

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{32} \times 1 \times 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{16} \times 5 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} \times 2 - \frac{4 \times 5}{1 \times 2}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4} - \frac{5}{2} + \frac{5}{2} - 5 =$$

وباقى المسائل تُحل بنفس طريقة (أ) ، (ب)

62 □ أوجد كلاً مما يأتي:

(أ) الحد الخامس من $(س + 1)^{12}$ (ب) الحد الثامن من $(س - 1)^{11}$

(ج) $(\frac{3}{س} - \frac{س}{3})^6$ (د) $(\frac{1}{س} + س)^{11}$

(هـ) $(\frac{2}{3}س + 30)^{10}$ (و) $(\frac{س}{2} + \frac{2}{س})^{12}$

الحل:

$$(أ) ح_5 = \binom{12}{4} (1)^8 (س)^4 =$$

$$= \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \times 1 \times س^4 =$$

$$= \frac{9 \times 10 \times 11 \times 12}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \times 1 \times س^4 = 495 س^4$$

$$(هـ) ح_8 = \binom{10}{7} (30س)^3 (\frac{2}{3}س)^7 =$$

$$= \frac{8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3} \times 30^3 \times 900 \times \frac{2^7}{3^7} \times س^{14} =$$

$$= \frac{128 \times 30 \times 900 \times 8 \times 9 \times 10}{27 \times 9 \times 9 \times 2 \times 3} =$$

$$= \frac{128 \times 10 \times 4 \times 10}{27} س^{11} = \frac{51200}{27} س^{11}$$

وباقى المسائل تُحل بنفس الطريقة السابقة.

63 □ أوجد كلاً مما يأتي:

(أ) معامل الحد السابع في مفكوك $(3س^2 - \frac{س}{3})^{11}$

- (ب) معامل س⁹ في مفكوك (س² - $\frac{3}{3س}$)¹²
 ج) الحد الخالي من س في مفكوك (س - 2س¹⁻)¹⁰
 د) الحد الخالي من س في مفكوك (2س - $\frac{3}{3س}$)¹²
 هـ) معامل س² في مفكوك (س+1)¹⁰(2س-1)⁵

الحل

$$\binom{n}{r} (\text{الأول})^{-n} (\text{الثاني})^r = \binom{12}{r} \text{ح}$$

$$\binom{12}{r} (2س)^{-12} \left(\frac{3}{3س}\right)^r =$$

$$\binom{12}{r} س^{2-24} \times (3-)^r \times س^{-3} =$$

$$\binom{12}{r} (3-)^r \times س^{5-24} =$$

$$9-24 = 5 \leftarrow 5-24 = 9 \text{ نضع}$$

$$15 = 5 \leftarrow \therefore 3 = r$$

$$\therefore \text{ح} = \binom{12}{3} \times (3-)^3 \times س^9 =$$

$$= \frac{10 \times 11 \times 12}{1 \times 2 \times 3} \times 27- \times 5 \times 44 = 27- \times 594- =$$

$$= 220- \times 27س^9 = 594- س^9$$

$$\therefore \text{معامل س}^9 = 594 -$$

$$\binom{10}{r} س^{-10} (2س-)^r = \text{ج} \binom{10}{r+1}$$

$$= \binom{10}{r} س^{-10} \times (2-)^r \times س^{-r} =$$

$$= \binom{10}{r} (2-)^r \times س^{2-10} =$$

$$\text{نضع } 5 = r \Leftarrow 10 = 2r \Leftarrow 2-10 = 0$$

∴ الحد الخالي من س هو ج

$$8064 - = 32- \times \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = {}^5(2-)(\binom{10}{5}) = \text{ج}_6$$

هـ)

(1) نحسب معامل س² في مفكوك (س + 1)¹⁰

$$\text{ج}_{1+r} = \binom{10}{r} (1)^{-10} \text{س}^r$$

$$\Leftrightarrow \binom{10}{r} \text{س} =$$

$$\text{نضع } r = 2$$

$$\text{∴ ج}_6 = \binom{10}{2} \text{س}^2 \text{ ∴ معامل س}^2 \text{ هو } \binom{10}{2}$$

(2) نحسب معامل س² في مفكوك (س-2)⁵

$$\text{∴ ج}_{r+1} = \binom{5}{r} 1 \times (\text{س}-2)^r$$

$$\Leftrightarrow \binom{5}{r} (\text{س}-2)^r \times \text{س} =$$

$$\text{نضع } r = 2$$

$$\text{∴ ج}_3 = \binom{5}{2} (\text{س}-2)^2 \text{س}^2$$

$$\text{∴ معامل س}^2 \text{ هو } \boxed{\binom{0}{2} (\text{س}-2)^2}$$

$$\boxed{1800} - = {}^2(2-)(\binom{5}{2})(\binom{10}{2}) = {}^5(\text{س}+1)^{10} (\text{س}-2)^5$$

64 أثبت أن:

$$(أ) (\text{س} + \text{س}^{-1})^6 - (\text{س} - \text{س}^{-1})^6 = 12 (\text{س}^4 + \text{س}^{-4} + 3 \frac{1}{3})$$

(ب) معاملي الحدين الأوسطين في مفكوك (س + ص)²¹ متساويان.

ج) الحد الأوسط في مفكوك $(\frac{ص}{3} - \frac{س}{ص})$ هو 12870 ص⁴ س⁻⁴.
الحل

ب) ن = 21 فردية.

رتبنا الحدين الأوسطين هما $\frac{1+21}{2} = 11$ ، 12

∴ ح₁₁ = $(\frac{21}{10})$ س¹¹ ص¹⁰

∴ ح₁₂ = $(\frac{21}{11})$ س¹⁰ ص¹¹

نلاحظ $(\frac{21}{11}) = (\frac{21}{10})$ المعاملين متساويان.

ج) ن = 16 زوجية.

∴ ترتيب الحد الأوسط = $\frac{2+16}{2} = \frac{18}{2} = 9$

∴ الحد الأوسط = ح₉

$(\frac{16}{8}) (\frac{ص}{3})^8 (-\frac{3}{ص})^8 =$

$$\frac{\frac{8}{3} \times \frac{4}{ص} \frac{8}{ص}}{\frac{4}{ص} \frac{8}{ص}} = \frac{9 \times 10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8} =$$

$$= 9 \times 10 \times 11 \times 13 =$$

$$= 12870 \text{ ص}^4 \text{ س}^{-4}$$

وباقى المسائل تُحل بنفس الطريقة السابقة.

65 □ أوجد قيمة:

أ) $(\sqrt{2} + 1)^5 - (\sqrt{2} - 1)^5$ ب) $(\sqrt{3} + 2)^4 - (\sqrt{3} - 2)^4$

ج) $(\sqrt{س} + 1)^4 + (\sqrt{س} - 1)^4$ د) $(س + 2\sqrt{ص})^5 - (س - 2\sqrt{ص})^5$

الحل

أ) $(2 - 1)^5 - (2 + 1)^5$

 √ √ √ √ √

 √ √ 155 √ √

 √

$$\begin{aligned}
& {}^5_4(2) + {}^5_3(2) + {}^5_2(2) + {}^5_1(2) + {}^5_0(2) = \\
& {}^5_2(2) - {}^5_1(2) + {}^5_0(2) - {}^5_5(2) + \\
& {}^5_5(2) + {}^5_4(2) - {}^5_3(2) + \\
& {}^5_5(2) + {}^5_3(2) + {}^5_1(2) = \\
& 2 \cdot 4 \times 1 \times 2 + 2 \times (2) \frac{4 \times 5}{1 \times 2} \times 2 + (2) \times 5 \times 2 = \\
& 2 \cdot 58 = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 10 =
\end{aligned}$$

$${}^4(s-1) + {}^4(s+1)$$

$$\begin{aligned}
& {}^4_3(s) + {}^4_2(s) + {}^4_1(s) + {}^4_0(s) = \\
& {}^4_2(s) + {}^4_1(s) - {}^4_0(s) + {}^4_4(s) + \\
& {}^4_4(s) + {}^4_3(s) - \\
& {}^4_4(s) + {}^4_2(s) + {}^4_0(s) = \\
& 2 \times 1 \times 2 + 2 \times \frac{3 \times 4}{1 \times 2} \times 2 + 1 \times 1 \times 2 = \\
& 2s^2 + 12s + 2 =
\end{aligned}$$

وباقى المسائل تُحل بنفس الطريقة السابقة.

66 أوجد:

أ) الحد الأوسط في مفكوك $(2s^3 + \frac{1}{2s})^{14}$

ب) الحد الأوسط في مفكوك $(s + \frac{1}{s})^8$

ج) الحدين الأوسطين في مفكوك $(\frac{1}{2}s - s)^9$.

د) النسبة بين الحدين الرابع والخامس في مفكوك $(\frac{1}{2s} - 2s)^5$

الحل

$$\frac{2+8}{2} = \text{ترتيب الحد الأوسط} = 8 = \text{ن (ب)}$$

$$\boxed{5} =$$

∴ الحد الأوسط = ${}^3C =$

$${}^4C_4 \left(\frac{1}{s}\right)^4 = \frac{{}^8C_4}{s^4}$$

$$\boxed{70} = \frac{1}{s^4} \times {}^4C_s \times \frac{5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

$$\frac{1}{s^4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1+4-5}{4} = \frac{{}^5C}{{}^4C}$$

$$\frac{1}{s^4} = \frac{1}{s} \times \frac{2}{4} =$$

(أ) ، (ج) ، (هـ) وباقي المسائل بنفس الطريقة السابقة.

67 باستخدام مفكوك ذي الحدين أوجد قيمة كل مما يأتي:

(أ) $(1.03)^{10}$ مقربة إلى ثلاثة منازل عشرية.

(ب) $(0.998)^5$ مقربة إلى منزلتين عشريتين.

(ج) $(51)^4$ مقربة إلى منزلتين عشريتين.

(د) $(1.01)^{10} + (0.99)^{10}$ مقربة إلى ثلاثة منازل عشرية.

الحل

الحل: محلول كمثال.

68 إذا كان الحد الثالث في مفكوك $(s+1)^8$ يساوي 112، فأوجد قيمة س.

الحل

$$112 = {}^8C_2 s^2 = \frac{{}^8C_2}{s^2}$$

$$\begin{aligned}
 112 &= \left(\frac{7 \times 8}{1 \times 2} \right)^2 \leftarrow \\
 \frac{112}{28} &= \left(\frac{2}{1} \right)^2 \leftarrow 112 = 28^2 \leftarrow \\
 2 \pm &= \left(\frac{2}{1} \right)^2 \leftarrow 4 = 2^2 \leftarrow
 \end{aligned}$$

69 إذا كانت ثلاثة معاملات لحدود متتالية في مفكوك (1 + س) ن هي: 20،

190، 140 فما قيمة ن؟ وما ترتيب تلك الحدود؟

الحل:

ج) نفرض أن الحدود هي: $\frac{ح}{ر}$ ، $\frac{ح}{1+ر}$ ، $\frac{ح}{2+ر}$

$$\frac{190}{20} = \frac{1+ر-ن}{ر} = \frac{\text{معامل ح}}{\text{معامل ح}} \quad \therefore$$

$$20 + 20 - 20 = ر \quad 190 \leftarrow$$

$$20 = 20 - 21 \quad 20 \leftarrow$$

$$(1) \dots\dots\dots 2 = 2 - 21 \quad 2 \leftarrow$$

$$\frac{1140}{190} = \frac{1+(1+ر)-ن}{1+ر} = \frac{\text{معامل ح}}{\text{معامل ح}} \quad \therefore$$

$$19 - 19 = 114 + ر \quad 114 \leftarrow \frac{114}{19} = \frac{ر-ن}{1+ر} \leftarrow$$

$$(2) \dots\dots\dots 114 - = 19 - 133 \quad 114 \leftarrow$$

بضرب رقم (1) × (19) والثانية × (2-)

$$(3) \dots\dots\dots 38 = 38 - 399$$

$$(3) \dots\dots\dots \text{بالجمع} \quad 288 = 38 + 266$$

$$2 = ر \leftarrow \quad 266 = 133$$

بالتعويض عن ر في رقم (1)

$$20 = ن \Leftarrow 2 = 40 \Leftarrow 2 = 42 - 2ن$$

610 إذا كان قيم الحد الثاني والثالث والرابع في مفكوك (س + ص)^ن حسب قوى

س التنازلية هي:

16 ، 112 ، 448 على الترتيب. أوجد ن ، س ، ص

الحل

$$\frac{112}{16} = \frac{ص}{س} \times \frac{2-1+ن}{2} = \frac{ح}{ح}$$

$$(1) \dots\dots\dots 7 = \frac{ص}{س} \times \frac{1-ن}{2} \therefore$$

$$\frac{448}{112} = \frac{ص}{س} \times \frac{3-1+ن}{3} = \frac{ح}{ح}$$

$$(2) \dots\dots\dots 4 = \frac{ص}{س} \times \frac{2-ن}{3} \therefore$$

بالقسمة (1) على (2)

$$\frac{7}{4} = \frac{3}{2-ن} \times \frac{1-ن}{2} \therefore$$

$$12 - 12ن = 28 - 14ن \Leftarrow \frac{7}{4} = \frac{3-3ن}{4-2ن} \therefore$$

$$16 = 2ن \Leftarrow$$

$$8 = ن \Leftarrow$$

$$(3) \dots\dots\dots 7 = \frac{ص}{س} \times \frac{7}{2} \Leftarrow 2س = ص$$

611 إذا كان الحدان الأوسطان في مفكوك (س + ص)^{2ن+1} متساويين. أثبت

أن: س : ص = 2 : 3

الحل

الحل: محلول كمثال.

612 في مفكوك (س + 1) وجد أن: ح = 4: = 3 ح 2 ، ح 5 = 3 ح 5 أوجد قيمتي

ن ، س.

الحل: محلول كمثال.