulunur:

$$n = \frac{I - I'}{I'} \omega_z \quad (4)$$

8.66

Prob. 8.65'e bkz. $I > I'$ için

$$\frac{n}{\omega_z} = \frac{I - I'}{I'} = \frac{1 - 0,9967}{0,9967} = \frac{0,0033}{0,9967}$$

$$\frac{\text{Presesyon periyodu}}{\text{Spin periyodu}} = \frac{n}{\omega_z} = \frac{0,9967}{0,0033} = 302$$

$$\text{Presesyon periyodu} = 302 (1 \text{ gün}) = 302 \text{ gün}$$

8.67

Prob. 8.65'deki (1) denklemden

$$r_s \dot{\phi} = r_s n$$

Prob. 8.65'deki (3) ve (4) ü burada yerine koyalım:

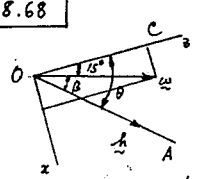
$$r_s \cdot \frac{I\omega_z}{I' \cos \theta} = r_s \frac{I - I'}{I'} \omega_z$$

Kısaltarak ve $\theta \approx 0$, $\cos \theta \approx 1$ olduğunu dikkate alarak

$$r_s \approx r_s \frac{I - I'}{I} = (4,2 \text{ m}) (1 - 0,9967) = 0,01386 \text{ m}$$

$$r_s \approx 1,39 \text{ cm}$$

8.68

(a) x ve z dik eksenlerini

kullanarak:

$$\omega_x = \omega \sin 15^\circ$$

$$\omega_z = \omega \cos 15^\circ$$

$$h_x = I' \omega_x = I' \omega \sin 15^\circ$$

$$h_z = I \omega_z = I \omega \cos 15^\circ$$

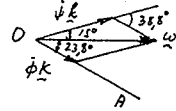
$$\tan \theta = \frac{h_x}{h_z} = \frac{I' \omega \sin 15^\circ}{I \omega \cos 15^\circ} = \frac{I'}{I} \tan 15^\circ$$

(Bu sonuç, 8.47 denkleminde $\gamma = 15^\circ$ koyarak doğrudan doğruya elde edilebilir.)

$$\tan \theta = \left(\frac{1}{1.5}\right) \tan 15^\circ = 0.15 \tan 15^\circ = 0.804$$

$$\theta = 38.8^\circ, \quad \beta = 38.8^\circ - 15^\circ = 23.8^\circ$$

(b) ω nın OA ve OC üzerindeki eşik bileşenlerini kullanarak:



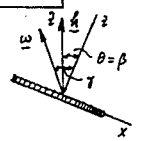
$$\frac{\omega}{\sin 38.8^\circ} = \frac{\dot{\phi}}{\sin 15^\circ} = \frac{\dot{\psi}}{\sin 23.8^\circ}$$

$$\omega = 180 \text{ dev/dak alınarak}$$

$$\text{Presesyon: } \dot{\phi} = 74,3 \text{ dev/dak}$$

$$\text{Spin: } \dot{\psi} = 115,9 \text{ dev/dak}$$

8.69



(a) Verilerden çıkarılan sonuçta göre paraya dik olan z eksenini z düzlemi ile sabit bir $\theta = \beta$ açısı yapmaktadır.

h açısal momentumu, sabit olan z doğrultusundadır.

$$\omega_x = \omega \sin \gamma, \quad \omega_z = \omega \cos \gamma$$

$$h_x = I' \omega_x, \quad h_z = I \omega_z$$

$$\tan \beta = \tan \theta = \frac{h_x}{h_z} = \frac{I'}{I} \tan \gamma$$

$$\tan \gamma = \frac{I'}{I} \tan \beta \quad (8.47 \text{ denklemine geldi})$$

$$I = \frac{1}{2} m r^2 \text{ ve } I' = \frac{1}{2} m r'^2 \text{ olduğundan}$$

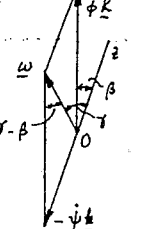
$$\tan \gamma = 2 \tan \beta$$

(1)

$$\tan(\gamma - \beta) = \frac{\tan \gamma - \tan \beta}{1 + \tan \gamma \tan \beta} = \frac{2 \tan \beta - \tan \beta}{1 + 2 \tan^2 \beta}$$

$$\tan(\gamma - \beta) = \frac{\tan \beta}{1 + 2 \tan^2 \beta}$$

(b) ω yı O_z ve O_z doğrultularında bileşenlere ayırarak:



$$\frac{\dot{\phi}}{\sin \gamma} = \frac{-\dot{\psi}}{\sin(\gamma - \beta)}$$

$$\dot{\phi} = -\frac{\dot{\psi} \sin \gamma}{\sin(\gamma - \beta)}$$

$$= -\frac{\dot{\psi}}{\sin \gamma \cos \beta - \sin \beta \cos \gamma}$$

Devamı yanda

8.69 (devamı)

$$\dot{\phi} = -\frac{\dot{\psi}}{\sin \beta \cos \gamma - \sin \gamma \cos \beta}$$

Oysa (1) den $\cos \gamma = \frac{1}{2} \cos \beta$ olduğundan

$$\dot{\phi} = -\frac{2 \dot{\psi}}{\sin \beta \cos \beta}$$

$$\dot{\phi} = -\frac{2 \dot{\psi}}{\cos \beta}$$

(c) $\beta = 10^\circ$ için

$$\tan \gamma = 2 \tan \beta = 2 \tan 10^\circ = 0.35266$$

$$\gamma = 19.4^\circ, \quad \gamma - \beta = 9.4^\circ$$

$$\dot{\phi} = -\frac{2 \dot{\psi}}{\cos \beta} = -\frac{2 \dot{\psi}}{\cos 10^\circ} = -\frac{2 \dot{\psi}}{0.9848}$$

$$\dot{\phi} = -2.031 \dot{\psi}$$

8.70

(a) Presesyon eksenini

$$h_G = I \times m v_G = (4.5 \hat{i} + 0.5 \hat{j}) \times \frac{9.01}{9} (-1500 \hat{i} + 2000 \hat{j})$$

$$= \frac{10}{9} (\hat{i} - 3 \hat{j} + 0.75 \hat{k})$$

$$h_G = \frac{25}{9} (4 \hat{i} - 12 \hat{j} + 3 \hat{k})$$

Presesyon eksenini doğrultusundaki birim vektör olan $\hat{k}$, h_G yi h_G şiddetine bölerek elde edilir:

$$\hat{k} = \frac{h_G}{h_G} = \frac{4}{13} \hat{i} - \frac{12}{13} \hat{j} + \frac{3}{13} \hat{k}$$

$$\text{O halde: } \cos \theta_x = \frac{4}{13}, \quad \cos \theta_y = -\frac{12}{13}, \quad \cos \theta_z = \frac{3}{13}$$

$$\theta_x = 72.1^\circ, \quad \theta_y = 157.7^\circ, \quad \theta_z = 76.7^\circ$$

(b) Presesyon ve spinin hızları

$$\text{Presesyon eksenini ile simetri eksenini arasındaki } \theta \text{ açısının olduğu görülmektedir.}$$

$$\theta = \theta_x = 72.1^\circ$$

Sonra, Prob. 8.22 den

$$\omega = 3.82 \hat{i} - 2.86 \hat{j} + 0.716 \hat{k}$$

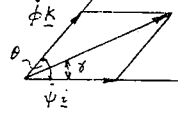
olduğunu biliyoruz. Buradan

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = 4.825 \text{ dev/dak}$$

$$\cos \gamma = \frac{\omega_x}{\omega} = \frac{3.82}{4.825} = 0.7919$$

$$\gamma = 37.2^\circ$$

Şimdi ω yı presesyon ve spin eksenleri üzerinde bileşenlere ayırarak:



Çözümler:

$$\text{Presesyon: } \dot{\phi} = 3.10 \text{ dev/dak}$$

$$\text{Spin: } \dot{\psi} = 2.87 \text{ dev/dak}$$

* b şıkkının başka yoldan çözümü için öteki sayfaya bkn.

8.70 (devamı)

ω yı presesyon eksenini ($\hat{k}$) ve spin eksenini ($\hat{j}$) üzerinde bileşenlere ayırarak:

$$\omega = \dot{\phi} \hat{k} + \dot{\psi} \hat{j}$$

$$= \dot{\phi} \left(\frac{4}{13} \hat{i} - \frac{12}{13} \hat{j} + \frac{3}{13} \hat{k} \right) + \dot{\psi} \hat{j}$$

$$\omega = \left(\frac{4}{13} \dot{\phi} + \dot{\psi} \right) \hat{i} - \frac{12}{13} \dot{\phi} \hat{j} + \frac{3}{13} \dot{\phi} \hat{k} \quad (1)$$

Oysa Prob. 8.22 den

$$\omega = 3.82 \hat{i} - 2.86 \hat{j} + 0.716 \hat{k} \quad (2)$$

(1) ve (2) de birim vektörlerin katsayılarını eşitleyerek

$$\frac{4}{13} \dot{\phi} + \dot{\psi} = 3.82, \quad -\frac{12}{13} \dot{\phi} = -2.86$$

Çözülerek

$$\dot{\phi} = 3.10 \text{ dev/dak}, \quad \dot{\psi} = 2.87 \text{ dev/dak}$$

8.71

(a) Presesyon eksenini. Kapsül ve merminin açısal momentumu korunur. Onun için mermi atıldıktan sonra sıfır olmalıdır:

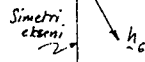
$$h + r \times m v_G = 0 \quad h + (\hat{i} + 0.6 \hat{j}) \times \frac{9.250}{9} (-1200 \hat{k}) = 0$$

$$h = \frac{1}{9} (180 \hat{i} - 300 \hat{j})$$

$$h_x = +\frac{180}{9}, \quad h_y = -\frac{300}{9}, \quad h_z = 0$$

$$\tan \theta = \frac{h_y}{h_x} = -\frac{180}{300} = -0.6$$

$$\theta = 149.0^\circ$$



$$\theta_x = 59.0^\circ, \quad \theta_y = 149.0^\circ, \quad \theta_z = 90^\circ$$

(b) Presesyon ve spinin hızları

$$\omega_x = \frac{h_x}{I_x} = \frac{+180/9}{200(0.41)^2/9} = +4.44 \text{ rad/san} = +42.4 \text{ dev/dak}$$

$$\omega_y = \frac{h_y}{I_y} = \frac{-300/9}{200(0.60)^2/9} = -4.17 \text{ rad/san} = -39.8 \text{ dev/dak}$$

$$\omega_z = \frac{h_z}{I_z} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$$

$$\omega = 58.2 \text{ dev/dak}$$

$$\tan \gamma = \frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{-39.8}{42.4} = -0.938$$

$$\gamma = 133.2^\circ$$

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$$

$$\omega = 58.2 \text{ dev/dak}$$

ω yı presesyon ve spin eksenleri doğrultusunda bileşenlere ayırarak:

Simüs teoremi:

$$\frac{\dot{\phi}}{\sin \theta} = \frac{\dot{\psi}}{\sin \gamma} = \frac{\dot{\psi}}{\sin(\theta - \gamma)}$$

$$\frac{58.2}{\sin 149.0^\circ} = \frac{\dot{\phi}}{\sin 133.2^\circ} = \frac{\dot{\psi}}{\sin 15.8^\circ}$$

$$\frac{58.2}{0.5150} = \frac{\dot{\phi}}{0.2270} = \frac{\dot{\psi}}{0.2723}$$

$$\text{Presesyon: } \dot{\phi} = 82.4 \text{ dev/dak}$$

$$\text{Spin: } \dot{\psi} = 30.8 \text{ dev/dak}$$

Not: Presesyon terstir (retrograd).

8.72

(a) Presesyon eksenini

Çarpışmadan önce: $h_0 = I_z (\omega_z)_0$

$$\text{Oysa } I_z = \frac{100}{9} (0.50)^2 \text{ ve } (\omega_z)_0 = -10 \text{ dev/dak} = -10.972 \text{ rad/san}$$

$$\text{olduğuna göre } h_0 = \frac{100}{9} (0.50)^2 (-10.972) \hat{k} = -\frac{26.18}{9} \hat{k}$$

Çarpıştıktan sonra (Prob. 8.70 e bkn):

$$h = h_0 + r \times m v_G = -\frac{26.18}{9} \hat{k} + \frac{3.5}{9} (4 \hat{i} - 12 \hat{j} + 3 \hat{k})$$

$$h = \frac{1}{9} (-14.18 \hat{i} - 30 \hat{j} + 7.5 \hat{k})$$

Presesyon eksenini doğrultusundaki birim vektör

$$\hat{k} = \frac{h}{h} = -0.4636 \hat{i} - 0.8596 \hat{j} + 0.2149 \hat{k}$$

$$\text{O halde: } \cos \theta_x = -0.4636, \quad \theta_x = 117.6^\circ$$

$$\cos \theta_y = -0.8596, \quad \theta_y = 147.3^\circ$$

$$\cos \theta_z = 0.2149, \quad \theta_z = 77.6^\circ$$

(b) Presesyon ve spinin hızları

ω yı presesyon ve spin eksenleri üzerinde bileşenlere ayırarak: $\omega = \dot{\phi} \hat{k} + \dot{\psi} \hat{j}$

$$\omega = \dot{\phi} (-0.4636 \hat{i} - 0.8596 \hat{j} + 0.2149 \hat{k}) + \dot{\psi} \hat{j}$$

$$\omega = (-0.4636 \dot{\phi} + \dot{\psi}) \hat{i} - 0.8596 \dot{\phi} \hat{j} + 0.2149 \dot{\phi} \hat{k}$$

Oysa Prob. 8.27 den $\omega = -6.18 \hat{i} - 2.86 \hat{j} + 0.716 \hat{k}$

$$\text{İki } \omega \text{ ifadesindeki } i \text{ ve } j \text{ lerin katsayılarını eşitleyerek}$$

$$-0.4636 \dot{\phi} + \dot{\psi} = -6.18, \quad -0.8596 \dot{\phi} = -2.86$$

$$\text{Çözülürse: } \dot{\phi} = 3.33 \text{ dev/dak}, \quad \dot{\psi} = -7.64 \text{ dev/dak}$$

8.73

(a) Presesyon eksenini

Çarpışmadan önce: $h_0 = I_z (\omega_z)_0$

$$I_z = \frac{200}{9} (0.60)^2 \text{ ve } (\omega_z)_0 = 100 \text{ dev/dak} = 10.972 \text{ rad/san}$$

$$h_0 = \frac{200}{9} (0.60)^2 (10.972) \hat{k} = \frac{75.4}{9} \hat{k}$$

Açısal momentumun korunumu: $h + r \times m v_G = h_0$

$$\text{O halde: } h = h_0 - r \times m v_G = \frac{75.4}{9} \hat{k} + \frac{180 \hat{i} - 300 \hat{j}}{9} \quad (\text{Bkn. Prob. 8.71})$$

$$h = \frac{1}{9} (180 \hat{i} + 454 \hat{j})$$

$$\tan \theta = \frac{h_y}{h_x} = \frac{454}{180} = 2.522$$

$$\theta = 21.6^\circ$$

$$\theta = 68.4^\circ, \quad \theta_y = 21.6^\circ, \quad \theta_z = 90^\circ$$

(b) Presesyon ve spinin hızları

$$\omega_x = \frac{h_x}{I_x} = \frac{180}{200(0.41)^2} = +4.44 \text{ rad/san} = +42.4 \text{ dev/dak}$$

$$\omega_y = \frac{h_y}{I_y} = \frac{454}{200(0.60)^2} = +6.31 \text{ rad/san}$$

$$\omega_z = 60.2 \text{ dev/dak}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = 73.6 \text{ dev/dak}$$

$$\tan \gamma = \frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{42.4}{60.2} = 0.703, \quad \gamma = 35.2^\circ$$

ω yı presesyon ve spin eksenleri doğrultusunda bileşenlere ayırarak (Bkn. Örnek Prob. 8.71, son şekil)

$$\theta = 21.6^\circ, \quad \frac{73.6}{\sin 21.6^\circ} = \frac{\dot{\phi}}{\sin 35.2^\circ} = \frac{\dot{\psi}}{\sin 43.2^\circ}$$

$$\dot{\phi} = 115.2 \text{ dev/dak}, \quad \dot{\psi} = 47.0 \text{ dev/dak}$$

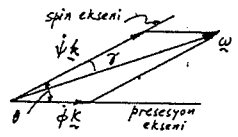
Not: Presesyon terstir.

8.74 S. 345'deki (8.49) denklemini göz önüne alalım:

$$\dot{\gamma} = \frac{I}{I'}, \dot{\gamma} \theta$$

Oysa $I = \frac{1}{2} m a^2$, $I' = \frac{1}{12} m (3a^2 + L^2)$ olduğundan

$$\frac{I}{I'} = \frac{\frac{1}{2} m a^2}{\frac{1}{12} m (3a^2 + L^2)} = \frac{6a^2}{3a^2 + L^2} = \frac{6(3)^2}{3(3)^2 + (15)^2} = \frac{3}{14}$$

 θ = spin ve presesyon eksenleri arasındaki açı = 30° O halde $\dot{\gamma} = \frac{3}{14} \dot{\gamma} 30^\circ = 0,1237$ $\dot{\gamma} = 7,05^\circ$  ω yı presesyon ve spin eksenleri doğrultusunda bileşenlere ayıralım:

$$\theta - \gamma = 30^\circ - 7,05^\circ = 22,95^\circ$$

$$\text{Sinüs teoremi: } \frac{\omega}{\sin \theta} = \frac{\dot{\phi}}{\sin \gamma} = \frac{\dot{\psi}}{\sin(\theta - \gamma)}$$

$$\frac{\omega}{\sin 30^\circ} = \frac{1 \text{ dev/san}}{\sin 7,05^\circ} = \frac{\dot{\psi}}{\sin 22,95^\circ}$$

$$(\omega = 4,07 \text{ dev/san})$$

$$\dot{\psi} = 3,18 \text{ dev/san}$$

8.75 S. 345'deki (8.47) denklemini alalım:

$$\dot{\gamma} = \frac{I}{I'}, \dot{\gamma} \theta$$

buradaki I ve I' , B parçasının ağırlık merkezinden geçen eksenlere göre eksenel ve enine atalet momentleridir. Prob. 8.74'deki gibi $I = \frac{1}{2} m a^2$, $I' = \frac{1}{12} m (3a^2 + L^2)$ dir, fakat bu defa $a = 3 \text{ m}$ ve $L = 7,5 \text{ m}$ dir.

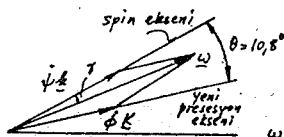
$$\frac{I}{I'} = \frac{\frac{1}{2} m a^2}{\frac{1}{12} m (3a^2 + L^2)} = \frac{6a^2}{3a^2 + L^2} = \frac{6(3)^2}{3(3)^2 + (7,5)^2} = \frac{24}{37}$$

Bağlantı kesildiği anda B parçası, Prob. 8.74'de bulunan ω açısal hızına sahiptir; bu açısal hız spin eksenini ile

$$\gamma = 7,05^\circ$$

lik bir açı yapmaktadır. Yeni presesyon eksenini spin eksenini ile şöyle tanımlanan bir açı yapacaktır:

$$\dot{\gamma} \theta = \frac{37}{24} \dot{\gamma} 7,05^\circ = 0,1907 \quad \theta = 10,8^\circ$$

 ω yı spin eksenini ve yeni presesyon eksenini doğrultusunda bileşenlere ayırarak, Prob. 8.74'den $\omega = 4,07 \text{ dev/san}$ olduğu biliniyor.

Sinüs teoremi:

$$\frac{\omega}{\sin \theta} = \frac{\dot{\phi}}{\sin \gamma} = \frac{\dot{\psi}}{\sin(\theta - \gamma)}$$

$$\frac{4,07 \text{ dev/san}}{\sin 10,8^\circ} = \frac{\dot{\phi}}{\sin 7,05^\circ} = \frac{\dot{\psi}}{\sin 3,75^\circ}$$

$$\dot{\phi} = 3,67 \text{ dev/san} \quad \dot{\psi} = 1,42 \text{ dev/san}$$

8.76 (a) Örnek Prob. 8.5'den $I = \frac{1}{2} m a^2$, $I' = \frac{1}{12} m a^2$

Çarpışmadan sonra

$$h = r \times m v_0 + I \omega_0 = (-a j - a k) \times (-m v_0 i) + I \omega_0 k$$

$$= m v_0 a k + m v_0 a j + I \omega_0 k$$

$$h = m v_0 a j + (I \omega_0 - m v_0 a) k$$

$$h_x = 0, \quad h_y = m v_0 a, \quad h_z = I \omega_0 - m v_0 a$$

$$\omega_x = \frac{h_x}{I_x} = 0, \quad \omega_y = \frac{h_y}{I_y} = \frac{4}{5} \frac{m v_0}{m a}, \quad \omega_z = \frac{h_z}{I_z} = \omega_0 - \frac{1}{5} \frac{m v_0}{m a}$$

Verilenler: $\omega_0 = 60 \text{ dev/dak} = 6,283 \text{ rad/san}$,
 $m/m = 0,001$, $a = 1 \text{ m}$, $v_0 = 2500 \text{ m/san}$

$$\omega_x = 0, \quad \omega_y = \frac{4}{5} (0,001) \frac{2500}{1} = 2, \quad \omega_z = 6,283 - 5 = 1,283$$

$$\omega = \sqrt{\omega_y^2 + \omega_z^2} = 2,376 \text{ rad/san} \quad \omega = 22,7 \text{ dev/dak}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\omega_y}{\omega_z} = 1,551 \quad \gamma = 57,3^\circ$$

(b) Presesyon eksenini

$$\dot{\gamma} \theta = \frac{h_y}{h_z} = \frac{m v_0 a}{I \omega_0 - m v_0 a} = \frac{m v_0 a}{\frac{1}{2} m a^2 \omega_0 - m v_0 a}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \frac{m}{m} \frac{a \omega_0}{v_0} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} (1/000) \left(\frac{1 \times 6,283}{2500} \right) - 1}$$

$$\dot{\gamma} \theta = 3,877 \quad \theta = 75,6^\circ$$

(c) Presesyon ve spinin hızı

$$\frac{\omega}{\sin \theta} = \frac{\dot{\phi}}{\sin \gamma} = \frac{\dot{\psi}}{\sin(\theta - \gamma)}$$

$$\frac{22,7 \text{ dev/dak}}{\sin 75,6^\circ} = \frac{\dot{\phi}}{\sin 57,3^\circ} = \frac{\dot{\psi}}{\sin 16,3^\circ}$$

$$\dot{\phi} = 19,72 \text{ dev/dak}, \quad \dot{\psi} = 7,36 \text{ dev/dak}$$

8.77 Çubuk kırıldıktan hemen sonra A'nın açısal hızı hâlâ $\omega = 63,0 \text{ dev/dak}$, $\gamma = 17,6^\circ$ dir.

(a) Presesyon eksenini:

$$A \text{ diski için: } I = \frac{1}{2} m a^2, \quad I' = \frac{1}{4} m a^2$$

(8.47) denkleminde

$$\dot{\gamma} \theta = \frac{I'}{I} \dot{\gamma} \gamma = \frac{1}{2} \dot{\gamma} 17,6^\circ = 0,151 \quad \theta = 9^\circ$$

(b) Presesyon ve spinin hızları

$$\frac{\omega}{\sin \theta} = \frac{\dot{\phi}}{\sin \gamma} = \frac{-\dot{\psi}}{\sin(\gamma - \theta)}$$

$$\frac{63,0 \text{ dev/dak}}{\sin 9^\circ} = \frac{\dot{\phi}}{\sin 17,6^\circ} = \frac{-\dot{\psi}}{\sin 8,6^\circ}$$

$$\dot{\phi} = 121,8 \text{ dev/dak} \quad \dot{\psi} = -60,2 \text{ dev/dak}$$

Not: Presesyon terstir.

8.75 (a) (8.2) denklemini alalım:

$$2M_0 = \frac{d h_0}{dt}$$

 $2M_0 = 0$ olduğundan $h_0 = \text{sabit}$ olur (1)
Bunun anlamı şudur: h_0 vektörü; bir Newton karşılığına takımla göre sabit şiddette ve sabit doğrultudadır. $T + V = \text{sabit}$ ilkesinde $V = \text{sabit}$ olduğundan

$$T = \text{sabit} \quad \text{olur} \quad (2)$$

Prob. 8.5'den

$$h_0 \cdot \omega = 2T$$

$$h_0 \omega \cos \beta = 2T$$

Oysa $\omega \cos \beta$, ω nin h_0 üzerindeki izdüşümünü gösterir ve (1) ile (2)

nin de yardımıyla

$$\omega \cos \beta = \frac{2T}{h_0} = \text{sabit} \quad (3)$$

(b) ω nin h_0 üzerindeki izdüşümü sabit ve $2T/h_0$ a eşit olduğundan ω nin ucu h_0 ya $\perp$ ve O dan $2T/h_0$ uzaklığında olan bir düzlemde bulunacaktır. [Buna değişmez (invariant) düzlem denir].

(c) Asal atalet eksenlerini kullanarak (8.19) denklemini kinetik enerjiyi göstermekte kullanabiliriz:

$$T = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2)$$

Şu halde, (2) yi de düşünerek

$$I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2 = 2T = \text{sabit} \quad (4)$$

elde ederiz. Bu, koordinatları $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ olan bir noktanın, yani ω vektörünün ucunun geçeceği eğrinin denklemdir. (4) ile (8.16) denklemini karşılaştırdır bu kuadratik denkleminin, atalet elipsoidi ile aynı biçimde bir elipsoid olduğunu görürüz. Ancak, sağ taraf 1 yerine $2T$ ye eşit olduğundan bu elipsoid farklı büyüklüktedir. (Bu elipsoid Poinso elipsoidi dir.)8.79 (a) ω vektörünün ucu hem değişmez düzlem, hem de Poinso elipsoidinin üzerindedir. Bu noktada, elipsoidin normalinin doğrultusu $\text{grad } F(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ dir; F , (4) denkleminin sol tarafıdır. Öte yandan (Kis. 3.6)

$$\text{grad } F = \frac{\partial F}{\partial \omega_x} i + \frac{\partial F}{\partial \omega_y} j + \frac{\partial F}{\partial \omega_z} k$$

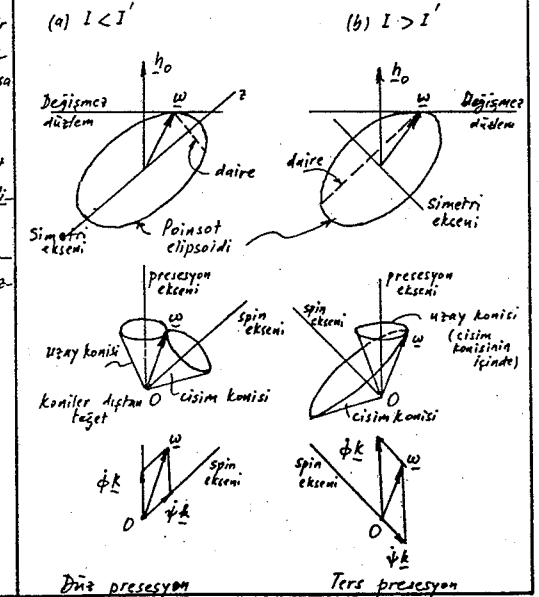
$$= 2I_x \omega_x i + 2I_y \omega_y j + 2I_z \omega_z k$$

Oysa (8.12) ye göre

$$h_0 = I_x \omega_x i + I_y \omega_y j + I_z \omega_z k$$

olduğundan $\text{grad } F = 2h_0$ olur. (Devamı yanda)8.79 (devamı) O halde elipsoidin normali h_0 ya paralel demektir. Bundan ötürü, ω nin ucunda elipsoidin teğeti h_0 ya dik olur. Bu düzlem ise değişmez düzlemidir.(b) Poinso elipsoidinin değişmez düzleme dik olduğunu biliyoruz. Bir rijit cismin anı dönme eksenini üzerinde bulunan bir noktasının o andaki hızı sıfırdır. Poinso elipsoidi, hareketi incelenen rijit cismin tarafındadır ve değişmez düzleme teğet olduğu nokta ω vektörünün ucudur (ω nin ucu anı dönme eksenini tanımlar). O halde dokunma noktasının hızı sıfırdır ve Poinso elipsoidi, değişmez düzlemin üstünde yuvarlanır (O merkezli sabit kalmak üzere.)* 8.80 2 eksenini simetri eksenini üstünde alalım. $I_x = I_y = I'$ ve $I_z = I$ olur. Prob. 8.78'deki (4) denkleminde yerine koyarak

$$I'(\omega_x^2 + \omega_y^2) + I \omega_z^2 = \text{sabit}$$

olur ki bu bir döl elipsoid denklemdir. Simetri nedeniyle Poinso elipsoidi ile değişmez düzlemin dokunma noktaları, presesyon ekseninden ve simetri ekseninden sabit uzaklıklarda kalır. Bundan ötürü ω nin ucu, değişmez düzlemin üstünde ve Poinso elipsoidinin üstünde birer daire çizer. ω vektörünün kendisi ise dairesel olan uzay ve cisim konilerini çizer. Aşağıda Poinso elipsoidi, değişmez düzlem, uzay ve cisim konileri (a) $I < I'$, (b) $I > I'$ halleri için çizilmiştir.

*8.81 (A) Prob. 8.78'deki (4) denklemini göz önüne alalım. O denklem, gösterilmesi istenen (1) denkleminde ibarettir. Enerjinin korunumunu ifade eder:

$$I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2 = 2T = \text{sabit} \quad (1)$$

Prob. 8.78'den hatırlıyoruz ki açısal momentumun h_0 şiddeti sabittir. S.344'deki (8.44) bağıntısını kullanarak

$$h^2 = h_x^2 + h_y^2 + h_z^2 = (I_x \omega_x)^2 + (I_y \omega_y)^2 + (I_z \omega_z)^2$$

$$\text{veya} \quad I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2 = h^2 = \text{sabit} \quad (2)$$

Şu hale göre ω nın ucu, (1) Poinsoit elipsoidi ile (2) elipsoidinin kesişmesi ile elde edilen eğriyi (polhod) çizcektir.

(b) Şimdi iki elipsoidin denklemlerini, standart şekil olan

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

şeklinde yazalım:

$$\text{Poinsoit elipsoidi: } \frac{\omega_x^2}{2T/I_x} + \frac{\omega_y^2}{2T/I_y} + \frac{\omega_z^2}{2T/I_z} = 1 \quad (3)$$

$$\text{Öteki elipsoid: } \frac{\omega_x^2}{h^2/I_x^2} + \frac{\omega_y^2}{h^2/I_y^2} + \frac{\omega_z^2}{h^2/I_z^2} = 1 \quad (4)$$

$I_x > I_y > I_z$ kabul ederek

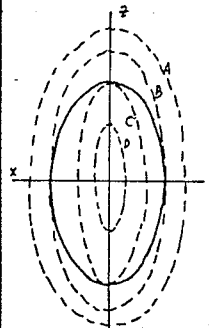
$$\frac{2T}{I_x} < \frac{2T}{I_y} < \frac{2T}{I_z}$$

olduğunu görürüz, yani x eksenini elipsoidin küçük eksenini, y eksenini orta eksen, z eksenini büyük eksen olur (Şek. P8.81.c.bkz.). Benzer şekilde

$$\frac{h^2}{I_x^2} < \frac{h^2}{I_y^2} < \frac{h^2}{I_z^2}$$

olur, yani ikinci elipsoidin de küçük, orta, büyük eksenleri Poinsoit elipsoidinkinin aynıdır. Bununla birlikte büyük eksenin küçüğe oranı, bu elipsoidte Poinsoit elipsoidindeki oranın karesine eşittir. O halde ikinci elipsoidin biçimi, Poinsoit elipsoidinin kine göre "daha basıktır".

$h^2/2T$ değerine bağlı olarak, Poinsoit elipsoidi (şekildeki dolu çizgili) ve ikinci elipsoid (şekildeki



kesikli çizgili) birbirine göre şekildaki durumlardan birindekine uyacaktır. A halinde, ikinci elipsoid Poinsoit'ünün tamamen dışındadır ve ortak noktaları (ve dolayısıyla polhod) yoktur; bu hal mevcut olamaz. D halinde ikinci elipsoid Poinsoit'ünün tamamen içindedir.

(Devamı yanda)

*8.81 (devamı) Bu hal de olanaklıdır. B eğrisi mümkün olan en büyük ikinci elipsoidi gösteriyor; bu, Poinsoit elipsoidine küçük eksen üzerindeki 2 noktada teğettir. C eğrisi, mümkün olan en küçük ikinci elipsoidi gösteriyor; bu, Poinsoit'ünün büyük eksen üzerindeki 2 noktada teğettir. İkinci elipsoidin mümkün olan bütün öteki halleri bu iki elipsoidin (B ile C'nin) arasında bulunur ve bazı kısımları Poinsoit elipsoidinin dışına, bazı kısımları içine düşer; Poinsoit elipsoidi ile de Şek. P8.81'de gösterilmiş olan ara kesit eğrilerini meydana getirir. Poinsoit elipsoidi ile orta eksenleri ortak olan ikinci elipsoidlerin ona "teğet" olmaya caktıklarına dikkat edilmelidir. O zaman, y ekseninde geçen iki düzlemde bulunan elipsler boyunca kesişirler. Bu eğriler polhod değildir, çünkü ω nın ucu bunları çizmez; fakat bunlar polhodları 4 gruba ayırır: 2 grup x eksenini etrafında döner, öteki ikisi z etrafında döner.

Dikkat edilirse polhodlar, Poinsoit elipsoidinin değişmez düzleme değen noktalarının tümünden ibarettir. Eksenel simetrik cisimlerde Poinsoit elipsoidi dönel hale gelir (Prob. 8.80.c.bkz.) ve polhodlar daire olur.

(c) Cisim, asal eksenlerinden biri etrafında döndürülürse Poinsoit elipsoidi değişmez düzleme aynı noktada (x, y ve z eksenini üzerinde) teğet gelir; bu dönme devamlıdır. Başka durumlarda teğet noktası polhodlardan birinin üstündedir ve ω nın ucu bu polhodu çizerken Poinsoit elipsoidi de değişmez düzlemin üstünde yuvarlanır.

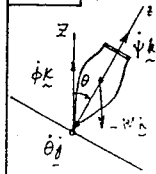
Devamlı hareket teorik olarak üç eksenin herhangisi biri etrafında mümkün ise de pratikte sadece küçük ve büyük eksenler sağlanabilir. Orta eksen etrafında devamlı dönme kararsızdır. Bu şöyle gösterilir:

Küçük eksen (x eksenini) etrafında devamlı dönmeyi göz önüne alalım. Hareket azıcık bozulursa $h^2/2T$ sabiti azıcık değişir ve yeni elipsoidler x eksenini çevreleyen küçük bir daire boyunca kesişirler. Sonuç olarak cisim azıcık sallanır. Hareket kararlıdır.

z eksenini etrafındaki devamlı dönemde de sonuç aynıdır. Büyük eksen etrafında dönme de kararlıdır.

Şimdi y eksenini (orta eksen) etrafındaki dönmeyi göz önüne alalım. ω vektörü y ekseninin üstündedir. Küçük bir bozulma $h^2/2T$ nin değerini değiştirecektir ve ω nın ucunu y nin yakınından geçen polhodlardan birinin üstüne getirecektir. ω nın ucu bu polhodu çizmeye devam edecek, ω gitliçe ilk konumundan ayrılacak ve cisim öteki konuma atlayacaktır. Hareket kararsızdır.

8.82



Orta karşılaştırma gerçevesini kullanarak: z eksenini simetri eksenini üzerinde, x eksenini z eksenine düzleminde ve y eksenini z eksenine düzleminde. Bu gerçeğe topaşa aynı presesyonu ve nütasyonu yapar, fakat spin yapmaz.

Açısal hızı

$$\underline{\Omega} = \dot{\phi} \underline{k} + \dot{\theta} \underline{j}$$

$$\text{veya} \quad \underline{\Omega} = -\dot{\phi} \sin \theta \underline{i} + \dot{\theta} \underline{j} + \dot{\phi} \cos \theta \underline{k} \quad (A)$$

Topacın açısal hızı, $\underline{\Omega}$ ya $\underline{\phi}$ spinini ekleyerek elde edilir:

$$\underline{\omega} = -\dot{\phi} \sin \theta \underline{i} + \dot{\theta} \underline{j} + (\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) \underline{k} \quad (B)$$

ω nın bileşenlerini sırasıyla I', I' ve I ile çarparak açısal momentumu elde ederiz:

$$h_0 = -I' \dot{\phi} \sin \theta \underline{i} + I' \dot{\theta} \underline{j} + I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) \underline{k} \quad (C)$$

(A) S.320'deki (8.2) denklemini alalım:

$$\Sigma M_0 = \frac{dh_0}{dt} \quad (8.2)$$

Dış kuvvetlerin (0'daki reaksiyon ve $-\omega \underline{k}$ ağırlığı) z eksenine göre momentleri sıfır olduğunu dikkate alarak $\Sigma M_z = 0$ yazabiliriz ve (8.2) gereğince

$$\frac{dh_z}{dt} = 0, \quad h_z = \text{sabit} = \alpha$$

olur. Oysa $h_z = h_0 \cdot \underline{k}$ dir, veya h_0 nun (C) deki değerini yerine koyarak ve

$$\underline{i} \cdot \underline{k} = -\sin \theta, \quad \underline{j} \cdot \underline{k} = 0, \quad \underline{k} \cdot \underline{k} = \cos \theta$$

olduğunu göz önüne alarak

$$h_z = [-I' \dot{\phi} \sin \theta \underline{i} + I' \dot{\theta} \underline{j} + I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) \underline{k}] \cdot \underline{k} = \alpha$$

$$I' \dot{\phi} \sin^2 \theta + I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) \cos \theta = \alpha \quad (1)$$

Şimdi dış kuvvetlerin z eksenine göre momentlerine bakalım; bu da sıfırdır: $\Sigma M_z = 0$. Fakat buradan h_z nin sabit olduğu sonucunu çıkaramayız, çünkü z eksenini Newton karşılaştırma gerçevesine ait değildir. Bu defa (8.22) denklemini kullanalım:

$$\Sigma M_0 = \frac{\delta h_0}{\delta t} + \underline{\Omega} \times h_0 \quad (8.22)$$

(A) ve (C) deki değerleri yerine koyalım:

$$\Sigma M_0 = -I' \frac{d}{dt} (\dot{\phi} \sin \theta) \underline{i} + I' \frac{d}{dt} \dot{\theta} \underline{j} + I \frac{d}{dt} (\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) \underline{k} + (-\dot{\phi} \sin \theta \underline{i} + \dot{\theta} \underline{j} + \dot{\phi} \cos \theta \underline{k}) \times [-I' \dot{\phi} \sin \theta \underline{i} + I' \dot{\theta} \underline{j} + I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) \underline{k}]$$

Yalnız z bileşenlerini (yani vektörel çarpım hesaplandıktan sonra $\underline{k}$ nin katsayılarını) göz önüne alırsak

$$\Sigma M_z = I \frac{d}{dt} (\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) - I' \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta + I' \dot{\phi} \dot{\theta} \sin \theta = 0$$

olur. Oysa 2'ci ve 3'cü terimler birbirini götürür. (Bu topacın simetrisine bağlı olup genel bir özellik değildir.) Böylece

$$\Sigma M_z = I \frac{d}{dt} (\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) = 0 \quad (\text{Devamı yanda})$$

8.82 (devamı)

ve buradan

$$I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta) = \text{sabit} = \beta \quad (2)$$

(b) (B) de $\omega_z = \dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta$ bulunmakt. (2) de elde edilen sonucu kullanarak

$$\omega_z = \dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta = \frac{\beta}{I} = \text{sabit} \quad (3)$$

(2) de bulunan $I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta)$ değerini (1) de yerine koyalım:

$$\dot{\phi} = \frac{\alpha - \beta \cos \theta}{I' \sin^2 \theta} \quad (4)$$

8.83

(a) Topacın ağırlığı konservatif bir kuvvet olduğundan $T + V = E = \text{sabit}$ olur. S.327'deki (8.19) denklemi dikkate alınır ve Prob. 8.82'deki (B) denkleminde ω nın bileşenleri için bulunan ifade kullanılırsa

$$T = \frac{1}{2} (I' \omega_x^2 + I' \omega_y^2 + I \omega_z^2)$$

$$T = \frac{1}{2} [I' \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + I' \dot{\theta}^2 + I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta)^2]$$

yazılır. Öte yandan $V = mg \bar{z} = mg c \cos \theta$ dir.

$$T + V = E:$$

$$\frac{1}{2} [I' (\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + I(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta)^2] + mg c \cos \theta = E \quad (5)$$

(b) Prob. 8.82'deki (1) ve (2) denklemleri ve şimdi elde edilen (5) denklemini, 3 bilinmeyenli bulunan 3 lü bir diferansiyel denklem sistemi meydana getirirler.

Şimdi (5) denkleminde $\dot{\phi}$ ve $\dot{\theta}$ yi yok etmek için Prob. 8.82'deki (1) ve (2) denklemlerini kullanacağız.

Gerçekten onlara eşdeğer olan (3) ve (4) denklemleri kullanılacaktır. $(\dot{\phi} + \dot{\phi} \cos \theta)$ yerine (3) deki değerini, $\dot{\phi}$ yerine (4) deki değerini (5) de yerine koyar ve 2 ile çarparsak

$$I' \left(\frac{\alpha - \beta \cos \theta}{I' \sin^2 \theta} \right)^2 \sin^2 \theta + I' \dot{\theta}^2 + I \left(\frac{\beta}{I} \right)^2 + 2mg c \cos \theta = 2E$$

$$\frac{(\alpha - \beta \cos \theta)^2}{I' \sin^2 \theta} + I' \dot{\theta}^2 + \frac{\beta^2}{I} + 2mg c \cos \theta = 2E$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{1}{I'} \left(2E - \frac{\beta^2}{I} - 2mg c \cos \theta \right) - \frac{(\alpha - \beta \cos \theta)^2}{I' \sin^2 \theta}$$

Not: Bu denklem, elliptik fonksiyonlar yardımıyla integre edilmesi mümkün standart bir denklem tipine dönüştürülebilir.

$$\cos \theta = x, \quad -\sin \theta \cdot \dot{\theta} = \dot{x}$$

koyarak

$$\frac{\dot{x}^2}{1-x^2} = \frac{1}{I'} \left(2E - \frac{\beta^2}{I} - 2mg c x \right) - \frac{(\alpha - \beta x)^2}{I' (1-x^2)}$$

veya

$$\dot{x}^2 = \frac{1}{I'} \left(2E - \frac{\beta^2}{I} - 2mg c x \right) (1-x^2) - \frac{(\alpha - \beta x)^2}{I' (1-x^2)}$$

8.84

 $\omega = \omega_i$ dir; yani

$$\omega_x = \omega, \omega_y = \omega_z = 0$$

S.323 deki (8.7) denklemlerinden

$$h_x = I_x \omega_x - P_y \omega_y - P_z \omega_z = I_x \omega$$

$$h_y = -P_y \omega_x + I_y \omega_y - P_z \omega_z = -P_y \omega$$

$$h_z = -P_z \omega_x - P_y \omega_y + I_z \omega_z = -P_z \omega$$

BE çubuğunu göz önüne alalım:

$$I_x = \frac{1}{12} m L^2; I_y = 0, P_{xy} = 0$$

Statikteki atalet momentleri konusundaki (9.15) ve (9.17) denklemlerinden

$$I_u = I_x \cos^2 \theta = \frac{1}{12} m L^2 \cos^2 \theta$$

$$P_{uv} = I_x \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{12} m L^2 \sin \theta \cos \theta$$

Her iki çubuğu göz önüne alalım ve Steiner teoremini kullanalım:

$$I_x = 2 \left(\frac{1}{12} m L^2 \cos^2 \theta + m \frac{L^2}{4} \cos^2 \theta \right) = \frac{2}{3} m L^2 \cos^2 \theta$$

$$P_{xy} = m \bar{x} \bar{y} + P_{uv} + m \bar{x} (-\bar{y}) + P_{uv} = 2 P_{uv}$$

$$P_{xy} = \frac{1}{6} m L^2 \sin \theta \cos \theta \quad P_{yz} = 0$$

O halde

$$h_0 = I_x \omega_i - P_{xy} \omega_j - P_{yz} \omega_k$$

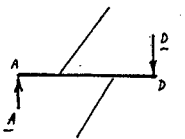
$$h_0 = \frac{1}{6} m L^2 \omega \cos \theta (4 \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j}) \quad (1)$$

Karşılaştırma çerçevesinin çubuklarla birlikte dönmesini kabul edelim ve (8.22) yi kullanalım. ω sabit olduğundan:

$$\Sigma \dot{M}_0 = \frac{\delta h_0}{\delta t} + \Omega \times h_0 = 0 + \omega \hat{i} \times h_0$$

 h_0 nun yerine (1) deki değeri konur ve vektörel çarpım yapılırsa

$$\Sigma \dot{M}_0 = -\frac{1}{6} m L^2 \omega^2 \sin \theta \cos \theta \hat{k} \quad (2)$$



Dinamik reaksiyonlar

Sistemin kütle merkezi hareket etmediğinden $\bar{a} = 0$ dir.

$$A + D = (küttele) \bar{a} = 0$$

O halde iki dinamik reaksiyon bir kuvvet çifti meydana getirir. Bu kuvvet çiftinin momenti (2) den ibarettir:

$$(AD) A = \frac{1}{6} m L^2 \omega^2 \sin \theta \cos \theta$$

Verilenler: $AD = 0,90 \text{ m}$, $L = 0,60 \text{ m}$, $m = \frac{5}{2} \text{ kg}$

$$\omega = 30 \text{ rad/san}, \theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$0,90 A = \frac{1}{6} \left(\frac{5}{2} \right) (0,60)^2 (30)^2 \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$A = 13,2 \text{ kg}$$

$$A = (13,2 \text{ kg}) \hat{j}$$

$$D = -(13,2 \text{ kg}) \hat{j}$$

Not: Gerçek reaksiyonlara çubukların ve milin de ağırlıklarının katkıları vardır.

8.85

Prob. 8.84 deki (1) denklemini kullanacağız.

$$h_0 = \frac{1}{6} m L^2 \omega \cos \theta (4 \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j}) \quad (1)$$

Karşılaştırma çerçevesinin çubuklarla birlikte dönmesini kabul edip (8.22) denklemini kullanacağız. $\omega = 0$ olduğunda türevinin sıfır olmayacağını göz önünde bulundurarak

$$\Sigma \dot{M}_0 = \frac{\delta h_0}{\delta t} + \Omega \times h_0 = \frac{\delta h_0}{\delta t} + 0$$

$$\Sigma \dot{M}_0 = \frac{1}{6} m L^2 \dot{\omega} \cos \theta (4 \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j}) \quad (2)$$

Dış kuvvetler, uygulanan M_i kuvvet çifti ile A ve D deki dinamik reaksiyonlardır. O halde

$$\Sigma \dot{M}_0 = M_i + (AD) \hat{i} \times (D_y \hat{j} + D_z \hat{k})$$

$$= M_i + (AD) D_y \hat{k} - (AD) D_z \hat{j} \quad (3)$$

(2) ve (3) ün sağ taraflarını eşitleyip $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ nin katsayılarını eşdeştirecek

$$M = \frac{2}{3} m L^2 \dot{\omega} \cos^2 \theta \quad (4)$$

$$-(AD) D_z = -\frac{1}{6} m L^2 \dot{\omega} \sin \theta \cos \theta \quad (5)$$

$$(AD) D_y = 0 \quad D_z = 0 \quad (6)$$

$$(4) \text{ den: } \alpha = \dot{\omega} = \frac{3M}{2mL^2 \cos^2 \theta}$$

(5) de yerine koyalım:

$$D_z = \frac{M}{4(AD)} \tan \theta$$

Verilenler: $M = 190 \text{ kgm}$, $m = \frac{5}{2}$, $L = 0,60 \text{ m}$,

$$AD = 0,90 \text{ m}, \theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$(a) \alpha = \frac{3(190)}{2 \left(\frac{5}{2} \right) (0,60)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = 211,1 \text{ g}$$

$$\alpha = (201 \text{ rad/san}^2) \hat{i}$$

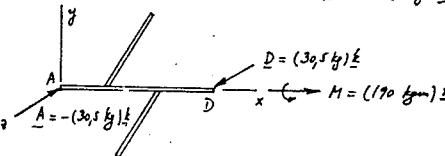
$$(b) D_z = \frac{190}{4(0,90)} \tan 30^\circ = 30,5 \quad D = (30,5 \text{ kg}) \hat{k}$$

Kütle merkezi hareket etmediğinden

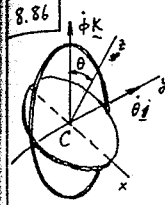
$$\Sigma \vec{F} = (küttele) \bar{a} = 0$$

$$A + D = 0 \quad A = -D$$

$$A = -(30,5 \text{ kg}) \hat{k}$$

**Not:** Gerçek reaksiyonlara çubukların ve milin de ağırlıklarının katkıları vardır.

8.86



Dişke şekilde gösterildiği gibi başlanmış bir Cxyz karşılaştırma çerçevesi kullanacağız. Dışın açısal hızı

$$\omega = \dot{\phi} \hat{k} + \dot{\theta} \hat{j}$$

$$\omega = -\dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + \dot{\theta} \hat{j} + \dot{\phi} \cos \theta \hat{k}$$

(a) Enerjinin korunumu: $T + V = \text{sabit}$ $V = \text{sabit}$ olduğundan $T = \text{sabit}$ olur.

S.327 deki (8.19) denklemini göz önüne alalım.

$$T = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2)$$

$$I_x = I_y = \frac{1}{2} m a^2, \quad I_z = \frac{1}{2} m a^2 \text{ olduğundan}$$

 ω nin yukarıki bileşenleri kullanılarak

$$T = \frac{1}{8} m a^2 \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + \frac{1}{8} m a^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{8} m a^2 \dot{\phi}^2 \cos^2 \theta$$

$$T = \frac{1}{8} m a^2 [(1 + \cos^2 \theta) \dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2]$$

O halde

$$(1 + \cos^2 \theta) \dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 = \text{sabit} \quad (1)$$

 ω nin ifadesini kullanarak açısal momentum için

$$h_C = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

$$= -\frac{1}{4} m a^2 \dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + \frac{1}{4} m a^2 \dot{\theta} \hat{j} + \frac{1}{4} m a^2 \dot{\phi} \cos \theta \hat{k}$$

 $h_z = \text{sabit}$ olduğunun dikkate alarak

$$h_z = h_C \cdot \hat{k} = \text{sabit}$$

$$\frac{1}{4} m a^2 (-\dot{\phi} \sin \theta \hat{i} + \dot{\theta} \hat{j} + \dot{\phi} \cos \theta \hat{k}) \cdot \hat{k} = \text{sabit}$$

$$\hat{i} \cdot \hat{k} = -\sin \theta, \quad \hat{j} \cdot \hat{k} = 0, \quad \hat{k} \cdot \hat{k} = \cos \theta \text{ olduğundan}$$

$$\dot{\phi} \sin^2 \theta + 2 \dot{\phi} \cos^2 \theta = \text{sabit}$$

$$\dot{\phi} (1 + \cos^2 \theta) = \text{sabit} \quad (2)$$

(b) (1) ve (2) deki sabitleri $\theta_0, \dot{\phi}_0, \dot{\theta}_0 = 0$ başlangıç şartlarına göre bulalım:

$$(1 + \cos^2 \theta) \dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 = (1 + \cos^2 \theta_0) \dot{\phi}_0^2 \quad (1')$$

$$\dot{\phi} (1 + \cos^2 \theta) = \dot{\phi}_0 (1 + \cos^2 \theta_0) \quad (2')$$

$$(2') \text{ den } \dot{\phi} \text{ çözümlerse: } \dot{\phi} = \dot{\phi}_0 \frac{1 + \cos^2 \theta_0}{1 + \cos^2 \theta}$$

(1') de yerine koyalım:

$$\frac{(1 + \cos^2 \theta_0)^2}{1 + \cos^2 \theta} \dot{\phi}_0^2 + \dot{\theta}^2 = (1 + \cos^2 \theta_0) \dot{\phi}_0^2$$

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\phi}_0^2 (1 + \cos^2 \theta_0) \left(1 - \frac{1 + \cos^2 \theta_0}{1 + \cos^2 \theta} \right)$$

$$\dot{\theta} = \dot{\phi}_0 \sqrt{\frac{(1 + \cos^2 \theta_0)(\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_0)}{1 + \cos^2 \theta}}$$

(c) $\dot{\theta}$ nin reel olabilmesi için $\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_0 \geq 0$, dolayısıyla $|\cos \theta| \geq |\cos \theta_0|$ olmalıdır. Eksenler $\theta_0 \leq 90^\circ$ olacak şekilde seçilirse

$$\cos \theta \geq \cos \theta_0$$

$$\theta \leq \theta_0$$

8.87

A ya göre açısal momentum korunur.

Çarpışmadan önce: $\vec{u}_0 = -3 \hat{j}$ $\omega_0 = 0$

$$h_A = \vec{r}_0 \times m \vec{u}_0 = (0,15 \hat{i} + 0,075 \hat{j} - 0,10 \hat{k}) \times (-3m \hat{j})$$

$$h_A = -0,45 m \hat{k} + 0 - 0,30 m \hat{i}$$

$$h_A = (-0,6 \hat{i} - 0,3 \hat{k}) \frac{m}{20} \quad (1)$$

Çarpışmadan sonra küt A etrafında döner. O halde

$$\vec{u} = \omega \times \vec{r}_0 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 0,15 & 0,075 & -0,10 \end{vmatrix} = \frac{1}{20} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ 6 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{u} = \frac{1}{40} \{ (-4\omega_x - 3\omega_z) \hat{i} + (6\omega_y + 4\omega_z) \hat{j} + (3\omega_x - 6\omega_y) \hat{k} \} \quad (2)$$

Çarpışmadan sonraki açısal momentum, kütle merkezinin göre açısal momentum h'_C olmak üzere

$$h_A = \vec{r}_0 \times m \vec{u} + h'_C \quad (3)$$

şeklinde ifade edilir. Bu iki terimi ayrı ayrı hesaplayalım. (2) yi göz önüne alarak.

$$\vec{r}_0 \times m \vec{u} = \frac{m}{40} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 6 & 3 & -4 \\ -4\omega_x - 3\omega_z & 6\omega_y + 4\omega_z & 3\omega_x - 6\omega_y \end{vmatrix}$$

$$\vec{r}_0 \times m \vec{u} = \left[(25\omega_x - 18\omega_z + 24\omega_z) \hat{i} + (-18\omega_x + 52\omega_y + 12\omega_z) \hat{j} + (24\omega_x + 12\omega_y + 45\omega_z) \hat{k} \right] \frac{m}{1600} \quad (4)$$

G ye göre açısal momentum ise:

$$h'_C = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

den hesaplanacaktır:

$$I_x = \frac{1}{12} m (0,15^2 + 0,20^2) = \frac{25}{4800} m$$

$$I_y = \frac{1}{12} m (0,20^2 + 0,30^2) = \frac{52}{4800} m$$

$$I_z = \frac{1}{12} m (0,30^2 + 0,15^2) = \frac{45}{4800} m$$

O halde

$$h'_C = \left[\frac{25}{4800} \omega_x \hat{i} + \frac{52}{4800} \omega_y \hat{j} + \frac{45}{4800} \omega_z \hat{k} \right] \frac{m}{1600} \quad (5)$$

(4) ve (5) i (3) de yerine koyalım; sonra çarpışmadan önceki ve sonraki h_A lara ait (1) ve (3) ifadelerini eşitleyelim:

$$\left(\frac{100}{3} \omega_x - 18 \omega_y + 24 \omega_z \right) \frac{1}{1600} = -\frac{6}{20}$$

$$(-18 \omega_x + 208 \omega_y + 12 \omega_z) \frac{1}{1600} = 0$$

$$(24 \omega_x + 12 \omega_y + 60 \omega_z) \frac{1}{1600} = -\frac{3}{20}$$

Buradan

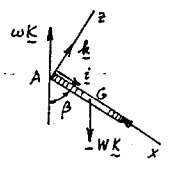
$$\omega_x = -8,953, \quad \omega_y = -0,898, \quad \omega_z = -8,239$$

bulunur.

$$(a) \omega = -8,953 \hat{i} - 0,898 \hat{j} - 8,239 \hat{k} \text{ (rad/san)}$$

(b) $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ değerlerini (2) de yerine koyarak

$$\vec{u} = 0,708 \hat{i} - 2,131 \hat{j} - 0,537 \hat{k} \text{ (m/san)}$$



Axyz asal eksen takimini kullanacağız (y kâğıda doğrudur). Bu eksenler çember ile birlikte dönmektedir. Açısal hız:
 $\omega = \omega_k = -\omega \cos \beta \hat{i} + \omega \sin \beta \hat{j}$ (1)
 Açısal momentum:
 $\vec{h}_A = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$

$$\vec{h}_A = -I_x \omega \cos \beta \hat{i} + I_z \omega \sin \beta \hat{j}$$

Oysa $I_x = \frac{1}{2} m a^2$, $I_z = m a^2 + m a^2 = 2 m a^2$ olduğundan

$$\vec{h}_A = \frac{1}{2} m a^2 \omega (-\cos \beta \hat{i} + 4 \sin \beta \hat{j}) \quad (2)$$

(8.22) denkleminde, $\Omega = \omega$ olduğu düşünülerek

$$\Sigma \vec{M}_A = \frac{\delta \vec{h}_A}{\delta t} + \Omega \times \vec{h}_A = 0 + \omega \times \vec{h}_A \quad (3)$$

(1) ve (2) deki değerleri (3) de yerine koyalım:

$$\Sigma \vec{M}_A = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 (-\cos \beta \hat{i} + \sin \beta \hat{j}) \times (-\cos \beta \hat{i} + 4 \sin \beta \hat{j})$$

$$= \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 (4 \cos \beta \sin \beta \hat{j} - \sin \beta \cos \beta \hat{j})$$

$$\Sigma \vec{M}_A = \frac{3}{2} m a^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{j} \quad (4)$$

A ya göre momenti bulunan tek kuvvet çemberin ağırlığından ibarettir. Momenti

$$\Sigma \vec{M}_A = a \hat{j} \times (-W \hat{k}) = a \hat{j} \times (W \cos \beta \hat{i} - W \sin \beta \hat{j})$$

$$= a W \sin \beta \hat{j} = m g a \sin \beta \hat{j}$$

(4) de yerine koyalım:

$$m g a \sin \beta \hat{j} = \frac{3}{2} m a^2 \omega^2 \sin \beta \cos \beta \hat{j}$$

Buradan $\cos \beta$ çözülürse

$$(a) \quad \cos \beta = \frac{2}{3} \frac{g}{a \omega^2} \quad \blacktriangleleft$$

$$(b) \quad \beta = 0 \text{ için } \cos \beta = 1 \text{ olur ve } \omega = \sqrt{2g/3a} \quad \blacktriangleleft$$

Not: ω nın bundan küçük değerleri için β da sıfırdır.

8.89



Gxye asal eksenlerini kullanacağız. Bu takım mermi ile birlikte precesyon yapmaktadır, fakat spin yapmamaktadır.

Şekil olarak S.349'daki P8.59, P8.60 ve P8.61'e ait olan şekil kullanılacaktır. Hareketin topas hareketi ile aynı olduğu, $\vec{M}$ ağırlığının yerine $\vec{D}$ direnç kuvveti gelmiştir (her ikisinin de doğrultusu sabit ve precesyon eksenine //dir)

(a) Birinci yaklaşımla Prob. 8.60'da çıkarılan bağıntıyı kullanacağız:

$$I \dot{\psi} \dot{\phi} \approx Dc \quad \dot{\phi} \approx \frac{Dc}{I \dot{\psi}}$$

Verilenler:

$$I = m k^2 = \frac{20}{9} (0.05)^2 = 0.00510 \text{ kg m}^2$$

$$D = 12 \text{ kg}, c = 0.07 \text{ m}, \dot{\psi} = 6000 \text{ dev/dak} = 628.3 \text{ rad/s}$$

(Devamı yanda)

8.89 (devamı)

$$\dot{\phi} \approx \frac{(12)(0.07)}{(0.00510)(628.3)}$$

$$\dot{\phi} \approx 0.281 \text{ rad/san}$$

$$\dot{\phi} \approx 2.68 \text{ dev/dak} \quad \blacktriangleleft$$

(b) Şimdi Prob. 8.59'da çıkarılan bağıntıyı kullanacağız:

$$(I \omega_z - I' \dot{\phi} \cos \beta) \dot{\phi} = Dc$$

$$\omega_z = \dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \beta \text{ koyarak}$$

$$(I' - I) \cos \beta \dot{\phi}^2 - I \dot{\psi} \dot{\phi} + Dc = 0$$

$$\text{Verilenler: } I' = \frac{20}{9} (0.20)^2 = 0.08155 \text{ kg m}^2$$

$$\beta = 3^\circ \quad \cos \beta = 0.9986. \text{ Diğer değerler a'daki gibi.}$$

$$(0.08155 - 0.00510)(0.9986) \dot{\phi}^2 - (0.00510)(628.3) \dot{\phi} + 12(0.07) = 0$$

$$0.07634 \dot{\phi}^2 - 3.204 \dot{\phi} + 0.900 = 0$$

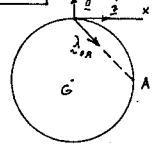
Bu denklemden $\dot{\phi}$ çözülürse

$$\dot{\phi} = 0.283 \text{ rad/san ve } \dot{\phi} = 41.7 \text{ rad/san}$$

bulunur. O halde

$$\dot{\phi} = 2.70 \text{ dev/dak, } \dot{\phi} = 398 \text{ dev/dak} \quad \blacktriangleleft$$

8.90



(a) OA ya göre açısal momentum korunmuş görülmektedir.

Çarpışmadan önce

$$(\vec{h}_O)_{ilk} = I_y \omega_y \hat{j}$$

$$= \frac{1}{2} m a^2 \omega_0 \hat{j}$$

OA doğrultusundaki birim vektör

$$\hat{\lambda}_{OA} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

olduğundan

$$(\vec{h}_{OA})_{ilk} = \vec{h}_O \cdot \hat{\lambda}_{OA} = \frac{1}{2} m a^2 \omega_0 \hat{j} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

$$(\vec{h}_{OA})_{ilk} = -\frac{\sqrt{2}}{2} m a^2 \omega_0 \quad (1)$$

Çarpışmadan sonra: Disk OA etrafında döner.

$$\omega = \omega \hat{\lambda}_{OA} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

Açısal momentum:

$$(\vec{h}_O)_{son} = I_x \omega_x + I_y \omega_y = \frac{5}{4} m a^2 \frac{\omega}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{1}{4} m a^2 \frac{\omega}{\sqrt{2}} \hat{j}$$

$$(\vec{h}_{OA})_{son} = \vec{h}_O \cdot \hat{\lambda}_{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2} m a^2 \omega (5 \hat{i} - \hat{j}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

$$= \frac{1}{2} m a^2 \omega (5 + 1) = \frac{3}{2} m a^2 \omega \quad (2)$$

(1) ve (2) de elde edilen ifadeleri eşitleyerek

$$\frac{3}{4} m a^2 \omega = -\frac{\sqrt{2}}{2} m a^2 \omega_0$$

$$\omega = -\frac{\sqrt{2}}{2} \omega_0$$

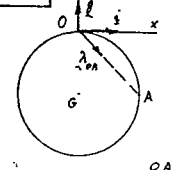
O halde $\omega = \frac{\omega}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$ $\omega = \frac{1}{6} \omega_0 (-\hat{i} + \hat{j})$ $\blacktriangleleft$

(b) Kütle merkezinin hızı:

$$\vec{v} = \omega \times \vec{OG} = \frac{1}{6} \omega_0 (-\hat{i} + \hat{j}) \times (-a \hat{j})$$

$$\vec{v} = \frac{1}{6} \omega_0 a \hat{k} \quad \blacktriangleleft$$

8.91



(a) OA ya göre açısal momentum korunmuş görülmektedir.

Çarpışmadan önce:

$$(\vec{h}_O)_{ilk} = I_x \omega_x \hat{i}$$

$$= \frac{5}{4} m a^2 \omega_0 \hat{i}$$

OA doğrultusunda birim vektör

$$\hat{\lambda}_{OA} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

O halde

$$(\vec{h}_{OA})_{ilk} = \vec{h}_O \cdot \hat{\lambda}_{OA} = \frac{5}{4} m a^2 \omega_0 \hat{i} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

$$(\vec{h}_{OA})_{ilk} = \frac{5\sqrt{2}}{8} m a^2 \omega_0 \quad (1)$$

Çarpışmadan sonra: Disk OA etrafında döner.

$$\omega = \omega \hat{\lambda}_{OA} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

Açısal momentum:

$$(\vec{h}_O)_{son} = I_x \omega_x + I_y \omega_y = \frac{5}{4} m a^2 \frac{\omega}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{1}{4} m a^2 \frac{\omega}{\sqrt{2}} \hat{j}$$

$$(\vec{h}_{OA})_{son} = \vec{h}_O \cdot \hat{\lambda}_{OA} = \frac{\sqrt{2}}{2} m a^2 \omega (5 \hat{i} - \hat{j}) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$$

$$= \frac{1}{2} m a^2 \omega (5 + 1) = \frac{3}{2} m a^2 \omega \quad (2)$$

(1) ve (2) de elde edilen ifadeleri eşitleyerek

$$\frac{5\sqrt{2}}{8} m a^2 \omega_0 = \frac{3\sqrt{2}}{2} m a^2 \omega$$

$$\omega = \frac{5\sqrt{2}}{6} \omega_0$$

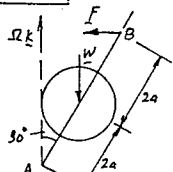
O halde $\omega = \frac{\omega}{\sqrt{2}} (\hat{i} - \hat{j})$ $\omega = \frac{5}{6} \omega_0 (\hat{i} - \hat{j})$ $\blacktriangleleft$

(b) Kütle merkezinin hızı

$$\vec{v} = \omega \times \vec{OG} = \frac{5}{6} \omega_0 (\hat{i} - \hat{j}) \times (-a \hat{j})$$

$$\vec{v} = -\frac{5}{6} \omega_0 a \hat{k} \quad \blacktriangleleft$$

8.92



(a) Axyz asal eksen takimini kullanacağız: x eksenini, AB den geçen düşey düzlemde; y kâğıda doğrudur. Küre ve karşılaştırmalı çarpışmasının açısal hızları aynıdır:

$$\Omega = \omega = \Omega \hat{k}$$

$$= \Omega (-\sin 30^\circ \hat{i} + \cos 30^\circ \hat{j}) \quad (1)$$

$$I_k = \frac{2}{5} m a^2$$

$$I_x = \frac{2}{5} m a^2 + m (2a)^2 = \frac{22}{5} m a^2$$

olduğundan

$$\vec{h}_A = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} = \frac{2}{5} m a^2 \Omega (-11 \sin 30^\circ \hat{j} + \cos 30^\circ \hat{j})$$

$$\Sigma \vec{M}_A = \frac{\delta \vec{h}_A}{\delta t} + \Omega \times \vec{h}_A$$

(1) ve (2) deki değerleri yerine koyalım:

$$\Sigma \vec{M}_A = 0 + \Omega (-\sin 30^\circ \hat{i} + \cos 30^\circ \hat{j}) \times \frac{2}{5} m a^2 \Omega (-11 \sin 30^\circ \hat{j} + \cos 30^\circ \hat{j})$$

$$\Sigma \vec{M}_A = \frac{2}{5} m a^2 \Omega^2 (\sin 30^\circ \cos 30^\circ - 11 \cos 30^\circ \sin 30^\circ) \hat{j}$$

$$\Sigma \vec{M}_A = -4 m a^2 \Omega^2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ \hat{j}$$

$$\Sigma \vec{M}_A = -\sqrt{3} m a^2 \Omega^2 \hat{j} \quad (3)$$

(Devamı yanda)

8.92 (devamı) $\hat{j}$ nin kâğıda doğru olduğuna dik-

$$\Sigma \vec{M}_A = (2a W \sin 30^\circ - 4a F \cos 30^\circ) \hat{j}$$

$$= (m g a - 2\sqrt{3} a F) \hat{j} \quad (4)$$

$$(3) \text{ ve } (4) \text{ ün sağ taraflarını eşitleyelim:}$$

$$m g a - 2\sqrt{3} a F = -\sqrt{3} m a^2 \Omega^2$$

$$\text{Kuvvet} = F = \frac{1}{2} m a \Omega^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} m g$$

Kinetik enerji

$$T = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2) \quad (5)$$

$$(1) \text{ den: } \omega_x = -\Omega \sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \Omega$$

$$\omega_y = 0$$

$$\omega_z = \Omega \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Omega$$

(5) de yerine koyalım:

$$T = \frac{1}{2} \left[\frac{22}{5} m a^2 \left(\frac{1}{2} \Omega \right)^2 + \frac{2}{5} m a^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \Omega \right)^2 \right]$$

$$\text{Kinetik enerji} = T = \frac{7}{10} m a^2 \Omega^2 \quad \blacktriangleleft$$

(b) Spini göze önüne alalım ve aynı koordinat takimini kullanalım:

$$\text{Çerçeve: } \Omega = \Omega (-\sin 30^\circ \hat{i} + \cos 30^\circ \hat{j}) \quad (6)$$

$$\text{Küre: } \omega = -\Omega \sin 30^\circ \hat{i} + (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos 30^\circ) \hat{j} \quad (7)$$

$$\vec{h}_A = -\frac{22}{5} m a^2 \Omega \sin 30^\circ \hat{i} + \frac{2}{5} m a^2 (\dot{\psi} + \Omega \cos 30^\circ) \hat{j} \quad (8)$$

$$(6) \text{ ve } (8) \text{ i } \Sigma \vec{M}_A = \frac{\delta \vec{h}_A}{\delta t} + \Omega \times \vec{h}_A$$

denkleminde yerine koyalım:

$$\Sigma \vec{M}_A = 0 + \left[\frac{2}{5} m a^2 \Omega \sin 30^\circ (\dot{\psi} + \Omega \cos 30^\circ) - \frac{22}{5} m a^2 \Omega^2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ \right] \hat{j}$$

$$\Sigma \vec{M}_A = \frac{2}{5} m a^2 \Omega (\dot{\psi} - 10 \Omega \cos 30^\circ) \sin 30^\circ \hat{j}$$

$$\Sigma \vec{M}_A = \frac{1}{5} m a^2 \Omega (\dot{\psi} - 5\sqrt{3} \Omega) \hat{j} \quad (9)$$

BC'deki kuvvet sıfır olunca A ya göre sadece ağırlığın momenti bulunur, o da $m g a \hat{j}$ dir. Buna-

(9) da $\Sigma \vec{M}_A$ nın yerine koyarsak

$$\frac{1}{5} m a^2 \Omega (\dot{\psi} - 5\sqrt{3} \Omega) = m g a$$

$$\dot{\psi} = \frac{5g}{a \Omega} + 5\sqrt{3} \Omega \quad \blacktriangleleft$$

Kinetik enerji

$$T = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2)$$

$$(7) \text{ den: } \omega_x = -\Omega \sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \Omega$$

$$\omega_y = \dot{\psi} + \Omega \cos 30^\circ = \frac{5g}{a \Omega} + 5\sqrt{3} \Omega + \frac{\sqrt{3}}{2} \Omega$$

$$= \frac{5g}{a \Omega} + \frac{11\sqrt{3}}{2} \Omega$$

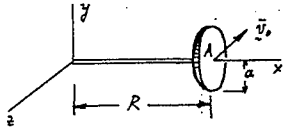
$$\omega_z = 0$$

O halde:

$$T = \frac{1}{2} \left[\frac{22}{5} m a^2 \left(-\frac{1}{2} \Omega \right)^2 + \frac{2}{5} m a^2 \left(\frac{5g}{a \Omega} + \frac{11\sqrt{3}}{2} \Omega \right)^2 \right]$$

$$T = \frac{1}{10} m a^2 \Omega^2 \left[187 + 110\sqrt{3} \left(\frac{g}{a \Omega^2} \right) + 50 \left(\frac{g}{a \Omega^2} \right)^2 \right] \quad \blacktriangleleft$$

8.93



Şekildeki eksen takımını kullanacağız; bu takım düşey eksen etrafında $\Omega = \vec{v}_0/R$ hızı ile dönmektedir. O halde karşılaştırma gerçevesinin açısal hızı

$$\Omega = \frac{\vec{v}_0}{R} \hat{k} \quad (1)$$

(a) Diskin açısal hızı. Karşılaştırma gerçevesinin açısal hızına spini ekleyeceğiz:

$$\omega = \psi \hat{k} + \frac{\vec{v}_0}{R} \hat{k} \quad (2)$$

C'nin hızının sıfır olduğunu dikkate alarak

$$\vec{v}_C = \omega \times \vec{r}_C = 0$$

$$(\psi \hat{k} + \frac{\vec{v}_0}{R} \hat{k}) \times (R \hat{i} - R \hat{j}) = 0$$

$$-R\psi \hat{j} - \vec{v}_0 \hat{i} = 0$$

$$\psi = -\vec{v}_0/R$$

(2) de yerine koyalım:

$$\omega = -\frac{\vec{v}_0}{R} \hat{k} + \frac{\vec{v}_0}{R} \hat{k} \quad (3)$$

(b) Açısal momentum.

$$L_B = I_x \omega_x \hat{i} + I_y \omega_y \hat{j} + I_z \omega_z \hat{k}$$

Oysa $I_x = \frac{1}{2} m a^2$

$$I_y = I_z = \frac{1}{4} m a^2 + m R^2 = \frac{1}{4} m (a^2 + 4R^2)$$

ve (3) den $\omega_x = -\frac{\vec{v}_0}{R}$, $\omega_y = \frac{\vec{v}_0}{R}$, $\omega_z = 0$ olduğundan

$$L_B = \frac{1}{2} m a^2 \left(-\frac{\vec{v}_0}{R}\right) \hat{i} + \frac{1}{4} m (a^2 + 4R^2) \frac{\vec{v}_0}{R} \hat{j}$$

$$L_B = -\frac{1}{2} m a \vec{v}_0 \hat{i} + \frac{1}{4} m R \vec{v}_0 \left(\frac{a^2}{R^2} + 4\right) \hat{j} \quad (4)$$

(c) Kinetik enerji

$$T = \frac{1}{2} (I_x \omega_x^2 + I_y \omega_y^2 + I_z \omega_z^2)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} m a^2 \frac{\vec{v}_0^2}{R^2} + \frac{1}{4} m (a^2 + 4R^2) \frac{\vec{v}_0^2}{R^2} \right]$$

$$= \frac{1}{8} m \vec{v}_0^2 \left[2 + \frac{a^2}{R^2} + 4 \right]$$

$$T = \frac{1}{8} m \vec{v}_0^2 \left(\frac{a^2}{R^2} + 6 \right)$$

(d) (8.22) denklemini alalım:

$$\Sigma M_A = \frac{\delta h_0}{\delta t} + \Omega \times L_A \quad (5)$$

(1) ve (4) deki değerleri (5) de yerine koyalım:

$$\Sigma M_A = 0 + \frac{\vec{v}_0}{R} \hat{k} \times \left[-\frac{1}{2} m a \vec{v}_0 \hat{i} + \frac{1}{4} m R \vec{v}_0 \left(\frac{a^2}{R^2} + 4\right) \hat{j} \right]$$

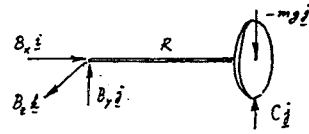
$$= \left(\frac{\vec{v}_0}{R}\right) \left(-\frac{1}{2} m a \vec{v}_0\right) (-\hat{k})$$

$$\Sigma M_A = \frac{1}{2} m \frac{a}{R} \vec{v}_0^2 \hat{k} \quad (6)$$

(Devamı yanda)

8.93 (devamı)

Şimdi diske ve mile etkiyen kuvvetleri göz önüne alacağız (sürtünme ihmal ediliyor).



$$\Sigma M_A = (R \hat{i}) \times (C \hat{j} - mg \hat{j})$$

$$\Sigma M_A = R(C - mg) \hat{k} \quad (7)$$

(6) ve (7) nin sağ taraflarını eşitleyerek

$$R(C - mg) = \frac{1}{2} m \frac{a}{R} \vec{v}_0^2$$

$$C = mg + \frac{1}{2} m \frac{a}{R^2} \vec{v}_0^2$$

$$\vec{C} = (mg + \frac{1}{2} m \frac{a}{R^2} \vec{v}_0^2) \hat{j}$$

A kütle merkezinin ivmesi

$$\vec{a} = -\frac{\vec{v}_0^2}{R} \hat{i}$$

dir. Kütle merkezinin dönme hareketine Newton kanununu uygulayalım:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} = -m \frac{\vec{v}_0^2}{R} \hat{i} \quad (8)$$

Serbest cisim diyagramından

$$\Sigma \vec{F} = B_x \hat{i} + (B_y + C - mg) \hat{j} + B_z \hat{k} \quad (9)$$

(8) ve (9) un sağ taraflarını eşitleyelim:

$$B_x = -m \frac{\vec{v}_0^2}{R}$$

$$B_y + C - mg = 0$$

$$B_z = 0$$

C için elde edilen değeri ikinci denkleme yerine koyarsak

$$B_y = mg - C = mg - mg - \frac{1}{2} m \frac{a}{R^2} \vec{v}_0^2$$

$$B_y = -\frac{1}{2} m \frac{a}{R^2} \vec{v}_0^2$$

$$\text{O halde: } \vec{B} = -m \frac{\vec{v}_0^2}{R} \hat{i} - \frac{1}{2} m \frac{a}{R^2} \vec{v}_0^2 \hat{j}$$

9.1

(9.15) denkleminde: $v_m = x_m p$ $a_m = x_m p^2$

$$v_m = 3 \text{ m/san} = x_m p \quad (1)$$

$$a_m = 16 \text{ m/san}^2 = x_m p^2 \quad (2)$$

(2) yi (1) e bölelim: $p = \frac{16}{3} = 8 \text{ rad/san}$

$$(1) \text{ den } x_m = \frac{v_m}{p} = \frac{3}{8} = 0,25 \text{ m} \quad x_m = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{Frekans: } f = \frac{p}{2\pi} = \frac{8}{2\pi} \quad f = 1,273 \text{ çev/san}$$

9.2

$$\tau = 0,75 \text{ san} \quad \beta = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi}{0,75} = 8,38 \text{ rad/san}$$

$$x_m = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

(9.15) denkleminde: $v_m = x_m p = (0,10)(8,38)$

$$v_m = 0,838 \text{ m/san}$$

$$a_m = x_m p^2 = (0,10)(8,38)^2$$

$$a_m = 7,02 \text{ m/san}^2$$

9.3

Yay-kütle sistemi için (9.4 denklemini)

$$\beta^2 = \frac{k}{m} = \frac{(9,4)(100)}{4/9} = 98,1 \quad \beta = 9,90 \text{ rad/san}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{9,90} \quad \tau = 0,634 \text{ san}$$

$$x_m = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$v_m = x_m p = (0,05)(9,90) \quad v_m = 0,495 \text{ m/san}$$

$$a_m = x_m p^2 = (0,05)(9,90)^2 \quad a_m = 4,905 \text{ m/san}^2$$

9.4

Basit harmonik hareket için ağırlık yaydan ayrılmamalıdır. Yay ağırlığa bağlı olmadığından

$$a_m \leq g$$

$$x_m = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$a_m = x_m p^2 \quad g = 0,05 p^2 \quad p^2 = \frac{g}{0,05}$$

$$\text{Oysa } p^2 = \frac{k}{m} \quad \frac{g}{0,05} = \frac{k}{4/9} \quad k = \frac{4}{0,05} = 80 \text{ kg/lm}$$

$$k = 98 \text{ kg/cm}$$

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{80}{4/9}} = \sqrt{20g} = 14,01 \text{ rad/san}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} = \frac{14,01}{2\pi} \quad f = 2,23 \text{ çev/san}$$

Not: $a_m = g$ olduğundan

9.5

100 kg lik çelik kurdası kablo

$$\frac{100 \text{ kg}}{k} = \frac{100 \text{ kg}}{200 \text{ kg/lm}} = 0,5 \text{ cm uzatır.}$$

Yükler düştükten sonra 150 kg lik miknats denge konumu etrafında bu genlikle titreşir:

$$(a) \quad x_m = 0,5 \text{ cm}$$

150 kg lik miknats ve kablo için:

$$m = \frac{150}{g} \quad k = 200 \text{ kg/cm} = 20000 \text{ kg/lm}$$

$$\beta^2 = \frac{k}{m} = \frac{20000}{150/g} = 1308 \quad \beta = 36,2 \text{ rad/san}$$

$$v_m = x_m p = (0,5)(36,2) \quad v_m = 18,1 \text{ cm/san}$$

$$f = \frac{\beta}{2\pi} = \frac{36,2}{2\pi} \quad f = 5,76 \text{ çev/san}$$

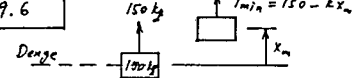
(b)

$$T_{\min} = 150 - kx_m$$

$$T_{\min} = 150 - (200 \text{ kg/cm})(0,5 \text{ cm})$$

$$T_{\min} = 50 \text{ kg}$$

9.6



Denge $T_{\min} = 150 - kx_m$

$T_{\min} = 0$ olunca kablo gerginliğini kaybeder.

$$0 = 150 - kx_m \quad x_m = 0,75 \text{ san}$$

Kabloyu 0,75 cm uzatacak yükü bulalım:

$$W = kx_m = (200)(0,75) \quad W = 150 \text{ kg}$$

Meydana gelecek hareketin frekansı

$$\beta^2 = \frac{k}{m} = \frac{20000 \text{ kg/lm}}{150/g} = 1308 \quad \beta = 36,2 \text{ rad/san}$$

$$f = \frac{\beta}{2\pi} = \frac{36,2}{2\pi} \quad f = 5,76 \text{ çev/san}$$

9.7

Prob. 9.3 den $x_m = 0,05 \text{ m}$ $\beta = 9,90 \text{ rad/san}$

$$t = 0 \text{ da } x_m = -0,05 \text{ m}$$

$$+t \quad x = x_m \sin(\beta t + \phi)$$

$$t = 0 \text{ da } x = -0,05$$

$$-0,05 = 0,05 [\sin(\phi + \phi)] \quad \phi = -90^\circ$$

$$t = 0,10 \text{ san} \quad \beta t = (9,90)(0,10) = 0,990 \text{ rad} = 56,9^\circ$$

$$x = x_m \sin(\beta t + \phi) = 0,05 \sin(56,9^\circ - 90^\circ) = 0,05 \sin(-33,1^\circ)$$

$$x = -0,0274 \text{ m} \quad x = 2,74 \text{ cm} \downarrow$$

$$v = x_m \beta \cos(\beta t + \phi) = (0,05)(9,90) \cos(56,9^\circ - 90^\circ) = 0,495 \cos(-33,1^\circ)$$

$$v = 0,4137 \text{ m/san} \quad v = 41,37 \text{ cm/san} \uparrow$$

$$a = -x_m \beta^2 \sin(\beta t + \phi) = -(0,05)(9,90)^2 \sin(56,9^\circ - 90^\circ) = -4,90 \sin(-33,1^\circ)$$

$$a = 2,69 \text{ m/san}^2 \quad a = 2,69 \text{ m/san}^2 \uparrow$$

Başka yoldan çözüm: Yardımcı daire

$$x = (0,05) \sin 33,1^\circ = 0,02745$$

$$v = p x_m \cos 33,1^\circ$$

$$= (9,90)(0,05)(0,838) = 0,4137 \text{ m/san}$$

$$a = p^2 x_m \sin 33,1^\circ = (9,90)^2(0,05)(0,5470) = 2,69 \text{ m/san}^2$$

Düşey izdüşümleri:

$$v = p x_m \cos 33,1^\circ$$

$$= (9,90)(0,05)(0,838) = 0,4137 \text{ m/san}$$

$$a = p^2 x_m \sin 33,1^\circ = (9,90)^2(0,05)(0,5470) = 2,69 \text{ m/san}^2$$

9.8

Prob. 9.3 den $x_m = 0,05 \text{ m}$

$$\beta = 9,90 \text{ rad/san} \quad t = 0 \text{ da } x = -0,05 \text{ m}$$

$$(a) +t \quad x = x_m \sin(\beta t + \phi)$$

$$t = 0 \text{ da } x = -0,05$$

$$-0,05 = (0,05) \sin(\phi + \phi) \quad \phi = -90^\circ$$

$$x = -2,5 \text{ cm} = -0,025 \text{ m}$$

$$-0,025 = (0,05) \sin(\beta t - 90^\circ)$$

$$\sin(\beta t - 90^\circ) = -0,500 \quad \beta t - 90^\circ = -30^\circ \quad \beta t = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$t = \frac{\pi/3}{\beta} = \frac{\pi/3}{9,90} = 0,1058 \text{ san}$$

$$(b) v = p x_m \cos(\beta t + \phi) = (9,90)(0,05) \cos(60^\circ - 90^\circ) = 0,495 \cos(-30^\circ)$$

$$v = 0,429 \text{ m/san} \quad v = 42,9 \text{ cm/san} \uparrow$$

$$a = -p^2 x_m \sin(\beta t + \phi) = -(9,90)^2(0,05) \sin(60^\circ - 90^\circ) = -4,90 \sin(-30^\circ)$$

$$a = 2,45 \text{ m/san}^2 \quad a = 2,45 \text{ m/san}^2 \uparrow$$

(Yardımcı daire ile çözümü öteki sayfada)

*9.21

$$\tau = 4 \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \sin^2(\frac{\theta_0}{2}) \sin^2 \phi}}$$

$$\tau = 4 \int_0^{\pi/2} [1 - \sin^2(\frac{\theta_0}{2}) \sin^2 \phi]^{-1/2} d\phi$$

Binom teoremini kullanarak

$$[1 - \sin^2(\frac{\theta_0}{2}) \sin^2 \phi]^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \sin^2 \phi + \dots$$

$\sin^2 \phi$ den daha yüksek mertebeden terimleri ihmal edelim ve $\sin^2 \phi = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\phi)$ özdeşliğini kullanalım:

$$\tau = 4 \int_0^{\pi/2} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \left[\frac{1}{2}(1 - \cos 2\phi) \right] \right\} d\phi$$

$$= 4 \int_0^{\pi/2} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \cos 2\phi \right\} d\phi$$

$$= 4 \int_0^{\pi/2} \left\{ \phi + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \cdot \phi - \frac{1}{8} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \sin 2\phi \right\} d\phi$$

$$= 4 \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \cdot \frac{\pi}{2} + 0 \right\} d\phi$$

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \right]$$

*9.22

Küçük salınımlar için $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$\frac{\tau}{\tau_0} = 1,005$ olmasını istiyoruz. O halde

$$\left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \right) = 1,005$$

$$\sin^2 \frac{\theta_0}{2} = 0,020$$

$$\sin \frac{\theta_0}{2} = 0,1414$$

$$\frac{\theta_0}{2} = 8^\circ 8'$$

$$\theta_0 = 16^\circ 16'$$

$$\theta_0 = 16,3^\circ$$

*9.23

$$(9.20) \text{ denklemini: } \tau = \frac{2K}{\pi} (2\pi \sqrt{\frac{L}{g}})$$

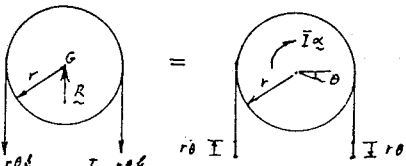
$$L = 1 \text{ m}$$

$\theta_0 = 40^\circ$ için $K = 1,620$ (Eliptik integral tablolarına veya Çizelge 9.1'e bak.)

$$\tau = \frac{2(1,620)}{\pi} (2\pi \sqrt{\frac{1,00}{g}}) \quad \tau = 2,068 \text{ san}$$

9.24

$$T_0 = \text{ilk çekme kuvveti} \quad \alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$



$$+\sum M_C = \bar{I}\alpha: -(T_0 + r\theta k)r + (T_0 - r\theta k)r = \bar{I}\alpha$$

$$2kr^2\theta + \bar{I} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2kr^2}{\bar{I}} \theta = 0$$

$$p^2 = \frac{2kr^2}{\bar{I}}$$

Devamı yanda

9.24 (devamı)

$$p^2 = \frac{2kr^2}{\bar{I}}$$

$$k = 15 \text{ kg/cm} = 1500 \text{ kg/m}, r = 0,60 \text{ m}, I = \frac{300}{2}(0,50)^2 = 37,5$$

$$(a) p^2 = \frac{2(1500)(0,60)^2}{37,5} = 141,4 \quad p = 11,89 \text{ rad/san}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{11,89}$$

$$\tau = 0,528 \text{ san}$$

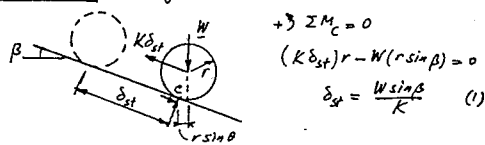
$$(b) \text{ il yer değiştirme (genlik)} \quad x_m = 2,5 \text{ cm}$$

$$\theta_m = \frac{2,5 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} = \frac{1}{24} \text{ rad}$$

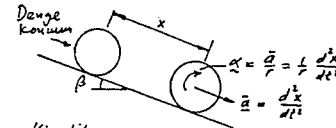
$$\text{Maks. hız: } \omega_m = p\theta_m = (11,89)\left(\frac{1}{24}\right)$$

$$\omega_m = 0,495 \text{ rad/san}$$

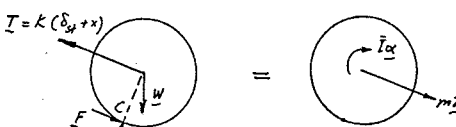
9.25 Denge konumu



Kineematik. Denge konumundan ölçülen x ekseninde



Kinetik



$$+\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: K(\delta_{st} + x)r - W r \sin \theta = -(\bar{m}\ddot{x})r - \bar{I}\alpha$$

δ_{st} yerine (1) deki değerini koyalım:

$$Krx = -\frac{W}{g} \left(\frac{d^2 x}{dt^2} \right) r - \frac{W}{g} \frac{L}{r} \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{Kgr^2}{W(L+r^2)} x = 0$$

$$p^2 = \frac{Kgr^2}{W(L+r^2)} \quad f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{Kgr^2}{W(L+r^2)} \right]^{1/2}$$

Sistem sükunetten harekete geçtiğine göre genlik δ_{st} e eşittir:

$$\text{Genlik} = \delta_{st} = \frac{W \sin \theta}{K}$$

Maksimum hız:

$$v_m = p(\text{genlik})$$

$$= \left[\frac{Kgr^2}{W(L+r^2)} \right]^{1/2} \frac{W \sin \theta}{K}$$

$$v_m = r \sin \theta \sqrt{\frac{Wg}{K(L+r^2)}}$$

9.26

Prob. 9.25 deki sonuçları kullanacağız.

$$r = 2,5 \text{ cm} = 0,025 \text{ m}, \quad \bar{I} = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$W = 10 \text{ kg}, \quad K = 0,4 \text{ kg/cm} = 40 \text{ kg/m}, \quad \beta = 30^\circ$$

$$\text{Genlik} = \frac{W \sin \beta}{K} = \frac{10 \sin 30^\circ}{40} = 0,125 \text{ m} = 12,5 \text{ cm}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{Kgr^2}{W(L+r^2)} \right]^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{(40)(9,81)(0,025)^2}{(10)[(0,10)^2 + (0,025)^2]} \right]^{1/2}$$

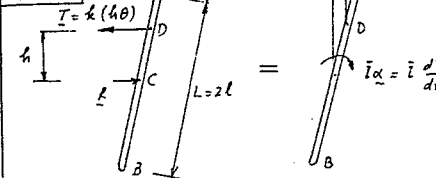
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{14,13} = \frac{3,76}{2\pi} \quad f = 0,598 \text{ çev/san}$$

$$p = \sqrt{14,13} = 3,76 \text{ rad/san}$$

$$v_m = p(\text{genlik}) = (3,76)(0,125)$$

$$v_m = 0,470 \text{ m/san}$$

9.27



$$+\sum M_C = \sum (M_C)_{ef}: T h = -\bar{I}\alpha$$

$$k(h\theta)h = -\frac{1}{2} \frac{W}{g} L^2 \left(\frac{d^2 \theta}{dt^2} \right)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{12kh^2}{WL^2} \theta = 0$$

$$p^2 = \frac{12kh^2}{WL^2} \quad \tau = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{WL^2}{12kh^2}}$$

$$\text{Verilenler: } \tau = 1 \text{ san}, \quad L = 2\ell = 1 \text{ m}, \quad W = 10 \text{ kg}$$

$$k = 0,5 \text{ kg/cm} = 50 \text{ kg/m}$$

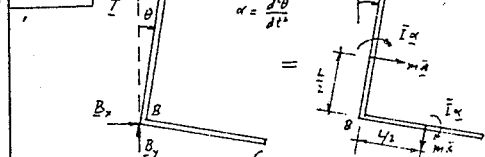
$$1 = 2\pi \sqrt{\frac{(10)(1)^2}{12(50)h^2(9,81)}}$$

$$h = \frac{2\pi}{\sqrt{60(9,81)}}$$

$$h = 0,259 \text{ m}$$

$$h = 25,9 \text{ cm}$$

9.28



$$+\sum M_B = \sum (M_B)_{ef}: TL = -\bar{m}\ddot{x} \frac{L}{2} - \bar{I}\alpha - \bar{m}\ddot{x} \frac{L}{2} - \bar{I}\alpha$$

$$(4L\theta)L = -2\frac{W}{g} \left[\frac{L}{2} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] \frac{L}{2} - 2 \left[\frac{1}{2} \frac{W}{g} L^2 \right] \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$4L^2\theta + \frac{1}{2} \frac{W}{g} L^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0$$

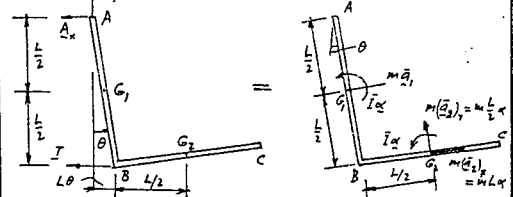
$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0$$

$$p^2 = \frac{2}{g} \frac{W}{L} \quad \tau = \frac{2\pi}{p} \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{gL}{2W}}$$

Not: τ, L boyundan bağımsızdır.

9.29

$$\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$



$$T = k(L\theta)$$

$$+\sum M_B = \sum (M_B)_{ef}: TL = -(\bar{m}\ddot{x}) \frac{L}{2} - \bar{I}\alpha - (\bar{m}\ddot{x}) \frac{L}{2} - \bar{I}\alpha$$

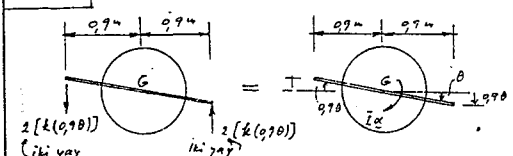
$$(4L\theta)L = -\frac{W}{g} \left[\frac{L}{2} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] \frac{L}{2} - 2 \left[\frac{1}{2} \frac{W}{g} L^2 \right] \frac{d^2 \theta}{dt^2} - \frac{W}{g} \left[\frac{L}{2} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right] \frac{L}{2}$$

$$4L^2\theta + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] \frac{W}{g} L^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{12}{20} \frac{W}{g} \theta = 0 \quad p^2 = \frac{3}{5} \frac{W}{g}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{p} \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{5W}{3gk}}$$

9.30



$$+\sum M_C = \bar{I}\alpha: -2[4(0,9\theta)](0,9) - 2[4(0,9\theta)](0,9) = \bar{I}\alpha$$

$$3,24k\theta + \bar{I} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + 3,24 \frac{k}{\bar{I}} \theta = 0 \quad p^2 = \frac{3,24k}{\bar{I}} \quad p = \sqrt{\frac{3,24k}{\bar{I}}}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3,24k}{\bar{I}}} \quad (1)$$

$$\text{Verilenler: } f = 15 \text{ çev/san} \quad \bar{I} = \frac{200}{g}(0,60)^2 = \frac{20}{g}$$

$$15 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3,24k}{\frac{20}{g}}} \quad k = \frac{(2\pi)^2(15)^2 \left(\frac{20}{g} \right)}{3,24} = 20122 \text{ kg/m}$$

$$k = 201 \text{ kg/cm}$$

9.31

$$\bar{I}_{\text{rotor}} = \frac{150}{g}(0,45)^2 = \frac{30,375}{g}$$

$$\bar{I}_{\text{silind}} = \frac{200}{g}(0,60)^2 = \frac{72}{g}$$

$$\bar{I}_{\text{rotor}} + \bar{I}_{\text{silind}} = \frac{102,375}{g}$$

Prob. 9.30 daki (1) denklemini $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3,24k}{\bar{I}}}$

Görüldüğü gibi $f, \frac{1}{\bar{I}}$ ile orantılıdır.

$$\bar{I} = \frac{72}{g} \text{ için } f = 15 \text{ çev/san}$$

$$\bar{I} = \frac{102,375}{g} \text{ için } f = f_1$$

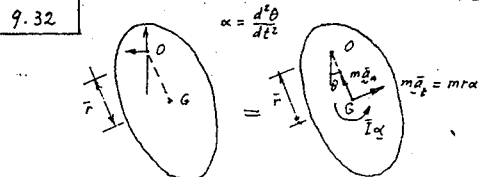
$$\frac{f_1}{15} = \frac{\sqrt{72/g}}{\sqrt{102,375/g}} = \sqrt{\frac{72}{102,375}} = \sqrt{0,7033} = 0,8386$$

$$f_1 = (15)(0,8386) \quad f_1 = 12,58 \text{ çev/san}$$

$$\text{Başka yol: Prob. 9.30 dan } k = 20122 \text{ kg/m}$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(3,24)(20122)}{102,375/g}} \quad f_1 = 12,58 \text{ çev/san}$$

9.32



$$+\sum M_O = \sum (M_O)_{ef}: -W(r \sin \theta) = \bar{I}\alpha + (m\bar{a}_G)r$$

$$-W r \sin \theta = \frac{W}{g} \frac{d^2 \theta}{dt^2} r + \frac{W}{g} r \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{r} \sin \theta = 0 \quad (1)$$

$$\text{veya} \quad \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{r} \sin \theta = 0 \quad (2)$$

Positif: sarkaçta: $\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{r} \sin \theta = 0$ [(9.16) denk. bkt.]
 O halde bileşik sarkaç, boyu $l = \bar{r} + \frac{\bar{I}}{\bar{r}}$ olan bir basit sarkaç gibi hareket eder.
 $l = OA = \bar{r} + GA \quad GA = \frac{\bar{I}}{\bar{r}}$

9.33

Sarkacı A noktasından asalım ve AG uzaklığını $\bar{R}$ ile gösterelim:

$$\bar{R} = AG = \frac{\bar{I}^2}{\bar{I}}$$

Bu problem, Prob. 9.32'nin aynıdır, sadece $\bar{r}$ yerine $\bar{R}$ gelmiştir. O halde Prob. 9.32'deki (2) denklemi şöyle olur:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{\bar{R} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{R}}} \sin \theta = 0$$

Eşdeğer basit sarkaç boyu

$$L = \bar{R} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{R}}$$

dir. $\bar{R} = \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}$ koyalım:

$$L = \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{I}^2/\bar{r}} = \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}} + \bar{r} = AG + GO = AO$$

Eşdeğer basit sarkacın boyu yine $OA = \bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}$ dir. Salınım merkezi ise O dur.

9.34

Prob. 9.32'deki (2) denklemden

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}} \sin \theta = 0$$

Küçük θ lar için

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}} \theta = 0$$

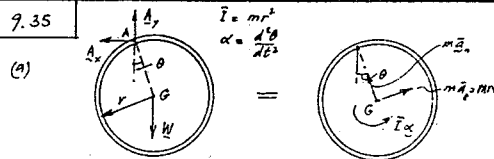
$$\bar{p}^2 = \frac{2}{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}}$$

$\bar{p}^2$ nin minimum olması için $\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}$ yi maksimum yapmalıyız:

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left(\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}} \right) = 1 - \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}^2} = 0$$

$$\text{Buradan} \quad \bar{r} = \bar{I}$$

9.35



$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: -W r \sin \theta = \bar{I}\alpha + (m\bar{a}_G)r$$

$$-W r \sin \theta = \frac{W}{g} r^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{W}{g} r \frac{d^2 \theta}{dt^2} r$$

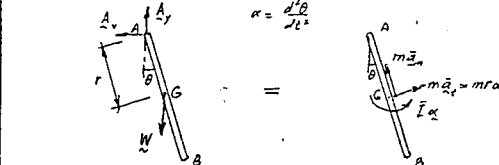
$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{r} \sin \theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{2}{r}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$I_x = I_y \text{ ve } I_x + I_y = I_z = m r^2$$

$$\bar{I} = I_x = \frac{1}{2} m r^2$$

$$\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$



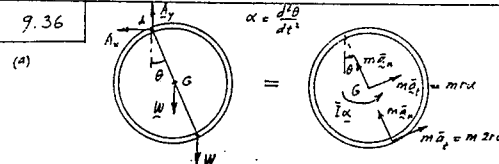
$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: -W r \sin \theta = \bar{I}\alpha + (m\bar{a}_G)r$$

$$-W r \sin \theta = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{W}{g} r \frac{d^2 \theta}{dt^2} r$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{3} \frac{g}{r} \sin \theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{2}{3} \frac{g}{r}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3g}{2r}} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3g}{2r}}$$

9.36

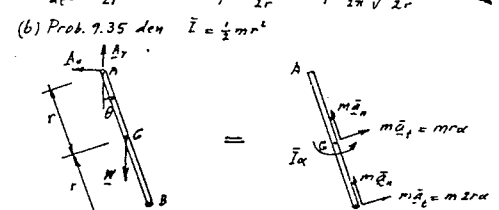


$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: -W r \sin \theta - W(2r \sin \theta) = \bar{I}\alpha + (m\bar{a}_G)r + (m\bar{a}_A)(2r)$$

$$-3W r \sin \theta = \frac{W}{g} r^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{W}{g} r \frac{d^2 \theta}{dt^2} r + \frac{W}{g} 2r \frac{d^2 \theta}{dt^2} (2r)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{3r} \sin \theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{2}{3r} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3g}{2r}}$$

$$(b) \text{ Prob. 9.35'den } \bar{I} = \frac{1}{2} m r^2$$

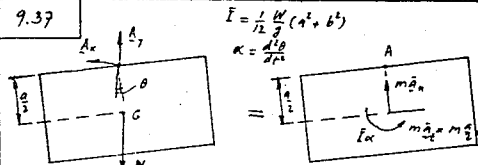


$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: -W r \sin \theta - W(2r \sin \theta) = \bar{I}\alpha + (m\bar{a}_G)r + (m\bar{a}_A)(2r)$$

$$-3W r \sin \theta = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{W}{g} r \frac{d^2 \theta}{dt^2} r + \frac{W}{g} 2r \frac{d^2 \theta}{dt^2} (2r)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{11} \frac{g}{r} \sin \theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{2}{11r} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{11g}{2r}}$$

9.37



$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: -W \frac{a}{2} \sin \theta = \bar{I}\alpha + (m\bar{a}_G) \left(\frac{a}{2} \right)$$

$$-W \frac{a}{2} \sin \theta = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (a^2 + b^2) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{W}{g} \frac{a}{2} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \left(\frac{a}{2} \right)$$

$$-\frac{1}{2} a \sin \theta = \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{12} \right) \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{a} \frac{a}{\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{12}} \sin \theta = 0$$

$$\bar{p}^2 = \frac{2}{a} \frac{a}{\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{12}} = \frac{2}{a} \cdot \frac{12a}{4a^2 + b^2} = \frac{2}{a} \cdot \frac{6 \left(\frac{a}{b} \right)}{4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1}$$

$\tau = \frac{2\pi}{\bar{p}}$ olduğundan minimum τ , $\bar{p}^2$ nin maksimum olması halinde meydana çıkar. a/b oranını değiştirilerek olarak alırsak

$$\frac{d(\bar{p}^2)}{d(a/b)} = 0: \frac{6g}{b} \frac{[4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1] - \left(\frac{a}{b} \right) 8 \left(\frac{a}{b} \right)}{[4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1]^2} = 0$$

$$4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1 - 8 \left(\frac{a}{b} \right)^2 = 0$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

9.38

Prob. 9.37'deki (1) denklemden

$$\bar{p}^2 = \frac{2}{a} \frac{6 \left(\frac{a}{b} \right)}{4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1}$$

Boy a olan bir basit sarkaçta $\bar{p}^2 = \frac{2}{a}$ dir. $\bar{p}^2$ nin bu iki ifadesini eşitleyelim:

$$\frac{2}{a} \frac{6 \left(\frac{a}{b} \right)}{4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1} = \frac{2}{a} \quad 6 \left(\frac{a}{b} \right)^2 = 4 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 1$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = 0.707$$

9.39

Önce, ağırlık merkezinden geçen eksene göre atalet momenti $\bar{I} = \frac{W}{g} \bar{k}^2$ olan genel bir cisim halini alacaktır.

Prob. 9.32'deki (1) denklemden

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}} \sin \theta = 0$$

$$\bar{p}^2 = \frac{2}{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}} \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}}{g}}$$

Verilen biyel kolu için

$$\tau = 1.12 \text{ s} \quad \bar{r} = r_0 = 18 \text{ cm} = 0.18 \text{ m}$$

$$1.12 = 2\pi \sqrt{\frac{(0.18)^2 + \bar{k}^2}{(9.81)(0.18)}}$$

$$\bar{k}^2 = \left(\frac{1.12}{2\pi} \right)^2 (9.81)(0.18) - (0.18)^2 \quad \bar{k}^2 = 0.0237$$

$$\bar{k} = 0.154 \text{ m}$$

$$\bar{k} = 15.4 \text{ cm}$$

9.40

Prob. 9.37'den $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}}{g}}$
 A den mesnetilmesi halinde: $\tau = 0.945 \text{ s}$, $\bar{r} = r_0$
 $0.945 = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}}{(9.81)\bar{r}}}$ (1)

B den mesnetilmesi halinde: $\tau = 0.850 \text{ s}$, $\bar{r} = r_0$

$$0.850 = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{r} + \frac{\bar{I}^2}{\bar{r}}}{(9.81)\bar{r}}} \quad (2)$$

Öte yandan $\bar{r}_0 + \bar{r}_0 = 0.28 \text{ m}$ (3)

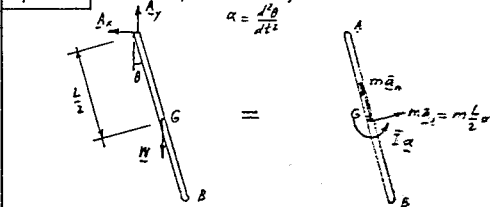
olduğundan (1), (2), (3) denklemlerinden

$$\bar{r}_0 = 0.1026 \text{ m} = 10.26 \text{ cm}, \quad \bar{r}_0 = 0.1774 \text{ m} = 17.74 \text{ cm}$$

$$\bar{k} = 8.88 \text{ cm}$$

9.41

Çubuk A etrafında döner.



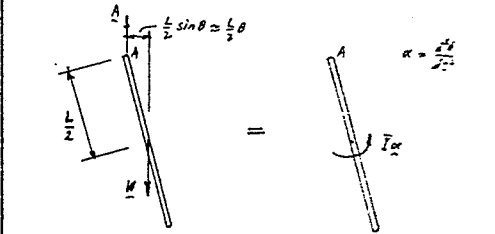
$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{ef}: -W \frac{L}{2} \sin \theta = \bar{I}\alpha + (m\bar{a}_G) \frac{L}{2}$$

$$-W \frac{L}{2} \sin \theta = \frac{W}{g} \frac{L^2}{12} \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{W}{g} \frac{L}{2} \frac{d^2 \theta}{dt^2} \left(\frac{L}{2} \right)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{2}{L} \frac{L}{\frac{L^2}{12} + \frac{L^2}{4}} \sin \theta = 0 \quad \tau = \frac{2\pi}{\bar{p}} \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

9.42

$\mu = 0$. Bundan ötürü A'daki reaksiyon düşüktür. Bu nedenle $\sum F_x = m\bar{a}_x$ den $\bar{a}_x = 0$ çıkar.



O halde çubuğun kütle merkezi yatay hareket yapmaz.

$$+\sum F_x = 0: \quad A - W = 0 \quad A = W$$

$$+\sum M_G = \bar{I}\alpha: \quad -A \left(\frac{L}{2} \right) \sin \theta = \bar{I}\alpha$$

$$W \frac{L}{2} \sin \theta = \frac{W}{g} \frac{L^2}{12} \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

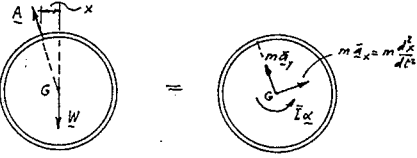
$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{6}{L} \sin \theta = 0$$

$$\bar{p}^2 = \frac{6}{L} \quad \tau = \frac{2\pi}{\bar{p}} \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{L}{6g}}$$

$$\bar{p}^2 = \frac{6}{L} \quad \tau = \frac{2\pi}{\bar{p}} \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{L}{6g}}$$

9.43

(a) $\mu=0$ olduğundan A'daki reaksiyon çembere dik olacak ve dolayısıyla çemberin G merkezinden geçecektir.

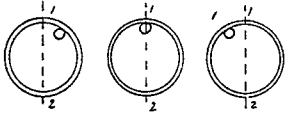


$\sum M_G = \bar{I}\alpha$: $0 = \bar{I}\alpha$
O halde $\alpha = 0$ olur, çember dönme yapmaz.

$\sum M_A = \sum (M_A)_{\text{eff}}$: $-Wx = (m\bar{a}_x)r$
 $-Wx = (\frac{W}{g} \frac{d^2x}{dt^2})r$

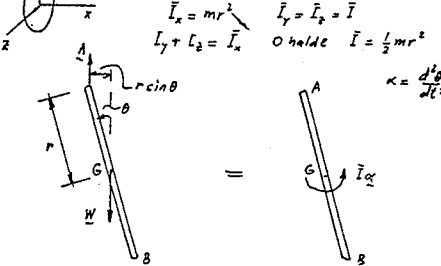
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{r}x = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{g}{r} \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{r}}$$



Not: Hareket bir ötelenme hareketidir. Herhangi bir gap (meselâ 1-2) dönmez. Çember ile çubuk arasındaki dokunma noktası çember boyunca yer değiştirir.

(b) $\mu=0$ olduğundan A'daki reaksiyon düşeydir. Bu nedenle $\sum F_x = m\bar{a}_x$ denklemi $\bar{a}_x=0$ verir. Yani çemberin merkezi yatay hareket yapmaz.



$\sum F_y = 0$: $A - W = 0$
 $A = W$

$\sum M_G = \bar{I}\alpha$: $-Ar\theta = \bar{I}\alpha$
 $-Wr\theta = \frac{1}{2}Wr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$

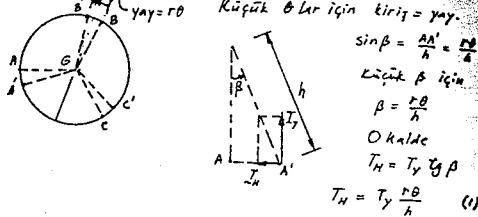
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2g}{r}\theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{2g}{r} \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{2g}{r}}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{r}}$$

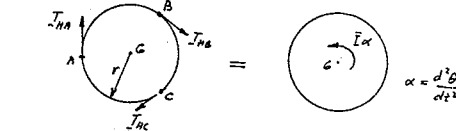
228

9.44

(a) Düzey elksen etrafındaki dönme açısı θ



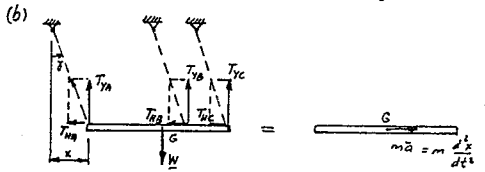
Simetri nedeniyle kablolarda $T_A = T_B = T_C = \frac{1}{3}W$
O halde $T_{AB} = T_{BC} = T_{AC} = \frac{1}{3}W \frac{r\theta}{h}$



$\sum M_G = \bar{I}\alpha$: $-(T_{AB} + T_{BC} + T_{AC})r = \bar{I}\alpha$
 $-3(\frac{1}{3}W \frac{r\theta}{h})r = \frac{1}{2}Wr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3g}{h}\theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{3g}{h} \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{3g}{h}}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3g}{h}}$$



$\sum F_y = 0$: $T_A + T_B + T_C = W$
 $\sum F_x = m\bar{a}$: $-T_A - T_B - T_C = m\bar{a}$

$$-\frac{2}{h}(T_A + T_B + T_C) = \frac{W}{g}\bar{a}$$

$$\frac{2}{h}W + \frac{W}{g} \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{2}{h} \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{2}{h}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2g}{h}x = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{2g}{h} \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{2g}{h}}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{h}}$$

9.45

(a) Prob. 9.44'deki (1) denklemi $T_A = T_B = T_C$ Her tel için

O halde (2) denklemi şu hale gelir:

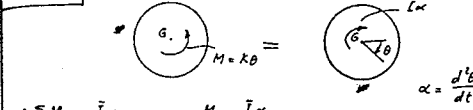
$$-\frac{2}{h}(T_A + T_B + T_C)r = \bar{I}\alpha$$

Oysa $\sum F_y = 0$ dan $T_A + T_B + T_C = W$ elde edilir.
O halde $-\frac{2}{h}(W)r = \frac{1}{2}Wr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$ Bu ise Prob. 9.44'deki (3) denkleminin aynıdır; o halde periyot değişmez.

(b) (4) denkleminde tellerin aralıkları geçmemektedir.

$T_A + T_B + T_C$ daima W ye eşit olacağından periyot değişmez.

9.46



$\sum M_G = \bar{I}\alpha$: $-M = \bar{I}\alpha$
 $-Kr = \bar{I} \frac{d^2\theta}{dt^2}$
 $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{K}{I}\theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{K}{I} \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{K}{I}}$

$T = 30 \text{ san}$, $K = 0,45 \text{ kg cm/rad} = 0,0045 \text{ kg m/rad}$
alınınca $30 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{0,0045}} \quad I = 0,1026 \text{ kg m san}^2$

$W = 30 \text{ kg}$ için $\bar{I} = \frac{W}{g} \bar{k}^2$
 $0,1026 = \frac{30}{g} \bar{k}^2 \quad \bar{k}^2 = 0,0503$

$$\bar{k} = 0,2243 \text{ m} \quad \bar{k} = 22,43 \text{ cm}$$

9.47

Burulma yayı katsayısı

$$K = \frac{T}{\theta} = \frac{1,5 \text{ kg m}}{(5^\circ)(\pi/180 \text{ rad/deg})} = 17,19 \text{ kg m/rad}$$

Prob. 9.46'daki şekilde

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{K}{I}\theta = 0 \quad \bar{p}^2 = \frac{K}{I}$$

Disk için: $\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 = \frac{1}{2} \frac{10}{g} (0,30)^2 = 0,0459 \text{ kg m san}^2$

$$\bar{p} = \sqrt{\frac{K}{I}} = \sqrt{\frac{17,19}{0,0459}} = 19,36 \text{ rad/san}$$

(a) $T = \frac{2\pi}{\bar{p}} = \frac{2\pi}{19,36} \quad T = 0,325 \text{ san}$

(b) $\theta_m = 3^\circ = 0,05236 \text{ radyan}$

$$\omega_m = \bar{p}\theta_m = (19,36)(0,05236)$$

$$\omega_m = 1,013 \text{ rad/san}$$

9.48

Prob. 9.47'den: Yalnız disk için

$$\bar{I}_{disk} = 0,0459 \text{ kg m san}^2$$

$$K = 17,19 \text{ kg m/rad}$$

Disk ve cisim beraber: $T = 0,41 \text{ san}$

$$T = \frac{2\pi}{\bar{p}} \quad \bar{p} = \sqrt{\frac{K}{I}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K}}$$

$$0,41 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{17,19}} \quad \bar{I} = 0,0732 \text{ kg m san}^2$$

$$I_{cism} = I - I_{disk} = 0,0732 - 0,0459$$

$$I_{cism} = 0,0273 \text{ kg m san}^2$$

9.49

Örnek Prob. 9.3 veya Prob. 9.46'dan

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K}}$$

O halde verilen üç hal için

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{K}} \quad (1)$$

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_A}{K}} \quad (2)$$

$$T_B = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I_B}{K}} \quad (3)$$

(a) (1) ile (2) yi birbirine bölelim:

$$\frac{T_0}{T_A} = \sqrt{\frac{I_0}{I_0 + I_A}} \quad \frac{T_0^2}{T_A^2} = \frac{I_0}{I_0 + I_A}$$

$$T_0^2(I_0 + I_A) = T_A^2 I_0 \quad I_0 = I_A \frac{T_0^2}{T_A^2 - T_0^2}$$

(b) (1) ile (3) ü birbirine bölelim:

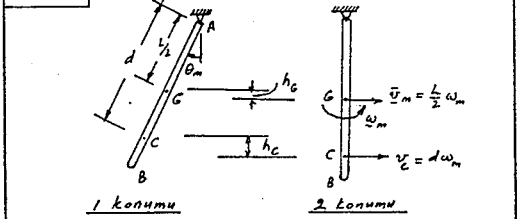
$$\frac{T_0}{T_B} = \sqrt{\frac{I_0}{I_0 + I_B}} \quad \frac{T_0^2}{T_B^2} = \frac{I_0}{I_0 + I_B}$$

$$T_0^2(I_0 + I_B) = T_B^2 I_0 \quad I_0 = I_B \frac{T_0^2}{T_B^2 - T_0^2}$$

I_0 yerine a çıktığında elde ettiğimiz değeri koyalım:

$$I_B = I_A \frac{T_0^2}{T_A^2 - T_0^2} \frac{T_B^2 - T_0^2}{T_0^2} \quad I_B = I_A \frac{T_B^2 - T_0^2}{T_A^2 - T_0^2}$$

9.50



1 konumu: $H_1 = 0$, $T_1 = 0$

$$V_1 = W_1 h_1 + W_2 h_2$$

$$\text{Küçük } \theta \text{ için: } h_1 = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \approx \frac{L\theta^2}{4}; \quad h_2 = \frac{d\theta^2}{2}$$

$$\text{O halde } V_1 = W_1 \frac{L}{4} \theta^2 + W_2 \frac{1}{2} \theta^2 = (W_1 L + 2W_2 d) \frac{1}{4} \theta^2$$

2 konumu: $V_2 = 0$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W_1}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W_2}{g} v_c^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W_1}{g} (\frac{1}{2} \omega_m^2) + \frac{1}{2} (\frac{1}{2} \frac{W_1 L}{g}) \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W_2}{g} (d \omega_m)^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} (\frac{1}{2} W_1 L^2 + W_2 d^2) \omega_m^2$$

$$\text{Enerjinin korunumu: } T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$0 + \frac{1}{4} (W_1 L + 2W_2 d) \theta_m^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} (W_1 L^2 + W_2 d^2) \omega_m^2$$

$\omega_m = \bar{p}\theta_m$ olduğundan

$$\frac{1}{4} (W_1 L + 2W_2 d) \theta_m^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} (W_1 L^2 + W_2 d^2) \bar{p}^2 \theta_m^2$$

(Devam Arkada)

9.50 (devamı)

$$p^2 = \frac{g}{2} \frac{W_f L + 2W_B d}{\frac{1}{3}W_f L^2 + W_B d^2}$$

$$p^2 = \frac{3g}{2L} \frac{1 + 2\frac{W_B d}{W_f L}}{1 + 3\frac{W_B d^2}{W_f L^2}} \quad (1)$$

$$W_B = 1 \text{ kg}, W_f = 3 \text{ kg}, W_B/W_f = 1/3$$

$$(a) d = 0,9 \text{ m}, L = 0,9 \text{ m} : d/L = 1$$

$$p^2 = \frac{3g}{2(0,9)} \frac{1 + 2(\frac{1}{3})(1)}{1 + 3(\frac{1}{3})(1)^2} = \frac{5g}{3,6} = 13,63 \quad p = 3,69 \text{ rad/s}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{3,69} \quad \tau = 1,703 \text{ san}$$

$$(b) d = 0,6 \text{ m}, L = 0,9 \text{ m} : d/L = 2/3$$

$$p^2 = \frac{3g}{2(0,9)} \frac{1 + 2(\frac{1}{3})(\frac{2}{3})}{1 + 3(\frac{1}{3})(\frac{2}{3})^2} = \frac{g}{0,6} = 16,35 \quad p = 4,044 \text{ rad/s}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{4,044} \quad \tau = 1,554 \text{ san}$$

Not: $d/L = 2/3$ için

$$p^2 = \frac{3g}{2L} \frac{1 + 2(\frac{W_B}{W_f})(\frac{2}{3})}{1 + 3(\frac{W_B}{W_f})(\frac{2}{3})^2} = \frac{3g}{2L} \frac{1 + \frac{4}{3}\frac{W_B}{W_f}}{1 + \frac{8}{3}\frac{W_B}{W_f}} = \frac{3g}{2L}$$

Sekilde yazarsak bu halde p^2 'nin değerinin W_B ve W_f den bağımsız olduğunu görürüz. $d/L = 2/3$ için, C noktası salınım merkezidir. (Prob. 9.32 ye bkt.)

9.51

Prob. 9.50 deki (1) denkleminde şu değerleri

yerine koyarsanız: $W_B = 0,5 \text{ kg}$, $W_f = 3 \text{ kg}$; $W_B/W_f = 1/6$

$$(a) d = 0,9 \text{ m}, L = 0,9 \text{ m} \text{ için: } d/L = 1$$

$$p^2 = \frac{3g}{2(0,9)} \frac{1 + 2(\frac{1}{6})(1)}{1 + 3(\frac{1}{6})(1)^2} = \frac{8g}{5,4} = 14,53 \quad p = 3,81 \text{ rad/s}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{3,81} \quad \tau = 1,649 \text{ san}$$

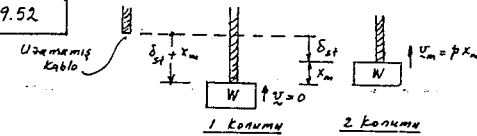
$$(b) d = 0,6 \text{ m}, L = 0,9 \text{ m} \text{ için: } d/L = 2/3$$

$$p^2 = \frac{3g}{2(0,9)} \frac{1 + 2(\frac{1}{6})(\frac{2}{3})}{1 + 3(\frac{1}{6})(\frac{2}{3})^2} = \frac{g}{0,6} = 16,35 \quad p = 4,044 \text{ rad/s}$$

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{4,044} \quad \tau = 1,554 \text{ san}$$

Prob. 9.50 deki nota bakınız.

9.52

1. konumu: $T_1 = 0$, $V_1 = \frac{1}{2}k(\delta_{st} + x_m)^2 - Wx_m$ 2. konumu: $T_2 = \frac{1}{2}m(\dot{x}_m)^2$, $V_2 = \frac{1}{2}k\delta_{st}^2$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$0 + \frac{1}{2}k(\delta_{st}^2 + 2\delta_{st}x_m + x_m^2) - Wx_m = \frac{1}{2}m\dot{x}_m^2 + \frac{1}{2}k\delta_{st}^2$$

$$\delta_{st} = \frac{W}{k} \text{ olduğundan } \frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}_m^2 \quad p^2 = \frac{4g}{W}$$

$$p^2 = \frac{4g}{W} = \frac{(20000 \text{ kg/m})}{150 \text{ kg}} g = 1308 \quad p = 36,2 \text{ rad/san}$$

(Devamı yanda)

9.52 (devamı)

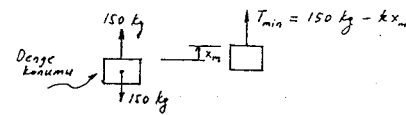
$$f = \frac{p}{2\pi} = \frac{36,2}{2\pi} \quad f = 5,76 \text{ çev/san}$$

Genlik x_m dir ve 100 kg'lık yükün ilk yaptırıldığı uzama kadardır:

$$x_m = \frac{100 \text{ kg}}{20000 \text{ kg/m}} = 0,005 \text{ m} = 0,5 \text{ cm}$$

$$v_m = p x_m = (36,2)(0,05) \quad v_m = 18,1 \text{ cm/san}$$

(b) Minimum çekme kuvveti, miktari en üstte iken meydana gelir:



$$x_m = 0,5 \text{ cm için } T_{\min} = 150 - (200)(0,5)$$

$$T_{\min} = 50 \text{ kg}$$

9.53

Kis. 9.6 dan biliyoruz ki $F = -kx$ tir; x deye konumundan ölçülmektedir. Bundan ötürü

1 konumunda maksimum yer değiştirme halinde

$$V_1 = \frac{1}{2}kx_m^2 \text{ ve } V_1 = 0, T_1 = 0 \text{ dir.}$$

Denge konumunda $V_2 = V_m = p x_m$

$$V_2 = 0 \quad T_2 = \frac{1}{2}m v_m^2 = \frac{1}{2}m p^2 x_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + \frac{1}{2}kx_m^2 = \frac{1}{2}m p^2 x_m^2 + 0$$

$$p^2 = \frac{k}{m} \quad (1)$$

 $p^2 = \frac{k}{m}$ bağıntısı kullanılarak çözümün gerisi

Prob. 9.9 un aynıdır. O halde sonuçlar:

$$(a) \tau = 0,858 \text{ san} \quad f = 1,165 \text{ çev/san}$$

$$(b) v_m = 0,549 \text{ m/san} \quad a_m = 4,01 \text{ m/san}^2$$

9.54

Prob. 9.53 de, Kis. 9.6 deki yöntemi kullanarak $p^2 = \frac{k}{m}$ elde ettik.

Bunu kullanarak çözümün gerisinin Prob. 9.10 deki ile aynı olacağı aşiktir:

$$(a) \tau = 0,428 \text{ san} \quad f = 2,34 \text{ çev/san}$$

$$(b) v_m = 1,10 \text{ m/san} \quad a_m = 16,2 \text{ m/san}^2$$

9.55

Çözüm Prob. 9.52 nin aynıdır, sadece kabloların yay katayısı yerine ağırlık yay katayısı gelecektir. O halde $p^2 = \frac{k}{m}$

$$\text{Oysa } \delta_{st} = \frac{W}{k} \text{ veya } k = \frac{W}{\delta_{st}} \text{ olduğundan}$$

$$p^2 = \frac{W}{\delta_{st} m} = \frac{W}{\delta_{st} (W/g)} = \frac{g}{\delta_{st}} \quad p = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}$$

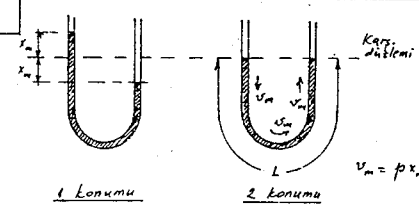
$$f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}$$

9.56

Prob. 9.53 den kütle-yay sistemi için $p^2 = k/m$ elde edildi. O halde sonuç Prob. 9.12'nin aynıdır:

$$W = 1,63 \text{ kg}$$

9.57

 y = sıvının özgül ağırlığı, A = tüpün kesit alanı1. konumu: $V_1 = 0$, $T_1 = 0$

$$V_1 = (+T A x_m) \frac{x_m}{2} - (-T A x_m) \frac{x_m}{2} = T A x_m^2$$

2. konumu: $V_2 = 0$

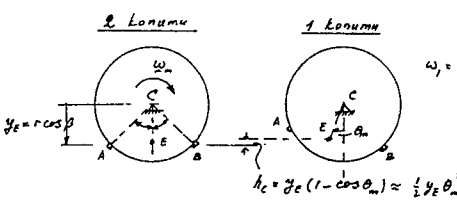
$$T_2 = \frac{1}{2}(\frac{7}{2}AL) v_m^2 = \frac{1}{2}(\frac{7}{2}AL) p^2 x_m^2$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2: 0 + T A x_m^2 = \frac{1}{2}(\frac{7}{2}AL) p^2 x_m^2 + 0$$

$$p^2 = \frac{2g}{L} \quad f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

Not: Çözümde sıvının içsel sürtünmesi ihmal edilmiştir.

9.58

Disk + ağırlıklar için $I_C = \text{sabit}$ tir. İki büyük ağırlıklı bir birim olarak kabul ettiğimize göre bunun kütle merkezi E olsun.

2. konumunu karşılaştırmada esas alalım.

1. konumu: $T_1 = 0$

$$V_1 = (2m)h_c = (2m)(\frac{1}{2}y_c \theta_m^2) = (m r \cos \theta) \theta_m^2$$

2. konumu: $V_2 = 0$

$$T_2 = \frac{1}{2}I_C \omega_m^2 = \frac{1}{2}I_C p^2 \theta_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + m r \cos \theta \theta_m^2 = \frac{1}{2}I_C p^2 \theta_m^2$$

$$p^2 = \frac{2m r \cos \theta}{I_C} \quad \tau = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{I_C}{2m r \cos \theta}} \quad (1)$$

$$\beta = 0 \text{ için: } \tau_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_C}{2m r}}$$

$$\beta = \beta, \tau = 2\tau_0 \text{ için } 2\tau_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_C}{2m r \cos \beta}} \quad (2)$$

(2) ile (3) ü taraf tarafa bölelim:

$$\frac{1}{2} = \sqrt{\cos \beta} \quad \cos \beta = \frac{1}{4} \quad \beta = 75,5^\circ$$

9.59

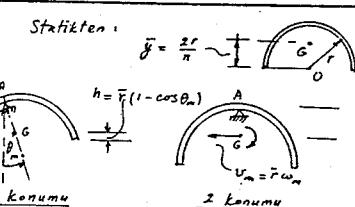
$$I_C = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 + 2 \frac{W}{g} r^2; W = 1,5 \text{ kg}; m = 0,05 \text{ kg}$$

$$r = 0,10 \text{ m} \quad I_C = \frac{1}{2} \frac{1,5}{9,81} (0,10)^2 + 2 \frac{1,5}{9,81} (0,10)^2 = 0,00866 \text{ kg m}^2$$

Prob. 9.58 deki (1) denkleminde yerine koyalım ($\beta = 60^\circ$):

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{I_C}{2m r \cos \beta}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,00866}{2(0,05)(9,81)(0,5)}} \quad \tau = 2,62 \text{ san}$$

9.60

Yarım boru için $I_O = m r^2$
 $I_O = \bar{I} + m \bar{y}^2 \quad m r^2 = \bar{I} + m (\frac{r}{2})^2 \quad \bar{I} = m r^2 (1 - \frac{1}{4})$ 1. konumu: $T_1 = 0$, $V_1 = W h = W r (1 - \cos \theta_m) \approx W r \frac{\theta_m^2}{2}$ 2. konumu: $V_2 = 0$, $T_2 = \frac{1}{2} m v_m^2 + \frac{1}{2} I_O \omega_m^2$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r \omega_m)^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 (1 - \frac{1}{4}) \omega_m^2$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2: 0 + W r \frac{\theta_m^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 (1 - \frac{1}{4}) \omega_m^2$$

$$\bar{r} = r (1 - \frac{1}{4}) \text{ ve } \omega_m = p \theta_m \text{ koyalım:}$$

$$r (1 - \frac{1}{4}) \theta_m^2 = \frac{1}{2} r^2 (1 - \frac{1}{4}) p^2 \theta_m^2 + \frac{1}{2} r^2 (1 - \frac{1}{4}) p^2 \theta_m^2$$

$$r (1 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} p^2 [1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{4}]$$

$$r (1 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} p^2 [2 - \frac{1}{4}]$$

$$p^2 = \frac{g}{2r} \quad f = \frac{p}{2\pi} \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{2r}}$$

Baska yoldan çözüm:

$$\bar{I} = m \bar{k}^2 = m r^2 (1 - \frac{1}{4}) \quad \bar{k}^2 = r^2 (1 - \frac{1}{4})$$

$$\bar{r} = r (1 - \frac{1}{4})$$

1. konumu: $T_1 = 0$, $V_1 = W \bar{r} \frac{\theta_m^2}{2}$ 2. konumu: $V_2 = 0$, $T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{k}^2 \omega_m^2$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2: 0 + W \bar{r} \frac{\theta_m^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{r}^2 \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{k}^2 \omega_m^2$$

$$W \bar{r} \theta_m^2 = \frac{1}{2} \bar{r}^2 p^2 \theta_m^2 + \frac{1}{2} \bar{k}^2 p^2 \theta_m^2$$

$$p^2 = \frac{\bar{r}}{\bar{r}^2 + \bar{k}^2} g \quad p^2 = \frac{g}{\bar{r} + \frac{\bar{k}^2}{\bar{r}}}$$

$$p^2 = \frac{g}{r (1 - \frac{1}{4}) + \frac{r^2 (1 - \frac{1}{4})}{r (1 - \frac{1}{4})}} = \frac{g}{2r}$$

Not: Dairesel borudan hangi açıda bir dilim alınır

nirsa alınırsın aynı frekans elde edilir (yani alttaki

geçillerin hepsinde frekans aynıdır.)

Statikten

$$\bar{r} = r (1 - \frac{\sin^2 \alpha}{2})$$

$$\bar{y} = r \frac{\sin \alpha}{2}$$

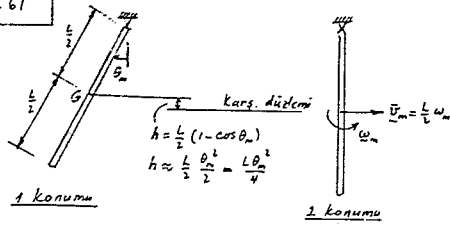
$$\bar{I} = I_O - m \bar{y}^2 = m r^2 - m r^2 \frac{\sin^2 \alpha}{4} = m r^2 (1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4})$$

$$\bar{k}^2 = r^2 (1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4})$$

$$p^2 = \frac{g}{\bar{r} + \frac{\bar{k}^2}{\bar{r}}} = \frac{g}{r (1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4}) + \frac{r^2 (1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4})}{r (1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4})}}$$

$$p^2 = \frac{g}{r (1 - \frac{\sin^2 \alpha}{4}) + 1 + \frac{\sin^2 \alpha}{4}} \quad p^2 = \frac{g}{2r} \quad \alpha \text{ açısından bağımsızdır.}$$

9.61



1 konumu: $T_1 = 0$ $V_1 = Wh = W \frac{L\theta^2}{4}$

2 konumu: $V_2 = 0$ $T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$

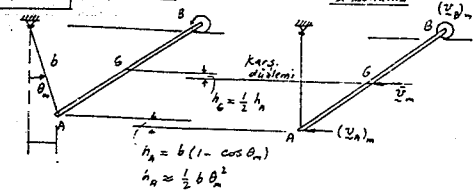
$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(\frac{L}{2} \omega \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} L^2 \omega^2$

$T_2 = \frac{1}{6} \frac{W}{g} L^2 \omega^2 = \frac{1}{6} \frac{W}{g} L^2 \dot{\theta}^2$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$ $W \frac{L\theta^2}{4} = \frac{1}{6} \frac{W}{g} L^2 \dot{\theta}^2$

$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2L} \theta^2$ $\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{3g}{2L}}}$

9.62



Küçük θ ler için AB nin hareketi ötelenme hareketidir. Bu nedenle $\vec{v}_m = (\dot{\theta} b) \hat{i}$ dir.

1 konumu: $T_1 = 0$ $V_1 = Wh = W \left(\frac{1}{2} b \right) = \frac{1}{2} W b \theta^2$

2 konumu: $V_2 = 0$ $T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$

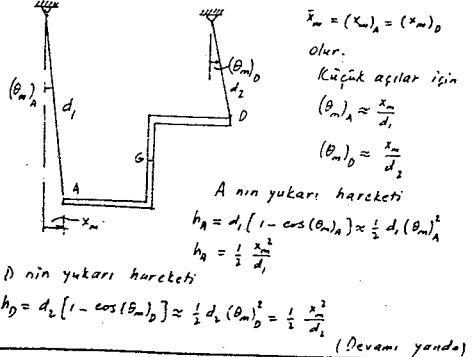
$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} b^2 \theta^2$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$ $0 + \frac{1}{2} W b \theta^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} b^2 \theta^2$

$\dot{\theta}^2 = \frac{g}{2b}$ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{2b}}$

9.63

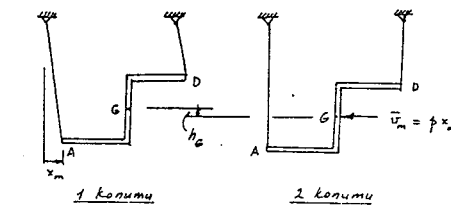
1 konumunda A noktası sağa doğru küçük bir $(x_m)_1$ uzunluğu kadar hareket eder. Boru (küçük yer değiştirmelerde) ötelenme yapar. Bundan ötürü



9.63 (devamı)

Kütle merkezinin yukarı hareketi

$h_G = \frac{1}{2} (h_A + h_B) = \frac{x_m^2}{4} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)$



1 konumu: $T_1 = 0$ $V_1 = Wh$

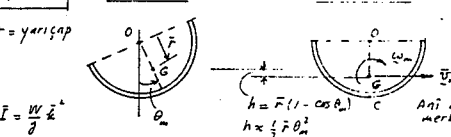
2 konumu: $V_2 = 0$ $T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$ $Wh = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2$

$W \frac{x_m^2}{4} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2$

$\dot{\theta}^2 = \frac{g}{2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)$ $\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{2} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}}$

9.64



1 konumu: $T_1 = 0$ $V_1 = Wh = W \bar{r} (1 - \cos \theta) \approx \frac{1}{2} W \bar{r} \theta^2$

2 konumu: $V_2 = 0$ $T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$

$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{r}^2 \theta^2$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$ $\frac{1}{2} W \bar{r} \theta^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{r}^2 \theta^2$

$\dot{\theta}^2 = \frac{g}{\bar{r}}$ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\bar{r}}}$

(1) de yerine koyalım:

$W \bar{r} \theta^2 = \frac{W}{g} (r - \bar{r})^2 \theta^2 + \frac{W}{g} \bar{r}^2 \theta^2$

$\bar{r}^2 = \frac{r}{(r - \bar{r}) + \bar{r}}$ (2)

Yarım boru için:

Statikten $\bar{r} = \frac{2r}{\pi}$ $r - \bar{r} = r \left(1 - \frac{2}{\pi} \right)$

Steiner teoremi: $I_D = \bar{I} + m \bar{r}^2$

$\bar{I} = I_D - m \bar{r}^2 = m r^2 - m \left(\frac{2r}{\pi} \right)^2 = m r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right)$

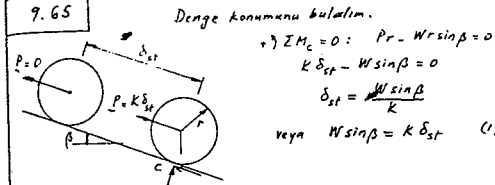
$\bar{I}^2 = r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right)$

(2) de yerine koyalım:

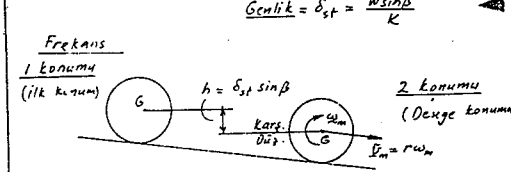
$\dot{\theta}^2 = \frac{\frac{2g}{\pi}}{r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) + r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right)} = \frac{\frac{2g}{\pi}}{2r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right)}$

$\dot{\theta}^2 = \frac{\frac{2g}{\pi}}{2r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right)} = \frac{1}{\pi} \frac{g}{r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right)}$ $\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{\pi} \frac{g}{r^2 \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right)}}}$

9.65



(a) Sistem denge konumu etrafında titreşim yapıyor.



1 konumu: $V_1 = 0$ $T_1 = 0$

$V_1 = Wh = W \delta_{st} \sin \beta$

2 konumu: $V_2 = 0$ $T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{\theta}^2$

$T_2 = \frac{1}{2} m \dot{v}_m^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{I} \omega^2$

$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r^2 + \bar{I}) \omega^2$ $V_2 = \frac{1}{2} K \delta_{st}^2$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$0 + W \delta_{st} \sin \beta = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r^2 + \bar{I}) \omega^2 + \frac{1}{2} K \delta_{st}^2$ (2)

Basit harmonik harekette $v_m = p \dot{\theta} = p \delta_{st}$ Oysa $v_m = r \omega$ olduğundan $r \omega = p \delta_{st}$

$\omega = \frac{p}{r} \delta_{st}$

(1) den de $W \sin \beta = K \delta_{st}$ olduğundan (2) denklemini şu hale getir:

$K \delta_{st}^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} (r^2 + \bar{I}) \left(\frac{p}{r} \delta_{st} \right)^2 + \frac{1}{2} K \delta_{st}^2$

$\dot{\theta}^2 = \frac{K g r^2}{W (r^2 + \bar{I})}$

$f = \frac{p}{2\pi}$ $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K g r^2}{W (r^2 + \bar{I})}}$

(b) Maksimum hız:

$\dot{\theta}_m = p \delta_{st} = p \frac{W}{K} \sin \beta = \sqrt{\frac{K g r^2}{W (r^2 + \bar{I})}} \frac{W}{K} \sin \beta$

$v_m = r \sin \beta \sqrt{\frac{W g}{K (r^2 + \bar{I})}}$

9.66 Örnek Prob. 9.4 de $\bar{I} = \frac{3}{5} m r^2$ alınacak:

1 konumu: $V_1 = W (R - r) \frac{1}{2} \theta^2$ $T_1 = 0$

2 konumu: $V_2 = 0$ $T_2 = \frac{1}{2} m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$

$T_2 = \frac{1}{2} (R - r)^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{5} m r^2 \right) \left(\frac{R - r}{r} \right)^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$

$T_2 = \frac{7}{10} m (R - r)^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

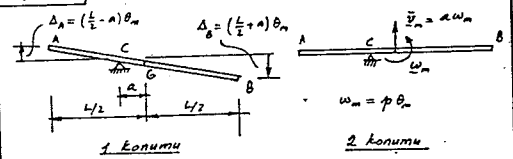
$\frac{1}{2} W (R - r) \theta^2 = \frac{7}{10} m (R - r)^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$

$\left(\frac{d\theta}{dt} \right)_m = p \theta_m$ ve $W = m g$ olduğundan

$\frac{1}{2} m g (R - r) \theta_m^2 = \frac{7}{10} m (R - r)^2 p^2 \theta_m^2$

$p^2 = \frac{5}{7} \frac{g}{R - r}$ $\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{5}{7} \frac{g}{R - r}}}$

9.67



1 konumu: $T_1 = 0$ $V_1 = \frac{1}{2} K \delta_A^2 + \frac{1}{2} K \delta_B^2$

$V_1 = \frac{1}{2} K \left[\left(\frac{L}{2} - a \right)^2 + \left(\frac{L}{2} + a \right)^2 \right] \theta_m^2$

$V_1 = \frac{1}{2} K \left[\frac{L^2}{2} + 2a^2 \right] \theta_m^2 = \frac{1}{2} K L^2 \left[\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{a}{L} \right)^2 \right] \theta_m^2$

2 konumu: $V_2 = 0$ $T_2 = \frac{1}{2} m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \bar{I} \omega^2$

$T_2 = \frac{1}{2} m a^2 \omega_m^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m L^2 \right) \omega_m^2$

$T_2 = \frac{1}{2} m L^2 \left[\left(\frac{a}{L} \right)^2 + \frac{1}{2} \right] \omega_m^2$

$T_2 = \frac{1}{2} m L^2 \left[\frac{a^2}{L^2} + \frac{1}{2} \right] \dot{\theta}_m^2$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{a}{L} \right)^2 \right] K L^2 \theta_m^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{a}{L} \right)^2 \right] m L^2 \dot{\theta}_m^2$

$\dot{\theta}_m^2 = \frac{1}{m} \frac{K}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{a}{L} \right)^2}$

(a) $a = 0$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{2K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2K}{m}}$

(b) $a/L = 1/4$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{1}{4} \right)^2} = \frac{30}{7} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{30}{7} \frac{K}{m}}$

(c) $a/L = 1/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{1}{2} \right)^2} = \frac{3}{2} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{2} \frac{K}{m}}$

(d) $a/L = 3/4$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{3}{4} \right)^2} = \frac{3}{10} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{10} \frac{K}{m}}$

(e) $a/L = 1$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(1 \right)^2} = \frac{2}{5} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{5} \frac{K}{m}}$

(f) $a/L = 5/4$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{5}{4} \right)^2} = \frac{8}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{55} \frac{K}{m}}$

(g) $a/L = 3/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{3}{2} \right)^2} = \frac{2}{17} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{17} \frac{K}{m}}$

(h) $a/L = 7/4$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{7}{4} \right)^2} = \frac{8}{125} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{125} \frac{K}{m}}$

(i) $a/L = 5/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{5}{2} \right)^2} = \frac{2}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{55} \frac{K}{m}}$

(j) $a/L = 9/4$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{9}{4} \right)^2} = \frac{8}{405} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{405} \frac{K}{m}}$

(k) $a/L = 3$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(3 \right)^2} = \frac{2}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{55} \frac{K}{m}}$

(l) $a/L = 7/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{7}{2} \right)^2} = \frac{8}{125} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{125} \frac{K}{m}}$

(m) $a/L = 5$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(5 \right)^2} = \frac{2}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{55} \frac{K}{m}}$

(n) $a/L = 9/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{9}{2} \right)^2} = \frac{8}{405} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{405} \frac{K}{m}}$

(o) $a/L = 3$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(3 \right)^2} = \frac{2}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{55} \frac{K}{m}}$

(p) $a/L = 7/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{7}{2} \right)^2} = \frac{8}{125} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{125} \frac{K}{m}}$

(q) $a/L = 5$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(5 \right)^2} = \frac{2}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{55} \frac{K}{m}}$

(r) $a/L = 9/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{9}{2} \right)^2} = \frac{8}{405} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{405} \frac{K}{m}}$

(s) $a/L = 3$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(3 \right)^2} = \frac{2}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{55} \frac{K}{m}}$

(t) $a/L = 7/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{7}{2} \right)^2} = \frac{8}{125} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{125} \frac{K}{m}}$

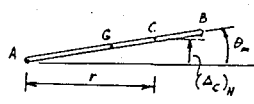
(u) $a/L = 5$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(5 \right)^2} = \frac{2}{55} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{55} \frac{K}{m}}$

(v) $a/L = 9/2$ için $p^2 = \frac{K}{m} \frac{1}{\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{9}{2} \right)^2} = \frac{8}{405} \frac{K}{m}$ $f = \frac{p}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8}{405} \frac{K}{m}}$

9.69

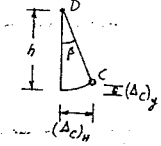
1. Konumu: Şubeye yatay düzlemde bir θ_m açısı kadar döndürelim.

Üstten görünüş



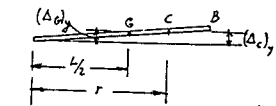
C noktası yatayda
(ΔC)_y = $r \sin \theta_m$
(ΔC)_x = $r \theta_m$
kadar hareket eder.

Çubuk doğrultusunda sola doğru bakış



CD teli
 $\sin \beta = (\Delta C)_y / h$
 $\beta = r \theta_m / h$
kadar döner. Yukarı hareketi
(ΔC)_y = $h(1 - \cos \beta) \approx \frac{1}{2} h \beta^2$
(ΔC)_y = $\frac{1}{2} h \left(\frac{r \theta_m}{h} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{r^2}{h} \theta_m^2$

Önden arkaya bakış

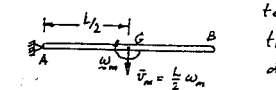


Benzer üçgenler
yardımıyla kütle
merkezinin yukarı
çıkma miktarı:

$$(\Delta C)_y = \frac{L/2}{L} (\Delta C)_y$$

$$(\Delta C)_y = \frac{1}{2} \frac{L}{r} \cdot \frac{1}{2} \frac{r^2}{h} \theta_m^2 = \frac{1}{4} \frac{r L}{h} \theta_m^2$$

2. Konumu: Çubuk denge konumundan geçmektedir. Yukarıdan bak-



tedir. Yukarıdan bak-
tığımız göre yandaki
durum sağ konusudur.

Enerjinin korunumu ilkesi

1. Konumu: $v = 0$ $T_1 = 0$

$$V_1 = W(\Delta C)_y = \frac{1}{4} W \frac{r L}{h} \theta_m^2$$

2. Konumu: $V_2 = 0$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \bar{v}_m^2 + \frac{1}{2} I \omega_m^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(\frac{1}{2} \omega_m \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{W}{g} L \right) \omega_m^2$$

$$T_2 = \frac{1}{6} \frac{W}{g} L^2 \omega_m^2$$

Oysa basit harmonik harekette $\omega_m = p \theta_m$ dir.

$$T_2 = \frac{1}{6} \frac{W}{g} L^2 p^2 \theta_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + \frac{1}{4} W \frac{r L}{h} \theta_m^2 = \frac{1}{6} \frac{W}{g} L^2 p^2 \theta_m^2 + 0$$

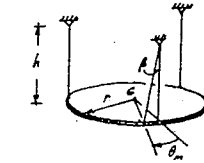
$$p^2 = \frac{3}{2} \frac{g}{h}$$

$$T = \frac{2\pi}{p}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3}{2} \frac{h}{g}}$$

9.70

(a) Plajı θ_m açısı kadar döndürelim.



$$\beta = \sin \beta = \frac{r \theta_m}{h}$$

$$\Delta = h(1 - \cos \beta)$$

$$\Delta \approx \frac{1}{2} h \beta^2$$

$$\Delta = \frac{1}{2} h \frac{r^2 \theta_m^2}{h^2}$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \frac{r^2}{h} \theta_m^2$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2$$

1. konumu: (Maksimum yer değiştirme, θ_m)

$$T_1 = 0$$

$$V_1 = W \Delta = \frac{1}{2} W \frac{r^2}{h} \theta_m^2$$

2. konumu: (Plak denge konumundan geçiyor.)

$$V_2 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} I \omega_m^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \right) p^2 \theta_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

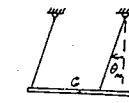
$$0 + \frac{1}{2} W \frac{r^2}{h} \theta_m^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 p^2 \theta_m^2$$

$$p^2 = \frac{2g}{h}$$

$$T = \frac{2\pi}{p}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{2g}}$$

(b) Plajı yatay olarak hareket ettirelim.



$$\Delta = h(1 - \cos \theta_m)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} h \theta_m^2$$

1. konumu

$$V_1 = 0$$

$$T_1 = 0$$

$$V_1 = W \Delta = \frac{1}{2} W h \theta_m^2$$

2. konumu

$$V_2 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m \bar{v}_m^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} h^2 \omega_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + \frac{1}{2} W h \theta_m^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} h^2 \omega_m^2$$

Basit harmonik harekette $\omega_m = p \theta_m$ olduğundan

$$\frac{1}{2} W h \theta_m^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} h^2 p^2 \theta_m^2$$

$$p^2 = \frac{g}{h}$$

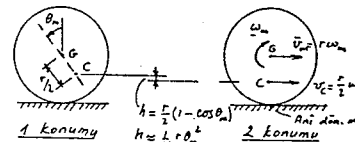
$$T = \frac{2\pi}{p}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$$

Not: Gereksiz a, gerekiz b şıkkında titreşimin periyodu, plajın yarıçapından ve ağırlığından bağımsızdır.

9.71

(a)



1. Konumu: $T_1 = 0$

$$V_1 = W h = \frac{1}{2} W r \theta_m^2$$

2. konumu: $V_2 = 0$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{2} I \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \right) \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(\frac{1}{2} r \omega_m \right)^2$$

$$T_2 = \frac{3}{8} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + \frac{1}{2} W r \theta_m^2 = \frac{3}{8} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2 + 0$$

Basit harmonik harekette $\omega_m = p \theta_m$

$$\frac{1}{2} W r \theta_m^2 = \frac{3}{8} \frac{W}{g} r^2 p^2 \theta_m^2$$

$$p^2 = \frac{2}{3} \frac{g}{r}$$

$$T = \frac{2\pi}{p}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

(b) İpe etkiyen W kuvvetinin potansiyel enerjisi a şıkkındaki aynısıdır:

$$V_1 = \frac{1}{2} W r \theta_m^2$$

$$V_2 = 0$$

Ancak distin C noktasında kütle yoktur. Onun için kinetik enerji farklıdır:

$$T_1 = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{2} I \omega_m^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \right) \omega_m^2$$

$$T_2 = \frac{3}{4} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2 = \frac{3}{4} \frac{W}{g} r^2 p^2 \theta_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + \frac{1}{2} W r \theta_m^2 = \frac{3}{4} \frac{W}{g} r^2 p^2 \theta_m^2 + 0$$

$$p^2 = \frac{2}{3} \frac{g}{r}$$

$$T = \frac{2\pi}{p}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

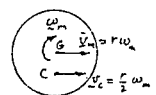
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{3r}{2g}}}{2\pi \sqrt{\frac{3r}{2g}}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 0,926$$

Basta yoldan çözüm.

Belirli bir θ_m değeri için a ve b şıkkındaki potansiyel enerjiler eşittir; a halde kinetik enerjiler de eşit olacaktır.

(a)



$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{2} I \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_c^2$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{W}{g} r^2 \right) \omega_m^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left(\frac{1}{2} r \omega_m \right)^2$$

$$T_1 = \frac{3}{8} \frac{W}{g} r^2 \omega_m^2$$

$$\omega_m = p \theta_m$$

$$T_1 = \frac{3}{8} \frac{W}{g} r^2 p^2 \theta_m^2$$

$$T_1 = T_2$$

$$\frac{3}{8} \frac{W}{g} r^2 p^2 \theta_m^2 = \frac{3}{8} \frac{W}{g} r^2 p^2 \theta_m^2$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

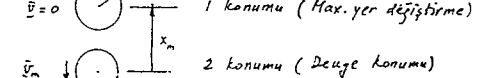
$$T = \frac{2\pi}{p}$$

$$T = \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,926$$

9.72

(İdeal bir akışkan içinde hareket eden bir cisimde direnç kuvveti yoktur, onun için bu hareket sönümlü titreşim değildir. Bununla birlikte, sıvının kazandığı kinetik enerji çözüme katılmalıdır. Küre için akışkanın kazandığı enerji $\frac{1}{4} \rho (\text{hacim}) \bar{v}^2$ dir.)

(a)



1. konumu (Max. yer değiştirme)

2. konumu (Denge konumu)

$$1. \text{ konumu: } T_1 = 0 \quad V_1 = \frac{1}{2} k x_m^2$$

$$2. \text{ konumu: } V_2 = 0 \quad T_2 = T_{\text{küre}} + T_{\text{sıvı}}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{4} \rho (\text{hacim}) \bar{v}_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$\frac{1}{2} k x_m^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{4} \rho (\text{hacim}) p^2 x_m^2$$

$$\bar{v}_m = p x_m \quad p^2 = \frac{k}{\frac{W}{g} + \frac{1}{2} \rho (\text{hacim})}$$

$$W = 0,5 \text{ kg} \quad k = 0,5 \text{ kg/cm} = 50 \text{ kg/m}$$

$$\text{hacim} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (0,05)^3 = 0,002144 \text{ m}^3 = 2,144 \text{ dm}^3$$

$$p^2 = \frac{50}{\frac{0,5}{9,81} + \frac{1}{2} (1 \text{ kg/dm}^3) (2,144 \text{ dm}^3)} = 312$$

$$p = 17,66 \text{ rad/san} \quad T = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{17,66} = 0,356 \text{ san}$$

$$T = 0,356 \text{ san}$$

(b) Yukarı doğru ivme a ağırlıkları değiştirir, fakat kürenin ve sıvının kütlelerini değiştirmez. Bundan ötürü T değişmez:

$$T = 0,356 \text{ san}$$

9.73

Prob. 9.72 nin başındaki nota b2a.

2. konumu

$$Bölünmüş ağırlık = T(\text{hacim}) - W = 2,144 \text{ kg} - 0,5 \text{ kg}$$

$$\Delta = r(1 - \cos \theta_m) \approx \frac{1}{2} r \theta_m^2$$

Prob. 9.72 den $0,05 \text{ m}$

yarıçaplı kürenin hacmi:

$$2,144 \text{ dm}^3$$

1. Konumu: $T_1 = 0$

$$V_1 = [T(\text{hacim}) - W] \Delta = (1,644) \frac{1}{2} \theta_m^2$$

2. konumu: $V_2 = 0$

$$T_2 = T_{\text{küre}} + T_{\text{sıvı}}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{W}{g} \bar{v}_m^2 + \frac{1}{4} \rho (\text{hacim}) \bar{v}_m^2$$

Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$(1,644) \frac{1}{2} \theta_m^2 = \left[\frac{1}{2} \frac{W}{g} + \frac{1}{4} \rho (\text{hacim}) \right] \bar{v}_m^2$$

$$\bar{v}_m = r \omega_m = r(p \theta_m) = (1) p \theta_m = p \theta_m$$

$$(1,644) \frac{1}{2} \theta_m^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{0,5}{9,81} + \frac{1}{2} (1 \text{ kg/dm}^3) (2,144 \text{ dm}^3) \right] (p \theta_m)^2 \quad (1)$$

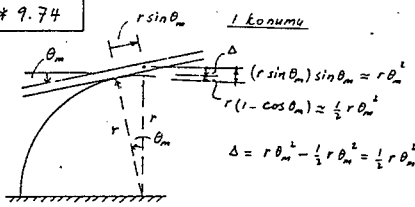
$$p^2 = 10,26 \quad p = 3,20 \text{ rad/san} \quad T = \frac{2\pi}{p} = 1,963 \text{ san}$$

(b) Yukarı doğru 3 m/s^2 lik ivme küre ve sıvının ağırlığını değiştirir: a Bölünmüş ağırlık = $1,644 \cdot \frac{3+9,81}{9,81} = 2,144 \text{ kg}$

olur. (1) denklemindeki $1,644$ yerine $2,144$ koyarsak $p^2 = 13,40$ bulunur.

$$p = 3,66 \text{ rad/san} \quad T = \frac{2\pi}{p} = 1,717 \text{ san}$$

* 9.74



1. konumu: (Yukarıda gösterilmiştir)

$$T_1 = 0 \quad V_1 = W\Delta = \frac{1}{2} W r \theta_m^2$$

2. konumu: (Değer konumu, aynı dinme merkezi G)

$$V_2 = 0 \quad T_2 = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} W r \theta_m^2 \right) \omega^2$$

Enerjinin korunumu $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 + \frac{1}{2} W r \theta_m^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} W r \theta_m^2 \right) \omega^2 + 0$$

Basit harmonik hareketle $\omega_m = p \theta_m$ olduğundan

$$\frac{1}{2} W r \theta_m^2 = \frac{1}{2} W r \theta_m^2 \omega^2 \quad \omega = \frac{p}{\theta_m}$$

$$p^2 = \frac{12gr}{l^2} \quad \tau = \frac{2\pi}{p} \quad T = \frac{2\pi l}{\sqrt{32g}}$$

9.75 Statik gökme: $\delta_{st} = \frac{P}{k}$

(9.33) denkleminde:

$$x_m = \frac{P/k}{1 - (\omega/p)^2} \quad x_m = \frac{\delta_{st}}{1 - (\omega/p)^2} \quad \frac{x_m}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2}$$

Biz $\left| \frac{x_m}{\delta_{st}} \right| > 2$ olmasını istiyoruz.

$$\omega < p \text{ için: } \frac{x_m}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} > 2 \quad \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 > \frac{1}{2}$$

$$\omega > p \text{ için: } \frac{x_m}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} < -2 \quad \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 < \frac{3}{2}$$

O halde istenen sınırlar (sayfa'nın altındaki nota bak.)

$$\frac{1}{2} < \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 < \frac{3}{2}$$

 $p^2 = \frac{k}{m}$ ve $\omega = \frac{W}{\delta_{st}}$ olduğundan sonuç şöyle de yazılabilir:

$$\sqrt{\frac{kg}{2W}} < \omega < \sqrt{\frac{3kg}{2W}}$$

9.76 Prob. 9.75'e bak.

 $\omega < p$ için: $\frac{x_m}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} < 1$ ω nin böyle değeri p yoktur.

 $\omega > p$ için: $\frac{x_m}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} < -1$ $\left(\frac{\omega}{p} \right)^2 > 2$
 $p^2 = \frac{k}{m}$ ve $\omega = \frac{W}{\delta_{st}}$ olduğundan $\omega > \sqrt{\frac{2kg}{W}}$


① ve ② noktaları
Prob. 9.75'in ve
Prob. 9.77'nin so-
nuşlarına karşı
gelmektedir.

③ noktası Prob. 9.76
ve Prob. 9.78'in sonuçlarına
karşı gelmektedir.

9.77 Basit serbestte $p^2 = \frac{g}{l}$

(9.33') denkleminde

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\omega/p)^2} \quad \text{veya} \quad \frac{x_m}{\delta_m} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2}$$

 $\omega < p$ için:

$$\frac{x_m}{\delta_m} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} > 2 \quad \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 > \frac{1}{2}$$

$$\frac{\omega^2}{(g/l)} > \frac{1}{2} \quad \omega > \sqrt{\frac{g}{2l}}$$

 $\omega > p$ için:

$$\frac{x_m}{\delta_m} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} < -2 \quad \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 < \frac{3}{2}$$

$$\frac{\omega^2}{(g/l)} < \frac{3}{2} \quad \omega < \sqrt{\frac{3g}{2l}}$$

 $|x_m| > 2\delta_m$ olması için

$$\sqrt{\frac{g}{2l}} < \omega < \sqrt{\frac{3g}{2l}}$$

(Soldaki kolonun altına bak.)

9.78 Prob. 9.77'ye bak.

 $\omega < p$ için: $\frac{x_m}{\delta_m} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} < 1$ ω nin böyle değeri yoktur.

 $\omega > p$ için: $\frac{x_m}{\delta_m} = \frac{1}{1 - (\omega/p)^2} > 1$ $\left(\frac{\omega}{p} \right)^2 > 2$
 $p^2 = \frac{g}{l}$ olduğundan

$$\frac{\omega^2}{(g/l)} > 2 \quad \omega > \sqrt{\frac{2g}{l}}$$

(Soldaki kolonun altına bak.)

9.79 Toplam yay katsayısı

$$k = 4(\omega) = 4(10) = 40 \text{ kg/cm} = 4000 \text{ kg/m}$$

(a) Rezonans hızı

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4000}{100}} = 19,81 \text{ rad/san}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} = 3,153 \text{ dev/san} \quad f = 189,2 \text{ dev/dak}$$

(b) Zorlanmış titreşim

Dengelenmemiş kuvvet $P_m = m_r \omega^2 = m \omega^2$

$$m = \frac{0,060}{g} = 0,006116 \text{ kg/san}^2/\text{m}$$

$$r = 12,5 \text{ cm} = 0,125 \text{ m}$$

$$\omega = 240 \text{ dev/dak} = 25,13 \text{ rad/san}$$

$$P_m = (0,006116)(0,125)(25,13)^2$$

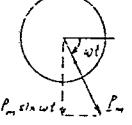
$$P_m = 0,483 \text{ kg}$$

$$\delta_{st} = \frac{P_m}{k} = \frac{0,483}{4000} = 0,0001207 \text{ m} = 0,012 \text{ cm}$$

$$x_m = \frac{\delta_{st}}{1 - (\omega/p)^2} = \frac{0,0001207}{1 - \left(\frac{240 \text{ dev/dak}}{189,2 \text{ dev/dak}} \right)^2} = \frac{0,0001207}{1 - 1,609}$$

$$x_m = \frac{0,0001207}{0,609} = 0,0001981 \text{ m} = 0,01781 \text{ cm}$$

$$x_m = 0,020 \text{ cm}$$

9.80 Motor için $\delta_{st} = 0,6 \text{ cm} = 0,006 \text{ m}$

$$(a) \quad k = \frac{W}{\delta_{st}} \quad p^2 = \frac{k}{m} = \frac{W/\delta_{st}}{W/g} = \frac{g}{\delta_{st}} = \frac{9,81}{0,006} = 1635$$

$$p = 40,44 \text{ rad/san} \quad f = \frac{p}{2\pi} = 6,436 \text{ dev/san}$$

$$f = 386,2 \text{ dev/dak}$$

(b) Prob. 9.79'dan, 240 dev/dak için dengelenmemiş kuvvet

$$P_m = 0,483 \text{ kg}$$

$$k = W/\delta_{st} = \frac{100}{0,006} = 16667 \text{ kg/m}$$

$$x_m = \frac{P_m/k}{1 - (\omega/p)^2} = \frac{0,483/16667}{1 - (240/386,2)^2} = \frac{0,483}{(1 - 0,386)(16667)}$$

$$x_m = 0,000473 \text{ m}$$

$$x_m = 0,00473 \text{ cm}$$

9.81 Toplam yay katsayısı:

$$k = 4(60 \text{ kg/cm}) = 240 \text{ kg/cm} = 24000 \text{ kg/m}$$

Rezonans hızı

$$p^2 = \frac{k}{m} = \frac{24000}{150} = 1570 \quad p = 39,6 \text{ rad/san} = 378 \text{ dev/dak}$$

$$\text{Rezonans hızı} = 378 \text{ dev/dak}$$

 $\omega = 600 \text{ dev/dak}$ için $\omega > p$ ve $x_m = 0,24 \text{ cm}$

$$(\omega > p \text{ için (9.33) denkleminde}) \quad -x_m = \frac{P/k}{1 - (\omega/p)^2}$$

$$\text{dev/dak birimi ile} \quad -0,24 = \frac{P/k}{1 - (600/378)^2} \quad \frac{P}{k} = 0,365 \text{ cm}$$

 $k = 240 \text{ kg/cm}$ olduğundan

$$P = (0,365 \text{ cm})(240 \text{ kg/cm}) = 87,6 \text{ kg}$$

Oysa $P_m = m_r \omega^2 = m \omega^2$ dir

(m = rotorun kütlesi = 60 kg)

(e = kütle merkezinin eksantrikliği)

$$\omega = 600 \text{ dev/dak} = 62,8 \text{ rad/san}$$

$$e = \frac{P_m}{m \omega^2} = \frac{87,6}{\frac{60}{g}(62,8)^2} = 0,00363 \text{ m} \quad e = 0,363 \text{ cm}$$

9.82 Dengelenmemiş rotorda $P_m = m_r \omega^2$

(Prob. 9.81'e bak.)

 $\omega > p$ için

$$-x_m = \frac{P_m/k}{1 - (\omega/p)^2} \quad -x_m = \frac{m_r \omega^2/k}{1 - (\omega/p)^2}$$

$$\text{Prob. 9.81'den } x_m = 0,24 \text{ cm}, \quad \omega = 600 \left(\frac{2\pi}{60} \right) = 62,8 \text{ rad/san}$$

$$-0,24 = \frac{(m_r e)(62,8)^2}{1 - (600/378)^2} \quad \frac{m_r e}{k} = \frac{0,365}{(62,8)^2}$$

$$\text{Dev/dak cinsinden} \quad \frac{m_r e}{k} = \frac{0,365}{(600)^2}$$

Herhangi bir ω için

$$x_m = \frac{(m_r e) \omega^2}{1 - (\omega/p)^2} = \frac{0,365}{(600)^2} \cdot \frac{\omega^2}{1 - \left(\frac{\omega}{378} \right)^2} \quad (\omega: \text{dev/dak})$$

Verilen ω değerlerini yerine koyalım:

$$(a) \quad \omega = 100 \text{ dev/dak:} \quad x_m = 0,0107 \text{ cm}$$

$$(b) \quad \omega = 800 \text{ dev/dak:} \quad x_m = -0,1865 \text{ cm}$$

$$(c) \quad \omega = 378 \text{ dev/dak:} \quad x_m = \infty \text{ (rezonans)}$$

Biz genellikle ilgilendiğimizden (x_m in mutlak değeri)

b çıkardığımızda negatif işaretleri göz önüne almıyoruz.

9.83

(a) Bir bilezik için: $p_1^2 = \frac{k}{m} = \frac{k_g}{W}$ (b) İki bilezik için: $p_2^2 = \frac{k}{2m} = \frac{k_g}{2W} = \frac{1}{2} p_1^2$ (c) Üç bilezik için: $p_3^2 = \frac{k}{3m} = \frac{k_g}{3W} = \frac{1}{3} p_1^2$ Tabanın hareketi sabit δ_m olduğundan(a) Bir bilezik için: $x_m = 0,25 \text{ cm}$

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2} \quad 0,25 = \frac{\delta_m}{1 - \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2} \quad (1)$$

(b) İki bilezik için: $x_m = 0,30 \text{ cm}$. Fakat, bu hareketaynı zamanda da olabilir, 180° faz dışı da olabilir (tabanın hareketine göre). Bundan ötürü x_m nin hem pozitif, hem

negatif değerlerini göz önüne almalıyız gerekir:

$$x_m = \pm 0,30 \text{ cm}$$

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - \left(\frac{\omega}{p_2} \right)^2} \quad \mp 0,30 = \frac{\delta_m}{1 - 2 \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2} \quad (2)$$

(2) ile (1) i taraf tarafa bölelim:

$$\mp 1,2 = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2}{1 - 2 \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2}$$

Pozitif işaret için: $1,2 = 2,4 \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 = 1 - \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2$

$$0,2 = 1,4 \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 \quad \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 = \frac{0,2}{1,4}$$

(1) de yerine koyalım:

$$\delta_m = 0,25 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 \right] = 0,25 \left(1 - \frac{0,2}{1,4} \right) \quad \delta_m = \frac{0,30}{1,4} \text{ cm}$$

Negatif işaret için: $-1,2 = 2,4 \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 = 1 - \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2$

$$2,2 = 3,4 \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 \quad \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 = \frac{2,2}{3,4} = \frac{1}{1,5}$$

(1) de yerine koyalım:

$$\delta_m = 0,25 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 \right] = 0,25 \left(1 - \frac{1}{1,5} \right) \quad \delta_m = \frac{0,15}{1,5} \text{ cm}$$

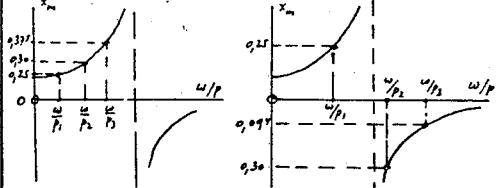
(c) Üç bilezik için

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - \left(\frac{\omega}{p_3} \right)^2} = \frac{\delta_m}{1 - 3 \left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2} \quad (3)$$

Birinci cevap (+ işaret): $\left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 = \frac{0,2}{1,4}$, $\delta_m = \frac{0,30}{1,4} \text{ cm}$ İkinci cevap (- işaret): $\left(\frac{\omega}{p_1} \right)^2 = \frac{1}{1,5}$, $\delta_m = \frac{0,15}{1,5} \text{ cm}$

$$x_m = \frac{0,15/1,5}{1 - 3(1/1,5)} = \frac{0,15}{-1,6} \quad x_m = -0,094 \text{ cm}$$

Her iki cevaba ait noktalar aşağıdaki grafiklerde



9.84

- (a) Bir bilezik için: $p_1^2 = \frac{k}{m} = \frac{k}{W}$
 (b) İki bilezik için: $p_2^2 = \frac{k}{2m} = \frac{k}{2W} = \frac{1}{2} p_1^2$
 (c) Üç bilezik için: $p_3^2 = \frac{k}{3m} = \frac{k}{3W} = \frac{1}{3} p_1^2$

İki bilezik için olan x_m , bir bileziğe ait x_m den az olduğuna göre iki bileziğin hareketi tabanın hareketine göre 180° faz dışı olmak zorundadır. Ancak, bir bileziğin hareketi tabanın hareketi ile aynı fazda veya 180° faz dışı olabilir. (Problem sonundaki şekle bks.)

(a) Bir bilezik için: $x_m = \pm 0,75 \text{ cm}$
 $x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\omega/p_1)^2} \pm 0,75 = \frac{\delta_m}{1 - (\frac{\omega}{p_1})^2} \quad (1)$

(b) İki bilezik için: $x_m = -0,25 \text{ cm}$
 $x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\omega/p_2)^2} - 0,25 = \frac{\delta_m}{1 - 2(\frac{\omega}{p_1})^2} \quad (2)$

(1) ile (2) yi taraf tarafa bölelim:

$$\pm 3 = \frac{1 - 2(\frac{\omega}{p_1})^2}{1 - (\frac{\omega}{p_1})^2}$$

Negatif işaret için: $-3 + 3(\frac{\omega}{p_1})^2 = 1 - 2(\frac{\omega}{p_1})^2$
 $-4 = -5(\frac{\omega}{p_1})^2 \quad (\frac{\omega}{p_1})^2 = \frac{4}{5}$

(2) de yerine koyalım:

$$\delta_m = -0,25 [1 - 2(\frac{\omega}{p_1})^2] = -0,25 [1 - 2(\frac{4}{5})] \quad \delta_m = 0,15 \text{ cm}$$

Positif işaret için: $3 - 3(\frac{\omega}{p_1})^2 = 1 - 2(\frac{\omega}{p_1})^2$
 $(\frac{\omega}{p_1})^2 = 2$

(2) de yerine koyalım:

$$\delta_m = -0,25 [1 - 2(\frac{\omega}{p_1})^2] = -0,25 [1 - 2(2)] \quad \delta_m = 0,75 \text{ cm}$$

(c) Üç bilezik için

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\omega/p_3)^2} = \frac{\delta_m}{1 - 3(\frac{\omega}{p_1})^2} \quad (3)$$

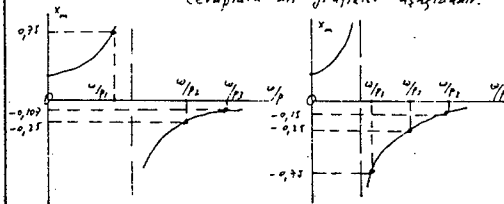
Birinci cevap (- işaret): $(\frac{\omega}{p_1})^2 = \frac{4}{5} \quad \delta_m = 0,15 \text{ cm}$

$$x_m = \frac{0,15}{1 - 3(\frac{4}{5})} = -\frac{0,35}{7} \quad x_m = -0,05 \text{ cm}$$

İkinci cevap (+ işaret): $(\frac{\omega}{p_1})^2 = 2 \quad \delta_m = 0,75 \text{ cm}$

$$x_m = \frac{0,75}{1 - 3(2)} = -\frac{0,75}{5} \quad x_m = -0,15 \text{ cm}$$

Cevaplara ait grafikler aşağıdadır.



9.85

Tabanın hareketi, basit harmonik hareketidir.

0 halde: $x = x_m \sin \omega t$
 $v = \frac{dx}{dt} = \omega x_m \cos \omega t$
 $a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 x_m \sin \omega t$

Maksimum ivme $a_m = \omega^2 x_m$ dir. $a_m > g$ olduğu zaman cisim tabandan ayrılır ve "dans" eder. Yani $\omega^2 x_m > g$

(a) $\omega = 1000 \text{ dev/dak} = 104,7 \text{ rad/san}$ için

$$\omega^2 x_m = g : (104,7)^2 x_m = 9,81$$

$$\text{Genlik: } x_m = 0,0895 \text{ cm}$$

(b) $\omega = 2000 \text{ dev/dak} = 209,4 \text{ rad/san}$ için

$$\omega^2 x_m = g : (209,4)^2 x_m = 9,81$$

$$\text{Genlik: } x_m = 0,00224 \text{ cm}$$

9.86

Dönen dengersiz makinalarda.

$$P_m = m a_n = m \omega^2 e$$

burada $m =$ dengelenmemiş kütle

$e =$ dengelenmemiş kütle için eksantrikliği

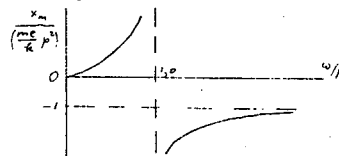
$\omega =$ açısal hız

(9.33) denkleminde yerine koyalım

$$x_m = \frac{P_m/k}{1 - (\omega/p)^2} = \frac{(\frac{m}{k}) \omega^2 e}{1 - (\frac{\omega}{p})^2} = \frac{\frac{m}{k} p^2 (\frac{\omega}{p})^2}{1 - (\frac{\omega}{p})^2}$$

$$x_m = \left(\frac{m e p^2}{k} \right) \frac{(\frac{\omega}{p})^2}{1 - (\frac{\omega}{p})^2} \quad (1)$$

$x_m / (\frac{m e p^2}{k})$ nin $(\frac{\omega}{p})$ ile değişimini çizerek, dönen makinalardaki tortlanmış titreşimdeki "büyütme gaininin" eğrisini elde ederiz.



Herhangi bir ω için $\frac{m e p^2}{k}$ nin sabit bir değeri vardır. Bu sabit değeri J ile gösterebiliriz.

Prob. 9.85 den $x_m = \frac{2}{\omega^2}$. Bunu (1) denkleminde yerine koyalım.

(a) $\omega_1 = 1000 \text{ dev/dak}$

$$\frac{2}{\omega_1^2} = J \frac{(\omega_1/p)^2}{1 - (\omega_1/p)^2} \quad (2)$$

(b) $\omega_2 = 2\omega_1 = 2000 \text{ dev/dak}$ için $\omega_2 > p$, dir ve

$$-\frac{2}{\omega_2^2} = J \frac{(\omega_2/p)^2}{1 - (\omega_2/p)^2} \quad (3)$$

(2) ile (3) ü taraf tarafa bölelim

$$-\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \frac{1 - (\omega_2/p)^2}{1 - (\omega_1/p)^2}$$

bulunur. $\omega_1 = 1000 \text{ dev/dak}$, $\omega_2 = 2000 \text{ dev/dak}$ konursa

$$-(\frac{1}{2})^2 = \frac{1 - (2000/p)^2}{1 - (1000/p)^2} \quad p = 1000 \sqrt{\frac{20}{19}} = 1083 \text{ dev/dak}$$

9.87

Mil merkezi r kadar yer değiştirdiği zaman dönme nedeniyle dönen merkezkaç kuvvetin şiddeti $P_m = m(r+e)\omega^2$ dir.

Yayın düzeltme kuvveti ise $F = kx$ dir.

Denge için $F = P_m$

$$kx = m(r+e)\omega^2$$

$$\frac{k}{m} x = (r+e)\omega^2$$

$$\frac{k}{m} = p^2 \text{ olduğundan } p^2 r = (r+e)\omega^2$$

$$\text{Düzenleyerek } r = \frac{e(\omega/p)^2}{1 - (\omega/p)^2}$$

9.88

Prob. 9.87 den $\omega = p$ iken rezonans meydana geldiğini görüyoruz.

$$k = \frac{40 \text{ kg}}{0,10 \text{ cm}} = 400 \text{ kg/cm} = 40000 \text{ kg/m}$$

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40000}{30/9}} = 114,4 \text{ rad/san}$$

$$p = 1092 \text{ dev/dak}$$

9.89

$$\text{Prob. 9.87 den } r = \frac{e(\omega/p)^2}{1 - (\omega/p)^2} \quad (1)$$

Prob. 9.88 den: Rezonans hızı: $p = 1092 \text{ dev/dak}$

$$\frac{\omega}{p} = \frac{800 \text{ dev/dak}}{1092 \text{ dev/dak}} = 0,733$$

$e = 0,15 \text{ cm}$ ve $\omega/p = 0,733$ değerlerini (1) denkleminde yerine koyalım:

$$r = \frac{(0,15)(0,733)^2}{1 - (0,733)^2} = 0,1938 \text{ cm}$$

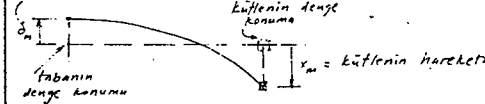
9.90

$$p = 5 \text{ dev/san} = 300 \text{ dev/dak}$$

$$\omega = 600 \text{ dev/dak}$$

$\omega > p$ olduğundan hareket 180° faz dışıdır.

Tabanın hareketi



$$\text{Kütle için tabana göre bağıl hareketi} = \delta_m + x_m = 0,15 \text{ cm}$$

$$(9.33) \text{ denkleminde: } -x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\omega/p)^2}$$

$$-x_m = \frac{\delta_m}{1 - (600/300)^2} = -\frac{\delta_m}{3}$$

$$x_m = \frac{1}{3} \delta_m$$

$$x_m + \delta_m = 0,15 \quad \frac{1}{3} \delta_m + \delta_m = 0,15$$

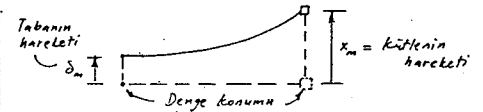
$$\delta_m = \frac{3}{4}(0,15) = 0,1125 \text{ cm}$$

9.91

$$p = 5 \text{ dev/san} = 300 \text{ dev/dak}$$

$$\omega = 150 \text{ dev/dak}$$

$\omega < p$ olduğundan hareketler aynı fazdadır.



$$\text{kütle için tabana göre bağıl hareketi} = x_m - \delta_m = 0,15 \text{ cm}$$

$$(9.33) \text{ denkleminde: } x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\frac{\omega}{p})^2}$$

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - (150/300)^2} = \frac{4}{3} \delta_m$$

$$x_m - \delta_m = 0,15 \text{ cm} \quad \frac{4}{3} \delta_m - \delta_m = 0,15 \quad \delta_m = 0,45 \text{ cm}$$

9.92

İki yay için: $k = 2(20) = 40 \text{ kg/cm} = 4000 \text{ kg/m}$

$$p^2 = \frac{k}{m} = \frac{4000}{300/9} = 120,8 \quad p = 11,44 \text{ rad/san}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} = 1,821 \text{ dev/san}$$

(a) Yol dalgasının bir tam çevrimi 5 m olduğundan rezonans halinde v öyle olmalıdır ki treyler bir $T = \frac{1}{f}$ periyodu süresinde 5 m yol gitsin:

$$v = \frac{5}{T} = 5f = (1,821)(5) \quad v = 9,10 \text{ m/san}$$

$$v = 32,8 \text{ km/saat}$$

(b) $v = 60 \text{ km/saat}$ hızda: Hız ile frekans orantılı olduğundan

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\frac{v}{32,8})^2} = \frac{3}{1 - (60/32,8)^2} = -1,28 \text{ cm}$$

$$x_m = 1,28 \text{ cm}$$

9.93

Verilenler: $\delta_m = 3 \text{ cm}$, $x_m = 2 \text{ cm}$

$x_m < \delta_m$ olduğundan hız rezonans hızından daha büyük olmalıdır. Bu nedenle x_m için negatif işareti alacağız:

Prob. 9.92 den

$$\text{Rezonans hızı} = 32,8 \text{ km/saat}$$

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - (\frac{v}{32,8})^2}$$

$$-2 = \frac{3}{1 - (\frac{v}{32,8})^2}$$

$$(\frac{v}{32,8})^2 = 2,5$$

$$v = 51,7 \text{ km/saat}$$

51,9 km/saat ten küçük hızlar için treylerin genliği 2 cm den büyüktür. Sıfıra yakın hızlar için genlik $\approx 2 \text{ cm}$ dir.

9.94 $\delta_m = 2,5 \text{ cm}$ $x_m = \pm 5,0 \text{ cm}$

$$x_m = \frac{\delta_m}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2} \pm 5,0 = \frac{2,5}{1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2}$$

$$\chi - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2 = \pm \frac{1}{2}$$

İki çözüm: $\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 = \frac{1}{2}$ ve $\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 = \frac{3}{2}$

$$\omega = \frac{p}{\sqrt{2}} \text{ ve } \omega = \sqrt{\frac{3}{2}} p$$

1 m'lik basit sarkaç için (Kıs. 9.3):

$$p = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{9,81}{1}} \quad p = 3,13 \text{ rad/san}$$

$$\omega = \frac{p}{\sqrt{2}} = \frac{3,13}{\sqrt{2}} \quad \omega = 2,21 \text{ rad/san}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3}{2}} p = \sqrt{\frac{3}{2}} (3,13) \quad \omega = 3,82 \text{ rad/san}$$

$$\omega = 0,610 \text{ rev/san}$$

9.95 $c < c_c$ olduğundan (9.41) denklemini kullanacağız ($\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$):

$$x = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t} \quad (1)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = A \lambda_1 e^{\lambda_1 t} + B \lambda_2 e^{\lambda_2 t} \quad (2)$$

(a) $t=0$, $x=x_0$: $x_0 = A + B$

$t=0$, $v=v_0$: $v_0 = A \lambda_1 + B \lambda_2$

Buradan A ve B çözümlerse:

$$A = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} x_0 \quad B = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} x_0$$

(1) de yerine koyalım:

$$x = \frac{x_0}{\lambda_2 - \lambda_1} (\lambda_2 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{\lambda_2 t})$$

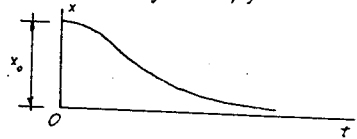
$t \rightarrow \infty$ için $x=0$ dir. t nin sonsuzdan başka değerleri için $x=0$ olması için $[\] = 0$ yazalım:

$$\lambda_2 e^{\lambda_1 t} = \lambda_1 e^{\lambda_2 t} \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \quad (3)$$

$\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$ olduğunu hatırlıyoruz. $|\lambda_2| < |\lambda_1|$ olsun. O zaman $0 < \frac{\lambda_2}{\lambda_1} < 1$ ve $\lambda_2 - \lambda_1 < 0$

olur. O halde (3) denkleminin çözümü $e^{t^2} < 1$ olması gerektirir ki, bu da mümkün değildir. Buradan şu sonuç çıkar: Cisim $t=0$ da $x=x_0$, $v=v_0$ başlangıç şartları için denge konumundan geçmez.

Hareketin $x-t$ eğrisi aşağıdadır.



(Devamı yanda)

9.95 (devamı)

Yine (1) ve (2) denklemlerini kullanacağız.

(b) $t=0$; $x=0$: $0 = A + B$

$t=0$; $v=v_0$: $v_0 = A \lambda_1 + B \lambda_2$

A ve B çözümler:

$$A = \frac{v_0}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

$$B = -\frac{v_0}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

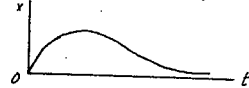
(1) de yerine koyalım:

$$x = \frac{v_0}{\lambda_1 - \lambda_2} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t})$$

$t \rightarrow \infty$ için $x=0$ dir. t nin ∞ dan farklı değerleri için x in sıfır olması $[\] = 0$ ile mümkündür: $e^{\lambda_1 t} = e^{\lambda_2 t}$

Oysa $c > c_c$ için $\lambda_1 \neq \lambda_2$ dir. Bundan ötürü t için bir çözüm bulunamaz. O halde $t=0$ da $x=0$, $v=v_0$ başlangıç şartları ile harekete başlayan cisim tekrar denge konumundan geçmez.

Hareketin $x-t$ eğrisi aşağıdadır:



9.96

Başlangıç şartlarını Prob. 9.95 deki (1) ve (2) denklemlerinde yerine koyalım.

$t=0$, $x=x_0$: $x_0 = A + B$

$t=0$, $v=v_0$: $v_0 = A \lambda_1 + B \lambda_2$

Buradan A ve B çözümlerse:

$$A = \frac{v_0 - \lambda_2 x_0}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad B = \frac{\lambda_1 x_0 - v_0}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

(1) de yerine koyalım:

$$x = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [(v_0 - \lambda_2 x_0) e^{\lambda_1 t} - (\lambda_1 x_0 - v_0) e^{\lambda_2 t}]$$

t nin sonsuzdan başka değerleri için $x=0$ olması $[\] = 0$ ile mümkündür:

$$(v_0 - \lambda_2 x_0) e^{\lambda_1 t} = (\lambda_1 x_0 - v_0) e^{\lambda_2 t}$$

$$\frac{v_0 - \lambda_2 x_0}{\lambda_1 - \lambda_2} = e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

$$t = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \left(\frac{v_0 - \lambda_2 x_0}{\lambda_1 - \lambda_2} \right)$$

Bu bağıntı bir tek çözüm tanımlamaktadır.

Bu çözüm $t > 0$ için, logaritma pozitif iken mümkündür, yani $\lambda_2 > \lambda_1$ için

Hareketin $x-t$ eğrisi: $\frac{v_0 - \lambda_2 x_0}{\lambda_1 - \lambda_2} > 1$ olmalıdır.



9.97 Hafif sönüm: $c < c_c$

(9.45) denklemi: $x = x_m e^{-\frac{c}{2m} t} \sin(\omega t + \phi)$ (1)

Verilen bir maksimum yer değiştirilmede $x=x_m$, $t=t_n$ olsun. $\sin(\omega t_n + \phi) = 1$ $x_m = x_m e^{-\frac{c}{2m} t_n}$

Ondan sonraki maksimumda $x=x_{n+1}$, $t=t_{n+1}$

$$\sin(\omega t_{n+1} + \phi) = 1 \quad x_{n+1} = x_m e^{-\frac{c}{2m} t_{n+1}}$$

Oysa $\omega t_{n+1} - \omega t_n = 2\pi$ dir: $t_{n+1} - t_n = \frac{2\pi}{\omega}$

Maksimumların oranı:

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \frac{x_m e^{-\frac{c}{2m} t_{n+1}}}{x_m e^{-\frac{c}{2m} t_n}} = e^{-\frac{c}{2m} (t_{n+1} - t_n)}$$

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = e^{-\frac{c}{2m} (t_{n+1} - t_n)} = e^{-\frac{c}{2m} \frac{2\pi}{\omega}} = e^{-\frac{c\pi}{m\omega}}$$

O halde: $\ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{c\pi}{m\omega}$

(9.44) denklemden: $\omega = p \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}$

$$\ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{c\pi}{m p \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}}$$

(9.40) denklemden: $c_c = 2m p$

$$\ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{c\pi}{\frac{1}{2} c_c \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}}$$

$$\ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{2\pi \frac{c}{c_c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}}$$

9.98

Prob. 9.97 deki (1) denklemini yazalım.

Maksimum x_1 de: $x = x_1$, $t = t_1$

$$\sin(\omega t_1 + \phi) = 1: \quad x_1 = x_m e^{-\frac{c}{2m} t_1}$$

Maksimum x_{n+1} de: $x = x_{n+1}$, $t = t_{n+1}$

$$\sin(\omega t_{n+1} + \phi) = 1 \quad x_{n+1} = x_m e^{-\frac{c}{2m} t_{n+1}}$$

Oysa $\omega t_{n+1} - \omega t_1 = n(2\pi)$ $t_{n+1} - t_1 = n \frac{2\pi}{\omega}$

Maksimumların oranı:

$$\frac{x_1}{x_{n+1}} = \frac{x_m e^{-\frac{c}{2m} t_1}}{x_m e^{-\frac{c}{2m} t_{n+1}}} = e^{-\frac{c}{2m} (t_1 - t_{n+1})}$$

$$\ln \frac{x_1}{x_{n+1}} = -\frac{c}{2m} (t_1 - t_{n+1}) = \frac{c}{2m} (t_{n+1} - t_1) = \frac{c}{2m} \cdot n \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\ln \frac{x_1}{x_{n+1}} = n \frac{c\pi}{m\omega}$$

$\omega = p \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}$ ve $c_c = 2m p$ koyar ve Prob. 9.97

de yapıldığı gibi sadeleştirirsek

$$\ln \frac{x_1}{x_{n+1}} = \frac{n \frac{2\pi}{\omega} \left(\frac{c}{c_c}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}} \quad \log. alalım = \frac{2\pi \left(\frac{c}{c_c}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}} = \frac{1}{n} \ln \frac{x_1}{x_{n+1}}$$

9.99 $c < c_c$ için (9.45) denklemden

$$x = x_m e^{-\frac{c}{2m} t} \sin(\omega t + \phi) \quad (1)$$

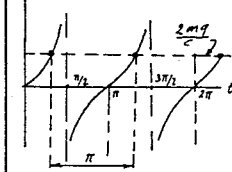
$$\frac{dx}{dt} = x_m e^{-\frac{c}{2m} t} \left[\omega \cos(\omega t + \phi) - \frac{c}{2m} \sin(\omega t + \phi) \right] \quad (2)$$

(a) Maksimumlar (pozitif veya negatif), (2) denkleminde parantezin sıfır olduğu zaman ortaya çıkar:

$$\omega \cos(\omega t + \phi) = \frac{c}{2m} \sin(\omega t + \phi) \quad (3)$$

$$\tan(\omega t + \phi) = \frac{2m\omega}{c} \quad (4)$$

gö



(4) denkleminin çözümleri arasındaki zaman aralığı $t = \frac{\pi}{\omega}$ dur. (Yandaki tangent eğrisinin şekline bakınız.) Bundan ötürü max. pozitif x ile onu izleyen maksimum negatif x

arasındaki uzaklık $t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2} T$

(b) x in sıfırları (1) denkleminde $\sin(\omega t + \phi) = 0$

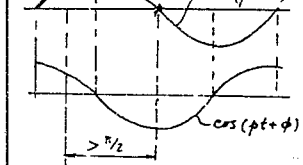
olunca ortaya çıkar. $\sin(\omega t + \phi)$ nin ardışık iki çözümü arasındaki uzaklık $t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{1}{2} T$

(c) (1) den görüyoruz ki pozitif bir yer değiştirilmede $\sin(\omega t + \phi) > 0$ dir. (3) e göre maksimum pozitif yer değiştirilme için $\sin(\omega t + \phi) = \frac{2m\omega}{c} \cos(\omega t + \phi)$

olmalıdır. (5) i de kullanırsak

$$\cos(\omega t + \phi) > 0 \quad (6)$$

bulunur. Sinüs ve kosinüs eğrileri göz önüne alınırta (5) ve (6) yı birlikte sağlayan zaman için



$0 < (\omega t + \phi) < \frac{\pi}{2}$ bulunur (işaretti A noktası).

Ondan sonraki sıfır yer değiştirilme $\sin(\omega t + \phi) = 0$ iken ortaya çıkar (B noktası).

A ile B arasındaki aralık

$$(\omega t_B + \phi) - (\omega t_A + \phi) = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega(t_B - t_A) > \frac{\pi}{2}$$

$$t_B - t_A > \frac{\pi}{2\omega}$$

$$t_B - t_A > \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{\omega} \right) \quad \text{Zaman aralığı} > \frac{1}{4} T$$

9.100 Kritik sönüm:
 $c = c_c = 2mp = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{mk}$
 $c = 2\sqrt{\left(\frac{200}{9}\right)(15000)} \quad c = 2070 \text{ kg san/cm}$

9.101 Kritik sönümlü bir sistemde
 (7.52 denk.) $x = A e^{-pt} + B t e^{-pt}$ (1)

$$\frac{dx}{dt} = -A p e^{-pt} + B [-p t e^{-pt} + e^{-pt}]$$

$$\frac{dx}{dt} = e^{-pt} [-pA + (1 - pt)B]$$

Sistem başlangıçta hareketsiz olduğundan

$$\frac{dx}{dt} = 0 \quad (t=0) : \quad 0 = e^{-pt} [-pA + (1 - p(0))B]$$

$$B = Ap$$

(1) de yerine koyalım:

$$x = A e^{-pt} (1 + pt)$$

(a) $t=0$ da $x=x_0$ olduğundan

$$x = x_0 e^{-pt} (1 + pt)$$

(b) $x = \frac{1}{2} x_0$ da

$$\frac{1}{2} x_0 = x_0 e^{-pt} (1 + pt)$$

$$\frac{1}{2} = e^{-pt} (1 + pt)$$

Bu denklem tutamamla çözümlerse $pt = 1,680$ bulunur. Bu değer de sistem, denge konumunun yarı yolu kadar uzatır. O halde $pt = 1,680$ $t = \frac{1,680}{p}$ (2)

Prob. 9.100 deki tp için

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{15000}{200/9}} \quad p = 14,5 \text{ rad/san}$$

(a) de yerine koyalım:

$$t = \frac{1,680}{14,5} \quad t = 0,1159 \text{ san}$$

9.102 Prob. 9.100 deki dönüştürme kullanıldığı için sönüm katsayısı değişmez:

$$c = 2070 \text{ kg san/cm}$$

O halde $c = 2\sqrt{mk} \quad 2070 = 2\sqrt{mk}$

$$\text{Oysa şimdi ağırlık } 700 + 200 = 900 \text{ kg olduğundan}$$

$$2070 = 2\sqrt{\frac{900}{3}k}$$

$$k = 116,66 \text{ kg/cm}$$

Başka yoldan çözüm

$c = \text{sabit olduğundan } m k = \text{sabit tir.}$

$$(mk)_{\text{Prob. 9.100}} = (mk)_{\text{Prob. 9.102}}$$

$$\frac{200}{9} (15000) = \frac{900}{3} k$$

$$k = \frac{2}{9} (15000) = 11666 \text{ kg/cm}$$

$$k = 116,66 \text{ kg/cm}$$

9.103 9.52 denkleminde

$$\frac{x_m}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} \frac{\omega}{p}\right]^2}}$$

Maksimum için

$$\frac{d}{d\left(\frac{\omega}{p}\right)} \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} \frac{\omega}{p}\right]^2 \right\} = 0$$

$$2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right] \left[-2 \left(\frac{\omega}{p}\right)\right] + 2 \left(\frac{c}{c_c}\right) \left(\frac{\omega}{p}\right) = 0$$

Düzenleyerek

$$4 \left(\frac{\omega}{p}\right) \left[\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 - 1 + 2 \left(\frac{c}{c_c}\right) \right] = 0$$

$$\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 = 1 - 2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2 \quad \frac{\omega}{p} = \sqrt{1 - 2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}$$

Not: $\frac{c}{c_c} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ için en büyük genlik $\frac{\omega}{p} = 0$ olduğu zaman ortaya çıkar. Şek. 7.12 ye bkz.

9.104 (a) Prob. 9.103 den maksimum genlik

$$\frac{\omega}{p} = \sqrt{1 - 2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}$$

de ortaya çıkar. Küçük sönüm halinde $2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2$ terimini 1 in yanında ihmal ederiz:

$$\omega \approx p$$

(b) $\omega = p$ için büyüme çarpanı (7.52) denkleminde bulunur:

$$\frac{x_m}{\delta} = \frac{1}{\sqrt{2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2}} \quad \frac{x_m}{\delta} = \frac{1}{2} \frac{c_c}{c}$$

9.105 $\omega = 1800 \text{ dev/dak} = 188,5 \text{ rad/san}$

$$P_m = m r \omega^2 = \frac{9030}{3} (0,10) (188,5)^2 = 10,866 \text{ kg}$$

$$k = 4(250) = 1000 \text{ kg/cm} = 100000 \text{ kg/m}$$

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100000}{25/9}} = 198,1 \text{ rad/san}$$

(a) Sönüm yok (7.33 denklemini)

$$x_m = \frac{P_m/k}{1 - (\omega/p)^2} = \frac{10,866/100000}{1 - (188,5/198,1)^2} = 0,00115 \text{ m}$$

(Aynı zamanda) $x_m = 0,115 \text{ cm}$

(b) Sönüm var: $\frac{c}{c_c} = 0,125$ (9.52 denklemini)

$$x_m = \frac{P_m/k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} \frac{\omega}{p}\right]^2}}$$

$$x_m = \frac{10,866/100000}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{188,5}{198,1}\right)^2\right]^2 + \left[2 \left(0,125\right) \left(\frac{188,5}{198,1}\right)\right]^2}} = 0,000424 \text{ m}$$

$$x_m = 0,0424 \text{ cm}$$

Faz açısı (7.33) denkleminde bulunabilir:

$$\phi = \arctan(2,32)$$

9.106 $k = \frac{W}{\delta_s} = \frac{25 \text{ kg}}{0,58 \text{ cm}} = 43,1 \text{ kg/cm} = 4310 \text{ kg/m}$

$$\omega = 400 \text{ dev/dak} = 41,9 \text{ rad/san}$$

$$P_m = m r \omega^2 = \frac{9030}{3} (0,10) (41,9)^2 = 0,537 \text{ kg}$$

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4310}{25/9}} = 41,1 \text{ rad/san}$$

(9.52) denklemini kullanarak

$$x_m = \frac{P_m/k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} \frac{\omega}{p}\right]^2}}$$

(a) $x_m = 0,04 \text{ cm}$ olarak verilmiştir.

$$0,04 = \frac{\frac{0,537 \text{ kg}}{43,1 \text{ kg/cm}}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{41,9}{41,1}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} \left(\frac{41,9}{41,1}\right)\right]^2}}$$

Buradan $\frac{c}{c_c}$ çözülür: $\frac{c}{c_c} = 0,1515$

(b) $c_c = 2mp = 2 \left(\frac{25}{9}\right) (41,1) = 207,5 \text{ kg san/cm}$

(a) şikkından:

$$\frac{c}{c_c} = 0,1515 \quad c = 0,1515 (207,5)$$

$$c = 31,74 \text{ kg san/cm}$$

9.107 $k = 2(40) = 80 \text{ kg/cm} = 8000 \text{ kg/m}$

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8000}{400/9}} = 14,01 \text{ rad/san}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} = \frac{14,01}{2\pi} = 2,23 \text{ dev/san}$$

$$c_c = 2mp = 2 \left(\frac{400}{9}\right) (14,01) = 1142 \text{ kg san/cm}$$

$$x_m = \frac{P_m/k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} \frac{\omega}{p}\right]^2}} \quad (1)$$

Çev/san kullanılarak

$$\frac{\omega}{p} = \frac{2,5 \text{ dev/san}}{2,23 \text{ dev/san}} = 1,121$$

$$c = 1,5 \text{ kg san/cm} = 150 \text{ kg san/m}$$

$$\frac{c}{c_c} = \frac{150}{1142} = 0,1313$$

Bu değeri ve $P_m = 10 \text{ kg}$ (1) de yerine koyalım:

$$x_m = \frac{10 \text{ kg}/80 \text{ kg/cm}}{\sqrt{\left[1 - (1,121)^2\right]^2 + \left[2 \left(0,1313\right) (1,121)\right]^2}}$$

$$x_m = \frac{0,125}{\sqrt{(-0,1566)^2 + (0,2944)^2}} = 0,32 \text{ cm}$$

$$x_m = 0,32 \text{ cm}$$

9.108 Prob. 7.107 de bulunan değerleri ve $x_m = 0,3 \text{ cm}$ yi, Prob. 7.107 deki (1) denkleminde yerine koyalım:

$$0,3 = \frac{10 \text{ kg}/80 \text{ kg/cm}}{\sqrt{\left[1 - (1,121)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} (1,121)\right]^2}}$$

Buradan c/c_c çözülürse

$$\frac{c}{c_c} = 0,1463$$

$$c_c = 1142 \text{ kg san/cm} \text{ olduğundan}$$

$$c = (0,1463)(1142) = 167 \text{ kg san/cm}$$

$$c = 1,67 \text{ kg san/cm}$$

9.109 (a) Sönüm yok: $k = 100 \text{ kg/cm} = 10000 \text{ kg/m}$

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10000}{100/9}} = 31,32 \text{ rad/san}$$

$$f = 297 \text{ dev/dak}$$

(b) Sönümlü hareket: $c = 2,5 \text{ kg san/cm} = 250 \text{ kg san/m}$

$$c_c = 2mp = 2 \left(\frac{100}{9}\right) (31,32) = 638,5 \text{ kg san/cm}$$

$$\frac{c}{c_c} = \frac{250}{638,5} = 0,3915$$

Genliğin max. olması için Prob. 9.103 deki sonucu kullanacağız:

$$\left(\frac{\omega}{p}\right)^2 = 1 - 2 \left(\frac{c}{c_c}\right)^2 = 1 - 2(0,3915)^2 = 0,6935$$

$$\frac{\omega}{p} = 0,833 \quad \omega = (0,833)p = (0,833)(31,32)$$

$$\omega = 26,1 \text{ rad/san} \quad f = 249 \text{ dev/dak}$$

(c) Genlik (7.52 denklemini)

$$x_m = \frac{P_m/k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2 + \left[2 \frac{c}{c_c} \frac{\omega}{p}\right]^2}}$$

(a) şikkı için: $P_m = 50 \text{ kg}$ ve $\omega = p$

$$x_m = \frac{50 \text{ kg}/100 \text{ kg/cm}}{\sqrt{\left[1 - (1)^2\right]^2 + \left[2 \left(0,3915\right) (1)\right]^2}} = 0,64 \text{ cm}$$

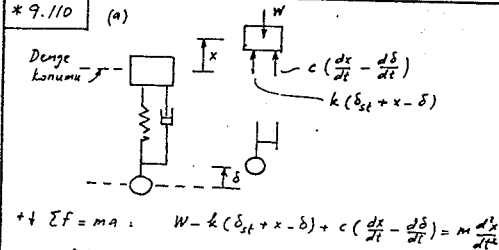
$$x_m = 0,64 \text{ cm}$$

(b) şikkı için: $P_m = 50 \text{ kg}$, $\frac{\omega}{p} = 0,833$

$$x_m = \frac{50 \text{ kg}/100 \text{ kg/cm}}{\sqrt{\left[1 - (0,833)^2\right]^2 + \left[2 \left(0,3915\right) (0,833)\right]^2}} = 0,67 \text{ cm}$$

$$x_m = 0,67 \text{ cm}$$

* 9.110 (a)



$$+ \Sigma F = ma: W - k(\delta_0 + x - \delta) + c\left(\frac{dx}{dt} - \frac{d\delta}{dt}\right) = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$W = k\delta_0$ olduğun düşünülerek

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = k\delta + c \frac{d\delta}{dt} \quad (1)$$

Tekerleğin hareketi bir sinüs eğrisidir:

$$\delta = \delta_m \sin \omega t$$

Hız v olduğuna göre L uzaklığını gitmek için gerekli zaman $t = L/v$ dir. Yol yüzeyinin periyodu L olduğundan

$$\omega t = 2\pi \quad \omega \frac{L}{v} = 2\pi \quad \text{veya} \quad \omega = \frac{2\pi v}{L}$$

$\delta = \delta_m \sin \omega t$ yi (1) de yerine koyalım:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = (k \sin \omega t + c \omega \cos \omega t) \delta_m$$

(b) Genlik: Diferansiyel denklemin sağ tarafını ayrı ayrı göz önüne alalım:

Birinci terim

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = k \delta_m \sin \omega t$$

Bu denklem, (9.46) nın aynıdır, yalnız $P_m = k \delta_m$ olmuştur. Çözümü

$$x = x_1 \sin(\omega t - \phi)$$

şeklinde alır ve (9.47) - (9.51) gibi hareket edersek

$$x_1 = \frac{k \delta_m}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \text{bulunur.}$$

İkinci terim

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = c \omega \delta_m \cos \omega t$$

$\cos \omega t = \sin(\omega t + 90^\circ)$ olduğun düşünülerek

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = c \omega \delta_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

bulunur. Bu denklem (9.46) nın benzeridir; çözümü

$$x = x_2 \sin(\omega t + 90^\circ - \phi)$$

şeklinde alıp (9.47) - (9.51) deki yolu izlersek

$$x_2 = \frac{c \omega \delta_m}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad \text{bulunur.}$$

(İki terime ait çözümleri toplayarak

$$x = x_1 \sin(\omega t - \phi) + x_2 \sin(\omega t + 90^\circ - \phi)$$

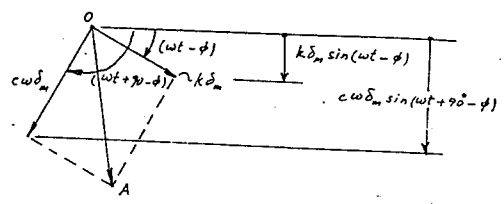
$$x = \frac{k \delta_m \sin(\omega t - \phi) + c \omega \delta_m \sin(\omega t + 90^\circ - \phi)}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (2)$$

(Devamı, yanda)

* 9.110 (devamı)

(2) denklemin payının, yam :
 $k \delta_m \sin(\omega t - \phi) + c \omega \delta_m \sin(\omega t + 90^\circ - \phi)$
 nin maksimum değerini arayacağız.

Bu iki terimi, şiddetleri $k \delta_m$ ve $c \omega \delta_m$ olan dönen iki vektörün izdüşümleri olarak kabul edelim (Şekle bkz.):



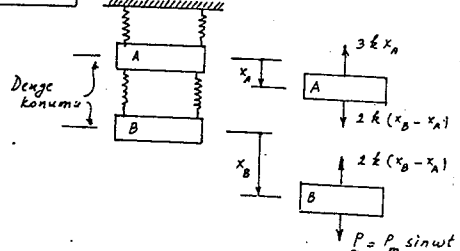
Payın maksimum değeri = OA dır.

$$OA = \sqrt{(k \delta_m)^2 + (c \omega \delta_m)^2} = \delta_m \sqrt{k^2 + c^2 \omega^2}$$

Artık hem payı, hem paydayı göz önüne alırsak

$$x_m = \frac{\sqrt{k^2 + c^2 \omega^2}}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \delta_m$$

* 9.111



Koordinat başlangıç noktaları, denge konumu olarak alındığından, yaylardaki ilk şekil değiştirmeleri ve ağırlığın etkisini göz önüne almaya lüzum yoktur.

A yükü için:

$$+ \Sigma F = m_A a: -3kx_A + 2k(x_B - x_A) = m \frac{d^2x_A}{dt^2} \quad (1)$$

B yükü için:

$$+ \Sigma F = m_B a: P_m \sin \omega t - 2k(x_B - x_A) = m \frac{d^2x_B}{dt^2} \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerini yeniden düzenleyerek

$$m \frac{d^2x_A}{dt^2} + 5kx_A - 2kx_B = 0$$

$$m \frac{d^2x_B}{dt^2} - 2kx_A + 2kx_B = P_m \sin \omega t$$

9.112 Bir mekanik sistemde ancak $c < c_c$ ise titreşim olur. Oysa (9.20) denkleminde
 $c_c = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km}$
 $c < 2\sqrt{km}$ (1)

Şizelge 9.2 den

$$c \rightarrow R$$

$$m \rightarrow L$$

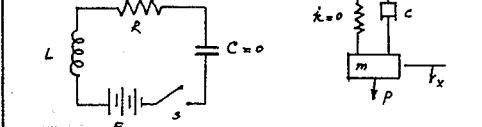
$$k \rightarrow 1/C$$

O halde elektrik sistemlerinde

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

9.113

Elektrik sistem Mekanik sistem



S anahtarını kapatmak, kütleye anî olarak P şiddetinde bir kuvvet uygulamaya karşı gelir.

(a) Akımın son değeri, kütlenin son hızına karşı gelir. C kapasitesi sıfır olduğundan yay katsayısı da sıfırdır.

$$+ \Sigma F = ma: P - c \frac{dx}{dt} - m \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \quad (1)$$

Son hız $\frac{dx}{dt} = 0$ olunca çıkar:

$$P - c \frac{dx}{dt} \Big|_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

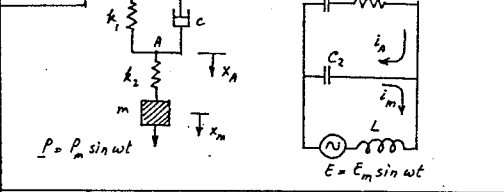
$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

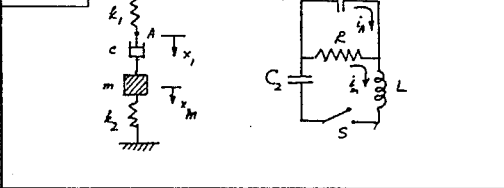
$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

$$P - c v_{\text{son}} = 0 \quad v_{\text{son}} = \frac{P}{c}$$

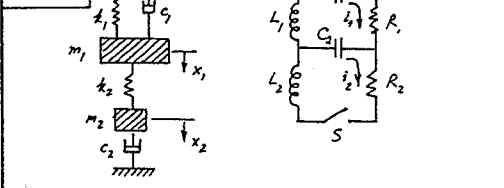
9.114



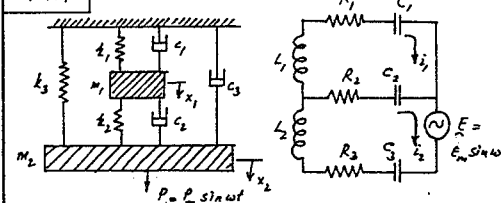
9.115



9.116



9.117



9.118

Prob. 9.114 ün çözümündeki şekle bkz.

(a) Kütlenin ve A noktasının yer değiştirmesi

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + k_2(x - x_A) = P_m \sin \omega t$$

$$c \frac{dx}{dt} + k_1 x_A + k_2(x - x_A) = 0$$

(b) Elektrik analogları

$$q_A = \int i_A dt \quad q_m = \int i_m dt$$

$$\text{olsun.} \quad i_A = \frac{dq_A}{dt} \quad i_m = \frac{dq_m}{dt}$$

$$L \frac{d^2q_m}{dt^2} + \frac{(q_m - q_A)}{C_2} = E_m \sin \omega t$$

$$R \frac{dq_A}{dt} + \frac{q_A}{C_1} + \frac{(q_A - q_m)}{C_2} = 0$$

$$i = \frac{E}{R} (1 - \frac{1}{2}) \text{ olması için } \frac{k}{L} t = 1 \quad t = \frac{L}{R}$$

9.119 Prob. 9.115 in çözümündeki şekillere bks.

(a) Kütlelerin ve A noktasının yer değiştirmeleri

$$m \frac{d^2 x_m}{dt^2} + k_2 x_m + c \frac{d}{dt} (x_m - x_A) = 0$$

$$c \frac{d}{dt} (x_A - x_m) + k_1 x_A = 0$$

(b) Elektrik analogları

$$q_A = \int i_A dt \quad q_m = \int i_m dt \quad \text{olsun.}$$

$$i_A = \frac{dq_A}{dt} \quad i_m = \frac{dq_m}{dt}$$

$$L \frac{d^2 q_m}{dt^2} + \frac{q_m}{C_2} + R \frac{d}{dt} (q_m - q_A) = 0$$

$$R \frac{d}{dt} (q_A - q_m) + \frac{q_A}{C_1} = 0$$

9.120 Prob. 9.116 nin çözümündeki şekillere bks.

(a) m_1 ve m_2 kütlelerinin yer değiştirmesi

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = 0$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \frac{dx_2}{dt} + k_2 (x_2 - x_1) = 0$$

(b) Elektrik analogları

$$q_1 = \int i_1 dt \quad q_2 = \int i_2 dt \quad \text{olsun.}$$

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt} \quad i_2 = \frac{dq_2}{dt}$$

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_1 - q_2}{C_2} = 0$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_2 \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2 - q_1}{C_2} = 0$$

9.21 Prob. 9.117 nin çözümündeki şekillere bks.

(a) m_1 ve m_2 kütlelerinin yer değiştirmesi

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + c_2 \frac{d}{dt} (x_1 - x_2) + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = 0$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \frac{d}{dt} (x_2 - x_1) + c_3 \frac{dx_2}{dt} + k_2 (x_2 - x_1) + k_3 x_2 = P_m \sin \omega t$$

(b) Elektrik analogları

$$q_1 = \int i_1 dt \quad q_2 = \int i_2 dt$$

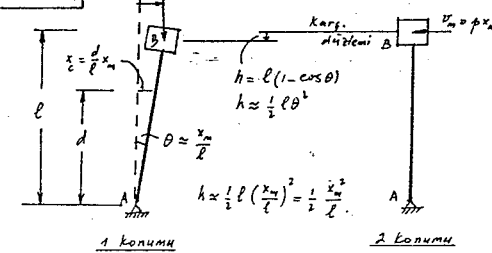
olsun.

$$i_1 = \frac{dq_1}{dt} \quad i_2 = \frac{dq_2}{dt}$$

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + R_2 \frac{d}{dt} (q_1 - q_2) + \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_1 - q_2}{C_2} = 0$$

$$L_2 \frac{d^2 q_2}{dt^2} + R_2 \frac{d}{dt} (q_2 - q_1) + R_3 \frac{dq_2}{dt} + \frac{q_2 - q_1}{C_2} + \frac{q_2}{C_3} = E_m \sin \omega t$$

9.122

1 konumu: $T_1 = 0$

$$V_1 = -Wh + 2 \left(\frac{1}{2} k x^2 \right)$$

$$V_1 = -\frac{1}{2} W \frac{x^2}{l} + \frac{1}{2} k x^2$$

2 konumu: $V_2 = 0, T_2 = \frac{1}{2} W v_m^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{x}^2$ Enerjinin korunumu: $T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$$0 - \frac{1}{2} W \frac{x^2}{l} + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \dot{x}^2 + 0$$

$$\dot{x}^2 = \frac{2kx^2}{W} - \frac{x^2}{l} \quad \dot{x} = \frac{2k}{W} \left(\frac{x}{l} \right) - \frac{x}{l} \quad (1)$$

Verilenler: $d = 0,30 \text{ m}, l = 0,40 \text{ m}, W = 100 \text{ kg}$ (a) $T = 1,00 \text{ san. için}$

$$T = \frac{2\pi}{p} \quad p = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \quad \dot{x}^2 = (2\pi)^2 = 39,5$$

(1) de yerine koyalım:

$$39,5 = \frac{2k(0,30)}{100} \left(\frac{0,30}{0,40} \right)^2 - \frac{0,30}{0,40}$$

$$k = 550 \text{ kg/m} \quad k = 5,8 \text{ kg/cm}$$

(b) $T = \infty$ için:

$$T = \frac{2\pi}{p} \quad p = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\infty} = 0$$

$$(1) \text{ den: } 0 = \frac{2k}{W} \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{x}{l} \quad k = \frac{Wl}{2x}$$

$$k = \frac{(100 \text{ kg})(40 \text{ cm})}{2(30 \text{ cm})^2} = 2,22 \text{ kg/cm} \quad k = 2,22 \text{ kg/cm}$$

9.123

Prob. 9.22 deki (1) denklemi

$$\dot{x}^2 = \frac{2k}{W} \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{x}{l} \quad (1)$$

Verilenler: $d = 32 \text{ cm}, l = 48 \text{ cm}, k = 1 \text{ kg/cm}$ (a) $T = 0,50 \text{ san. için}$

$$T = \frac{2\pi}{p} \quad p = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi \quad \dot{x}^2 = (4\pi)^2 = 157,9$$

$$(1) \text{ de yerine koyalım: } 157,9 = \frac{2(100)(32)}{W} \left(\frac{32}{48} \right)^2 - \frac{32}{48}$$

$$157,9 = \frac{972}{W} - 20,4 \quad W = 4,87 \text{ kg}$$

(b) $T = \infty$ için: $T = \frac{2\pi}{p} \quad p = \frac{2\pi}{T} = 0$

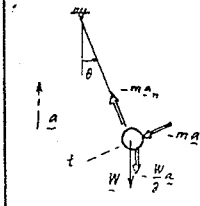
$$(1) \text{ den } 0 = \frac{2k}{W} \left(\frac{x}{l} \right)^2 - \frac{x}{l} \quad W = \frac{2kl}{x}$$

$$W = \frac{2(1 \text{ kg/cm})(32 \text{ cm})^2}{48 \text{ cm}} \quad W = 42,67 \text{ kg}$$

9.124

(a) Asansörün ivmesi = $g \text{ m/s}^2 \uparrow$

Sarkaç (Dinamik Denge)



$$\sum F_y = 0$$

$$W \sin \theta + \frac{W}{g} a \sin \theta + m a_t = 0$$

$$\text{Oysa } a_t = l \frac{d^2 \theta}{dt^2}, \sin \theta \approx \theta$$

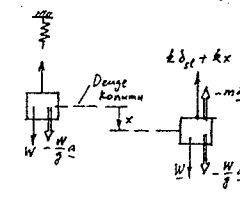
$$W \left(1 + \frac{a}{g} \right) + \frac{W}{g} l \frac{d^2 \theta}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g+a}{l} \theta = 0$$

$$p = \sqrt{\frac{g+a}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

Kütle-yay (Dinamik Denge)



$$\sum F_y = 0:$$

$$W + \frac{W}{g} a - k \delta_{st} - kx - m \ddot{x} = 0$$

$$\text{Oysa } W + \frac{W}{g} a = k \delta_{st}$$

$$\text{ve } \ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

(b) Asansörün ivmesi = $a \text{ m/s}^2 \downarrow$

a şıktındaki çözümde a nin işaretini değiştirmek yeterlidir:

Sarkaç

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g-a}}$$

Kütle-yay

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

9.125

Uçak, $\vec{r} = 2 \text{ m}$ olan bir bileşik sarkaç gibi davranır.

Prob. 9.32 deki (1) denklemi:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{F+k} \sin \theta = 0$$

Küçük θ lar için: $\sin \theta \approx \theta$

$$p^2 = \frac{g}{F+k} \quad T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{F+k}{g}}$$

 $\vec{I}_x$ nin hesabı: $T = 3,10 \text{ san}, \vec{r} = 2 \text{ m}$

$$3,10 = 2\pi \sqrt{\frac{(2)^2 + \vec{k}}{(9,81)(2)}} \quad \vec{k} = 0,7759 \text{ m}^2$$

$$W = 800 \text{ kg} \quad \vec{I}_x = \frac{W}{g} \vec{k} = \frac{800}{9,81} (0,7759)$$

$$\vec{I}_x = 63,27 \text{ kg m}^2$$

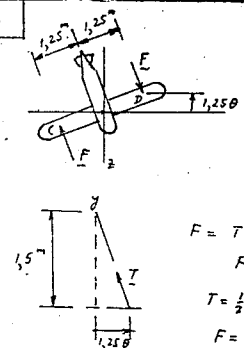
 $\vec{I}_z$ nin hesabı: $T = 3,25 \text{ san}, \vec{r} = 2 \text{ m}$

$$3,25 = 2\pi \sqrt{\frac{(2)^2 + \vec{k}_z}{(9,81)(2)}} \quad \vec{k}_z = 1,2498 \text{ m}^2$$

$$W = 800 \text{ kg} \quad \vec{I}_z = \frac{W}{g} \vec{k}_z = \frac{800}{9,81} (1,2498)$$

$$\vec{I}_z = 101,88 \text{ kg m}^2$$

9.126

Küçük salınımlarda $\sin \theta \approx \theta$

$$F = T \text{ nin yatay bileşeni}$$

$$F = \frac{1,25}{1,5} \theta T = \frac{5\theta}{6} T$$

$$T = \frac{1}{2} W \text{ olduğundan}$$

$$F = \frac{5\theta}{6} \left(\frac{1}{2} W \right) = \frac{5}{12} W \theta$$

 $\frac{d^2 \theta}{dt^2} = \gamma$ eksenli etrafındaki açısal ivme olduğundan

$$\sum M_y = \bar{I}_y \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$(1,25 \text{ m}) F + (1,25 \text{ m}) F = \bar{I}_y \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$2(1,25) \left(\frac{5}{12} W \theta \right) = \bar{I}_y \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left(\frac{12,5}{\bar{I}_y} \right) \theta = 0$$

$$p^2 = \frac{12,5}{\bar{I}_y} \quad T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{I}_y}{12,5}}$$

$$T = 2,60 \text{ san}, W = 500 \text{ kg olduğuna göre}$$

$$2,60 = 2\pi \sqrt{\frac{\bar{I}_y}{(12,5)(500)}} \quad \bar{I}_y = 142,7 \text{ kg m}^2$$

9.127

Dönen makinelerde, hareketin rotadaki bir dengesiyle "zorlanır" ve $P_m = m a_n = m \omega^2 r$ dir. P_m sabit değildir, onun için (9.33) denklemi doğrudan doğruya kullanılmamalıdır. Prob. 9.86' nı çözümündekine benzer yol izleyerek

$$x_m = \left(\frac{m c}{k} p^2 \right) \frac{\left(\frac{W}{p} \right)^2}{1 - (W/p)^2} \quad (1)$$

bulunur. Bu problemde genlik sürekli olarak azalıyor için $\omega > p$ olduğu görülmektedir. dev/dak birimini kullanırsak

$$\omega = 150 \text{ dev/dak}, x_m = -0,40 \text{ cm için}$$

$$-0,40 = \left(\frac{m c}{k} p^2 \right) \frac{\left(\frac{150}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{150}{p} \right)^2} \quad (2)$$

$$\omega = 200 \text{ dev/dak}, x_m = -0,20 \text{ cm için}$$

$$-0,20 = \left(\frac{m c}{k} p^2 \right) \frac{\left(\frac{200}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{200}{p} \right)^2} \quad (3)$$

(2) ile (3) ü taraf tarafa bölelim:

$$\frac{-0,40}{-0,20} = \frac{(150)^2}{(200)^2} \frac{1 - \left(\frac{200}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{150}{p} \right)^2}$$

Buradan p çözümler motorun rezonans frekansı (dev/dak olarak) bulunur:

$$p = 125,1 \text{ dev/dak}$$

(Prob. 9.128' in altındaki şekle bks.)

9.128 Dönen makinalar için Prob. 9.127'deki (1) denklemi

$$x_m = \left(\frac{mc}{k} \right) \frac{\left(\frac{\omega}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2} \quad (1)$$

Prob. 9.127'de genlik 0,40 cm den 0,20 cm'ye sürekli olarak indirildiğinden

$$\omega = 150 \text{ dev/dak}, x_m = -0,40 \text{ cm}$$

$$-0,40 = \left(\frac{mc}{k} \right) \frac{\left(\frac{150}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{150}{p} \right)^2} \quad (2)$$

$$\omega = 200 \text{ dev/dak}, x_m = -0,20 \text{ cm}$$

$$-0,20 = \left(\frac{mc}{k} \right) \frac{\left(\frac{200}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{200}{p} \right)^2} \quad (3)$$

(2) ve (3) denklemlerinden p çözümlerse (Prob. 9.127'de) $p = 125,1 \text{ dev/dak}$ bulunur. 0,50 cm'lik genlik için iki hız mümkündür; bunlar hareketin aynı fazda veya 180° faz dışı olmasına bağlıdır.

Faz dışı hareket. $x_m = -0,50 \text{ cm}$

$$-0,50 = \left(\frac{mc}{k} \right) \frac{\left(\frac{\omega}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2} \quad (4)$$

(4) ile (2) yi taraf tarafa bölelim:

$$1,25 = \left(\frac{p}{150} \right)^2 \frac{1 - \left(\frac{150}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2}$$

$p = 125,1 \text{ dev/dak}$ yi yerine koyalım:

$$1,25 = \left(\frac{125,1}{150} \right)^2 \frac{1 - \left(\frac{150}{125,1} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{125,1} \right)^2}$$

$$-4,106 \left[1 - \left(\frac{\omega}{125,1} \right)^2 \right] = \left(\frac{\omega}{125,1} \right)^2$$

$$\frac{\omega}{125,1} = 1,1478$$

$$\omega = 143,8 \text{ dev/dak}$$

Aynı fazda hareket. $x_m = +0,50 \text{ cm}$

(4) de yerine koyalım:

$$+0,50 = \left(\frac{mc}{k} \right) \frac{\left(\frac{\omega}{p} \right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2} \quad (5)$$

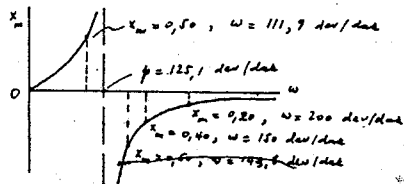
(5) ile (2) yi taraf tarafa bölelim; $p = 125,1$ koyalım:

$$+4,106 \left[1 - \left(\frac{\omega}{125,1} \right)^2 \right] = \left(\frac{\omega}{125,1} \right)^2$$

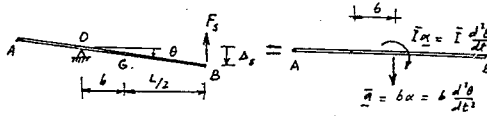
$$\frac{\omega}{125,1} = 0,8948$$

$$\omega = 111,9 \text{ dev/dak}$$

Her iki hâlde mit noktalar aşağıdaki şekil üzerinde gösterilmiştir.



9.129 Denge konumuna göre yer değiştirmeleri göz önüne alıyoruz.



$$\text{Yayın şekli değiştirmesi: } \Delta_s = \left(b + \frac{L}{2} \right) \theta$$

$$F_s = k \Delta_s = k \left(b + \frac{L}{2} \right) \theta$$

$$+\sum M_A = \sum (M_A)_{\text{ef}}: F_s \left(b + \frac{L}{2} \right) = -(m\ddot{x})b - I\ddot{\theta}$$

$$k \left(b + \frac{L}{2} \right)^2 \theta = -\frac{W}{g} \frac{b^2}{L^2} \frac{d^2\theta}{dt^2} - \frac{1}{12} \frac{W}{g} \frac{L^2}{L^2} \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{W} \frac{b^2 + \frac{L^2}{4}}{b^2 + \frac{L^2}{12}} \theta = 0$$

$$p^2 = \frac{k}{W} \frac{b^2 + \frac{L^2}{4}}{b^2 + \frac{L^2}{12}} = \frac{k}{W} \frac{3(2b+L)^2}{(12b^2+L^2)} \quad (1)$$

$$(a) \text{ Maksimum } f \text{ için } \frac{d(p^2)}{db} = 0$$

$$\frac{d(p^2)}{db} = \frac{3k}{W} \frac{(12b^2+L^2)2(2b+L) - (2b+L)^2 24b}{(12b^2+L^2)^2} = 0$$

$$(2b+L)(48b^2+4L^2-48b^2-24bL) = 0$$

$$(2b+L)(4L^2-24bL) = 0$$

$$4L(2b+L)(L-6b) = 0$$

Çözümler: $b = -\frac{1}{6}L$, b de negatif, $f=0$ demektir.
 $b = \frac{L}{6}$ Maksimum frekans.

$$L = 1,50 \text{ m için } b = 0,25 \text{ m}$$

(b) Maksimum frekansın değeri

Veriler: $b = 0,25 \text{ m}$, $L = 1,50 \text{ m}$, $W = 20 \text{ kg}$,
 $k = 10 \text{ kg/cm} = 1000 \text{ kg/m}$ (1) de yerlerine koyalım

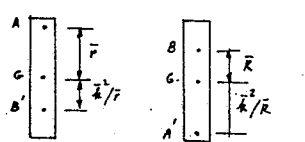
$$p^2 = \frac{(1000)(781) 3[2(0,25)+1,50]^2}{20 [(12(0,25)^2+1,50^2)]} = 1962 \quad p = 44,3 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{p}{2\pi} = \frac{44,3}{2\pi} = 7,05 \text{ dev/san}$$

$$f = 7,05 \text{ dev/san}$$

9.130

Prob. 9.32 ve 9.33 den eşdeğer basit sarkacın boyu $L_A = \bar{r} + \bar{k}^2/\bar{r}$ ve



$$L_A = \bar{r} + \bar{k}^2/\bar{r}$$

dir. $T_A = T_B$ olduğundan

$$2\pi\sqrt{\frac{L_A}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_B}{g}}$$

$$L_A = L_B \text{ olur.}$$

$$L_A = L_B \text{ için: } \bar{r} + \frac{\bar{k}^2}{\bar{r}} = \bar{r} + \frac{\bar{k}^2}{\bar{r}}$$

$$\bar{r}^2 \bar{r} + \bar{k}^2 \bar{r} = \bar{r}^2 \bar{r} + \bar{k}^2 \bar{r}$$

$$\bar{r} \bar{r} (\bar{r} - \bar{r}) = \bar{k}^2 (\bar{r} - \bar{r})$$

$\bar{r} = \bar{r}$ olduğundan $\bar{r} \bar{r} = \bar{k}^2$ veya $\bar{r} = \bar{k}^2/\bar{r}$ ve $\bar{r} = \bar{k}^2/\bar{r}$ olur.

Bu nedenle $AG = GA'$ dir, yani $A = A'$ ve $B = B'$ dir.
 $L_A = L_B = L$ dersek $L = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ veya $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$

9.131

Küre: $W = \frac{4}{3} \pi r^3 \gamma = \frac{4}{3} \pi (0,025)^3 (7850) = 0,514 \text{ kg}$

$$\bar{I} = \frac{2}{5} m r^2 = \frac{2}{5} (0,514) (0,05)^2 = 0,000524 \text{ kg m}^2$$

Örnek Prob. 9.3 den $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{\bar{I}}{k}}$

Küre için: $\tau = 6,2 \text{ san}$

$$6,2 = 2\pi\sqrt{\frac{0,000524}{k}} \quad (1)$$

Rotor için $\tau = 4,1 \text{ san}$

$$4,1 = 2\pi\sqrt{\frac{\bar{I}_R}{k}} \quad (2)$$

(2) ile (1) i taraf tarafa bölelim:

$$\frac{4,1}{6,2} = \sqrt{\frac{\bar{I}_R}{0,000524}}$$

$$\bar{I}_R = 0,000227 \text{ kg m}^2$$

0,5 kg'lık rotor için

$$\bar{I} = \sqrt{\frac{\bar{I}_R}{m}} = \sqrt{\frac{0,000227}{0,5/9,81}} = 0,0212 \text{ m}$$

$$\bar{k} = 2,12 \text{ cm}$$

9.132

Not: A ve B tekerlekleri arasındaki uzaklık = L

Denge konumu: $+\sum M_A = 0:$

$$-(W \cos \beta) c + BL = 0$$

$$B = W \frac{c}{L} \cos \beta$$

$$F = \mu B = \mu W \frac{c}{L} \cos \beta$$

$$F = \mu B = \mu W \frac{c}{L} \cos \beta = 0 \quad (1)$$

$$+\sum F = 0: W \sin \beta - F = 0$$

Hareket denklemleri x bir yer değiştirme yönü.

$$+\sum F = 0: W \sin \beta - F = 0$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c+x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

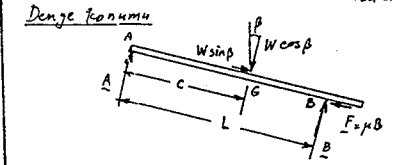
$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta - \mu W \frac{x}{L} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

9.133 Not: A ile B tekerleği arasındaki uzaklık = L



$$+\sum M_A = 0: -(W \cos \beta) c + BL = 0$$

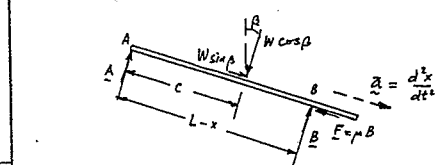
$$B = W \frac{c}{L} \cos \beta$$

$$F = \mu B = \mu W \frac{c}{L} \cos \beta$$

$$+\sum F = 0: W \sin \beta - F = 0$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L} \cos \beta = 0 \quad (1)$$

Hareket denklemleri (x yer değiştirmesi için)



$$+\sum M_A = 0: -(W \cos \beta) c + B(L-x) = 0$$

$$B = W \frac{c}{L-x} \cos \beta$$

$$F = \mu B = \mu W \frac{c}{L-x} \cos \beta$$

$$+\sum F = m\ddot{x}: W \sin \beta - F = m\ddot{x}$$

$$W \sin \beta - \mu W \frac{c}{L-x} \cos \beta = W \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$W(L-x) \sin \beta - \mu W c \cos \beta = W(L-x) \frac{d^2 x}{dt^2}$$

(1) i kullanıp düzenledikten sonra

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \left(\frac{\mu \cos \beta}{L-x} \right) x = 0$$

veya

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \left(\frac{\mu \sin \beta}{L-x} \right) x = 0$$

elde edilir.

Kalas çok az yer değiştirdiğinden x , L ye göre küçüktür, bu nedenle x/L oranı 1'in yanında ihmal edilebilir:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \left(\frac{\mu \sin \beta}{L} \right) x = 0$$

$$p^2 = \frac{\mu \sin \beta}{L}$$

$$f = \frac{p}{2\pi}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu \sin \beta}{L}}$$

(1) den $L = \mu c \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu \sin \beta}{\mu c \frac{\cos \beta}{\sin \beta}}}$$

Frekansın bu ikinci ifadesinde sadece verilen büyüklükler geçmektedir.

Süleyman Demirel Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı Yayın İade Tarihi Bildirim Formu		
0 7 Temmuz 2005	2 1 Haziran 2006	
3 1 Temmuz 2005	0 8 Haziran 2006	
1 4 Eylül 2005	0 3 Ağustos 2006	
1 2 Ekim 2005		
1 5 Ekim 2005		
0 7 Kasım 2005		
2 4 Kasım 2005		
0 8 Aralık 2005		
2 3 Aralık 2005		
0 2 Şubat 2006		
0 8 Nisan 2006		
2 2 Nisan 2006		
2 1 Nisan 2006		
1 0 Haziran 2006		
0 5 Haziran 2006		

