Matematik C, august 2010

www.matematikhfsvar.page.tl

May 2017

Opgavesættet er løst i LaTeX, så opgavenummerne er ikke nummereret efter delopgave a, b etc, men 1.1 for første opgave, spørgsmål a, 1.2 første opgave, spørgsmål b osv. Dermed kan læseren selv gætte resten.

1 Opgave

Denne opgave omhandler rentesregning.

1.1

Vi bruger renteformlen, så vi har: $K_n = K_0 \cdot (1+r)^n$ hvor $r = 4\%$
og $K_0 = 250000$ samt $n = 5$, så kan vi bestemme K_5. Vi har:

$$K_5 = 250000 \cdot (1 + 0.04)^5 = 304163.2256$$

Dermed kan vi slutte, at efter 5 år, er pengebeløbet 304163.2256kr, dette gælder for den første søster.

1.2

Vi finder den gennemsnitlige årlige procentvise rente for den andens søsters konto, så vi kender følgende: $K_5 = 287574.50$ samt $n = 5$ og $K_0 = 250000$ så den ubekendte er renten. Vi skal derfor løse en ligning.

$$287574.50 = 250000 \cdot (1+r)^5 \Leftrightarrow$$
$$\frac{287574.50}{250000} = (1+r)^5 \Leftrightarrow$$
$$\sqrt[5]{\frac{287574.50}{250000}} = 1 + r \Leftrightarrow$$
$$\sqrt[5]{\frac{287574.50}{250000}} - 1 = r \Leftrightarrow$$
$$r = 0.028400012$$

Vi ganger renten med 100% og får:

$$r = 2.84\%$$

Vi kan nu slutte, at den anden søsters årlige rente er 2.84%

2 Opgave

Denne opgave omhandler den rette linje $y = a \cdot x + b$

2.1

Vi bestemmer tallene a og b vha. to-punktsformlen. Vi har fået angivet punkterne, som vi kalder hhv. P og Q, så:$P(1; 134)$ og $Q(4; 311)$. Tallet a bestemmes:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{311 - 134}{4 - 1} = 59$$

Og tallet b bestemmes.

$$b = y_1 - ax_1 = 134 - 59 \cdot 1 = 75$$

Og vi kan slutte, at den rette linje igennem punkterne er:

$$y = 59x + 75$$

Som beskriver den årlige fangst af laks i Skjern Å.

2.2

Tallet a beskriver den årlige vækst, og dermed kan vi slutte, at den årlige vækst af laks i Skjern Å er 59. Med andre ord: For hvert år der går, øges antallet af fangede laks med 59.

2.3

Da år 2002 svarer til $x = 0$ så svarer hhv. år 2007 og 2008 til $x = 5$ og $x = 6$ og disse tal indsætter vi i modellen. Vi får for år 2007:

$$y = 59 \cdot 5 + 75 = 370$$

For år 2008 har vi:

$$y = 59 \cdot 6 + 75 = 429$$

Vi kan slutte, at modellen ikke passer, eftersom differencen i år 2007 er $399 - 370 = 29$ og i år 2008 er differencen $878 - 429 = 449$ så modellen passer ikke rigtig efter år 2006.

3 Opgave

Opgaven omhandler statistik, nærmere bestemt boksplot.

3.1

Ved EM år 2008 har vi, at mindsteværdien er:

44 scorede mål

Størsteværdien er:

64 scorede mål

Kvartilsættet er følgende:

Nedre kvartil er 51 scorede mål
Median er 57 scorede mål
Øvre kvartil er 62 scorede mål

Vi kan sammmenligne begge boksplot. Vi ser, at øvre kvartil ved EM i år 2006 faktisk er størsteværdien i år 2008, så man kan sige, at man har en lidt tilbagegang fra år 2006 til 2008 i antallet af scorede mål. Medianen i år 2006 ligger på 59.5 hvilket er nogle mål flere end år 2008, hvor medianen lå på 57 scorede mål. Vi kan altså med andre ord sige, at der generet blev scoret flest mål i år 2006.

4 Opgave

Figuren viser en regnvandstønde.

4.1

Vi vil gerne bestemme tøndens diameter d, når vi har fået angivet volumen til $0.25m^3$ og højden $0.85m$ så er formlen (med vores indsatte oplysninger):

$$0.25 = 0.70 \cdot 0.85 \cdot d^2 \Leftrightarrow$$

$$0.25 = 0.595 \cdot d^2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{0.25}{0.595} = d^2 \Leftrightarrow$$

$$d = \pm\sqrt{\frac{0.25}{0.595}} = \pm 0.648$$

Men da vi jo arbejder med positive afstande, så er løsningen $d = 0.648m$ hvilket er det ønskede.

5 Opgave

5.1

Vi bestemmer højden af BC. Formlen for det er:

$$a = tan(A) \cdot b$$

Her er $BC = a$ og $AC = b$ og med vores indsatte oplysninger har vi:

$$a = tan(30) \cdot 20 = 11.547$$

Så højden er $a = BC = 11.547m$.
NB: Du kan faktisk bruge sinusrelationerne i denne opgave også.

5.2

Arealet i figur 1 og figur 2 er ens. Så hvis vi bestemmer arealet i trekanten, så er det også arealet i rektanglet. Arealet af trekanten regnes med formlen:

$$T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$

Men i vores tilfælde er $h = a$ og $g = b$, så formlen er:

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

Og indsætter vi nu vores oplysninger så får vi:

$$T = \frac{1}{2} \cdot 11.547 \cdot 20 = 115.47$$

Så arealet af trekanten, og dermed også rektanglet, er $115.47m^2$. Arealformlen i et rektangel er pr. definition:

$$T = h \cdot g$$

Og da vi har arealet og højden som er $110m$ så kan vi bestemme DC eller g i formlen. Vi indsætter oplysningerne i formlen og isolér g:

$$115.47 = 110 \cdot g \Leftrightarrow$$

$$g = \frac{115.47}{110} = 1.0497$$

Så vi kan slutte, at $g = DC = 1.0497m$ hvilket er det ønskede.

6 Opgave

De variable x og y er proportionale.

6.1

Vi laver ikke tabellen her, men vi ved, at hvis variablerne x og y er proportionale, så er det af formen:

$$y = a \cdot x$$

Som er et specieltilfælde af den velkendte lineære funktion. Vi bestemmer tallet a ved hjælp af tabellens 3. kulonne.

$$9 = a \cdot 6 \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Modellen er:

$$y = \frac{3}{2} \cdot x$$

Vi bestemmer nu y i anden kulonne. Det er meget simpelt.

$$y = \frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{15}{2} = 7.5$$

Vi bestemmer nu x i første kulonne.

$$3 = \frac{3}{2} \cdot x \Leftrightarrow$$

$$6 = 3 \cdot x \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

Så i første kulonne skal man skrive $x = 2$ og i anden kulonne skal man skrive $y = \frac{15}{2} = 7.5$.

7 Opgave

Denne type opgave er om eksponentielle funktioner.

7.1

Vi opstiller en model. Vi har fået angivet begyndelsesværdien, som er:

$$b = 1.75$$

Vi bestemmer a ved hjælp af fremskrivningsfaktoren $a = 1 + r$ hvor $r = 22.8\%$, så vi har:

$$a = 1 + \frac{22.8}{100} = 1 + 0.228 = 1.228$$

Og dermed er funktionsforskriften:

$$y = 1.75 \cdot 1.228^x$$

Hvor y beskriver udgifterne for medicinen, målt i mia. kr., og hvor x beskriver den årlige procentvise tilvækst i udgifterne for medicinen fra år 2003-2008.

8 Opgave

Igen en opgave med statistik, dog skal vi her ikke sammenligne noget.

8.1

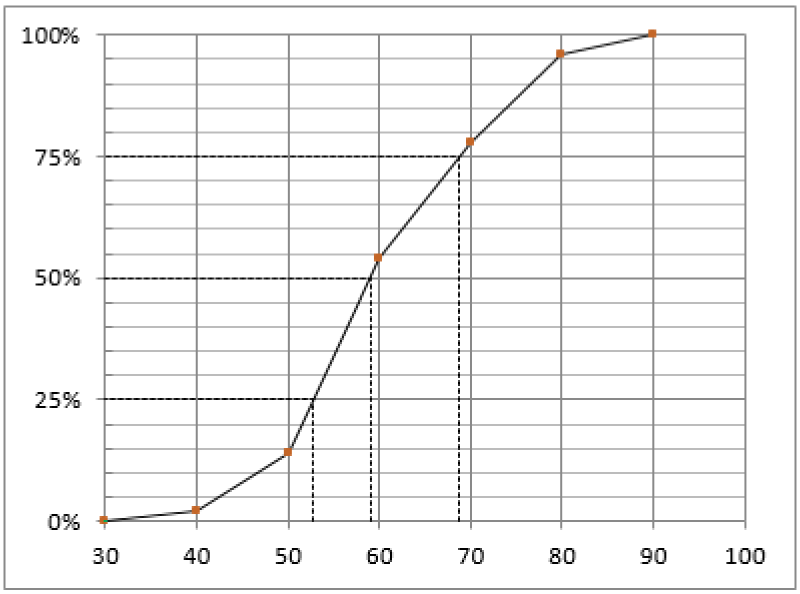
Da skribenten er ny til LaTeX, så udfylder vi ikke en tabel i LaTeX, men vi aflæser frekvenserne og lægger det ind som et billede.

Hvilepuls (pulsslag pr. minut)	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
Frekvens (%)	2%	12%	40%	24%	18%	4%
Kumuleret frekvens (%)	2%	14%	54%	78%	96%	100%

Figure 1: Tabellen over frekvenserne og de kumulerede frekvenser

8.2

Vi tegner en sumkurve i Excel og indlæser i LaTeX. Dette kan nemt gøres i "*WordMat*" → "*Statistik*" → "*Sumkurve*".



Sumkurve 1

Interval endepunkt	**Kum. Frek.**
30	0%
40	2%
50	14%
60	54%
70	78%
80	96%
90	100%

Figure 2: Vores sumkurve.

Vi aflæser nu sumkurven og anslår, at ca. 40% af eleverne har en hvilepuls på 57 eller mindre.

9 Opgave

For en bestemt type spær kan sammenhængen mellem tagets bredde og afstanden mellem spærene med god tilnærmelse beskrives ved en potensfunktion.

9.1

Lad funktionen være givet:

$$y = 131.8 \cdot x^{-2.5} = \frac{131.8}{x^{2.5}}$$

Vi ved, at afstanden er y og da vi får angivet $x = 8$, så er afstanden mellem spærene:

$$y = \frac{131.8}{8^{2.5}} = 0.728$$

Dvs. afstanden mellem hver spær er ca. $0.728m$.

9.2

Vi skal her bruge formlen:

$$F_y = F_x^a$$

Som også er:

$$(1 + r_y) = (1 + r_x)^a$$

Og da har vi fået angivet $r_x = 25\%$ så er:

$$(1 + r_y) = (1 + 0.25)^{-2.5} \Leftrightarrow$$

$$r_y = (1 + 0.25)^{-2.5} - 1 \Leftrightarrow$$

$$r_y = ((1 + 0.25)^{-2.5} - 1) \cdot 100\% = -42.756\%$$

Dvs. hvis Typehus A er 25% bredere, så er afstanden mellem spærene 42.756% mindre.

10 Slut på opgavesættet

Opgavesættet er løst i LaTeXog derfor ser det måske nok meget anderledes ud, end man normalt kender fra hjemmesiden. Sættet er løst på følgende hjemmeside:

www.da.sharelatex.com

Fremragende side.

www.matematikhfsvar.page.tl, 10. maj 2017