Mathematics of Poker

Bill Chen, Jerrod Ankenman

Математика покера

Блок №1

(главы 1 – 9)

Перевод: OlegK

Вычитка: Sun_Tczy

ConjelCo © 2012

Оглавление

Глава 1

Решения в условиях неопределенности: вероятность и математическое ожидание

Сколько игроков, столько и причин играть в покер. Кто-то садится за стол из-за возможности почувствовать себя частью закрытого сообщества, кто-то ради удовольствия или чтобы доказать свое превосходство. Многие играют ради духа соперничества, в то время как некоторые берут в руки карты, чтобы утолить свою жажду азарта или отвлечься от проблем.

Но кроме всех личных и зачастую труднообъяснимых факторов, некоторых людей стимулирует и неигровая мотивация. Например, победитель главного турнира World Series of Poker почти наверняка получит гору спонсорских предложений, контрактов и прочих бонусов, помимо многомиллионного приза за первое место.

Естественно, это далеко не все причины. Некоторые, например, пускаются во все тяжкие после одной проигранной раздачи – и как бы мы к этому не относились, мы обязаны рассматривать такие вещи как один из факторов, который удерживает игроков за столами. Даже если оценивать исключительно денежный аспект поражения, мы столкнемся с проблемой нелинейной ценности денег. Так, для большинства людей выигрыш пяти миллионов долларов гораздо более предпочтителен, чем 50% шанс выиграть десять миллионов. Все дело в том, что пять миллионов – это сумма, способная изменить жизнь, и ***предельная полезность*** еще пяти миллионов оказывается значительно меньше.

> *Примечание от переводчика: Предельная полезность (из экономической теории) - это полезность, которую человек получает от использования ещё одной дополнительной единицы блага. Другими словами, предельная полезность — это увеличение общей полезности при потреблении одной дополнительной единицы блага.*

В более общем виде все эти факторы изучаются в рамках раздела экономики, называемого теорией полезности. Эта наука пытается дать количественную оценку предпочтениям и мотивам людей, чтобы впоследствии напрямую сравнивать материальные и нематериальные блага. Играя в покер, мы тоже стремимся максимизировать для себя полезность, но, вообще говоря, это утверждение верно для любого занятия. Однако использование теории полезности для изучения игры не представляется возможным, поскольку каждому человеку свойственны уникальные кривые субъективной полезности, так что всесторонний анализ покера займет бесконечно долгое время.

Поэтому в этой книге мы не будем рассматривать полезность как таковую, а заменим ее количеством выигранных денег за столом. В четвертой главе, когда мы будем рассматривать теорию ведения банкролла, мы раскроем такие понятия как ***риск банкротства***, ***критерий Келли*** и ***премия за риск***. Все эти показатели призваны измерять риск и относятся преимущественно к факторам, не связанным непосредственно с игрой в карты. В книге, если не указано обратное, мы будем предполагать, что все игроки имеют необходимый банкролл, и что их единственная цель за столом – максимизация прибыли, так что они будут стараться принимать лучшие решения в каждой ситуации.

Максимизация выигранных в покере денег подразумевает максимизацию ***математического ожидания*** каждого решения. Но прежде чем мы рассмотрим это основополагающее понятие, стоит немного поговорить о теории вероятности, которая и стоит за идеей математического ожидания. Следующие разделы были написаны с использованием книги Ричарда Эпштайна «Теория Азартных Игр и Статистической Логики» (Richard Epstein, *The Theory of Gambling and Statistical Logic*), отличного пособия по теории вероятностей и ее применению в азартных играх.

Вероятность

Большинство решений за покерным столом принимаются в ситуациях, где конечный результат еще не определен. Когда дилер сдает карты, мы ничего не знаем о конкретных картах своих оппонентов. Однако это не значит, что у нас вообще нет никакой информации. Так, правила игры в покер вполне четко ограничивают круг возможных рук – например, у игрока могут оказаться червовые Валет Десять, но никак не изумрудные Царь Клешня. Состав колоды известен до начала раздачи, и это дает нам первоначальное представление о руках наших оппонентов.

Представьте себе раздачу из Холдема. Как часто у нас окажутся два туза? Если вы уже знаете ответ, то подумайте о том, что за ним стоит. Если нам сдадут миллион подобных рук, что тогда? А десять миллионов? Как часто у нас окажутся тузы? Со временем отношение количества пар тузов к остальным рукам сойдется на одной цифре. Это и есть определение ***вероятности***. Собственно говоря, вероятность – это ключевой элемент в процессе принятия решений в покере, поскольку она дает нам математический аппарат, посредством которого мы можем оценить шанс наступления недетерминированных событий.

Если на промежутке в «n» событий в рамках эксперимента (например, сдача руки в Холдеме) некое событие «x» случается n_0 раз, то говорят, что вероятность (обозначается через «p») наступления события «x» составляет:

$$p(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{n_0}{n} \qquad \textbf{(1.1)}$$

Вероятность того, что в отдельной взятой руке в Холдеме у нас окажутся тузы, составляет $^1/_{221}$. Конечно, мы могли бы это определить по-другому, сыграв пару миллиардов раздач и посчитав количество тузов. По понятным причинам мы этого делать не будем. Мы применим более продуктивный подход и разобьем эту задачу на несколько простых составляющих. Для начала, ответим на вопрос: какова вероятность того, что одна из наших карт окажется тузом? Можно пойти дальше и задаться вопросом: какова вероятность, что одна из наших карт будет тузом пик?

На последний вопрос ответить будет весьма просто. Сделаем следующие допущения:

- В колоде находятся 52 карты
- Все карты равновероятны

Тогда вероятность того, что нам достанется именно туз пик (одна карта в колоде) составит $1/_{52}$. Каков же шанс того, что одна из наших карт окажется любым из четырех тузов в колоде? Очевидно, что эта вероятность складывается из вероятностей выхода туза пик, ИЛИ туза червей, ИЛИ туза бубей, ИЛИ туза крестей. Поскольку все карты в колоде равновероятны, а тузов всего четыре, то искомая вероятность составляет:

$$p(A) = (4)\left(\frac{1}{52}\right)$$

$$p(A) = \left(\frac{1}{13}\right)$$

Мы можем складывать эти вероятности, потому что мы рассматриваем ***взаимоисключающие события***. Проще говоря, ни одна карта не может оказаться одновременно и тузом пик, и тузом червей.

Независимые события

С другой стороны, некоторые события не являются взаимоисключающими. Вот два события:

1. Вышедшая карта - червовая
2. Вышедшая карта - туз

Если мы попытаемся посчитать вероятность того, что наша карта будет червой ИЛИ тузом, то придем к следующему выводу. В колоде 52 карты, из них 13 червовые, значит вероятность первого события составляет $1/_{4}$. Вероятность того, что у нас будет туз, как и раньше, равна $1/_{13}$. Однако теперь мы не можем просто сложить эти две цифры - вполне возможно, что наша карта окажется червовым тузом.

Существуют два типа связи между событиями. В первом случае они (события) не имеют никакого взаимного влияния. Например, текущее значение индекса NASDAQ и выпавшее число на игральных костях в одном из казино Монте-Карло действительно никак не связаны между собой. Ни одно из этих событий никаким значимым образом не может повлиять на другое. Если вероятность одновременного наступления обоих событий равна произведению вероятностей наступления каждого из них в отдельности, то такие события называются ***независимыми***.

В нашем случае, вероятность того, что сданная карта окажется червовым тузом составляет $({}^{1}/_{13})$ $({}^{1}/_{4})$ или ${}^{1}/_{52}$. По понятным причинам, факт того, что карта окажется червовой, никак не связан с тем, что она же будет и тузом – все масти в колоде обладают абсолютно одинаковым набором карт.

Независимые события не являются взаимоисключающими кроме случая, когда вероятность наступления одного из событий равна 0. В колоде лежат тринадцать червовых карт и четыре туза. Но если мы просто сложим эти вероятности, то дважды посчитаем червового туза. Так что на самом деле, следует считать, что в колоде тринадцать червовых карт и три туза. В теории вероятностей, чтобы посчитать вероятность наступления хотя бы одного из двух не взаимоисключающих событий А и В, необходимо из суммы вероятностей наступления события А и события Б вычесть вероятность их совместного наступления. Так что шанс того, что нам сдадут либо туза, либо червовую карту составляет: ${}^{1}/_{4}$ + ${}^{1}/_{13}$ - ${}^{1}/_{52}$. Итого ${}^{4}/_{13}$. Эта формула применяется как для зависимых, так и для независимых событий.

Зависимые события

Как вы уже наверное поняли, существуют и зависимые события – то есть те, которые каким-то образом влияют друг на друга. Например, футбольный вратарь 3% раз возьмет все пенальти в серии, а его команда 60% раз выиграет матч в серии пенальти. Но вероятность победы команды вратаря, если он не пропустит ни одного мяча, конечно же, не будет равна произведению 60% и 3%. Напротив, она будет очень близка к 3%, поскольку команда почти всегда выиграет матч, если у вратаря получится отбить все пенальти. Такие события и называются ***зависимыми***. Мы также можем рассматривать ***условную вероятность*** события А – это шанс наступления события А, ***если*** произошло событие В. Вероятность одновременного наступления зависимых событий А и В равна произведению вероятности события А на условную вероятность события В (если произошло событие А). События будут считаться независимыми, если условная вероятность события А (если произошло событие В) в точности равно вероятности наступления только события А.

Подытожим все вышесказанное в математической форме:

$p(A \cup B)$ = Вероятность наступления A или B
$p(A \cap B)$ = Вероятность одновременного наступления A и B
$p(A|B)$ = Условная вероятность события A, если событие B уже произошло

Знаки ∪ и ∩ заимствованы из теории множеств, они означают «единство» и «пересечение» соответственно. Хотя, конечно, проще называть их «или» и «и». Символ | обозначает «условие». Таким образом, эти формулы можно читать следующим образом:

$p(A \cup B)$ = “вероятность A или B”
$p(A \cap B)$ = “вероятность A и B”
$p(A|B)$ = “вероятность A при B ”

Для взаимоисключающих событий:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) \quad \textbf{(1.2)}$$

Для независимых событий:

$$p(A \cap B) = p(A)p(B) \quad \textbf{(1.3)}$$

Для любых событий:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad \textbf{(1.4)}$$

Для зависимых событий:

$$p(A \cap B) = p(A)p(B|A) \quad \textbf{(1.5)}$$

Уравнение 1.2 является лишь частным случаем уравнения 1.4 для взаимоисключающих событий, когда $p(A \cap B) = 0$. А уравнение 1.3 – частный случай уравнения 1.5, поскольку для независимых событий $p(B|A) = p(B)$. Также, если $p(B|A) = p(B)$, то $p(A|B) = p(A)$.

Теперь давайте вернемся к нашему изначальному вопросу – как часто мы получим пару тузов? Здесь мы рассматриваем два события:

A: Первая карта туз
B: Вторая карта туз

p(A) = $^1/_{13}$, и *p(B)* = $^1/_{13}$. Однако это два зависимых события, поскольку если наступает событие A (первая карта оказывается тузом), то событие B становится менее вероятным, так как в колоде остается всего три туза. Так что $p(B|A)$ будет выражать шанс того, что вторая карта будет тузом при условии, что один туз уже есть у нас на руках. В колоде останется три туза и 51 карта, таким образом, $p(B|A) = {}^{3}/_{51}$, или ${}^{1}/_{17}$.

$$p(A \cap B) = p(A)p(B|A)$$
$$p(A \cap B) = ({}^{1}/_{13})({}^{1}/_{17})$$
$$p(A \cap B) = {}^{1}/_{221}$$

Вероятностям присущи еще несколько простых свойств. Во-первых, вероятность любого события не может быть меньше нуля или больше единицы. Как можно было понять из нашего определения вероятности, «n» событий никогда не могут привести к числу исходов большему, чем «n». И естественно, то же самое относится и к числам меньше нуля (ни одно событие не может произойти -1 раз). Вероятность события, которое точно произойдет, равна единице. Вероятность противоположного исхода (то есть шанс того, что событие не произойдет) равна единице минус вероятность наступления события.

Снова обобщим сказанное в нескольких простых формулах:

$p(\overline{A}) =$ Вероятность, что событие А не произойдет
C = событие точно произойдет
I = событие невозможно

Тогда получим:

$0 \leq p(A) \leq 1$ для любого события А **(1.6)**
p(*C*) = 1 **(1.7)**
p(*I*) = 0 **(1.8)**
$p(A) + p(\overline{A}) = 1$ **(1.9)**

Уравнение 1.9 можно представить в следующем виде:

$$p(A) = 1 - p(\overline{A}) \quad \textbf{(1.10)}$$

Используя эти простые правила можно решить множество задач по теории вероятностей.

Некоторые области применения теории вероятностей достаточно элементарны. Например, мы хотим узнать, как часто на игральных костях выпадет пара шестерок. Эту задачу можно решить с помощью уравнения 1.3, поскольку бросок каждого из кубиков является независимым событием. Пусть «p(A)» будет вероятностью выпадения шестерки на одной из костей, а «p(B)» – вероятность шестерки на другой. Тогда:

$p(A \cap B) = p(A)p(B)$
$p(A \cap B) = (^1/_6)(^1/_6)$
$p(A \cap B) = ^1/_{36}$

Также, используя уравнение 1.2, мы можем определить, как часто у какого-то игрока могут оказаться тузы, короли или дамы на префлопе в Холдеме:

p(AA) = $^1/_{221}$
p(KK) = $^1/_{221}$
p(QQ) = $^1/_{221}$
p({AA, KK, QQ}) = p(AA) + p(KK) + p(QQ) $= ^3/_{221}$

Перейдем к более сложным задачам. Например, как часто одномастная рука попадет во флэш на флопе?

Если у нас на руках находятся две одномастные карты, то в колоде остается всего 11 карт той же масти. Все три карты на флопе должны быть одинаковой масти, таким образом, у нас есть три зависимых события: A – первая карта на флопе нужной масти, B – вторая карта на флопе нужной масти (если событие A наступило), C – третья карта на флопе нужной масти (при условии наступления A и B).

$p(A)$ = $^{11}/_{50}$ (две одномастные карты уже находятся на руках)
$p(B|A) = ^{10}/_{49}$ (одна карта на флопе, три исключены из колоды)
$p(C|(A \cap B)) = ^9/_{48}$ (две карты на флопе, четыре исключены из колоды)

Подставим эти данные в уравнение 1.5:

$p(A \cap B) = p(A)p(B|A)$
$p(A \cap B) = (^1/_{50})(^{10}/_{49})$
$p(A \cap B) = ^{11}/_{245}$

Пусть D = $(A \cap B)$, тогда мы снова можем использовать уравнение 1.5:

$p(D \cap C) = p(D)p(C|D)$
$p(A \cap B \cap C) = p(A \cap B)p(C|(A \cap B))$
$p(A \cap B \cap C) = (^{11}/_{245})(^9/_{48})$
$p(A \cap B \cap C) = ^{33}/_{3920}$, или немногим менее 1%.

Мы можем применить эти правила фактичекски к любой ситуации, и далее в книге мы будем использовать полученные здесь уравнения для расчета вероятностей отдельных событий.

Распределение вероятностей

Хотя вероятности отдельных событий, безусловно, важны, зачастую их оказывается недостаточно для полного анализа ситуации. Во многих случаях также важно рассматривать множество вероятностей в совокупности. Чтобы описать возможные исходы какого-либо события, а также соответствующие им вероятности, мы можем использовать так называемое ***распределение вероятностей***.

Представьте себе подбрасывание монетки. У этого события всего два возможных исхода – они равновероятны и исключают друг друга, так что вероятность наступления любого из них равна $^1/_2$. Мы можем представить распределение вероятностей для подбрасывания монетки путем сопоставления каждого из исходов с его вероятностью (Орел, $^1/_2$ и Решка, $^1/_2$).

Пусть C – распределение вероятностей результата подбрасывания монетки, тогда мы можем составить следующее выражение:

C = {(Орел, $^1/_2$), (Решка $^1/_2$)}

Точно так же можно выразить распределение вероятностей для шестигранной игральной кости:

$D = \{(1, ^1/_6), (2, ^1/_6), (3, ^1/_6), (4, ^1/_6), (5, ^1/_6), (6, ^1/_6)\}$

Мы можем составить дискретное распределение вероятности для любого события путем полного перечисления всех взаимоисключающих событий и их соответствующих вероятностей.

> *Примечание от переводчика: Здесь «дискретное» значит, что мы имеем дело с конечным числом исходов, которые можно выразить путем простого перечисления в реальных числах.*

Это также значит, что мы можем описать различные распределения для одного и того же события. Например, для броска кости мы можем составить второе распределение, но уже для случая, когда на кубике выпадает четное или нечетное число:

D^1 = {(Четное, $^1/_2$), (Нечетное, $^1/_2$)}

В покере мы почти всегда думаем о том, что может оказаться у нашего оппонента на руках. Но весьма редко мы можем сузить круг возможных комбинаций до одной руки. Вместо этого мы создаем распределение для возможных карт оппонента, которое отражает его предполагаемые руки и вероятность того, что они у него окажутся. В начале раздачи распределение вероятностей для руки каждого из игроков абсолютно одинаково. Но как только делаются первые ставки, и на стол выкладываются новые карты, мы можем использовать полученную информацию, а также знание наших собственных карт, чтобы оценить вероятность каждой из рук в диапазоне оппонентов.

Иногда мы можем привязать численное значение к каждому элементу распределения. Представьте себе, что друг предлагает вам подкинуть монетку. Победитель получит $10 от проигравшего. Результат подкидывания монетки описывается распределением вероятностей, выведенным нами выше:

C = {(Орел, $^1/_2$), (Решка $^1/_2$)}

Поскольку мы знаем, что это честная монетка, то абсолютно не важно, кто выбирает сторону. Так что мы можем составить второе распределение, но уже для результата ставки:

C^1 = {(Победа, $^1/_2$), (Проигрыш, $^1/_2$)}

Мы можем пойти дальше и подставить численные значения для каждого из исходов. Если мы выигрываем, наш друг заплатит нам $10. Если мы проигрываем – платим ему $10. Так что у нас получится следующее распределение:

B = {(+$10, $^1/_2$), (-$10, $^1/_2$)}

Когда в распределении присутствуют численные значения для каждого из событий, мы можем найти ***математическое ожидание (МО)*** этого распределения – для этого нужно каждый результат умножить на соответствующую ему вероятность, а затем сложить полученные значения. В тексте книги мы будем использовать обозначение **<*X*>**, его следует читать как « математическое ожидание события X». Для нашего примера МО будет равно:

$<B> = \left(^1/_2\right)(+\$10) + \left(^1/_2\right)(-\$10)$
$<B> = \$5 + (-\$5)$
$<B> = 0$

Мы надеемся, что такой ответ интуитивно понятен – если мы подкидываем монетку и ставим каждый раз одну и ту же сумму, то наши проигрыши будут равны нашим выигрышам. Так что в среднем мы не получим никакой прибыли. К слову сказать, математическое ожидание для отказа от предложения друга кинуть монетку также равно нулю.

Для распределения «P», где каждый из «n» исходов имеет значение «x_i» и вероятность «p_i», математическое ожидание <P> равно:

$$< P >= \sum_{i=1}^{n} p_i x_i \qquad \textbf{(1.11)}$$

Примечание от переводчика: Если вы не знакомы с математическим языком, знак ∑ означает сумму некоторых слагаемых, обозначенных буквенными индексами. В нашем случае – сумму всех слагаемых с индексом i от 1 и до некоего «n».

В основе любой выигрышной стратегии в покере или любом другом виде азартных игр лежит идея максимизации математического ожидания. В этом примере ваш друг предлагает честную ставку – в среднем вы не будете ни выигрывать, ни проигрывать больше, чем в случае если бы вы отказались от такой игры.

Теперь представим, что наш друг предлагает нам несколько иную ставку. Он подкинет с нами монетку, и если мы выиграем, то он заплатит $11, но если выиграет он, то нам придется заплатить всего $10. И снова математическое ожидание отказа от игры равно 0, в то время как ожидание от самой игры отлично от ноля, поскольку вы можете выиграть больше, чем вам придется заплатить в случае проигрыша. Ваше математическое ожидание от этой новой ставки «B_n» равно:

$$<B_n> = \left({}^{1}/_{2}\right)(+\$11) + \left({}^{1}/_{2}\right)(-\$10)$$
$$<B_n> = \$0.50$$

Получается, что в среднем вы будете выигрывать по 50 центов за одно подкидывание. Конечно же, это не гарантированный выигрыш. Более того, вы никогда не сможете выиграть именно 50 центов за одно подбрасывание монетки. Математическое ожидание существует лишь в виде предельного значения.

Давайте рассмотрим еще один пример. Скажем, ваш друг снова передумал и предлагает новую игру. Вы кидаете пару игральных костей один раз, и если выпадет пара шестерок, то он заплатит вам $30. Если результат окажется иным, то вы, в свою очередь, будете должны ему $1. Рассчитаем наше математическое ожидание:

$$<B_d> = (+\$30)\left({}^{1}/_{36}\right) + (-\$1)\left({}^{35}/_{36}\right)$$
$$<B_d> = \$\ {}^{30}/_{36} - \$\ {}^{35}/_{36}$$

$<B_d> = \$\text{-}{}^{5}/_{36}$ или около 14 центов.

Для вас такая игра будет убыточной – в среднем вы проиграете 14 центов за каждый кон. Теперь вам не стоит принимать это предложение, поскольку математическое ожидание отказа равно 0. Скажите своему другу, что вам больше понравилась затея с монетками. Кстати, именно разобранную выше ставку предлагают за столами по игре в кости все казино мира.

Очень важная черта математического ожидания заключается в том, что оно ***аддитивно***. Проще говоря, математическое ожидание шести ставок, сделанных подряд, равно сумме сделанных ставок. Большинство азартных игр, как и большинство жизненных ситуаций, работают именно по этому принципу. Нам постоянно предлагается кидать монетку, бросать кости и т.п. Какие-то игры для нас обладают положительным ожиданием, какие-то нет. Иногда рассматриваемое событие будет зависеть вовсе не от монетки, а от договора страхования или доходности облигации. Бесплатные напитки и неугасающие огни Лас Вегаса финансируются миллионами незаметных подкидываний монеток, в каждом из которых казино имеет преимущество. А опытный игрок в покер использует свойство аддитивности каждый раз стараясь делать ставки с положительным математическим ожиданием.

Используя распределение вероятностей в покере, мы часто будем опускать конкретные вероятности для каждой из рук. Когда мы так делаем, это означает, что относительные вероятности для каждой из рук принимаются как если бы карты были только что сданы. К примеру, очень тайтовый игрок сделал рейз, и мы по своему горькому опыту знаем, что он так делает только с сильнейшими руками из следующего распределния:

> *Примечание переводчика*: *Фактически, авторы здесь говорят о понятии «диапазона». А распределение с конкретными вероятностями для каждой из руки можно будет назвать «взвешенным диапазоном» - термином, впервые использованном Филом Гальфондом в одной из своих статей*.

H = {AA, KK, QQ, AKs, AKo}

Отсутствие вероятности каждой из рук здесь просто означает, что мы считаем относительные вероятности неизменными с момента сдачи карт. Мы также будем использовать обозначение <X> для ситуаций, когда мы имеем дело с несколькими распределениями одновременно. Скажем, мы рассматриваем раздачу, в которой у игроков A и B оказываются руки из следующих распределений:

A = {AA, KK, QQ, JJ, AKo, AKs}
B = {AA,KK,QQ}

В таком случае мы будем использовать следующие обозначения:

< A, B > : ожидание от розыгрыша распределения A против B
< A, AA|B > : ожидание от розыгрыша распределения A против руки AA из распределения B
<AA| A, AA|B > : ожидание от розыгрыша руки AA из A против AA из B
< A, B > = *p*(AA) < A, AA|B > + *p*(KK) < A, KK|B > + *p*(QQ) < A,QQ| B> ... и так далее

Также мы можем совершать простейшие арифметические операции с элементами распределения. Например, если мы умножим все значения исходов на константу, то математическое ожидание нового распределения будет равно ожиданию для старого распределения, умноженному на эту константу. Если же мы прибавим какое-то число к значению каждого исхода, то математическое ожидание, полученное для такого распределения, будет равно МО для исходного распределения плюс это число.

Также стоит уделить пару строк одному из способов выражения вероятности – оддсам (шансам). Оддсы – это отношение вероятности того, что событие не наступит к вероятности того, что оно случится. Оддсы могут выражаться в любом удобном виде и часто записываются как "7 к 5," "3 к 2," и так далее. Например, мы можем говорить об относительной ценности какой-то руки в следующем ключе: «Эта рука фаворит 7 к 3», что следует понимать как: «У этой руки 70% шанс на победу».

Оддсы несколько более сложны в использовании (по сравнению с простыми вероятностями), поскольку их не так легко умножать на исходы событий, чтобы получить математическое ожидание. Однако «настоящие» игроки зачастую используют именно оддсы, поскольку на основании таких соотношений и рассчитываются их выигрыши.

Нужно запомнить

....

- Вероятность события есть отношение количества тех наблюдений, при которых рассматриваемое событие наступило, к общему количеству наблюдений на бесконечно большой дистанции.

....

- Распределение вероятностей представляет собой перечень всех возможных взаимоисключающих исходов некоего события, соотнесенных с соответствующими вероятностями.

....

- Математическое ожидание для распределения вероятностей с численными значениями представляет собой сумму произведений исходов и их вероятностей.

....

- Математическое ожидание аддитивно.

....

- Математический подход к покеру в большинстве случаев предполагает максимизацию математического ожидания.

....

Глава 2

Предсказываем будущее: дисперсия и выборки

Распределения вероятностей с численными значениями обладают двумя параметрами, которые почти полностью описывают поведение случайной величины. Первый из них, математическое ожидание, мы уже рассмотрели в предыдущей главе. Второй называется ***дисперсией*** и показывает меру разброса случайной величины, то есть ее возможное отклонение от математического ожидания. Если говорить более простым языком, то математическое ожидание говорит нам о том, сколько мы выиграем в среднем, а дисперсия – как далеко от ожидания могут оказаться наши результаты.

Вычисляя дисперсию, мы фактически определяем диапазон возможных результатов после многократного повторения какого-то события. Во многих сферах важно оценивать отклонения от математического ожидания как в положительную, так и в отрицательную стороны – например, на многих производствах существует диапазон допустимых параметров продукта, отклонение от которых (положительное или отрицательное) является крайне нежелательным. Однако в покере дисперсия понимается весьма односторонне – многие игроки редко думают о том, что могут выигрывать больше, чем предсказывает математическое ожидание. Более того, под словом «дисперсия» в большинстве случаев подразумевается исключительно период невезения (или попросту даунсвинг).

Эта точка зрения имеет право на существование, особенно если мы говорим о профессиональных игроках, однако в то же время она учит игнорировать результаты сверх ожидания и, как следствие, прививает мысль о том, что положительные результаты лучше отражают распределение вероятностей для конкретного события.

Одна из основных задач статистики – находить вероятность определенного исхода при заранее заданных условиях (и наоборот – определять условия при уже известном результате). В покере эти две задачи ничуть не теряют своей значимости.

Мы будем называть весь диапазон элементов (значений) с заранее заданными свойствами ***генеральной совокупностью***, а диапазон рассматриваемых значений – ***выборкой***. В покере мы зачастую не сможем оценить все элементы генеральной совокупности, поэтому основным нашим объектом будут являться отдельные выборки.

Примечание от переводчика: В жизни мы весьма редко столкнемся со случаями, в которых генеральная совокупность заранее известна. Например, если мы изучаем жителей одного города, то в теории мы можем обладать исчерпывающим описанием для каждого элемента совокупности (каждого жителя города). Однако чаще всего генеральная совокупность нам будет неизвестна – скажем, мы никогда не будем иметь полной информации о генеральной совокупности «жители Земли» или «мужчины от 18 до 40».

Большинство курсов и учебников по статистике весьма неплохо объясняют основы вероятности, а также методы составления выборок, проверки гипотез, определения корреляции и так далее. В этой книге мы нередко будем прибегать к правилам и алгоритмами из теории вероятностей и статистики, поэтому ниже приводится краткий обзор некоторых тем, нашедших свое применение в покере (особенно при анализе результатов). Мы специально опустили достаточно большой объем информации, который не относится к предмету этой книги, так что для более подробного изучения рассматриваемых вопросов мы рекомендуем обратиться к соответствующим пособиям.

Весьма распространенный вопрос в покере звучит так: «Как часто я закончу сессию в плюс?». Мы можем перефразировать этот вопрос в следующем ключе: «Какова вероятность того, что в рассматриваемой выборке, сделанной из генеральной совокупности моих сессий, результат будет больше 0?». Наиболее простой ответ на этот вопрос звучит так: проанализируйте распределение ваших сессий в рассматриваемой игре и сложите вероятности для всех случаев, где конечный результат был больше 0.

К сожалению, получить такое распределение вероятностей невозможно – не важно, сколько у вас данных о прошлых раздачах, вы всегда будете иметь дело лишь с выборкой данных, но не с генеральной совокупностью. Но давайте представим, что вы каким-то образом знаете свое математическое ожидание в каждой раздаче и дисперсию в игре, а также сколько в среднем длится ваша игровая сессия. Тогда мы можем использовать статистические методы для того, чтобы оценить, как часто вы будете заканчивать сессию в плюс. Мы уже знаем, что такое математическое ожидание (которое также называется средним значением распределения), осталась только…

Дисперсия

Вторая составляющая наших вычислений – ***дисперсия***, мера отклонения случайной величины от математического ожидания. Представьте себе два спора, в одном вы кидаете «честную монетку», в другом – кость, с выплатой 5 к 1 если выпадет шестерка. Обе эти игры обладают нулевым ожиданием, однако второй спор имеет более высокую дисперсию - $^1/_6$ раз вы получите \$5 (иными словами – на 5 единиц больше МО), а оставшиеся $^5/_6$ раз вы заплатите $1 (или на 1 единицу меньше МО). Чтобы рассчитать дисперсию, нам нужно возвести в квадрат разницу между математическим ожиданием и результатом, умножить на вероятность этого результата, а затем сложить все полученные значения.

Для распределения «P», где каждый из «n» исходов имеет значение « x_i» и вероятность «p_i,», дисперсия «V_p» равна:

$$V_p = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - < P >)^2 \qquad \textbf{(2.1)}$$

Обратите внимание, что каждое слагаемое будет положительным, поэтому дисперсия всегда имеет положительное значение. В рассмотренном выше примере дисперсия при броске монетки равна:

$$V_C = (^1/_2)(1-0)^2 + (^1/_2)(-1-0)^2$$
$$V_C = 1$$

А для игральной кости:

$$V_D = (^5/_6)(-1-0)^2 + (^1/_6)(5-0)^2$$
$$V_D = 5$$

В покере лузовая игра будет обладать гораздо большей дисперсией, чем тайтовая, поскольку ее результаты будут иметь большое отклонение от среднего значения (вы будете выигрывать более крупные банки, однако ваши вероятные проигрыши также возрастут). Стиль игры также имеет влияние на дисперсию: тонкие вэлью-беты и рейзы с полублефами могут увеличить вашу дисперсию, математическое ожидание или оба этих параметра одновременно. С другой стороны, маниакальная игра увеличивает дисперсию, но при этом уменьшает ожидание. А чрезмерно тайтовая игра уменьшает и ожидание, и дисперсию. В четвертой главе мы рассмотрим теорию ведения банкролла, риски при игре в покер, и изучим влияние дисперсии на ценность денег. Однако за исключением этой главы, мы не будем учитывать дисперсию при принятии решений за столом, поскольку дисперсия является для нас параметром, который лишь описывает ситуацию, а не диктует ход действий (в отличие от математического ожидания).

Дисперсия говорит нам об ожидаемом отклонении от среднего значения распределения (математического ожидания). Также как и математическое ожидание, дисперсия аддитивна. Так что если вы кинете кубик дважды, то ваша дисперсия за два броска составит не 5, как мы уже показали выше, а 10.

Из-за того, что дисперсия считается как квадрат отклонения результата от ожидания, мы не можем сравнивать дисперсию и математическое ожидание напрямую. Если мы хотим это сделать, то нам нужно взять квадратный корень из полученного значения дисперсии – этот параметр также называют ***стандартным отклонением***. Для нашего примера с игральной костью стандартное отклонение для одного броска составляет $\sqrt{5} \approx 2.23$. В большинстве случаев для обозначения стандартного отклонения используется греческий символ «сигма», а «сигма в квадрате» (σ^2) обозначает дисперсию.

$$\sigma = \sqrt{V} \quad \textbf{(2.2)}$$
$$\sigma^2 = V \quad \textbf{(2.3)}$$

Нормальное распределение

Представьте себе, что мы подбрасываем монетку. Результат подбрасывания монетки будет считаться ***случайной величиной***. Давайте обозначим два возможных исхода этого события как 1 (орел) и 0 (решка). Таким образом, в результате подбрасывания монетки мы получим либо 1 (половину раз), либо 0 (другую половину раз). Если собрать воедино результаты множества подкидываний, мы получим сумму значений случайной величины, которая называется ***выборкой***. Выборочное значение в нашем случае будет равно количеству выпавших орлов.

Теперь представьте себе, что мы подбросили монетку 100 раз. Математическое ожидание для количества выпавших орлов составит 50, то есть в каждом подкидывании математическое ожидание составляет 0.5.

Посчитаем дисперсию и стандартное отклонение для одного подкидывания:

$$\sigma^2 = (\,^1/_2\,)(1 - \,^1/_2\,)^2 \;+\; (^1/_2\,)(0 - \,^1/_2\,)^2$$
$$\sigma^2 = \,^1/_4$$
$$\sigma = \,^1/_2$$

Из предыдущей главы мы знаем, что дисперсия аддитивна. Так что дисперсия от 100 подбрасываний монетки составляет 25.

У нашей выборки есть стандартное отклонение, также как и у одного подкидывания. Однако в отличие от дисперсии, стандартное отклонение не обладает свойством аддитивности – существует специальное правило вычисления «сигмы» для выборки.

Для «N» событий дисперсия (и, как следствие, стандартное отклонение) будет равно:

$$\sigma^2{}_N = N\sigma^2$$
$$\sigma_N = \sigma\sqrt{N} \quad \textbf{(2.4)}$$

Квадратный корень из числа событий в формуле стандартного отклонения очень важен, поскольку показывает, как изменяется отклонение при большом количестве событий. Если мы подбросим монетку всего один раз, то стандартное отклонение составит $^1/_2$. Но после 100 таких же событий оно будет равно всего 5 (квадратный корень из 100, умноженный на $^1/_2$).

Распределение исходов случайного события в выборке – это распределение вероятностей, но его также называют ***выборочным распределением***. Важной теорией в статистике является ***Центральная Предельная Теорема***, по которой с увеличением размера выборки распределение ее значений сходится к специальному виду распределения вероятностей – ***нормальному распределению***.

График нормального распределения имеет форму колокола, где пик кривой приходится на среднее значение (математическое ожидание), а концы асимптотически (это значит, что они могут быть бесконечно близки к нулю, но никогда не будут ему равны) приближаются к нулю при значениях «x», уходящих в плюс или минус бесконечность. Форма кривой зависит от стандартного отклонения генеральной совокупности. Площадь под кривой нормального распределения равна единице (как и для всех других распределений вероятности), а область под кривой на интервале $[x_1, x_2]$ (на рисунке обозначена как «A») равна вероятности того, что значение исхода некоего события попадет в интервал между x_1 и x_2.

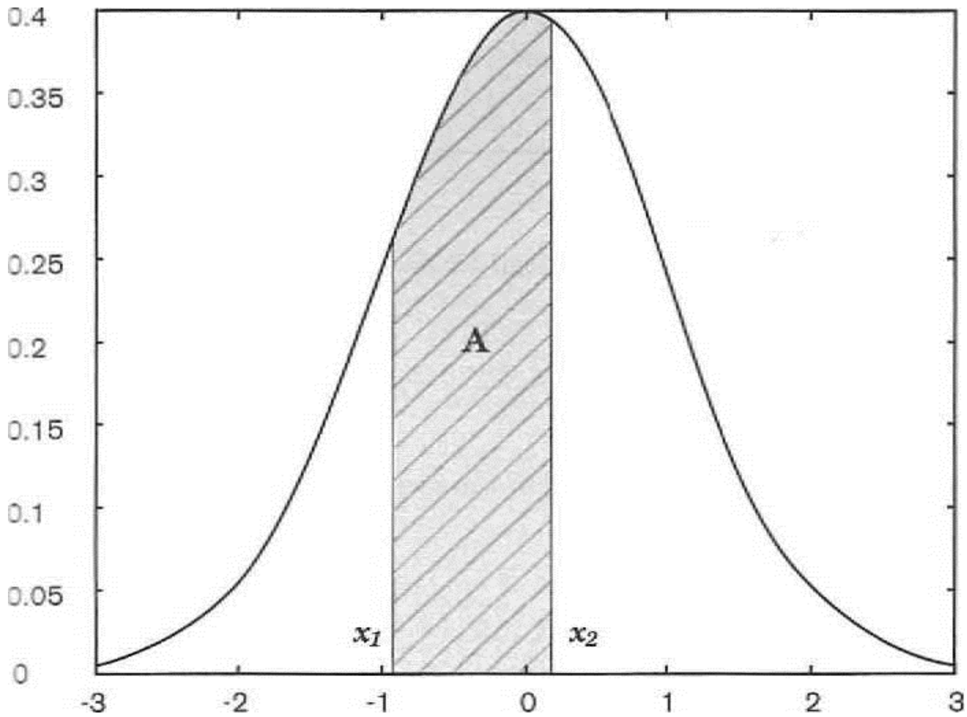

Рисунок 2.1. График нормального распределения

Если говорить чуть более простым языком, то Центральная Предельная Теорема гласит, что если мы возьмем некую генеральную совокупность и будем рассматривать множество больших выборок из нее (размер здесь зависит от типа данных, которые мы анализируем), то результаты будут заключены в описанную выше куполообразную кривую с центром на математическом ожидании.

Уравнение функции нормального распределения со средним значением μ и стандартным отклонением σ выглядит так:

$$N(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}) \quad \mathbf{(2.5)}$$

Площадь между двумя точками по оси X под кривой нормального распределения равна вероятности того, что некое значение из нашей выборки с соответствующим математическим ожиданием и дисперсией попадет в заданный этими точками промежуток. Нормальное распределение симметрично относительно среднего значения, так что половина ее общей площади находится слева, половина справа. Обычно площадь участков под кривой распределения считается с применением так называемой ***z-оценки*** (в русской литературе этот термин также называется «нормированием случайной величины»), где $z = (x - \mu)/\sigma$. Она показывает на какое количество «сигм» (стандартных отклонений) некий исход «x» находится от среднего значения распределения.

$$z = (x - \mu)/\sigma \quad \mathbf{(2.6)}$$

Затем мы можем найти ***интегральную функцию распределения*** (также называется интеграл вероятности или функция Лапласа) для z-оценки, которая фактически представляет собой площадь области левее значения «x» под кривой распределения (при математическом ожидании равном 0 и стандартном отклонении 1). Эта функция называется Ф(x):

Пусть «z» - нормированная z-оценка величины «x», тогда интегральная функция распределения имеет вид:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} exp\,(-\frac{z^2}{2}) \quad \mathbf{(2.7)}$$

Для того, чтобы найти площадь сектора между «x_1» и «x_2» нужно посчитать z-оценки «z_1» и «z_2» для «x_1» и «x_2» соответственно, найти функции распределения $\Phi(z_1)$ и $\Phi(z_2)$ и вычесть из первого значения второе.

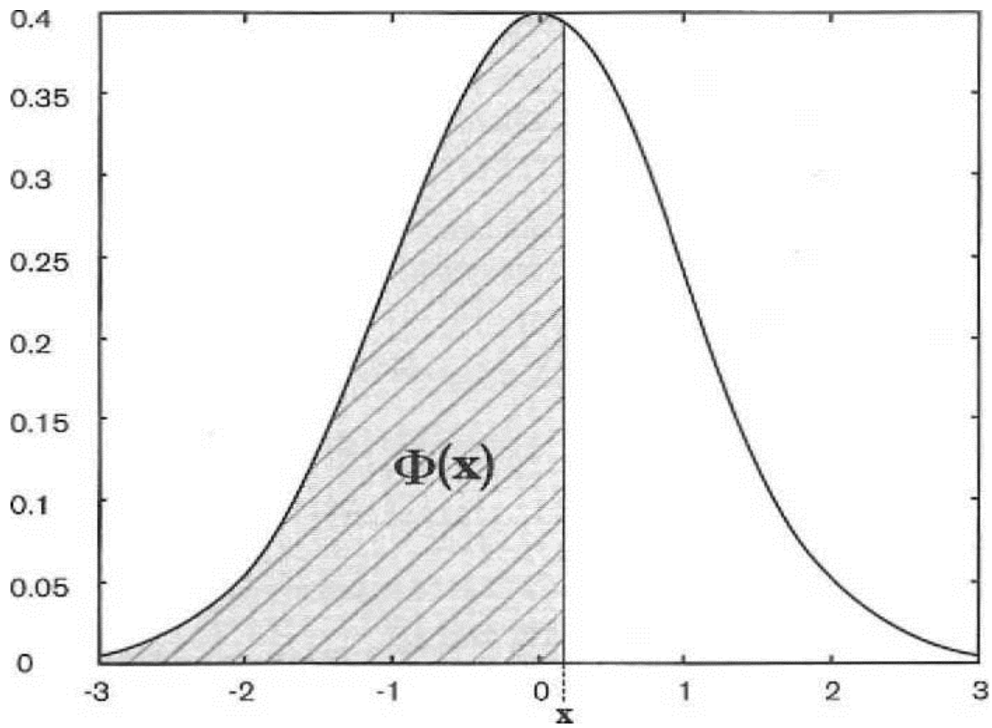

Рисунок 2.2. Интегральная функция распределения

Полученный результат фактически будет означать вероятность попадания заданной случайной величины, распределенной по нормальному закону (со средним значением μ и стандартным отклонением σ), в интервал от «x_1» до «x_2»:

$$p = \Phi\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_2-\mu}{\sigma}\right) \qquad \textbf{(2.8)}$$

Существуют специальные расчетные таблицы и программы для значений Φ(x), а некоторые конкретные значения этой функции хорошо известны всем, кто хоть раз сталкивался со статистикой. Так, площадь области в пределах одной сигмы (плюс\минус) от математического ожидания приблизительно равна 0.68; в пределах двух сигм - 0.955, а площадь области для трех сигм 0.997.

Это значит, что значение нормально распределенной случайной величины окажется:

Между $(\mu - \sigma)$ и $(\mu + \sigma)$ 68% раз
Между $(\mu - 2\sigma)$ и $(\mu + 2\sigma)$ 95.5% раз
Между $(\mu - 3\sigma)$ и $(\mu + 3\sigma)$ 99.7% раз

Теперь самое время объяснить все вышесказанное на простом примере. Давайте немного изменим условия игры с броском игральной кости, которую мы обсуждали выше. Пусть мы будем выигрывать 6 единиц, если на кубике выпадет шестерка, и проигрывать 1 единицу, если выпадет любое число от 1 до 5. Назовем эту игру D_2.

Ожидание такой игры составит:

$< D_2 > = (\,^5/_6\,)(-1) + (\,^1/_6\,)(6)$
$< D_2 > = \,^1/_6$ единицы за бросок

Если выпадает шестерка, то мы выигрываем 6 единиц. Для того, чтобы посчитать дисперсию мы должны сначала вычесть из нашего выигрыша (одного из двух вероятных исходов) значение математического ожидания в игре ($^1/_6$), а затем возвести эту разность в квадрат:

$V_{выигрыш} = (6 - \,^1/_6\,)^2$
$V_{выигрыш} = (^{35}/_6\,)^2$

А затем проделать то же самое, но для второго вероятного исхода (проигрыш 1 единицы):

$V_{проигрыш} = (-1 - \,^1/_6\,)^2$
$V_{проигрыш} = (-\,^7/_6\,)^2$

Таким образом, дисперсия игры составит:

$V_{D2} = p(\text{выигрыш})(V_{win}) + p(\text{проигрыш})(V_{lose})$

$V_{D2} = (\,^1/_6\,)(\,^{35}/_6\,)^2 + (\,^5/_6\,)(-\,^7/_6\,)^2$
$V_{D2} \approx 6.806$ единиц^2/бросок^2

Представим, что мы бросаем кость 200 раз. Какова вероятность того, что мы окажемся в плюсе на такой дистанции? Какова вероятность выигрыша 40 единиц или больше? 100 единиц или больше?

Мы можем решить эту задачу, используя только что выведенные нами методы. Для начала необходимо определить стандартное отклонение для выборки в 200 бросков:

$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{6.806}$=2.61 единиц/бросок

Теперь применим формулу 2.4 и определим сигму для всей выборки

$\sigma_N = \sigma\sqrt{N}$
$\sigma_{200} = 2.61\sqrt{200} = 36.89$ единицы/200 бросков

За 200 бросков наше математическое ожидание (среднее значение распределения, μ) составит 33.33 единицы (нужно умножить МО от одного броска на количество событий, то есть на 200). Используем уравнение 2.6 для того, чтобы нормировать значение переменной в точке 0 (то есть проведем z-оценку).

Примечание от переводчика: Это нужно для того, чтобы ответить на первый вопрос - как часто мы будем в плюсе после 200 бросков. Фактически, авторы книги говорят: «Пусть «x» - некая нормально распределенная случайная величина, отражающая наш общий выигрыш за 200 бросков». Теперь мы делаем z-оценку этой величины в точке 0 – очевидно, что все значения случайной величины больше нуля являются ответом на поставленный вопрос.

$z_x = (x-\mu)/\sigma$ где x = 0

$z_0 = (0-33.33)/36.89$
$z_0 = -33.33/36.89$
$z_0 = -0.9035$

Обратимся к статистической таблице со значениями функции Лапласа – вероятность того, что значение случайной величины окажется слева от точки x = 0 (то есть будет меньше нуля) составляет Ф(-0.9035) = 0.1831. Иными словами, 18.31% раз мы окажемся в минусе после 200 бросков. Но все остальное время мы будем в плюсе.

Теперь ответим на второй вопрос – о вероятности выигрыша 40 единиц или больше. Снова сделаем z-оценку случайной величины в заданной точке:

$z_{40} = (40-33.33)/(36.89) = 0.1807$
Ф(0,1807) = 0,5717

Но Ф(0.1807) говорит нам только о вероятности того, что значение «x» окажется слева от 40 единиц, то есть мы ответили на вопрос: «Какова вероятность выиграть 40 единиц или меньше». Чтобы получить ответ на поставленный вопрос надо сделать следующее:

p = 1 - Ф(0.1807) = 1 - 0.5717
p = 0.4283

Таким образом, существует вероятность в 42.83%, что мы выиграем как минимум 40 единиц после 200 подбрасываний.

Проделаем то же самое для случая со 100 единицами:

$z_{100} = (100-33.33)/(36.89) = 1.8070$

Из таблицы узнаем, что Φ(1.8070) = 0.9646. Тогда:

p = 1 - Φ(1.8070)
p = 0.0354

Вероятность выиграть 100 единиц или больше составляет 3.54%.

Эти ответы, однако, не являются точными, поскольку выборка в 200 бросков лишь условно распределена по нормальному закону. Для более точных вычислений можно использовать компьютер:

	Точные расчеты	**Наши расчеты**
Шанс оказаться в плюсе	81.96%	81.69%
Шанс выиграть 40 единиц или больше	40.46%	42.83%
Шанс выиграть 100 единиц или больше	4.44%	3,54%

Как видите, есть некоторые различия. Это является следствием того, что точные расчеты предполагают только реально возможные исходы, а приближенные расчеты на основе нормального распределения допускают любые исходы (например, выигрыш 40.59 единиц).

Теперь вернемся к вопросу, которым мы задались в начале этой главы: «Как часто я закончу сессию в плюс?». Чтобы решить эту задачу нам нужно знать ожидание игрока в каждой раздаче, его дисперсию в каждой раздаче и длину его сессий. Представьте себе игрока, чей винрейт составляет 0.015 большого блайнда за одну руку, а стандартное отклонение составляет - 2 больших блайнда за одну руку. Теперь скажем, что он играет по 300 рук за одну сессию. Как часто этот игрок будет заканчивать сессию в плюс (то есть с результатом больше 0)?

Для начала давайте посчитаем математическое ожидание в одной сессии, μ_N:

μ_N = Nμ

μ_N = (300)(0.015)
μ_N = 4.5

Теперь определим стандартное отклонение за 300 рук:

$\sigma_N = \sigma\sqrt{N}$

$\sigma_{300} = (2)(\sqrt{300})$
σ_{300} =34.6

Теперь сделаем z-оценку искомой точки:

$z_x = (x-\mu_N)/\sigma$
$z_0 = (0 - 4.5)/34.6$
$z_0 = -0.1299$

Из таблицы вероятностей узнаем, что:

$\Phi(-0.1299) = 44.83\%$
$p = 1 - \Phi(-0.1299)$
$p = 1 - 0.4483$
$p = 0.55171$

С вероятностью 44.83% такой игрок закончит свою сессию в минус. Соответственно, оставшиеся 55.17% раз он будет выигрывать на дистанции в 300 раздач. Но в реальности же игроки могут менять свой стиль игры и продолжительность сессий, так что винрейт - это постоянно изменяющаяся величина, которая сильно зависит от условий игры, психологических факторов и т.п.

Давайте рассмотрим другой пример. Как-то раз мой знакомый рассказал, что отмечал в блокноте каждое выставление AQ против AK на префлопе (в онлайне) в течение нескольких месяцев. В итоге его выборка составила 2000 сравнений, но и после такого количества раздач AQ выигрывали примерно 50% раз.

Какова вероятность такого результата, если мы полагаем, что карты на сайте сдаются честно, и у нас нет никакой дополнительной информации о мертвых картах (например, кто-то мог скинуть Q2 на префлопе, тем самым лишив AQ одного из аутов)?

Для начала, давайте рассчитаем дисперсию для одного такого сравнения.

AK против AQ имеет около 73.5% эквити в префлоп олл-ине (включая все одномастные комбинации). Скажем, что выигрыш AK приравнивается к 1, а выигрыш AQ – к 0. Таким образом, наше математическое ожидание равно 0.735.

$V = (0.735)(1- 0.735)^2 + (0.265)(0- 0.735)^2$
$V = 0.1948$
$\sigma = 0.4413$

Для 2000 раздач ожидание составит:

$\mu_N = N\mu$

$\mu_N = (2000)(0.735)$
$\mu_N = 1470$

На этом же промежутке стандартное отклонение будет равно:

$$\sigma_N = \sigma\sqrt{N}$$

$$\sigma_{2000} = (0.4413)(\sqrt{2000})$$
$$\sigma_{2000} = \boldsymbol{19.737}$$

Как нам сказали, АК выигрывали примерно 50% за 2000 раздач или 1000 раз, хотя согласно математическому ожиданию это должно было случиться 1470 раз. Сделаем z-оценку, используя уравнение 2.6:

$$z_x = (x-\mu_N)/\sigma$$

$$z_{1000} = (1000-1470)/(19.737)$$
$$z_{1000} = -23.815$$

Давайте подумаем о полученном результате. Наша z-оценка говорит, что такой результат находится на расстоянии более чем в 23 стандартных отклонения от среднего значения. На самом деле, вероятность такого события ничтожно мала, поэтому оценить ее очень сложно. Более того, моя таблица значений говорит, что Ф(-23.815) равно нулю.

Скорее всего, здесь имеет место одно из следующих объяснений: либо этот человек явно преувеличил результаты, либо он врал, либо просто не замечал, как АК выигрывают у AQ, поскольку это достаточно ожидаемый результат. Это психологический эффект – зачастую нам проще заметить необычное явление, нежели ожидаемый и хорошо известный результат. Хотя вполне возможно, что генератор случайных чисел на этом сайте не такой уж и честный.

Когда мы разослали этот вопрос нескольким друзьям, то получили очень разрозненные ответы, некоторые ссылались на высокую дисперсию в покере, а также на то, что «за 2000 рук может случиться все что угодно». Однако это не совсем верно – за 2000 случайных рук в покере действительно можно выиграть или проиграть произвольное количество раз, как раз из-за большой дисперсии в отдельно взятой раздаче со случайными картами. В то же время, здесь мы говорим о раздаче с двумя вполне определенными руками, так что в нашем случае дисперсия не будет столь велика.

Вообще, дисперсия в одной раздаче значительно выше, чем дисперсия игрока, только что выигравшего олл-ин на префлопе. Так что из этого примера стоит извлечь очень важный урок – не стоит путать дисперсию при розыгрыше отдельных раздач с дисперсий случайных величин других категорий.

Во время игры в покер может произойти огромное количество случайных событий. Мы, как и другие игроки за столом, получаем случайные руки из распределения, которое включает в себя все возможные комбинации, состоящие из двух карт. Потом начинается раунд торговли, за которым следует либо обмен карт, либо выход общих карт на стол (и, как следствие, изменение силы нашей руки). Каждая раздача имеет определенный результат – будь то потеря пары ставок, выигрыш большого банка, или просто блайндов. В свою очередь, этот результат является следствием множества других случайных событий, которые происходят в раздаче. Кроме того, иногда мы имеем дело и с неслучайными факторами – например, мы заметили теллс у одного из оппонентов и использовали его, чтобы выиграть банк без руки, или сэкономили ставку, когда поняли, что были далеко позади. Однако как нам скажет Центральная предельная теорема, результат отдельной раздачи имеет распределение близкое к нормальному (поскольку на него влияет множество несвязанных между собой случайных величин).

Стоит также сказать, что квадратный корень, который присутствует в формуле стандартного отклонения, также играет нам на руку – с увеличением рассматриваемой дистанции вероятность большого отклонения от ожидаемого результата уменьшается.

Представьте, что мы имеем дело с игроком, у которого распределение результатов сыгранных раздач имеет среднее значение равное $75 за 100 рук, а дисперсия равна $6,400 в каждой раздаче. Если мы рассмотрим разные выборки, взятые из этого распределения, мы увидим, как размер выборки влияет на итоговую дисперсию. Мы уже знаем, что с вероятностью в 95.5% результат этого игрока на заданной выборке окажется в пределах двух стандартных отклонений от математического ожидания. Введем следующие параметры для каждой выборки:

- Математическое ожидание, μ_N
- Стандартное отклонение, σ
- Две конечных точки интервала с вероятностью попадания 95.%

Руки	μ_N	σ	Нижняя граница	Верхняя граница
100	$75	$800.00	($1,525.00)	$1,675.00
500	$375.00	$1,788.85	($3,202.71)	$3,952.71
1,000	$750.00	$2,529.82	($4,309.64)	$5,809.64
5,000	$3,750.00	$5,656.85	($7,563.71)	$15,063.71
25,000	$18,750.00	$12,649.11	($6,548.22)	$44,048.22
50,000	$37500.00	$17888.54	$1,722.91	$73,277.09
100,000	$75,000.00	$25,298.22	$24,403.56	$125,596.44
1,000,000	$750,000.00	$80,000.00	$590.000.00	$910,000.00

Как вы можете видеть, на маленьких выборках диапазон возможных результатов очень широк. Однако с увеличением размера выборки результаты становятся все ближе и ближе к математическому ожиданию, хоть в абсолютном выражении они становятся существенно больше. Сравните величину стандартного отклонения для выборки в миллион рук с таковой для сотни раздач – численно они отличаются в сто раз, но в первом случае величина отклонения незначительна по отношению к математическому ожиданию, чего нельзя сказать о второй выборке. Объяснение этому явлению дает ***закон больших чисел*** – чем больше выборка, тем меньше она подвержена случайным отклонениям.

> *Примечание от переводчика: Закон больших чисел фактически гласит следующее. Отдельный результат случайного события подвержен влиянию множества факторов, которые делают его неопределенным. Однако чем больше наблюдений мы проводим, тем меньше остается места для случайности – средний результат большой выборки становится закономерным. Иными словами, совместное действие большого числа случайных факторов приводит к результату, почти не зависящему от случая.*

Нужно запомнить

…………………………………………………………………………………………………..

- Дисперсия определяет степень разброса случайной величины (по отношению к ее математическому ожиданию). Она равна сумме квадратов отклонений элементов распределения от математического ожидания.

…………………………………………………………………………………………………...

- Для сравнения дисперсии и математического ожидания мы должны извлечь корень из дисперсии – полученный параметр называется стандартным отклонением.

…………………………………………………………………………………………………...

- Дисперсия аддитивна. Квадратный корень, присутствующий в формуле вычисления стандартного отклонения для выборки, является следствием этого свойства.

…………………………………………………………………………………………………..

- Центральная Предельная Теорема говорит о том, что сумма большого количества независимых случайных величин имеет распределение близкое к нормальному. Это позволяет нам делать оценку сложных событий с использованием нормального закона распределения и лучше понимать поведение случайных величин на длинных дистанциях.

…………………………………………………………………………………………………...

Глава 3

Учимся использовать информацию: оценка параметров и теорема Байеса

В прошлой главе мы описали некоторые статистические свойства распределений вероятностей, а также изучили связь между выборками и нормальным законом распределения. Однако мы сделали весьма важное допущение – мы предполагали, что знаем все основные параметры генеральной совокупности, из которой была взята выборки. В реальности же такое будет происходить весьма редко. Даже для таких простых событий как подброс монетки «настоящие» распределения будут иметь перевес в одну из сторон. А любая игральная кость будет обладать мельчайшими дефектами, которые делают выпадение каких-то чисел более вероятным. Но эти факторы, как правило, имеют незначительный вес, поэтому применение в наших расчетах «идеальной» монетки с шансами 50/50 в подавляющем большинстве случаев будет вполне уместно. По аналогии мы будем полагать, что колода карт, используемая для игры в покер, лишена дефектов и перетасована случайным образом, так что мы никогда не знаем какая карта выйдет следующей, пока она не ляжет на стол.

В случае с распределениями, которые сводятся к «идеальному» случаю без серьезных потерь в точности вычислений (монетка, игральная кость и т.п.), мы без труда можем обойти законы «реального» мира. Однако с некоторыми распределениями возникают сложности совсем другого порядка. Когда мы анализируем свои результаты в покере, как мы уже говорили ранее, нас часто интересует распределение выигрышей и проигрышей по всем раздачам. При игре в казино нам, естественно, было бы весьма непросто отмечать для себя результаты каждой руки, не говоря уже о том, что это может привлечь к нам ненужное внимание. В онлайн покере этот процесс существенно упрощается благодаря доступным для скачивания историям рук и программам, которые следят за нашими сессиями. Но даже имея на руках все эти данные, мы будем обладать не более чем довольно скромной выборкой. Когда дело касается покерный раздач, распределение вероятностей из генеральной совокупности практически невозможно оценить, если только вы не являетесь счастливым обладателем по-настоящему гигантского объема данных.

Мы можем частично обойти эту проблему, используя методы, описанные в предыдущей главе. Предположим, что у нас есть математическое ожидание и дисперсия для выборки с результатами раздач. Теперь мы можем составить выборочное распределение и предсказать конечный результат на различных дистанциях. Однако важно понимать, что у нас не получится найти точное количество денег, которые мы выиграем или проиграем в будущих раздачах, мы лишь сможем найти диапазон ожидаемых результатов.

Основная проблема, которая встает перед нами теперь - это определение среднего значения и дисперсии для генеральной совокупности на основании среднего значения и дисперсии отдельной выборки. Мы рассмотрим два подхода к решению этой задачи. В первом случае мы обратимся к классической статистике, а во втором – к теме этой главы, теореме Байеса. При использовании статистического метода мы будем считать, что у нас нет никакой информации кроме выборки, которая говорит о вероятности какого-то определенного винрейта. Второй же подход подразумевает, что существует некое распределение винрейтов вне нашей выборки, которое может быть использовано для оценки среднего значения и дисперсии генеральной совокупности.

Оцениваем параметры: классическая статистика

Представьте себе, что перед нами человек, который сыграл 16900 рук в лимитный покер. Мы можем привести его результат к выигрышу в больших ставках (big bets) за сто раздач, чтобы сгладить различие между руками, сыгранными на разных лимитах. Получим винрейт $\bar{x}$ = 1.15 BB/100 со стандартным отклонением s = 2.1 BB за раздачу. Здесь вместо μ и σ, которые обозначают параметры генеральной совокупности, мы используем обозначения $\bar{x}$ и s, поскольку пока мы анализируем только выборку. Предположим, что этот игрок продолжит играть в тех же играх, с теми же оппонентами. Как мы можем определить его «истинный» винрейт μ? В этой главе мы будем считать, что никакой дополнительной информации о вероятности различных винрейтов у нас нет. Так что все винрейты будут одинаково возможными.

Для начала нужно отметить, что мы работаем лишь с отдельной выборкой, поэтому реальное значение винрейта игрока не будет точным. Однако мы уже знаем, что по Центральной Предельной Теореме выборочное распределение в 16900 рук из лимитного покера будет приближенным к нормальному. Известное нам стандартное отклонение *s* = 2.1 BB за раздачу является неплохой оценкой отклонения для генеральной совокупности, поскольку наша выборка более-менее существенна. Мы можем использовать эту информацию для того, чтобы рассчитать ***наиболее вероятное значение*** математического ожидания для генеральной совокупности.

Представьте себе все возможные винрейты. Для каждого из них будет существовать своя выборка, нормальная кривая с ожиданием *μ* и стандартным отклонением σ_N. Пик каждой из кривых будет приходиться на точку x = μ, в то время как все остальные точки окажутся ниже. Теперь давайте на секунду представим, что это *μ* и есть среднее значение для генеральной совокупности. По высшей точке кривой в x = $\bar{x}$ мы сможем определить вероятность того, что результат на дистанции, рассматриваемой в выборке, будет равен именно ее математическому ожиданию. Мы можем найти эту вероятность для любых возможных значений *μ*. Поскольку все рассматриваемые нами нормальные кривые будут иметь одинаковое отклонение σ_N, они будут идентичны по форме, но смещены по оси X в зависимости от своего среднего значения.

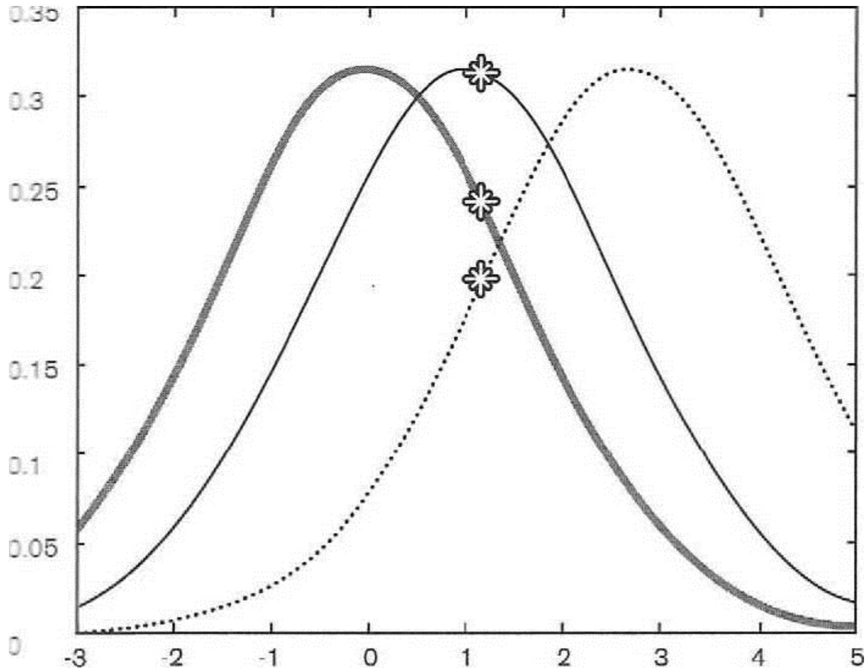

Рисунок 3.1. Кривые нормального распределения для выборок с различным математическим ожиданием (все маркеры находятся на урове 1.15)

Примечание от переводчика: Здесь рассматриваются несколько кривых при заданном математическом ожидании. Значение 1.15 попадает на кривых, где пик не находится в точке «x = 1.15» на нижние ветви, то есть на них оно является менее вероятным, что и показано на рисунке.

Итак, поскольку пик кривой приходится на имеющееся у нас значение $\bar{x}$, а это наиболее вероятное значение на всей кривой, при $\mu = \bar{x}$ это значит, что $\bar{x}$ = 1.15 BB/100 и есть наиболее вероятное значение математического ожидания. Это может показаться очевидным, но когда мы будем рассматривать эту задачу с позиции теоремы Байеса, мы покажем, что наиболее вероятное значение не всегда равняется математическому ожиданию выборки, если мы включим в наши расчеты дополнительную информацию.

Теперь мы знаем наиболее вероятное значение винрейта – на основании нашей выборки оно равно математическому ожиданию. Хоть это и весьма полезная информация, мы все еще не решили проблему неопределенности результата. Ведь нашему игроку могло повезти, или наоборот его настигла череда неудач. Давайте рассчитаем стандартное отклонение для всей выборки, а затем проанализируем полученные цифры и поговорим о вероятных винрейтах.

У нас есть выборка «N» на 16900 рук из некой генеральной совокупности с винрейтом (средним значением) 1.15 BB/100 и стандартным отклонением 2.1 BB за раздачу.

Используя формулу 2.4 получим:

$\sigma_N = \sigma\sqrt{N}$

$\sigma_{16900} = (2.1\ BB)(\sqrt{16900}\ \text{раздач})$
σ_{16900} =273 BB
σ_N /100=273/169 ~ 1.61

Полученное отклонение за 100 рук для такой выборки оказалось больше самого винрейта. Представьте, что мы знаем параметры генеральной совокупности, и они в точности равны тому, что мы сейчас получили для этой выборки. Если бы мы взяли еще одну выборку на 16900 раздач, то 32% раз результат на этой дистанции был бы меньше, чем -0.46 BB/100 или больше 2.76 BB/100.

Примечание от переводчика: Почему именно 32% раз? Здесь стоит вспомнить правило «сигм», которое разбиралось в предыдущей главе - около 68% раз значение нормально распределенной случайной величины попадает в пределы одного стандартного отклонения от математического ожидания. Границы полученного интервала и есть точки, где мы отнимаем от математического ожидание одну «сигму» или прибавляем. Соответственно, 68% раз наш винрейт окажется в этом промежутке, а остальные 32% раз вне его пределов.

Неприятный ответ, правда? Как мы можем быть уверены в том, что наша выборка действительно дает нам хорошее представление о среднем значении для генеральной совокупности, когда даже результат еще одной такой же выборки окажется за пределами и без того огромного промежутка (от -0.46 до 2.76) почти 32% раз? Что если реальное значение МО для генеральной совокупности равно нулю? Тогда винрейт в 1.15 окажется как раз в пределах одной сигмы от ожидания. Более того, по всей видимости, при такой выборке мы действительно не можем сказать, какой из винрейтов наиболее вероятен: 0 или 1.15 BB/100.

Чтобы нивелировать эту неопределенность, мы можем рассчитать ***доверительный интервал***. Чтобы это сделать, нам нужно определить ***уровень значимости***. Поскольку мы имеем дело со статистикой, мы не можем просто сказать, что вероятность какого-то определенного винрейта для генеральной совокупности равно нулю – всегда существует возможность большого везения. Или невезения. Но мы можем выбрать так называемый уровень значимости (его также иногда называются степень надежности). Фактически это вероятностное значение, которое описывает допустимую ошибку. Выведенный таким образом доверительный интервал и будет являться ответом на вопрос: «Какие значения может принимать математическое ожидание генеральной совокупности, при условии, что выборочное значение МО будет в пределах выбранного уровня значимости?»

Скажем, что для нашего игрока мы выбрали уровень значимости 95%. Теперь мы можем построить доверительный интервал. Обозначим среднее значение генеральной совокупности как μ, тогда значение математического ожидания из выборки окажется между (μ - 2σ) и (μ + 2σ) 95% раз. Теперь мы можем найти границы заданного нами интервала:

Как мы уже показали выше, стандартное отклонение за 16900 рук составляет 1.61 BB/100.

Решим два неравенства, которые зададут границы доверительного интервала для математического ожидания:

$$(\mu - 2\sigma) < 1.15$$
$$(\mu + 2\sigma) > 1.15$$

$$(\mu - 2\sigma) < 1.15$$
$$\mu - (2)(1.61) < 1.15$$
$$\mu < 4.37$$

$$(\mu + 2\sigma) > 1.15$$
$$\mu + (2)(1.61) > 1.15$$
$$\mu > -2.07$$

Таким образом, 95% доверительный интервал для винрейта этого игрока (на основании нашей выборки в 16900 раздач) выглядит следующим образом: [-2.07 BB/100, 4.37 BB/100].

Это не значит, что истинный винрейт с вероятностью в 95% окажется внутри этого интервала. По правде говоря, это одно из наиболее распространенных заблуждений о доверительных интервалах. На самом деле доверительный интервал просто говорит нам о том, что если полученные значения винрейта (от -2.07 до 4.37) были бы истинными для генеральной совокупности, то наблюдаемый нами винрейт в нашей частной выборке оказался бы одним из 95% наблюдаемых результатов. Классическая статистика не проводит вероятностных оценок значений параметров – наоборот, с классической точки зрения истинный винрейт либо находится на вычисленном интервале, либо нет (поскольку он не является результатом случайного события). Никакая выборка не может дать нам уверенность в точной оценке искомого параметра. Мы можем лишь делать предположения о вероятности (или невероятности) того, что мы бы могли получить значение этого параметра как в выборке, если бы истинное значение для всей совокупности было равно какой-то точке на доверительном интервале.

Наиболее вероятное значение и доверительный интервал – это полезные инструменты, помогающие нам лучше понять, какую информацию мы можем получить из предоставленной выборки. В случае, описанном выше, хоть винрейт 1.15 BB/100 и может выглядеть адекватным, но считать, что он близок к истинному винрейту было бы более чем опрометчиво. Доверительный интервал может дать нам представление о широте вероятных значений винрейта для генеральной совокупности. В крайнем случае, лучшей оценкой винрейта этого игрока можно считать полученное нами наиболее вероятное значение, равное математическому ожиданию выборки (1.15 BB/100)

До этого момента мы предполагали, что у нас нет никаких дополнительных сведений о вероятностях различных винрейтов – наша выборка была единственным источником информации о предполагаемом значении математического ожидания для генеральной совокупности. Но в реальности некоторые винрейты окажутся более вероятными, и такое предположение можно сделать даже до начала анализа имеющихся данных. Представьте, что вы сыграли 5.000 раздач в казино и выиграли 500 больших ставок, ваш винрейт составил 10 больших ставок за 100 рук. В таком случае, используя методы из этой главы, мы бы получили наиболее вероятный винрейт равный 10 BB/100.

Однако это далеко не вся информация, которая у нас есть. Мы собрали достаточно большой объем данных (со слов игроков и из баз сыгранных раздач), который указывает на то, что для людей, отыгравших значимые дистанции, самый высокий винрейт составляет примерно 3-4 BB/100. Даже те уникумы, которые выигрывают больше, и приблизиться не могут к 10 BB/100. Поскольку мы получили эту информацию задолго до начала анализа, мы можем считать ее независящей от дальнейших вычислений.

На самом деле, если мы возьмем одного игрока из числа всех любителей покера в мире, то для его винрейта уже будет существовать некое распределение вероятностей. Конечно же, мы не имеем ни малейшего представления о форме и параметрах такого распределения, поскольку у нас просто нет данных о результатах всех игроков. Однако если мы можем делать адекватные предположения о генеральной совокупности винрейтов, существующей априори, нам будет легче проводить точную оценку искомых параметров, поскольку мы будем использовать данные сразу из двух источников

Теорема Байеса

Во второй главе мы постулировали базовое свойство вероятности (формула 1.5):

$$p(A \cap B) = p(A)p(B|A)$$

Это уравнение позволяет нам рассчитать вероятность совместного наступления событий A и B, зная вероятность события A, а также вероятность события B (при условии, что событие A уже произошло). Однако в покере мы гораздо чаще заинтересованы в том, чтобы узнать вторую составляющую этой форумы – к примеру, мы знаем, какие карты находятся у нас в руке (A), и теперь хотим знать, как эта информация повлияет на возможные карты в руке нашего оппонента (B). То есть мы должны найти вероятность события B при условии, что событие A уже произошло.

Мы можем изменить формулу 1.5 для того, чтобы рассчитать искомую вероятность. Это уравнение получило название ***теорема Байеса***:

$$p(B|A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} \qquad \textbf{(3.1)}$$

В первой главе мы обозначили $\overline{\mathrm{B}}$ как обратное событие для B:

$p(\overline{\mathrm{B}}) = 1 - p(\mathrm{B})$
$p(\mathrm{B}) + p(\overline{\mathrm{B}}) = 1$

Также у нас есть формула 1.5:

$$p(A \cap B) = p(A)p(B|A)$$

Поскольку мы знаем, что B и $\overline{\mathrm{B}}$ в сумме составляют 1, p(A) можно выразить как вероятность A при условии, что событие B уже произошло, плюс вероятность A при условии, что событие $\overline{\mathrm{B}}$ уже произошло.

Перепишем уравнение 3.1 в новой форме:

$$p(B|A) = \frac{p(A|B)p(B)}{p(A|B)p(B) + p(A|\overline{B})p(\overline{B})} \qquad \textbf{(3.2)}$$

В покере теорема Байеса позволяет уточнять нашу оценку вероятности какого-то события на основании полученной информации. Сильные игроки постоянно используют теорему Байеса, когда узнают новые факты – применение этой концепции лежит в основе чтения рук и эксплуатации оппонентов, как мы покажем во второй главе книги.

Классический пример теоремы Байеса можно взять из медицины. Предположим, что нам назначено обследование с целью выявить определенную болезнь. Если мы больны, то с вероятностью 80% заболевание будет выявлено. Если же мы здоровы, то 10% раз по результатам обследования нам ошибочно сообщат, что мы больны. Также мы знаем, что в среднем 5% населения страдают от этой болезни.

Нас случайным образом выбрали из числа всех людей и отправили на обследование. Приходит положительный результат – мы больны. Какова вероятность того, что это так и есть (не принимая во внимание возможность дополнительных обследований)?

Если ваш ответ «около 80%», то вы, как и многие другие, сильно заблуждаетесь. На самом деле, многие доктора тоже не знают правильного ответа, демонстрируя пугающее незнание теоремы Байеса.

Мы можем использовать эту теорему, чтобы решить поставленную задачу. Введем следующие обозначения:

A = положительный результат обследования
B = пациент действительно болен

Мы уже знаем вероятность $(\mathrm{A}|\mathrm{B})$ из условий:

$p(\mathrm{A}|\mathrm{B})$ = 0.8
(если мы больны, то с вероятностью 80% заболевание будет выявлено)

$p\left(\mathrm{A}|\overline{\mathrm{B}}\right)$ = 0.1
(10% раз результат обследования будет неверным)

p(B) = 0.05 (5% всех людей страдают этой болезнью)
$p(\overline{\mathrm{B}})$ = 0.95 (95% всех людей здоровы)

Обратимся к уравнению 3.2:

$$p(B|A) = \frac{p(A|B)p(B)}{p(A|B)p(B) + p\left(A|\overline{B}\right)p\left(\overline{B}\right)}$$

$$p(B|A) = \frac{(0.8)(0.05)}{(0.8)(0.05) + (0.1)(0.95)}$$

$$p(B|A) \approx 29.63\%$$

Как видите, вероятность того, что пациент, которого признали больным по результатам обследования, на самом деле болен оказывается существенно меньше 80%. Проще говоря, полагаться на одно такое обследование мы не можем - потребуются дополнительные процедуры, чтобы точно установить наличие или отсутствие болезни.

Можно также пойти и по другому пути. Скажем, есть 100000 пациентов, которых обследовали по такому же методу.

Из 100000 обследованных
5000 на самом деле больны (5% людей)
95000 здоровы (95% людей)

Из 5000 больных:
4000 получат положительный результат (80% людей с заболеванием)
1000 получат отрицательный результат (20% ошибочных диагнозов)

Из 95000 здоровых людей
9500 получат положительный результат (10% ошибочных диагнозов)
85500 получат отрицательный результат (90% здоровых людей)

Вопрос, которым мы задались в начале, звучал так: если по результатам обследования окажется, что мы больны, с какой вероятностью у нас на самом деле есть эта болезнь? Из 100000 пациентов 13500 получили положительный диагноз. Но только для 4000 людей этот диагноз верный:

$p(B|A)$= 4000/13500
$p(B|A) \approx 29.6\%$

Если мы увеличим точность обследования (путем уменьшения количества ложных диагнозов или увеличения частоты правильных диагнозов для больных людей), мы сможем повысить условную вероятность того, что у получившего положительный результат человека на самом деле окажется искомая болезнь. Заметьте, что это ни в коем случае не увеличит количество больных – такая медицина нам не нужна! Наоборот, усовершенствованный метод обследования уменьшит количество людей, получивших ошибочный положительный диагноз.

Теперь предположим, что мы на самом деле улучшили процедуру обследования, теперь она со 100% точностью выявляет больных людей, но процент ошибочных диагнозов не поменялся:

$$p(B|A) = \frac{p(A|B)p(B)}{p(A|B)p(B) + p(A|\overline{B})p(\overline{B})}$$

$$p(B|A) = \frac{(1)(0.05)}{(1)(0.05) + (0.1)(0.95)}$$

$p(B|A) \approx$ 34.5%

Если же мы оставим уровень определения болезни на 80%, но уменьшим частоту ошибочных диагнозов с 10% до 6%:, то получим:

$$p(B|A) = \frac{(0.8)(0.05)}{(0.8)(0.05) + (0.06)(0.95)}$$

$p(B|A) \approx$ 41.2%

Для применения теоремы Байеса необходимо наличие некой базовой (априорной) вероятности и появление новой информации. В нашем примере априорной вероятностью было наличие болезни у 5% людей. Положительный результат после обследования был той самой дополнительной информацией, которая позволила нам заново оценить вероятность искомого события. Это называется ***Байесовской логикой*** – ее значение для успешного игрока в покер сложно переоценить.

Существует огромное множество ситуаций, в которых можно применить Байесовскую логику. Многие игроки в покер используют ее постоянно, сами того не подозревая. Представьте себе обычный турнирный эпизод – ваш стол расформировали почти сразу после начала турнира. Вас пересаживают за новый, где у игрока справа от вас оказывается стэк в семь раз больше начального, в то время как остальные участники турнира едва ли набрали пару тысяч фишек. Большинство людей сделало бы следующий вывод: игрок с большим стэком либо очень лузовый и агрессивный, либо ему сказочно повезло. Чаще всего мы будем склонны считать, что верно именно первое предположение. Но это и будет следствием теоремы Байеса, причем здесь не имеет значения, знаем мы о ней или нет.

В таких случаях мы можем использовать теорему Байеса для оценки оппонентов, и это позволит нам принимать верные решения даже в условиях отсутствия точной информации. Рассмотрим следующий пример.

За стол садится новый игрок. В первые несколько минут мы пытаемся понять, что он собой представляет, используя все доступные нам факторы: национальность, пол, манеры, одежда, речь и так далее. Мы делаем вывод, что с вероятностью 10% он окажется маньяком, который будет делать рейз с кат-оффа с 80% рук, а остальные 90% раз он будет обычным тайтовым игроком с диапазоном оупен-рейза 10%. Первая раздача, он делает рейз из кат-оффа (позиции здесь не так важны). Какова вероятность того, что перед нами маньяк?

Мы можем использовать теорему Байеса для того, чтобы ответить на этот вопрос. Но перед тем как посчитаем эту вероятность, подумайте сами, как бы вы ответили? На наш взгляд, тренировка интуиции – это лучший способ научиться давать событиям и ситуациями правильную оценку.

A = Оппонент сделает рейз на кат-оффе в первой раздаче
B= Оппонент маньяк

$p(\mathrm{A}|\mathrm{B})$ = 0.8 (если он маньяк, то будет открывать 80% рук)
$p(\mathrm{A}|\overline{\mathrm{B}})$ = 0.1 (если он не маньяк, то его диапазон составит 10%)
p(B) = 0.1 (10% раз он априори маньяк)
p($\overline{\mathrm{B}}$)= 0.9 (90% раз он априори не маньяк)

Снова применим теорему Байеса:

$$p(B|A) = \frac{p(A|B)p(B)}{p(A|B)p(B) + p(A|\overline{B})p(\overline{B})}$$

$$p(B|A) = \frac{(0.8)(0.1)}{(0.8)(0.1) + (0.1)(0.9)}$$

$$p(B|A) \approx 47.1\%$$

Просто наблюдая за действиями оппонента в первой раздаче, мы можем скорректировать свою оценку – теперь вероятность того, что этот игрок маньяк составляет не 10%, а 47%! Если он сделает рейз в первых двух раздачах, то шансы на такой исход возрастут еще больше – до 87%. Конечно же, эти вероятности всецело зависят от правильности нашего первоначального суждения, в реальности мы редко столкнемся всего с двумя типами игроков, а наши сиюминутные суждения явно не будут настолько точными.

Многие стараются отложить оценку своего оппонента до того момента пока они не получат больше информации или не увидят пару шоудаунов. Но на наш взгляд это чрезмерно пассивный подход; максимизация математического ожидания предполагает использование всей информации, которая есть в нашем распоряжении, и не обязательно выжидание подходящей ситуации. Таким образом, они совершают главную ошибку – не осознают ценность тех сведений, которыми уже обладают. Стоит правда отметить, что некоторые игроки, даже не очень хорошие, все же интуитивно это понимают и подстраиваются соответствующим образом. Но! Всегда помните, что любая подстройка может быть эксплуатирована вашим оппонентом, например, когда он, только сев за стол, выбирает новый для себя стиль игры, чтобы использовать сиюминутные подстройки других игроков.

Сильные игроки постоянно используют Байесовскую логику (осознанно или нет) для переработки поступающей информации. Как мы покажем во второй части книги, этот подход лежит в основе чтения рук и эксплуатации оппонентов. Но даже вне стола мы можем найти применения теоремы Байеса, и сейчас самое время вернуться к разговору о винрейтах.

Оцениваем параметры: Байесовская статистика

В первой части этой главы мы изучали выборку в 16900 раздач из лимитного покера со следующими параметрами:

Винрейт ($\overline{x}$) = 1.15 BB/100
Стандартное отклонение (s) = 2.1 BB за раздачу

Как вы помните, мы столкнулись с некоторыми сложностями при определении «истинного» винрейта по имеющейся выборке – наши предположения едва ли были точными. С помощью инструментов классической статистики мы определили, что наиболее вероятным значением винрейта рассматриваемого игра будет 1.15 BB/100, а его 95% доверительный интервал оказался равным [-2.07 BB/100, 4.37 BB/100]. Эти оценки были сделаны на основе допущения о том, что мы не обладали никакой дополнительной информацией о распределении винрейта этого игрока.

Теперь предположим, что у нас есть некоторые догадки о распределении винрейтов. Значит, мы можем применить теорему Байеса и получить более точную оценку искомого параметра – «истинного» винрейта (для генеральной совокупности). Звучит просто, верно? Однако сначала нам нужно определиться с догадками об общем распределении винрейтов. Пусть наш игрок был случайным образом выбран из числа всех людей, регулярно играющих в покер. Тогда перед нами встает вопрос: «Какой вид имеет общее распределение в этом случае (оно также будет называться ***априорным распределением***)?».

> *Примечание от переводчика: Априорное распределение – распределение вероятностей, которое выражает предположения о неизвестной величине до учёта экспериментальных данных. Например, если «p» — доля избирателей, готовых голосовать за определённого кандидата, то априорным распределением будет предположение о «p» до учёта результатов опросов или выборов.*

С первого взгляда может показаться, что представить такое распределение невозможно. В конце концов, у нас нет доступа к результатам подавляющего большинства игроков. Однако здесь нам на помощь придут упрощения и приближенные оценки, к которым мы прибегнем, надеясь, что предполагаемое распределение окажется достаточно близко к реальному – тогда мы сможем использовать его в своих расчетах. Будем считать, что наш игрок обычно садится за столы с не очень высокими ставками, например от $10-$20 до $30- $60. Рейк, который платит стол, скорее всего, находится на уровне $3-$4 за раздачу, или 0.1 BB. Разделим эту величину на количество игроков за столом, предполагая, что все платят примерно одинаковый рейк – получим, что комиссия комнаты отнимает из винрейтов всех игроков около 0.01 BB каждую раздачу, или 1 BB/100.

Тогда среднее значение общего распределения винрейтов будет равно минус 1 BB/100, поскольку рейк представляет собой чистый отток денег из игры. Пусть это распределение винрейтов подчиняется нормальному закону, а стандартное отклонение равно 0.015 BB за одну раздачу. Получим, что 68% игроков будут иметь винрейт в пределах от -2.5 BB/100 до +0.5 BB/100, а 95% игроков – от -4 bb/100 до +2 BB/100, что является вполне ожидаемым результатом. Если вам кажется, что мы где-то ошиблись, вы можете самостоятельно изменить эти цифры, чтобы они отражали ваши собственные предположения, при этом логика вычислений нисколько не поменяется.

Давайте упростим наши расчеты и вместо непрерывного нормального распределения представим дискретное распределение, которое более-менее точно описывает составленную нами модель. Получим следующую картину для распределения винрейтов всех игроков:

> *Примечание от переводчика: Непрерывное распределение (нормальное распределение относится к этому типу) предполагает, что возможны абсолютно все значения случайной величины. Дискретное же распределение ограничено некоторым конечным количеством значений. Это упрощенное определение, но оно подходит для целей настоящей главы.*

Винрейт	**% игроков с таким винрейтом**
-5 BB/100	0.25%
-4 BB/100	2%
-3 BB/100	8%
-2 BB/100	20%
-1 BB/100	39.5%
0 BB/100	20%
+1 BB/100	8%
+2 BB/100	2%
+3 BB/100	0.25%

Теперь у нас есть априорное распределение винрейтов для игроков в покер, и мы можем без труда применить теорему Байеса. Для каждого винрейта мы рассчитаем:

A = вероятность получения винрейта 1.15 BB/100
B = вероятность того, что этот винрейт является истинным

Мы не сможем найти вероятность получения определенного винрейта напрямую, однако мы можем заменить ее на вероятность того, что наблюдаемый винрейт окажется в промежутке от 1.14 до 1.16. $p(A|\overline{B})$ получается путем вычисления взвешенного среднего от столбца $p(A|B)$ за исключением текущего значения $p(\overline{B})$:

Винрейт	$p(\overline{B})$	$p(A\|B)$	$p(A\|\overline{B})$	$p(B)$
- 5 BB/100	0.25%	0.000004	0.00222555	99.75%
- 4 BB/100	2%	0.000031	0.00226464	98%
- 3 BB/100	8%	0.000182	0.00239720	92%
- 2 BB/100	20%	0.000738	0.00259053	80%
- 1 BB/100	39.5%	0.002037	0.00233943	60.5%
0 BB/100	20%	0.003834	0.00181659	80%
+ 1 BB/100	8%	0.004918	0.00198539	92%
+ 2 BB/100	2%	0.004301	0.00217753	98%
+ 3 BB/100	0.25%	0.002564	0.00221917	99.75%

Применим теорему Байеса к каждому ряду:

$$p(B|A) = \frac{p(A|B)p(B)}{p(A|B)p(B) + p(A|\overline{B})p(\overline{B})}$$

Винрейт	$p(B\|A)$
- 5 BB/100	0.00%
- 4 BB/100	0.03%
- 3 BB/100	0.66%
- 2 BB/100	6.65%
- 1 BB/100	36.25%
0 BB/100	34.54%
+ 1 BB/100	17.72%
+ 2 BB/100	3.87%
+ 3 BB/100	0.29%
Итого	100%

Когда мы рассматривали классический подход, нам удалось вычислить наиболее вероятное значение винрейта. Здесь мы можем проделать то же самое, но теперь это значение с учетом всех наших предположений будет равно -1 BB/100. Естественно эти допущения не дают полной картины, поскольку распределение возможных винрейтов для всех игроков в реальности близко к непрерывному. Но даже если бы мы решили использовать не дискретную, а непрерывную модель, и справились с достаточно громоздкими расчетами, мы бы все равно получили схожее распределение. Ключевой идеей здесь является то, что поскольку плюсовых игроков настолько мало, в теории мы можем иметь дело как с выигрывающим, так и с проигрывающим регуляром (которому просто повезло на дистанции в 16900 рук).

Давайте приведем еще более наглядный пример – возьмем игрока с гораздо большим винрейтом в наблюдаемой выборке, например 5 BB/100. Классический подход скажет нам, что его наиболее вероятный винрейт составит 5 BB/l00, поскольку предполагается, что все винрейты равновероятны (помните, что в классическом методе у нас нет информации о распределении всех винрейтов). Проведем аналогичные расчеты для нового случая:

Винрейт	$p(A\|B)$
- 5 BB/100	0.00%
- 4 BB/100	0.00%
- 3 BB/100	0.00%
- 2 BB/100	0.16%
- 1 BB/100	3.79%
0 BB/100	15.78%
+ 1 BB/100	35.40%
+ 2 BB/100	33.84%
+ 3 BB/100	11.03%
Total	100%

Теперь наш игрок наверняка имеет положительный винрейт, причем весьма высокий. Однако поскольку винрейты в 5 BB/100 и выше не представлены в общем распределении, теорема Байеса переоценивает винрейт из выборки до более вероятного в этих условиях винрейта лучших 10% игроков.

Увеличение количества данных (для случая с 1.15 BB/100) вполне ожидаемо приведет оценку винрейта через теорему Байеса к винрейту, наблюдаемому в выборке. Если игрок демонстрирует способность выигрывать на значительной дистанции, то его фактический винрейт с гораздо большей вероятностью окажется истинным. Представим, что мы имеем дело с выборкой в 100000 раздач:

Винрейт	$p(A\|B)$
- 5 BB/100	0.00%
- 4 BB/100	0.00%
- 3 BB/100	0.00%
- 2 BB/100	0.00%
- 1 BB/100	1.57%
0 BB/100	33.42%
+ 1 BB/100	58.37%
+ 2 BB/100	6.60%
+ 3 BB/100	0.04%
Total	100%

Очевидно, что с такой выборкой у нас будет больше уверенности, что 1.15 BB/100 и будет нашим настоящим винрейтом, хотя общее распределение предполагает, что лишь 10% всех игроков имеют винрейт хотя бы в 1 BB/100.

Стоит отметить, что между приверженцами классического подхода и теории Байеса существуют некоторые разногласия. Предметом их спора является то, что теорема Байеса предлагает рассматривать параметры генеральной совокупности как случайные величины со своими распределениями. Однако их оппоненты отвергают эту идею и предпочитают говорить о параметрах генеральной совокупности как о константах, хотя они и не в состоянии определить их значения. Мы, в свою очередь, отдаем предпочтение Байесовскому подходу в силу его применимости в покерном анализе.

Метод, который был использован нами выше, даже не является полноценным – мы намеренно упростили методику Байесовского анализа, чтобы сделать эту теорию более доступной. За более подробным объяснением теоремы Байеса, а также сути разногласий между двумя рассмотренными нами подходами, мы рекомендуем обратиться к специализированным учебникам, в особенности к тем, в которых представлены обе точки зрения.

Последнее о чем мы бы хотели сказать – ***регрессия к среднему значению***. Она является следствием проведенного здесь анализа. Представьте, что вы оцениваете свои винрейты на определенной выборке небольшого размера. Если они (винрейты) оказались значительно выше среднего значения по предполагаемой генеральной совокупности, то вы можете ожидать ухудшение своих результатов в будущем. Если же вы наблюдали винрейты ниже среднего, то в будущем результат улучшится. И это не следствие какого-то суеверия вроде «возврата долгов дисперсией» - все события являются независимыми, так что такого в принципе не может быть. Но вот что происходит на самом деле: если ваш результат оказался лучше, чем средний винрейт всех игроков, то весьма вероятно, что вам везло, и ваш фактический выигрыш сейчас выше вашего истинного математического ожидания. И наоборот – если ваш винрейт оказался уже, чем в среднем у всех игроков, то вы наверняка недотянули до своего собственного ожидаемого выигрыша. В результате ваш винрейт (иногда очень незначительно) часто будет регрессировать к среднему значению для всех игроков. Это хорошо видно на примере Байесовского анализа нашего гипотетического игрока – после 16900 раздач распределение его винрейта находилось под сильным влиянием распределения выигрышей всех игроков, что в итоге оттянуло оценку его «истинного» винрейта в сторону среднего значения для всех остальных, к -1 BB/100.

Нужно запомнить

……………………………………………………………………………………………………..

- Для оценки параметров генеральной совокупности на основании отдельно взятой выборки, мы можем использовать два метода: классический и Байесовский.

……………………………………………………………………………………………………..

- Классический подход подразумевает, что мы не располагаем никакой дополнительной информацией – в результате мы вынуждены оценивать наиболее вероятное значение математического ожидания для генеральной совокупности по МО имеющейся у нас выборки. В свою очередь, доверительный интервал может лишь указать на возможный спектр значений для искомого параметра, при которых наблюдаемый в выборке результат окажется вероятным.

……………………………………………………………………………………………………..

- Байесовская логика дает нам возможность учитывать новую информацию на основании уже имеющихся оценок и вероятностей.

……………………………………………………………………………………………………..

- Использование априорного распределения и теоремы Байеса может дать нам более точное представление о параметрах генеральной совокупности (при условии, что нашему априорному распределению можно доверять).

……………………………………………………………………………………………………..

Глава 4

Играем по шансам: прямые и потенциальные шансы банка

Покер – игра решений. Конечный результат здесь зависит исключительно от того, какие решения мы принимаем. Если мы справляемся с возникающими ситуациями лучше, чем наши оппоненты, мы будем выигрывать. Если нет – окажемся в минусе. В первой части книги мы сказали, что будем оценивать правильность наших действий только с позиции математического ожидания – чем оно выше, тем лучше решение. Во второй и третьей частях мы подробно разберем процесс принятия решений за покерным столом и предложим различные методы для анализа игры, а также практические советы, которые покажут, как можно сыграть в рассматриваемых ситуациях наилучшим образом.

Предметом второй части книги будет ***эксплуатация оппонентов***. Играя по этой стратегии, в каждой конкретной ситуации мы будем стараться принимать решения с максимальным математическим ожиданием, используя при этом всю информацию, который мы располагаем о нашем оппоненте (его стиль, теллсы и т.п.). По сути, в той или иной форме каждый игрок за столом применяет стратегию эксплуатации.

Перед тем как мы приступим к обсуждению этой темы, давайте введем несколько новых понятий. Во-первых, нужно дать определение термину «***игра***». В мире покера у «игры» очень много толкований, и в третьей части книги мы начнем изучение ***теории игр***, специального раздела математики. Но на данном этапе мы дадим этому термину следующее определение:

- Присутствуют два или более участников
- Как минимум одному из участников предоставлен выбор действий
- Игра обладает определенным набором исходов для каждого из участников
- Исход игры зависит от действий, предпринятых участниками

Чаще все мы будем оперировать играми с двумя или более игроками, где у каждого участника будет определенный набор возможных действий. Результат игры мы будем выражать в количестве выигранных или проигранных денег.

Также под «набором возможных действий» мы будем подразумевать ***стратегию***. В теории игр этот термин означает полный перечень решений, которые игрок предпримет при каждом сценарии развития раздачи. Однако в покере практически невозможно описать конкретную стратегию в традиционном ее понимании, в силу так называемого эффекта «комбинаторного взрыва». Проще говоря, при 1326 возможных стартовых рук, 19600 комбинациях флопов, 47 тернах и 46 риверах, даже с учетом поправок на безразличие к порядку мастей, мы вынуждены иметь дело с более чем пятью миллионами комбинаций рук и досок. Но это еще не конец – для определения стратегии нам нужно составить план игры на каждой улице с каждой рукой против рейзов, чеков, ставок и так далее.

Таким образом, составление полной стратегии не будет рациональным решением, кроме как в простейших вспомогательных играх. Как следствие, мы будем использовать несколько упрощенное определение этого понятия – зачастую мы будем говорить о «стратегии» как о нашем плане в раздаче на текущую и, возможно, на следующую улицу торговли. Глубина проработки стратегии в каждом конкретном случае будет напрямую зависеть от сложности игры – в наиболее простых случаях и на статичных досках мы сможем оперировать более сложными стратегиями, при этом оставляя их легкими для понимания. Мы всеми силами будем стараться включить в наши рассуждения план на несколько следующих улиц.

Стоит отметить, что идеи, изученные нами в первой части, будут особенно полезны при анализе различных стратегий. Очевидно, что нет никакого смысла в оценке математического ожидания конкретной раздачи в вакууме, поэтому здесь и далее термин «математическое ожидание раздачи» будет означать наше ожидание при условии игры по определенной стратегии против некой стратегии нашего оппонента. А математическое ожидание для диапазона рук, соответственно, следует понимать как взвешенное среднее от ожидания с каждой из рук, входящих в диапазон, против стратегии оппонента.

Цель эксплуатации оппонентов состоит в максимизации нашего ожидания против их стратегий. Если оппонент применяет стратегию S, то ***стратегией максимальной эксплуатации*** будет являться некая стратегия (или одна из) с наибольшим математическим ожиданием против S. Когда мы пытаемся эксплуатировать нашего оппонента, зачастую нашей задачей будет поиск стратегии максимальной эксплуатации и ее применение. Давайте рассмотрим простую вспомогательную игру, которая даст вам представление о процессе определения такой стратегии.

Пример 4.1

Два игрока, лимитный покер, на стол выходит пятая карта, ривер. У игрока A может быть либо натс (20% раз), либо мертвая рука (80% раз). У игрока B, напротив, есть некая средняя рука, которая способна побить блеф, но всегда проигрывающая натсу. В банке находятся четыре больших ставки, игрок A принимает решение первым.

Давайте подумаем, что произойдет, если игрок A сделает чек. Его оппонент может поставить, но игрок A точно знает когда он впереди и поэтому сыграет идеально: сделает рейз с натсами и выкинет большую часть своих блефов. Таким образом, игрок B не может получить вэлью от своей ставки, значит его единственным вариантом становится ответный чек. Но игрок A также может и поставить с некоторыми своими блефами, и если его оппонент скинет, то он заберет весь банк.

Пусть «x» выражает процент рук, с которыми игрок А блефует – фактически, выбор значения «x» равносилен выбору стратегии на ривере. Игрок В потеряет одну ставку, если сделает колл против натса и выиграет пять ставок (четыре из банка и одну ставку на ривере), если его оппонент поставит с блефом. Стратегия колла для игрока В применима только в случае, когда игрок А сделает ставку, так что все вероятности ниже принимаются из расчета, что игрок А делает бет на ривере. Используя уравнение 1.11, мы можем найти ожидание для игрока В в случае его колла.

$$\langle B, \text{колл} \rangle = p(\text{у игрока A натс})(-1) + p(\text{у игрока A блеф})(+5)$$

$$\langle B, \text{колл} \rangle = (0.2)(-1) + (5)x$$
$$\langle B, \text{колл} \rangle = 5x - 0.2$$

Если игрок В выкидывает свою руку, то его ожидание просто равно нулю.

$$\langle B, \text{фолд} \rangle = 0$$

Давайте рассмотрим несколько возможных значений переменной «x»:

Ситуация	Значение «x»	<B, колл>	<B, колл>
А не блефует	0	-0.2	0
А всегда блефует	0.8	+3.8	0
А блефует 5%	0.05	+0.05	0
А блефует 4%	0.04	0	0

Игрок В должен выбрать стратегию с максимальным ожиданием. Если игрок А блефует часто, то игрок В должен всегда делать колл. Если же ставки делаются только с натсами, то игрок В никогда не должен уравнивать.

Чтобы определить, как часто его оппонент будет блефовать, игрок В должен проанализировать свое представление о его стиле, теллсы, и т.п. Он также может применить теорему Байеса - если, скажем, игрок А недавно проиграл раздачу, то вероятность агрессивного мува будет априори выше.

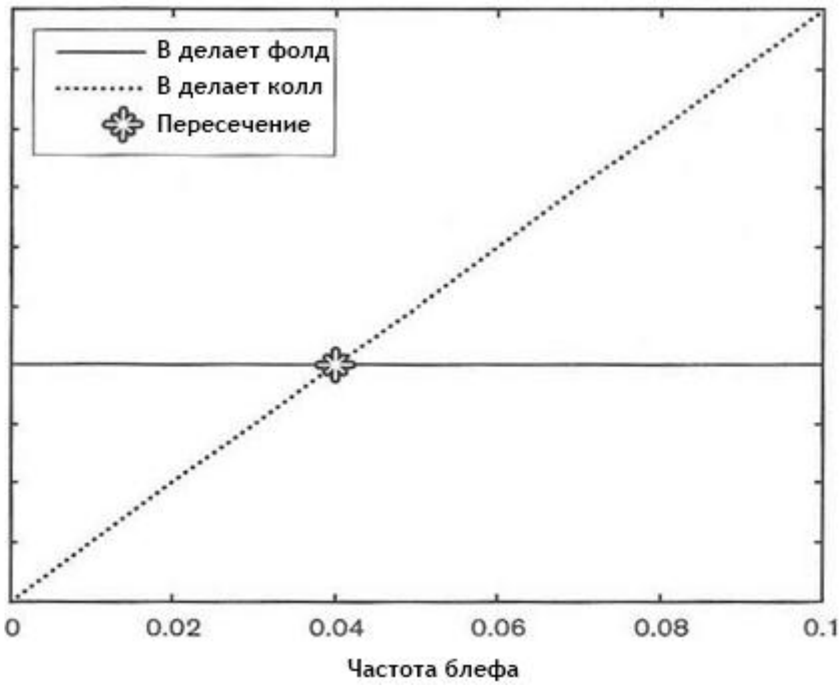

Рисунок 4.1. Математическое ожидание для различных стратегий игрока В

Рисунок 4.1 показывает линейные функции для двух возможных решений игрока В. Как вы можете заметить, стратегия максимальной эксплуатации на графике соответствует наибольшему значению по оси Y для заданной частоты блефа игрока А. Таким образом, при «x» меньшем, чем 0.04 (менее 4% блефов), игрок В должен всегда скидывать свою руку, поскольку график фолда находится выше. Однако при более частых блефах со стороны оппонента ему необходимо делать колл на ривере во всех случаях без исключения. Здесь стоит сделать очень важное замечание – эксплуатация подразумевает резкие перемены в стратегии. Так, если игрок А начинает блефовать не 0.039 (3.9%), а 0.041 (4.1%), то игрок В обязан незамедлительно отказаться от стратегии 100% фолда и начать уравнивать каждую ставку своего оппонента.

Далее мы рассмотрим основные принципы эксплуатации оппонентов, включая прямые и потенциальные шансы банка, а также проанализируем несколько примеров. Кроме того, мы столкнемся ситуациями, где игра хоть и ведется с открытыми картами, но правильные решения оказываются далеко не очевидными. Однако основное внимание мы уделим не практическим советам по игре в определенных ситуациях, а поиску стратегии максимальной эксплуатации и определению уязвимостей в стратегиях наших оппонентов.

Шансы банка

Ни одна из ныне существующих форм покера не является ***статичной игрой*** (где ценность руки не меняется от улице к улице). Напротив, весьма важным элементом в покере является ***дро***. Когда вы только учитесь играть, вы узнаете о существовании как готовых рук (вроде двух пар, сетов, флэшей), так и рук-дро, к которым, например, относятся комбинации с четырьмя картами одной масти (флэш-дро). Это удобная классификация, однако в книге термин «дро» используется для обозначения сразу нескольких типов рук. Чаще всего мы относим к дро все руки, которые не являются лучшими в данный момент, однако в случае выхода определенных карт (часто называемых «аутами») они превратятся в старшую комбинацию в раздаче. Правда, встречаются и некоторые исключительные случаи, как, например, эти две руки на доске T♣ 9♣ 2♦ в Холдеме:

Рука A: Q♣ J♣
Рука B: A♠ 3♦

Здесь у руки A более чем в 70% раз выиграет раздачу, хоть в данный момент ее комбинация из пяти карт и является слабейшей. Может показаться странным, что мы относим к классу дро руку, которая является очевидным фаворитом, в то время как «готовая рука» здесь скорее проиграет. Однако мы и впредь будем использовать термин «дро» для любой руки, которая имеет слабейшую комбинацию из пяти карт, но с приходом нужных аутов (безотносительно их количества) сможет выиграть раздачу. А «фаворитом» мы будем называть любую руку, которая имеет на данный момент больше всего эквити (шансов на победу). В этом примере Q♣ J♣ это и дро, и фаворит.

Готовые руки и дро – непримиримые враги в покере. Особенно в лимитных играх, где готовые руки просто не могут сделать ставку достаточно большого размера, чтобы заставить дро выйти из раздачи. Вместо этого они вынуждены делать небольшие беты на вэлью, в то время как дро постоянно отвечают, поскольку ожидаемый выигрыш при их доле в банке больше, чем ставка, которую нужно уравнять. Но и в безлимитном покере для дро не все потеряно – чуть позже мы покажем, как дро могут использовать структуру таких игр, чтобы исполнить очень прибыльное для себя действие, ***полублеф***.

Пример 4.2

Лимитный Холдем, ставки $30-60. У игрока A на руках A♣ A♦. У игрока B - 9♥ 8♥. На доске лежат K♥ 7♣ 3♠ 2♥, в банке $400. Игрок A говорит свое слово первым. Как должна развиваться раздача, если оба игрока знают карты друг друга?

Вы уже наверняка угадали правильный ответ – игрок A поставит, а игрок B уравняет. Однако было бы неплохо понять, почему участники раздачи должны сыграть именно таким образом – для этого мы рассмотрим математическое обоснование их действий и попутно разберем концепцию ***шансов банка***.

Если игрок A сделает чек, то его оппонент наверняка предпочтет увидеть ривер бесплатно. Если игрок B поставит, то он сразу же потеряет как минимум $^4/_5$ своей ставки (так как банк он выиграет всего $^{1}/_{5}$ раз), плюс, возможно, еще некоторую сумму денег, если игрок A сделает рейз. Поскольку на ривере оба игрока уже будут знать, кто выиграл раздачу, более слабая комбинация никогда не оплатит еще один бет, так что лучшая рука заберет только тот банк, который образовался на терне.

На 35 из оставшихся 44 карт выиграют AA, таким образом, мы можем вычислить ожидание игрока A в случае, если он сделает чек (используя формулу 1.11):

<*A, чек*> = *p*(A выигрывает)(размер банка)

<*A, чек*> = $(^{35}/_{44})$($400)
<*A, чек*> = $318.18

Теперь давайте подумаем о том, что может сделать игрок B, если его оппонент поставит. Он точно не будет повышать, поскольку он выиграет раздачу всего один раз из пяти (ему помогают 9 карт из 44), а игрок A никогда не расстанется со своими картами. Так что игрок B должен выбирать между коллом и фолдом.

<*B, колл*> = *p*(B выигрывает)(размер банка на ривере) - (цена колла)

<*B, колл*> = $(^{9}/_{44})$ ($400+$60+$60) - $60
<*B, колл*> = $(^{9}/_{44})$ ($520) - $60
<*B, колл*> = $46.36
<*B, фолд*> = 0

Поскольку ожидание игрока B от колла выше, чем математическое ожидание фолда, он должен будет уравнять на терне. В свою очередь, ставка игрока A будет иметь следующий ожидаемый выигрыш:

<*A, бет*> = *p(A* выигрывает)(размер банка на ривере) - (размер ставки)

<*A, бет*> = $(^{35}/_{44})$ ($520) - $60
<*A, бет*> = $353.64

Очевидно, что в случае ставки игрок A получит более высокое математическое ожидание. Этот результат должен натолкнуть нас на мысль о главном правиле игры с готовыми руками против дро – ***готовая рука обычно должна делать бет***.

Из этого правила, правда, есть исключения – мы разберем соответствующие примеры несколько позже. Теперь давайте проанализируем стратегию игрока B. Как мы уже узнали, колл будет для него более прибыльным действием, чем фолд. Теперь мы можем решить простое неравенство, чтобы определить эквити, которым должна обладать рука игрока В для безубыточного колла на терне:

(Вероятность выигрыша) (размер банка на ривере) - (цена колла) > 0

$520x - \$60 > 0$
$x > {}^{3}/_{26}$

Таким образом, игрок В обязан делать колл каждый раз, когда его эквити в раздаче больше ${}^{3}/_{26}$. В нашем примере это условие естественно выполняется. Как уже было отмечено в первой части, мы можем сказать, что игроку В нужны шансы на победу как минимум 11.5%. Большинство игроков в покер называют это соотношение ***шансами банка*** (пот оддсами): мы должны уравнивать ставку оппонента каждый раз, когда наши шансы на победу больше, чем доля наших инвестиций в итоговом банке.

Мы пришли ко второму принципу игры с дро против готовых рук: **дро должно делать колл, если имеет подходящие шансы банка**.

В дальнейшем мы еще рассмотрим случаи, где игра только в соответствии с шансами банка будет являться ошибкой. Тем не менее, навык расчета оддсов еще не раз пригодится вам за столом, поскольку позволяет быстро оценить прибыльность колла с дро.

Шансы банка на нескольких улицах

Поскольку игра в покер проходит на нескольких улицах торговли, иногда нам придется принимать в расчет возможные будущие действия всех участников раздачи. Давайте рассмотрим несколько примеров с полной информацией (все игроки знают карты друг друга).

Пример 4.3 (Банк $75)

Игра в лимитный холдем, $30-$60. У игрока А на руках A♦ K♦, у его оппонента - 8♣ 7♣. На флоп вышли A♣ K♠ 4♣, в банке лежат $75 и АК ставят $30. У игрока В всего восемь аутов на улучшение, поскольку K♣ даст его оппоненту фулл-хаус. С точки зрения прямых шансов банка игрок В обязан делать колл всякий раз, когда его шансы на победу больше 30/105, или 28.5%.

Однако вероятность того, что флэш закроется на следующей улице, составляет всего 17%. Так что игрок В должен делать фолд со своим флэш-дро.

Пример 4.4 (Банк $195)

Что будет, если мы увеличим размер банка до $195? Теперь у игрока В есть прямые шансы банка на колл. Иными словами, его математическое ожидание составит: $(^{8}/_{45})$(\$255) - \$30 = \$15.33. На терне, если флэш не закроется, возможны два сценария. Первый – выйдет A или K, в таком случае игрок B теряет всякую надежду на победу в банке. Это произойдет $^{4}/_{45}$ раз. Однако на оставшихся картах его ожидание от колла на терне составит $(^{8}/_{44})$ (\$375) - \$60 = \$8.18.

Используем формулу 1.11, чтобы рассчитать общее математическое ожидание для игрока B на терне:

<*B, терн*> = *p(*A или K) (<B, A или K на терне>) + *p*(другие карты)(<B, колл>)

<*B, терн*> = $(^{4}/_{41})$ (0) + $(^{41}/_{45})$ (\$8.18)
<*B, терн*> = \$7.45

В итоге, на флопе игрок A сделает ставку, игрок B уравняет. Затем, если на терне не вышла третья карта к флэшу, игрок A снова поставит, а его оппонент снова сделает колл, поскольку ожидаемый выигрыш от колла выше, чем ожидание от альтернативного действия – фолда (математическое ожидание которого равно нулю).

Пример 4.5 (Банк \$135)

Еще один интересный случай – теперь банк составляет \$135, то есть игрок B может сделать колл на флопе. Однако на терне ситуация меняется:

<*B, флоп*> = *p*(флэш закроется на терне)(\$135 + \$60) - \$30
<*B, флоп*> = $^{8}/_{45}$ (\$135 + \$60) - \$30
<*B, флоп*> = \$4.67

<*B, терн*> = *p*(флэш закроется на ривере)(\$195 + \$120) - \$60
<*B, терн*> = $(^{8}/_{44})$ (\$315) - \$60
<*B, терн*> = \$-2.73

Поскольку игрок B в любом случае не может делать колл, мы не рассматриваем случаи, в которых игрок A получает на терне туза или короля. Если мы включим вероятность такого исхода, то математическое ожидание от колла для игрока B просто станет еще хуже.

Здесь стоит сделать паузу и поговорить о полученном результате. Согласно определению выше, игрок B должен делать колл каждый раз, когда его шансы на победу в раздаче выше, чем предлагаемые шансы банка. Но в таком случае вероятность получения флэша в нашем примере составляет:

p(B выигрывает) = 1 - *p*(B проигрывает)

Воспользовавшись формулой 1.3, получаем:

p(В выигрывает) = 1 - [*p*(нет флэша на терне)][*p*(нет флэша на ривере)]

p(В выигрывает) = 1 - $({}^{37}/_{45})({}^{36}/_{44})$
p(В выигрывает) = 0.327 или 32.7%

То есть, игрок В почти треть раз выиграет этот банк, однако он все еще вынужден делать фолд – почему? В примере 4.3, как мы отмечали, его шансы банка составляют 28.5%, более чем достаточное значение для колла. Однако здесь важно понимать, что когда мы оцениваем прямые шансы банка, мы принимаем в расчет только те случаи, когда игрок В выигрывает уже на следующей улице.

Пример 4.6 (почему рейз не дает нам лучшие шансы банка)

Давайте еще раз рассмотрим ситуацию, где в банке на флопе было $135. Если игрок В уравнивает ставку, то на терне банк составит $195. Предположим, что дро не закрылось, и игрок А делает ставку в $60, заставляя своего оппонента скинуть карты. Но что если игрок В сделает рейз на флопе? Тогда игрок А ответит ре-рейзом, а игрок В, получив прямые шансы банка, сделает колл. Однако на проверку такая линия оказывается хуже, чем колл на флопе и фолд на терне.

Мы можем разбить расчет математического ожидания игрока В на две части. Первая – если он выигрывает на терне (Вf), вторая – если раздача дойдет до ривера (Вt).

<*B, рейз на флопе*> = <*Bf*, рейз на флопе> + <*Bt*, рейз на флопе>

<*Bf, рейз на флопе*> = *p*(В выигрывает на терне) (банк, если В делает рейз и получает ре-рейз) - (размер последнего рейза)

<*Bf, рейз на флопе*> = (${}^{8}/_{45}$)($135 + 2($30+$30+$30)) - $90
<*Bf, рейз на флопе*> = $-34

<*Bt, рейз на флопе*> = *p*(В не выигрывает на терне)[*p*(В выигрывает на ривере)(банк после ставок на терне) – (ставка на терне)]

<*Bt, рейз на флопе*> = $({}^{37}/_{45})$[(${}^{8}/_{44}$)($315 + 2($60)) - $60]
<*Bt, рейз на флопе*> = $15.70

<*B, рейз на флопе*> = $-34 + $15.70 = $-18.30

<*B, колл на флопе*> = *p*(*Bf*)($135+2($30))-$30 = $4.67

Примечание от переводчика: Здесь размер последнего рейза фактически означает количество вложенных денег в банк на одной улице. Также авторы здесь считают, что после ре-рейза на флопе игрок А продолжит ставить на терне, поскольку он знает о руке оппонента.

Таким образом, рейз на флопе создает иллюзию того, что у игрока B появляются шансы на колл, однако на практике это убыточная линия. С другой стороны, за столом ни у одного из игроков не будет полной информации, так что такая раздача не всегда будет заканчиваться с приходом на терне или ривере третьей карты к флэшу. Иными словами, руки-дро могут компенсировать недостаток прямых шансов банка получением вэлью от оппонента на следующих улицах.

Потенциальные шансы

Мы рассмотрели концепцию шансов банка, которая помогает подсчитывать прибыльность наших действий с дро против готовых рук. Однако во всех вышеизложенных примерах мы полагали, что игроки обладают полной информацией, в то время как за столом никто не будет знать ваших карт. Например, у игрока B вполне могли оказаться и блеф, и другое дро (на стрит или две пары) или даже лучшая рука. Таким образом, в реальной игре готовая рука часто должна будет уравнивать одну или две ставки, даже если на терне закроется дро.

В предыдущих примерах мы считали, что игрок B не получит никаких денег, если попадет в дро – его оппонент всегда скидывал свою руку. Однако при игре без полной информации такая стратегия наверняка была бы очень уязвимой. Иными словами, дро часто может рассчитывать на дополнительное вэлью даже после выхода опасной для готовой руки карты. Такая комбинация прямых шансов банка и возможного выигрыша на следующих улицах называется ***потенциальными шансами банка***.

Пример 4.7

Рассмотрим следующую ситуацию. Раздача развивается в точно таком же ключе: у игрока А на руках A♦ K♦, у игрока B - 8♣ 7♣, на флоп выходят A♣ K♠ 4♣. Однако теперь игрок А не знает о картах своего оппонента и будет уравнивать ставки игрока B на терне и ривере, даже если закроется флэш.

Мы уже нашли прямые шансы банка для игрока B при открытых картах. Однако в этом примере у него также есть и существенные потенциальные шансы. В банке уже лежат $135, игрок А делает на флопе ставку в $30. Возможны три сценария:

#1: Флэш закрылся на терне
В этом случае игрок B заберет $195 из банка, плюс $240 на терне и ривере. Но из этих денег надо вычесть $150, которые он сам вкладывает в банк. Так что в сумме

он получит $285. Этот сценарий реализуется ${}^{8}/_{45}$ (или 17.8%) раз, то есть ожидаемый выигрыш составит $50.67.

#2: Флэш закрылся на ривере

Здесь игрок B снова выиграет $285 (поскольку он будет делать колл со своим флэш-дро на терне). Вероятность такого исхода составляет $({}^{37}/_{45})$ $({}^{8}/_{44})$ или 14.9%. Ожидаемый выигрыш - $42.61.

#3: Флэш не закроется ни на терне, ни на ривере

Такое случится 67.3% раз – игрок B уравняет ставку на флопе и терне, но выкинет на ривере. Он потеряет те деньги, которые вложил в банк, то есть $90. Соответственно, его ожидаемый проигрыш составит $60.55.

Сценарий	Вероятность	Результат	Ожидание
Флэш на терне	8/45	$285	$50.67
Флэш на ривере	(37/45)(8/44)	$285	$42.61
Нет флэша	1-[(8/45)+(37/45)(844)]	$-90	$-60.55
Итого	1		$32.43

Таким образом, ожидаемый выигрыш в этом примере для игрока B составляет $32.73 – значительно больше, чем в ситуации, когда игрок A никогда не оплачивает флэши своего оппонента.

Потенциальный размер банка

Стратегия эксплуатации в безлимитном Холдеме основана на потенциальных шансах. Зачастую верным решением на префлопе будет колл с мелкой или средней карманной парой, а также с одномастными коннекторами и тузами в надежде попасть на флопе в сет или сильное флэш-дро. Однако в таком случае нам важно учитывать не только деньги, которые мы можем выиграть, но также и те ставки, которые мы потенциально можем проиграть, когда наша сильная рука окажется позади (например, если оппоненту зайдет старший сет). Также мы не можем считать, что наши оппоненты легко отдадут нам все свои деньги – наоборот, наши потенциальные шансы весьма часто будут равны только какой-то доле от стэка оппонента.

Во всех рассмотренных нами примерах потенциальные шансы давали игроку B возможность сделать колл при небольших размерах банка и посредственном эквити, поскольку деньги, вкладываемые на будущих улицах увеличивают так называемый потенциальный размер банка. В третьей части книги мы покажем, что потенциальные выигрыши очень важны в играх между диапазонами, состоящими из различных комбинаций дро и готовых рук. Кроме того, этот фактор имеет первостепенное значение в разновидностях покера, где дро может быть ***скрытым***, то есть когда лишь у некоторых игроков есть информация о закрывшемся дро. Например, в Семикарточном Стаде последняя карта сдается рубашкой вверх. Получается, что при таком ассиметричном распределении информации, игрок с готовой рукой оказывается в невыгодном положении – ему придется хотя бы иногда проплатить флэшу или стриту еще одну ставку. Иначе (если он всегда будет выкидывать свои карты), дро получит возможность эксплуатировать эту слабость, блефуя на всех риверах подряд.

Блефы

Блеф является, пожалуй, наиболее известным приемом в покере. Для многих новичков самым запоминающимся моментом становится их первый удачный блеф. Более того, в покерных трансляциях большая часть зрительского внимания прикована к ситуациям, когда один из игроков делает большую ставку, а его оппоненту необходимо решить что это: блеф или хорошая рука. Фактически, блеф – неотъемлемая часть покера, и это именно тот элемент, который отличает его от таких игр как шахматы и нарды.

Чистый блеф следует понимать как ставку с рукой, у которой нет шансов на победу в случае колла от оппонента. В свою очередь, ***полублеф*** – это ставка с комбинацией, которая сейчас возможно не является лучшей рукой, но у которой есть возможность существенно улучшиться на следующих улицах. Как правило, чистые блефы случаются на последней улице торговли, когда ни одна рука уже не может улучшиться. Однако иногда игроки предпринимают попытки выиграть банк с мертвой рукой и на ранних стадиях раздачи.

С другой стороны спектра ставок находятся ***вэлью беты***. Эти ставки обладают положительным ожиданием даже в случае колла от оппонента. Иными словами, это ставка с достаточно сильной комбинацией, которая может побить руки из диапазона колла оппонента. В редких случаях, когда у нас оказывается абсолютный натс на ранней улице, мы можем ставить на вэлью на протяжении всей раздачи. Однако, как правило, на флопе и терне большинство вэлью бетов могут оказаться полублефами (в зависимости от силы руки оппонента).

И наконец, между чистыми блефами и вэлью бетами существует огромный диапазон ставок, многие из которых иногда окажутся полублефами, иногда ставками на вэлью. Самый простой пример полублефа, у которого нет вэлью составляющей – это ставка со слабым флэш-дро. Такая рука никогда не получит колл от худшей комбинации, и даже спаривание одной из карт наверняка не позволит ей побить руку оппонента. Однако даже в таком случае слабое флэш-дро зачастую должно делать ставку, поскольку оппонент может скинуть часть своего диапазона в пас. Мы еще вернемся к идее полублефов, а пока рассмотрим еще один пример.

Пример 4.8

Игра в Семикарточный Стад, $40-80. Оппоненты в раздаче знают все карты друг друга за исключением ривера, который сдается рубашкой вверх. Как мы уже говорили, это ситуация со скрытым дро - только один из игроков знает, усилилась ли его рука или нет.

Игрок А: 6♥ А♣ А♠ 7♦ 9♦ К♣
Игрок В: 7♠ 8♠ 9♠ К♠ 2♣ 4♣

Как вы, наверное, уже поняли, эта игра очень похожа на ту, что мы анализировали в случае с Холдемом. У игрока А есть готовая рука, а у его оппонента – только флэш-дро без дополнительных аутов. В банке уже лежат $655, и на стол выходит ривер.

Но теперь игроку А больше нет смысла ставить. Либо игрок В попал в свое флэш-дро, либо нет – он ответит на ставку только с более сильной рукой. Таким образом, игроку А нужно просто сделать чек и постараться правильно среагировать на возможную ставку своего оппонента. Если его оппонент сделает чек, то очевидно, что игрок А выиграет банк – более того, такое будет происходить значительно чаще, чем 50% раз. Однако это отнюдь не повод, чтобы делать ставку на вэлью. Ожидание игрока А в этой ситуации абсолютно не зависит от того, поставит он или нет, поскольку он никогда не получит колл от рук хуже.

Итак, игрок А делает чек. Теперь игрок В должен решить, что ему делать. Естественно ему стоит поставить со всеми флэшами. В колоде оставалось 40 неизвестных карт, при 8 аутах игрок В соберет флэш 20% раз. Кроме того, ему стоит иногда блефовать, когда флэш не закрылся. Таким образом, если игрок А скинет свои карты, испугавшись более сильной руки, игрок В сможет выиграть достаточно большой банк с худшей рукой.

В свою очередь, после ставки от игрока В, перед его оппонентом встанет новое решение: колл или фолд. Этот выбор на самом деле также зависит и от того, пришла ли на ривере игроку А пика – если да, то вероятность блефа со стороны игрока В возрастет. Однако мы пока не будем рассматривать такой случай и представим, что игрок А играет на ривере вслепую.

Таким образом, у нас образовались два неизвестных. Частота колла для игрока А в случае ставки от игрока В. Пусть это будет некий «х». Частота блефа для игрока В (с какой частью своих рук он должен ставить на ривере как блеф). Назовем эту переменную «у».

Тогда, применяя уравнение 1.11, получим:

<*A, колл*> = *p*(у *B* есть флэш)(проигранная ставка) + *p*(B блефует)(банк +
+ одна ставка)
<*A, колл*>= (0.2)($-80) + (y)($655 + $80)
<*A, колл*> = $735y - $16

<*B, блеф*> = *p*(*A* делает колл)(проигранная ставка) + *p*(*A* скидывает карты)
(банк)
<*B, блеф*> = x($-80) + (1 - x)($655)
<*B, блеф*> = $655 - $735x

Мы получили, что частота колла для игрока А напрямую зависит от того, с какой долей своего диапазона на ривере игрок В решится блефовать. И наоборот – игрок В должен решить, как часто он хочет блефовать исходя из тенденции к коллу игрока А.

Решим простое неравенство и найдем значение «у»:

$735y - $16 > 0
y > ~ 2.2%

Это значит, что если игрок В блефует чаще, чем с 2.2% своих рук, то его оппонент должен всегда уравнивать ставку на ривере. Также вполне ясно, что математическое ожидание колла для игрока А при частоте блефа в 2.2% равно нулю. Это очень важная идея, к которой мы еще вернемся в следующих главах. Фактически, можно говорить о том, что мы нашли точку безразличия для игрока А – его конкретное действие (колл или фолд) не имеет значения, поскольку математическое ожидание от этого никак не изменится.

Теперь решим аналогичное неравенство для игрока В:

$655 - $735.x > 0
X < ~ 89.1%

Иными словами, если игрок А делает колл реже, чем в 89.1% случаев, то игрок В должен блефовать со всеми своими руками. И снова в найденной нами точке математическое ожидание блефа для игрока В будет равно нулю. В случае, если игрок А делает колл именно 89.1% раз, то игроку В будет все равно что делать со своими блефами.

Возможно, игрок А окажется «скептиком», то есть будет считать, что игрок В заядлый блефун, и начнет вскрывать каждую его ставку на ривере. Если это и вправду так, то математическое ожидание игрока А будет увеличиваться на $7.35 за каждый процент блефов сверх 2.2%. Тогда лучшей стратегий игрока В будет полный отказ от ставок без готового флэша. С другой стороны, игрок А может быть и слишком доверчивым, тогда его оппонент может со спокойной душой блефовать 100% раз. Да, он не будет получать вэлью со своими флэшами, но выигранные банки с блефами вполне смогут компенсировать такую потерю.

Стратегии эксплуатации

Рассмотренные выше примеры контр-стратегий для игроков А и В являются прототипами стратегий эксплуатации, то есть стратегий с максимальным математическим ожиданием. Мы используем слово «эксплуатация» по одной простой причине – с помощью подобных расчетов (и соответствующих им стратегий) мы можем определять уязвимые места в игре наших оппонентов и «эксплуатировать» их, выбирая только те действия, которые максимизируют наши ожидаемые выигрыши против найденных слабостей.

Однако зачастую такие расчеты нельзя провести непосредственно за столом, особенно с учетом многих косвенных факторов, возникающих в процессе игры. В этой книге мы часто будем прибегать к помощи «вспомогательных игр», которые позволяют в известной степени упростить рассматриваемые ситуации. Когда мы будем обсуждать многоуровневые стратегии для целых диапазонов, нам придется столкнуться с невозможностью даже простейших расчетов математического ожидания.

В то же время определение и эксплуатация слабых мест в игре оппонентов позволяют нам выбирать решения с более высоким ожиданием. Так что если мы хотим найти наиболее прибыльную стратегию, мы вполне можем отказаться от прямых расчетов математического ожидания в пользу простого поиска уязвимостей в стратегиях других игроков – в реальной игре такой подход зачастую окажется более действенным.

Но вернемся к примеру 4.8, где мы фактически представили игру в «угадайку» между двумя участниками. В этом случае каждый из игроков старается предсказать намерения своего оппонента и подстроиться путем экстремального изменения своей собственной стратегии в ту или иную сторону. Здесь мы невольно затрагиваем тему третьей части книги: точки безразличия, которые мы рассчитали выше (~2.2% блефов для игрока В и 89.1% коллов для игрока А), на самом деле обладают особыми свойствами. Они описывают условия, при которых оппонент не может эксплуатировать нашу стратегию, даже если он знает, что мы делаем. Если игроки А и В следуют этим двум стратегиям, то ни один из них не сможет увеличить свое математическое ожидание, только изменив собственные тенденции. Такие стратегии называются ***оптимальными.*** Третья часть книги посвящена исключительно поиску и применению оптимальных стратегий в покере.

Стратегия эксплуатации, по сути, состоит из двух частей. Во-первых, сбор информации. Мы пытаемся определить руку или диапазон оппонента исходя из его действий, ищем слабые места в его игре или ситуации, в которых он чувствует себя наименее комфортно. Затем мы принимаем некое решение исходя из полученной информации. Как правило, на этом этапе мы просто выбираем то действие, которое будет в наибольшей мере эксплуатировать обнаруженную слабость. Второй шаг зачастую оказывается проще, но позже мы покажем, это не всегда так.

Нужно запомнить

………………………………………………………………………………………………..

- Эксплуатация подразумевает максимизацию математического ожидания против рук и стратегий оппонента. В реальности же все часто сводится к простому определению слабостей другого игрока из-за невозможности выполнить необходимые расчеты математического ожидания непосредственно за столом.

………………………………………………………………………………………………..

- Шансы банка (пот оддсы) являются хорошим ориентиром при принятии решения о колле с дро. В случае если шансы на победу в раздаче оказываются выше, чем доля наших инвестиций в итоговом банке, нам следует принять ставку оппонента. В противном случае фолд часто окажется лучшим решением.

………………………………………………………………………………………………..

- Шансы банка следует рассматривать на нескольких улицах в совокупности. Иногда, даже когда нам не хватает пот оддсов на текущей улице, мы все равно можем сделать колл. Необходимо оценивать математическое ожидание всей стратегии, а не действий на отдельных улицах торговли.

………………………………………………………………………………………………..

- Потенциальные шансы банка учитывают вэлью, которое может собрать игрок с уже закрывшимся дро. В некоторых ситуациях потенциальные шансы позволяют делать коллы, которые недопустимы с точки зрения прямых шансов банка.

………………………………………………………………………………………………..

- В раздачах, где сталкиваются готовые руки и дро, действуют два принципа:
  1) готовая рука обычно должна ставить;
  2) дро, как правило, должно уравнивать ставку (при наличии достаточных шансов банка).

………………………………………………………………………………………………..

- Чистый блеф – это ставка с рукой, не имеющей никакой надежды выиграть банк в случае колла от оппонента. Полублеф – это ставка с комбинацией, которая сейчас возможно не является лучшей рукой, но у которой есть возможность существенно улучшиться на следующих улицах. Вэлью беты – это ставки, математическое ожидание которых останется положительным, даже если они получат колл.

………………………………………………………………………………………………..

Глава 5

Гадаем на картах: чтение рук и стратегий

Возможно, самый популярный навык из числа тех, что приписывают себе игроки в покер (особенно в интервью и на телевидении) – «чтение» оппонентов. Часто подразумевается, что сам процесс «чтения» чьей-то руки нельзя формализовать или выразить через язык чисел, и поэтому лишенные даже толики воображения «математики» не обладают этой уникальной способностью. По понятным причинам мы склонны не согласиться. Но надо признать, если бы такая «магия» помогала точно определять карты оппонентов, этой книги бы не существовало. В реальности же мы считаем, что чтение оппонента по большей части основано на Байесовской логике и интерпретации ставок, с небольшими поправками на физические теллсы. При этом не важно, на каком уровне проходит этот процесс: сознательном или подсознательном. Более того, математические модели могут служить отличным дополнением к игровой интуиции.

Весьма популярный метод «чтения» оппонента заключается в следующем: вы кладете своего оппонента на какую-то определенную комбинацию, а затем играете всю раздачу так, как если бы знали, что у него именно это рука (попутно надеясь, что вы правы). Иногда такой подход действительно работает. Например, в лимитном Холдеме некоторые игроки делают ре-рейз против ранних позиций с мелкими и средними карманными парами, «положив оппонента на AK». Действительно, AK является одной из наиболее вероятных комбинаций в такой ситуации, так что чаще всего они «угадают» карты своего оппонента. Однако вполне возможно, что думая только об одной-единственной руке, они уменьшают свое математическое ожидание как на префлопе, так и на постфлопе – в конце концов, диапазон оупен-рейза из ранней позиции может включать в себя ещё и старшие карманные пары.

Один из авторов этой книги недавно стал участником следующей раздачи в турнире по безлимитному Холдему. За столом осталось пять человек, блайнды были 1500-3000, и игрок с коротким стэком поставил все свои фишки (около 2100) из позиции UTG. Стоит отметить, до этого он уже успел поставить олл-ин несколько раз подряд. У автора оказались A♥ 8♥ на большом блайнде при стэке в 3200. После того как все остальные игроки сбросили свои карты, он уравнял олл-ин и увидел AKo у своего оппонента. К счастью на стол вышла восьмерка, так что раздача закончилась благополучно.

После турнира человек, у которого оказались AKo, спросил: «Против какой из моих рук ты думал, что ты впереди?». На что получил ответ: «Скорее всего, ты ставил олл-ин с любым тузом, любой парой и возможно сильными королями. Плюс чем лучше ты играешь, тем чаще у тебя окажутся руки вроде T9s. Против этого диапазона у меня было почти 50% эквити, так что я сделал колл».

Мораль этой истории заключается в следующем: вылетевший игрок считал, что его оппонент пытался «положить его на руку», а затем оценивал свои шансы против выбранной комбинации. Однако вместо этого автор книги составил примерный диапазон для олл-ина в такой ситуации, а затем действовал, отталкиваясь от этого предположения. Как оказалось, у префлоп рейзера была одна из сильнейших рук в его диапазоне, и нашему герою повезло на флопе. Важно понимать, что он никогда не думал о том, как стоит против конкретной руки, *но при этом сделал абсолютно верный колл*.

Чтение рук для продвинутых

Другие игроки читают руки своих оппонентов, используя комбинацию дедукции и теллсов. Они исключают вероятные руки на основании различных предположений, например о том, что оппонент играет рационально, или же что определенная рука не подходит стилю игры оппонента. Однако многие из них совершают распространенную ошибку – они слишком легко вычеркивают комбинации из диапазона оппонента, в результате чего зачастую оперируют неоправданно узким спектром рук.

Тем не менее, даже с учетом этого недостатка, данный метод достаточно близок к рекомендуемому нами алгоритму чтения рук. В теории он заключается в следующем: мы никогда не должны стремиться положить оппонента на одну руку; напротив, нам следует считать, что у него существует некий диапазон вероятных комбинаций. В начале раздачи у каждого из игроков за столом диапазон состоит из случайных рук, с поправкой на ваши собственные карты (следствие теоремы Байеса). После того как каждый из игроков скажет свое слово, мы можем включить полученную информацию в наши рассуждения и заново оценить вероятность тех или иных рук. Здесь мы будем отталкиваться в основном от вышедших на стол карт, а также наших предположений о том, как оппонент может разыгрывать различные комбинации из своего диапазона. Нам также стоит учитывать и вероятность (пусть и небольшую) того, что мы не до конца понимаем стиль игры оппонента, или же что он просто решил отойти от своей обычной стратегии. Вы не раз столкнетесь с такими ситуациями, даже играя против сильных соперников, поэтому не стоит по умолчанию считать, что вероятность нестандартной игры всегда равна нулю. Это может привести к достаточно плохим фолдам или коллам, о которых вы потом будете сожалеть.

Непосредственно в игре мы не сможем оценить вероятность каждой руки. Однако нам вполне по силам проанализировать действия наших оппонентов, а также карты на столе, чтобы в результате составить диапазон для момента, когда нам нужно принять решение. К тому же при таком подходе несложно учесть и теллсы – для этого нужно скорректировать уже составленный диапазон, используя теорему Байеса с новыми данными. Проще говоря, мы должны задаться вопросом: «Я составил диапазон моего оппонента, оценил все возможные руки. В таком случае, какова вероятность того, что мой оппонент покажет именно этот теллс с каждой из этих рук? ".

Конечная цель всех этих действий – ***составить диапазон рук нашего оппонента***. В нем какие-то руки мы исключим полностью, каким-то назначим незначительную вероятность. Так, комбинации, которые оппонент бы чаще всего разыграл в иной манере, будут обладать меньшей относительной вероятностью в рамках найденного диапазона. В теории, мы могли бы собрать достаточно информации, чтобы сузить диапазон оппонента до одной руки, однако на практике это в принципе невозможно.

Рассмотрим все вышесказанное на примере. В этой раздаче мы будем пытаться интерпретировать действия нашего оппонента на различных улицах, однако кому-то наши доводы могут показаться спорными. Важно понять, что цель этого примера состоит не столько в определении правильной линии розыгрыша нашей руки, сколько в демонстрации процесса чтения рук по заданному выше алгоритму.

Пример 5.1

Мы играем в Семикарточный Стад Хай-Лоу. Лимит $30-$60, анте $5. Игрок справа от нас делает бринг-ин с 2♣ на $10. Мы делаем ставку в $30 с (5♣ A♥) 4♥. Две десятки, 7♦ и король скидываются. Следующий игрок делает рейз до $60 с 6♣. Двойка крестей отправляется в пас, мы уравниваем.

> (5♣ A♥) 4♥
> (??) 6♣
>
> Мертвые карты: T♣ T♠ 7♦ K♠ 2♣.

На третьей улице мы начинаем думать о руке нашего оппонента. Даже ничего не зная о его стиле, мы можем сделать приближенную оценку его диапазона. Так, есть руки, с которыми почти любой игрок наверняка сделает рейз:

> (AA) 6
> (KK) 6
> (66) 6

Также сюда стоит отнести любую мелкую одномастную руку (с тремя крестовыми картами) с тузом.

Агрессивные оппоненты сделают рейз с таким диапазоном:

> (QQ-TT) 6
> Любые три мелкие крестовые карты
> (A2) 6
> (A3) 6

Можно также составить и еще более широкий диапазон для рейза:

(99-55) 6
(A4) 6
(A5) 6
(54) 6
(57) 6

Плюс любые одномастные руки с тузом, например (A♣ J♣) 6♣

Кроме того, авторы этой книги видели подобные ре-рейзы от рук следующего вида:

(QJ) 6

К несчастью для нашего алгоритма, но к счастью для нашего банкролла, игроки, регулярно делающие такие рейзы, слишком быстро проигрывают все свои деньги, так что мы даже не успеем получить достоверную информацию об их диапазонах. Вернемся к раздаче. Уже на префлопе мы можем сделать некоторые прикидки о диапазоне оппонента. Стоит, правда, заметить, что некоторые из перечисленных выше рук будут встречаться достаточно редко. Например, в колоде осталось всего две десятки, так что пять из шести комбинаций (TT)6 уже невозможны. Более того, игрок с (TT)6 почти наверняка бы выкинул свою руку еще на префлопе, зная, что его ауты находятся на руках у оппонентов.

На стол выкладывается четвертая улица – мы получаем 8♠, а наш оппонент - T♦. Он делает чек, мы ставим, при этом ожидая иногда забрать банк уже сейчас. Однако получаем колл.

Проблема заключается в том, что на этой улице мы получили очень мало новой информации. Есть несколько причин, по которым мы никак не можем сузить предполагаемый диапазон. Во-первых, действия оппонента на этой улице нам ни о чем не сказали. Мы поймали неплохую карту, чего нельзя сказать о нашем оппоненте, однако размер банка и относительная сила диапазонов (мы еще затронем эту тему) дают ему возможность сделать колл и посмотреть на пятую улицу с большим количеством рук. Во-вторых, минимальная ставка на следующей карте будет в два раза больше. Это значит, что у нашего оппонента вполне могла оказаться и сильная комбинация, с которой он решил не делать рейз на дешевой улице, таким образом лишив нас информации о своей руке.

Пятая улица - J♥. Плохая карта, однако она все же дает нам три карты к флэшу, в дополнение к четырем низким картам, которые уже есть у нас на руках. Оппонент поймал K♣ и делает чек. Мы ставим и снова ожидаем часто забрать банк.

Теперь доска выглядит следующим образом:

(5♣A♥) 4♥ 8♠ J♥
(????) 6♣ T♦ K♣

Давайте обсудим, что нам могут сказать различные действия оппонента в этой ситуации. Посмотрим на его вероятные руки (особенно на первые две группы), и попытаемся представить диапазон для колла:

(AA) 6♣ T♦ K♣
(X♣Y♣) 6♣ T♦ K♣
(QQ) 6♣ T♦ K♣
(JJ) 6♣ T♦ K♣

Вероятный диапазон для рейза:

(66) 6♣ T♦ K♣
(KK) 6♣ T♦ K♣

Вероятный диапазон для фолда:

(A2) 6♣ T♦ K♣
(A3) 6♣ T♦ K♣

Важно понимать, что мы не можем знать наверняка, как наш оппонент разыграет ту или иную руку, или как часто он сделает рейз, например, с сетом на терне. Поэтому мы используем приставку «вероятный» для всех перечисленных выше диапазонов. Кроме того, составляя диапазон, мы не должны упускать вероятность того, что оппонент может разыграть свою руку вопреки нашим ожиданиям. Так, мы рискуем сделать серьезную ошибку на следующих улицах, полагая, что у оппонента в принципе не может оказаться какой-то комбинации – это приведет к излишней уверенности в силе нашей руки и, как следствие, проигранному банку.

Теперь предположим, что оппонент делает колл. Выше мы определили его вероятный диапазон, который состоит из старших пар и флэш-дро. На шестой улице нам приходит A♠, а оппонент получает 3♣.

Самое время остановиться и подумать. На доске лежат следующие карты:

(5♣A♠) 4♥ 8♠ J♥ A♠
(????) 6♣ T♦ K♣ 3♣

В банке $345. Вопрос: стоит ли нам ставить? Многие игроки здесь не задумываясь сделают бет со своей парой и лоу-дро. Однако действительно ли у нас такая хорошая рука, учитывая все сделанные выше предположения? Что если мы немного скорректируем диапазон оппонента? Как тогда изменится правильное решение в раздаче?

Чтобы ответить на эти вопросы, нам нужно проанализировать вероятный диапазон оппонента на этой улице и посчитать математическое ожидание против каждой из его рук.

Для начала, обозначим спектр комбинаций, которые могут оказаться у оппонента – сейчас мы не будем учитывать ситуации, в которых он разыгрывает свои руки не так, как мы ожидаем. Однако чуть позже мы рассмотрим различные конфигурации диапазонов и увидим, насколько они могут повлиять на наше решение.

Мы уже определили четыре типа рук в диапазоне нашего оппонента:

(AA)	6♣	T♦	K♣	3♣
(X♣Y♣)	6♣	T♦	K♣	3♣
(QQ)	6♣	T♦	K♣	3♣
(JJ)	6♣	T♦	K♣	3♣

Эта оценка основана на том, как развивалась раздача до шестой улицы. Однако руки с QQ и JJ надо разделить на комбинации с крестовой картой и без нее. AA сюда не относится, поскольку если у оппонента есть пара тузов, то она всегда с тузом крестей (два туза уже находятся в нашей руке). Поскольку ни одна из дам еще не вышла, из шести возможных комбинаций QQ три будут с дамой крестей. Что касается валетов, то валет червей у нас, поэтому у оппонента возможны только три пары валетов, две из них включают в себя J♣.

Осталось только определить комбинации с тремя низкими крестовыми картами. Мы знаем, что у нашего оппонента точно не может быть 2♣ (она среди мертвых карт) 3♣ (лежит на доске), 5♣ (у нас на руках) и 6♣ (лежит на доске). Таким образом, остается четыре низкие крестовые карты (A♣, 4♣, 7♣, 8♣), что дает нам шесть возможных комбинаций из двух карт.

Получим следующий диапазон (справа – количество комбинаций каждой руки):

AA	1
Q♣ Qx	3
Qx Qy	3
J♣ Jx	2
Jx Jy	1
X♣ Y♣	6

Кроме того, у нас может быть дополнительная информация на нашего оппонента. Например, нам показалось, что ему перестала нравиться его рука, когда на стол вышел туз – в этом случае мы должны всегда делать ставку (но только если мы думаем, что этот теллс проявляется, когда у него одна из старших пар). С другой стороны, если он как-то показал, что ждал 3♣, то это, скорее всего, сохранит нам одну ставку против готового флэша.

Подведем итог. Мы начали с диапазона, в котором все руки были равновероятны. Затем, после рейза на третьей улице, мы сузили диапазон оппонента до старших пар, комбинаций с сильными лоу-дро и низкими крестовыми картами. На четвертой улице, с выходом хорошей карты, наше эквити увеличилось, в то время как оппонент никак не усилился. Однако мы не получили никакой дополнительной информации.

С другой стороны, пятая улица очень много сказала нам о его диапазоне, поскольку оппонент не скинул свою руку после того, как поймал вторую старшую карту. Нельзя исключать вероятность того, что он решил сделать колл на дешевой четвертой улице с тремя разномастными низкими картами. Однако после того как вышел K♣, мы можем фактически полностью исключить все лоу-дро у которых еще нет четырех крестовых карт. Если оппонент все же решился уравнять на пятой улице с тремя лоу-картами, то мы автоматически выигрываем деньги благодаря этой ошибке. Даже в случае, когда на следующих улицах мы потеряем какую-то часть ожидаемого выигрыша, все равно такой плохой колл от нашего оппонента с лихвой все окупит.

На шестой улице наша рука значительно улучшилась – мы получили пару, но в то же время диапазон оппонента также усилился с выходом мелкой крестовой карты (которая могла дать ему либо флэш-дро, либо готовый флэш). Мы сузили набор его возможных комбинаций до четырех рук (тузы, старшие пары с флэш-дро, старшие пары без флэш-дро и мелкие готовые флэши).

В этом примере мы в основном пытались интерпретировать действия оппонента, чтобы составить представление о его диапазоне, однако для чтения рук не менее важны и теллсы. Как мы уже говорили, эта область выходит за пределы темы нашей книги. Тем не менее, математика может стать хорошим подспорьем при анализе теллсов; мы еще поговорим об этом в конце главы. Что же касается самой раздачи, то мы завершим ее анализ в Главе 8, где подробно разберем ситуацию на шестой улице.

Когда мы применяем стратегию эксплуатации, нашей главной задачей является определение диапазона оппонента и его стратегии (или совокупности стратегий), против которых мы будем пытаться максимизировать наше математическое ожидание. В этой главе мы поговорили о «чтении рук» - как оказалось, здесь многое зависит от нашего видения конкретных линий, по которым оппонент будет разыгрывать свои руки.

Читаем стратегии

Очень важная часть стратегии эксплуатации оппонентов – правильная оценка линий, которые они будут выбирать с различными частями своего диапазона.

Чтобы упростить себе задачу, мы можем предположить, что оппонент будет играть свои руки наилучшим образом. Тогда наша стратегия будет эксплуатировать структуру его диапазона. Например, когда оппонент сделал серьезную ошибку на одной из прошлых улиц, эксплуатация структуры его диапазона (который теперь содержит большие изъяны) будет весьма прибыльным занятием.

Также, наш ожидаемый выигрыш может увеличиться, если оппонент продолжит совершать ошибки со своим диапазоном и на следующих улицах. В нашем распоряжении часто окажутся несколько источников информации, по которым мы сможем оценить стратегию, используемую оппонентом. Этот процесс мы будем называть «чтением стратегии».

- ***Сыгранные раздачи***
  Мы постоянно будем становиться свидетелями раздач, разыгранных за столом. Такая информация будет на сто процентов надежной, поскольку оппоненты сами покажут свои карты на вскрытии. Сыгранные раздачи можно считать самой ценной подсказкой о стратегиях других игроков – информация, которую мы получаем из других источников, часто может оказаться искаженной.
- ***Сыгранные раздачи (шоудаун от оппонента)***
  Среди сыгранных нами раздач выделяется особая категория – иногда оппоненты намеренно показывают свои карты. С такой информацией стоит обращаться осторожно. С одной стороны, мы узнаем руку другого игрока. С другой же, сам факт того, что мы получили эту информация бесплатно, уменьшает ее ценность (возможно, оппонент хотел нас запутать). Но если мы будем тщательно взвешивать полученные сведения, то сможем их использовать без каких-либо опасений.
- ***Косвенные факторы***
  Кроме шоудаунов мы можем отмечать для себя различные тенденции оппонентов, даже в раздачах, которые не дошли до вскрытия. Такая информация пригодится как при чтении рук, так и при чтении стратегий. Однако здесь также важно помнить, что нам необходимо соотнести тенденции с конкретными ***типами*** рук.
- ***Классификация игроков***
  Это, пожалуй, наиболее распространенный метод чтения стратегий против оппонентов, на которых у нас мало информации. Он также применяется для редко встречающихся ситуаций. Фактически, при таком подходе мы должны разбить всех игроков на категории и суб-категории. Самые известные их них – лузовый, тайтовый, пассивный, агрессивный. Часто встречаются и другие модели классификации. Однако в основе всегда лежит один и тот же принцип – если мы можем точно определить стратегию для какой-то группы игроков, а затем правильно отнести нашего оппонента к этой группе, то мы сможем делать правдоподобные предположения о его линиях и диапазонах, даже если мы никогда не играли с ним прежде.

В этой главе мы будем обсуждать в основном адекватных игроков – их стратегии не могут быть легко эксплуатированы, хотя они и совершают значительное количество ошибок. В конце мы немного поговорим о нескольких категориях слабых игроков, чьи стратегии гораздо более примитивны.

Хотя у нас в распоряжении оказываются все перечисленные выше источники информации, важно понять пределы своих возможностей по чтению стратегий оппонентов. На наш взгляд, многие игроки, особенно те, кто неплохо справляются со сбором и анализом таких сведений, зачастую переоценивают степень уверенности, с которой они могут говорить о чьей-то стратегии. Даже после нескольких сотен раздач мы получаем не так уж много достоверной информации о стратегии оппонентов.

Представьте себе 1.000 раздач в лимитный Холдем (примерно 30 часов игры в казино, или пара часов в онлайне). На первый взгляд, это неплохая выборка, которая может многое сказать о чьей-то игре. Однако средний оппонент доведет до шоудауна всего около ста рук, и все они будут неравным образом распределены между девятью позициями за столом (больше всего шоудаунов будет на баттоне и блайндах). Более того, эти раздачи будут сыграны на различных текстурах флопов, против разных людей и т.п.

Косвенные факторы здесь также будут по большей части бесполезны – мы сможем собрать более-менее достоверную информацию только о префлопе. Например, наш оппонент сыграл 121 руку из UTG. Если в нашей выборке он делает рейз с 10% рук из этой позиции, то 95% доверительный интервал скажет нам, что в реальности он может открывать от 4% до 16% всех рук, то есть от диапазона {TT+, AK, AQs} до {66+, AT+, KJ+, QJ, JT, T9}. Даже если мы увидим, как этот игрок делает рейз из ранней позиции с парой сильных рук, мы все равно не сможем сузить его предполагаемый диапазон. Те же QQ присутствуют в самых разных конфигурациях диапазонов. Более того, сильные руки гораздо чаще будут видеть шоудаун, так что нам будет сложно сделать выводы о других частях диапазона оппонента.

Таким образом, нам стоит несколько изменить поход – мы будем использовать шоудауны не для определения конкретной стратегии оппонента в различных ситуациях, а для правильной его классификации (с последующими предположениями о его линиях). У этого метода есть свои недостатки:

- Игроки редко придерживаются одной неизменной стратегии на коротких дистанциях. Использование конкретной раздачи (шоудауна) для классификации оппонента фактически означает, что эта раздача должна характеризовать его общую стратегию. Однако когда мы эксплуатируем оппонента, нам важно знать не его общую стратегию, а как он играет именно против нас. В следующих главах мы поговорим о контрэксплуатации, и как череда подстроек усложняет эксплуатацию оппонентов и заставляет нас искать другие решения.

- Игроки редко придерживаются одной неизменной стратегии на длинных дистанциях. Они читают книги, смотрят видео, общаются между собой. Из-за этого даже самый достоверный и точный ридс может оказаться бесполезным уже через пару недель. Такие факторы как апстрик на лимите выше также могут привести к более уверенной игре и новой стратегии.
- Нам сложнее проверять свои предположения об игре оппонента. Из-за того, что разные стратегии могут диктовать одинаковые линии с некоторыми руками, мы зачастую не сможем оценить достоверность наших догадок. Более того, мы редко сможем подтвердить какую-то гипотезу, которая предсказывает отклонение от стандартного розыгрыша. Чтобы это произошло, у нас должен быть ридс, что оппоненты определенного типа играют какие-то руки иначе; тогда у оппонента должна оказаться именно такая рука; и мы должны увидеть шоудаун (или получить информацию о его руке любым другим способом).

Человеческий мозг виртуозно определяет последовательности, иногда даже там, где их нет. Многие исследования в области психологии подтвердили, что люди часто находят закономерности в представленных данных, даже когда эти данные были сгенерированы случайным образом (и никакой закономерности существовать не могло). Почему нам следует задуматься об этом? Фактически это значит, что мы должны постоянно искать новую информацию для подтверждения или опровержения различных гипотез, чтобы не попасть в ловушку, расставленную нашей собственной головой. Однако как мы уже показали выше, мы редко сможем получить необходимые факты.

Также, нам не стоит спешить с выводами о какой-то стратегии, если у нас нет на то существенных оснований. Например, представьте себе человека, который скидывал свои карты несколько раз подряд, а затем сделал оупен-рейз и на вскрытии показал АА. Некоторые игроки скажут, что только убедились в тайтовости своего оппонента. Однако сам факт того, что в этой раздаче он разыграл АА, отнюдь не значит, что он играет мало рук – пока мы только знаем, что ему раздали пару тузов. И естественно, любая адекватная стратегия предполагает игру с АА на префлопе. С другой стороны, череда фолдов, которую мы наблюдали до этого, действительно может служить доказательством того, что этот оппонент играет тайтово.

Возможно, наши рассуждения навели вас на мысль, что мы крайне негативно относимся к чтению стратегий оппонентов. Не то чтобы мы считаем этот процесс бесполезным. Скорее мы думаем, что скупость и недостоверность имеющейся информации на удивление сильно расходятся с мнением многих людей о том, что они могут точно оценить стратегию своих оппонентов всего через пару часов игры. В реальности же анализ стратегий других игроков на основании ограниченного набора данных часто порождает ложное чувство уверенности в своих ридсах; в то время как все детали, необходимые для успешной эксплуатации оппонента, ускользают от нас.

Читаем теллсы

Многие игроки склонны переоценивать не только свою способность читать руки, но также и замечать физические теллсы. Часто это происходит из-за того, что наша память работает избирательно, так что мы всегда отлично помним, как прочитали «душу» оппонента, однако постоянно забываем случаи, когда шоудаун нас ставил в тупик. Давайте посмотрим, как хорошо ваша интуиция справляется с определением ценности полученной информации. Представьте, что вы вот-вот увидите шоудаун в раздаче, где вы не участвуете. Постарайтесь угадать руки обоих игроков. Попробуйте делать так в каждой раздаче в течение одной сессии – вы удивитесь, как редко вам удается угадывать руку оппонентов, и как часто ваши ридсы ни на что не годятся.

Что же касается теллсов, то такая дополнительная информация зачастую приходится весьма кстати. Однако и здесь мы сталкивается с некоторыми сложностями (наподобие тех, что мы уже неоднократно описывали). Например, обязательное условие достоверности – нам нужно несколько раз увидеть шоудаун, чтобы подтвердить какой-то теллс, при этом оппонент должен постоянно демонстрировать его [теллс] с определенной рукой. Но опять же, если нам удастся это сделать, то такая информация будет поистине бесценной. Иногда мы можем экстраполировать теллс на целую группу игроков, и по умолчанию считать, что неизвестный нам оппонент, подпадающий под заданную категорию, скорее всего, покажет этот теллс в похожей ситуации.

Более того, мы можем дать количественную оценку теллсам. Фактически, чтение физических теллсов очень похоже на поиск болезней (похожую задачу мы рассматривали в предыдущей части), то есть подчиняется Байесовской логике. Мы наблюдаем определенное событие, а затем пытаемся найти первопричину. Простуда вызывает насморк и боль в горле. Болезнь Шарко ведет к параличу. Мы анализируем симптомы и пытаемся угадать заболевание их вызвавшее. В том же ключе мы можем провести параллель между теллсами и силой руки. Оппонент может действовать быстрее обычного, если ему нравится его рука, или же он по привычке задерживает дыхание, когда блефует и т.п.

Здесь нам потребуется поменять местами несколько элементов уравнения Байеса и определить форму априорного распределения (или, проще говоря, силу руки), чтобы правильно интерпретировать новую информацию (теллс). Пациенты с раком часто жалуются на утомляемость, однако врач никогда не поставит такой диагноз только на основании этого симптома. Он даже и не подумает включать рак в список вероятных болезней, поскольку причиной усталости может оказаться что угодно.

Предположим, что А – некое событие (например, «у меня блеф»), а $\mathcal{T}$ – некий теллс, который мы только что увидели. Мы должны найти $p(A|\mathcal{T})$, то есть вероятность того, что А является верным, если проявляется $\mathcal{T}$. Из теоремы Байеса мы знаем (формула 3.1):

$$p(\mathcal{T}|A) = \frac{p(A \cap \mathcal{T})}{p(A)}$$

Также из формулы 1.5:

$$p(A \ \cap \mathcal{T}) = p(\mathcal{T})p(A|\mathcal{T})$$

Значит:

$$p(\mathcal{T}|A) = \left(\frac{p(\mathcal{T})p(A|\mathcal{T})}{p(A)}\right)$$

$$p(A|\mathcal{T}) = p(A \cap \mathcal{T})/p(\mathcal{T})$$

Мы также знаем, что $p(A|\mathcal{T}) = p(A \cap \mathcal{T}) + p\ (\overline{A} + \mathcal{T})$. То есть вероятность того, что $\mathcal{T}$ случится, равна вероятности совместного наступления событий A и $\mathcal{T}$, плюс вероятность наступления $\mathcal{T}$, но не А.

Обратите внимание, вторую часть этой формулы, поскольку она показывает вероятность ***ложного теллса***. Иными словами, это шанс того, что мы увидим какой-то теллс, но при этом у оппонента окажется, скажем, не блеф, а сильная рука. Сложно переоценить ценность теллсов, которые редко оказываются ложными, поскольку для них вероятность А при $\mathcal{T}$ стремится к 100%. Примером такого теллса будет ситуация, когда какой-то игрок отворачивается от стола и убирает ладонь со своих карт. Это почти всегда означает слабую руку, поскольку наш оппонент вряд ли бы так поступил, будь у него тузы.

В таком же ключе можно объяснить и распространенную ошибку при чтении теллсов. Иногда мы будем приписывать некое определенное значение теллсу, у которого в реальности оказывается совершенно противоположный смысл. Например, существует несколько мнений о том, почему игроки быстро двигают свои фишки в олл-ин. Кто-то скажет, что обычно так делает слабая рука, которая хочет казаться сильнее. С другой стороны, это может быть и сильная рука, которой не терпится поставить в банк больше денег. Можно привести хорошие аргументы для каждой из точек зрения, но важно понимать другое: даже если этот теллс подтвердился, его ценность будет не очень высокой, поскольку значение $p\ (\overline{A} + \mathcal{T})$ будет настолько большим (из-за неопределенности), что полученная в результате условная вероятность никогда не будет близка к 1 или 0.

Однако задача, которая сейчас стоит перед нами, гораздо сложнее. Мы хотим найти вероятность некоего события А, когда у нас есть информация о нескольких теллсах $\mathcal{T}_n$, некоторое количество шоудаунов A_n, некоторое количество рук без вскрытия, а также теллс $\mathcal{T}$, который мы увидели в самой раздаче. Как вы уже, наверное, поняли, у нас явно не хватает данных. С другой стороны, некоторые игроки изначально лучше справляются с оценкой условных вероятностей (благодаря своему образу мышления или врожденным особенностям), и, вероятно, именно этот факт заставляет нас говорить о том, что они «хорошо читают» своих оппонентов.

Теперь дайте перейдем к более легкой теме – игрокам с очевидными стратегиями. Как правило, они играют плохо, а сбор достоверной информации об их стратегиях не займет и получаса. К этой группе относятся:

- ***Маньяки*** – мы используем этот термин для очень лузовых и агрессивных игроков, старающихся проявить эти качества во всех ситуациях, и при этом выбирающих не самые сильные руки для и без того бессмысленных ставок и рейзов. Стоит отметить, что часто действительно хороших игроков принимают как раз за маньяков (особенно за короткими столами или в очень тайтовых играх), поскольку они разыгрывают много слабых рук в очень агрессивной манере. Эксплуатация этого типа оппонентов требует представления о том, как они реагируют на контр-агрессию. Если они просто сдаются в ответ на рейз, то нам следует уравнивать с сильными руками (вытягивая из них блефы) и повышать со слабыми. Если же в ответ на агрессию они отвечают еще большей агрессией, то нам придется ждать хорошей руки, чтобы сделать рейз и забрать все деньги такого маньяка.
- ***Ниты*** – очень тайтовые и зачастую пассивные игроки, которые заходят в банк только с сильнейшими руками. При этом, как правило, им не удается получить много вэлью. Ниты редко блефуют, предпочитая дождаться оверпару или сет. Эксплуатировать нитов легко – нам достаточно лишь забирать их блайнды и красть банки на флопах, в которые они наверняка не попали.
- ***Коллинг стейшены*** – лузовые и пассивные оппоненты, никогда не сбрасывают свои руки, если в них есть пара или любое дро. Также как и ниты, они не умеют извлекать вэлью со своими сильными комбинациями. Для того, чтобы эксплуатировать коллинг стейшена мы должны делать ставки на вэлью со средними руками (которые все равно будут впереди его диапазона для колла).

Причина, по которой эти стратегии так легко заметить и классифицировать, заключается в источниках информации. Тогда как игроки, делающие рейз на префлопе в 8% случаев практически неотличимы от тех, кто открывает 12% стартеров после 100 раздач, маньяков с их 50% диапазоном обнаружить совсем не трудно. То же самое касается и игрока, который сделал один рейз за сто рук, а на шоудауне показал ту самую пару тузов. Для всех этих случаев мы можем использовать теорему Байеса. Конечно же, разные игроки будут придерживаться разных вариаций этих стратегий: например, маньяк может как рейзить все руки подряд на пару блайндов, так и ставить олл-ин через руку. Таких оппонентов не сложно обыграть, однако чем менее агрессивным будет становиться маньяк, тем лучше он будет играть – соответственно, эксплуатировать его будет сложнее, а наш ожидаемый выигрыш уменьшится.

Всегда стоит проявлять известную долю осторожности, делая выводы о слабости вашего оппонента на основании пары раздач. Во-первых, этот игрок мог попросту совершить нехарактерный для себя плохой колл или рейз. В конце концов, все мы делаем ошибки. Во-вторых, он мог поправить свою игру после той раздачи. Такое часто встречается в онлайн покере, когда мы записываем нотс на одного из оппонентов, а через месяц все наши попытки эксплуатировать обнаруженную слабость оказываются тщетными. В-третьих, увиденная вами линия розыгрыша может оказаться не такой плохой, как вы думаете – чаще всего недооцененной оказывается лузовая и агрессивная игра. Рутинная классификация лузово-агрессивных оппонентов как слабых часто может стоить нам денег, а также принесет немалое разочарование – ведь у нас не получается обыграть «какую-то рыбу».

В слабых играх стоит концентрироваться на определении и эксплуатации оппонентов из вышеперечисленных категорий – их стратегии легче всего прочитать, так что такой подход увеличит ваш ожидаемый выигрыш быстрее всего. Если же вы оказались за столом с неплохими игроками, у которых нет очевидных пробелов в стратегии, то, на наш взгляд, лучшим решением будет поиск слабостей в вашей собственной игре и предотвращение возможностей для эксплуатации со стороны оппонентов.

Нужно запомнить

……………………………………………………………………………………………………..

- Чтобы максимизировать свое ожидание от эксплуатации оппонента, нам нужно составить для него достоверный диапазон рук, а также определить стратегии, которые он применяет при розыгрыше различных частей этого диапазона.

……………………………………………………………………………………………………..

- Шоудауны являются наиболее ценным прямым источником сведений о диапазоне и стратегии оппонента.

……………………………………………………………………………………………………..

- Мы также можем собирать информацию из косвенных источников – сюда относится статистика различных действий оппонента (даже если мы не видели шоудаун).

……………………………………………………………………………………………………..

- Чтение теллсом по сути подчиняется Байесовской логике – ценность теллса зависит от частоты его проявления и надежности. Однако вероятность ложного теллса может существенно снизить полезность такой информации.

……………………………………………………………………………………………………..

- Стратегия эксплуатации имеет наибольшее ожидание против слабых игроков.

……………………………………………………………………………………………………..

- Чтение рук подразумевает анализ всей имеющейся информации об оппоненте с последующим составлением диапазона его наиболее вероятных комбинаций.

……………………………………………………………………………………………………..

Глава 6
Майнинг и вы: онлайн покер

Онлайн покер давно стал Меккой для игроков с любым банкроллом и уровнем мастерства. В этой главе мы поговорим о нескольких особенностях игры в интернете, а также рассмотрим проблему сбора и анализа информации.

Играя в онлайне, мы получаем иной набор данных.

Это достаточно очевидный факт – в отличие от традиционных казино, здесь мы не можем наблюдать никаких физических теллсов. Вместо огромного количества подсказок об оппоненте, которые можно почерпнуть из его манер, одежды и действий, игроки в онлайне в большинстве случаев видят только название страны и безжизненный аватар. Конечно, тут можно поспорить – например, кто-то любит опираться на тайминг других игроков. Однако надежность такой информации, мягко говоря, оставляет желать лучшего. Причина задумчивости нашего оппонента вполне может крыться в зазвонившем телефоне или открытом окне браузера. Естественно, эти факторы не окажут никакого влияния на его решение в раздаче. Таким образом, в онлайне единственным достоверным источником информации становятся действия оппонентов, последовательности их ставок, чеков и рейзов - это делает эксплуатацию оппонентов несколько более сложным занятием.

С другой стороны, онлайн покер открывает уникальные возможности для сбора информации. Так, вы можете получить полные истории рук (с шоудаунами, действиями на всех улицах и т.п.) почти для всех крупных сайтов. Любой игрок, который готов потратить время на разбор таких раздач, может в сравнительно короткие сроки собрать обширную базу данных об игре своих оппонентов.

Кроме того, доступность программ для сбора и анализа рук в корне поменяла подход многих игроков к покеру. Перед ними больше не стоит проблема запоминания раздач и оценки стратегий по ограниченным и нерепрезентативным выборкам – они могут просто воспользоваться гигантским объемом объективных данных. Классификация оппонентов теперь не занимает больше пары минут, а показатели колла на префлопе и чек-рейзов на терне (как и многие другие) доступны во всплывающих меню.

Однако не стоит полагать, что раз информацию об оппонентах так легко получить, то самая сложная часть анализа уже позади. Наоборот – сбор первичных данных (тенденций и раздач) в большинстве случаев оказывается как раз самой легкой задачей. При анализе даже большого числа рук мы часто столкнемся с недостатком информации об интересующих нас ситуациях и необъективностью имеющейся выборки (попавшие в нее раздачи могут не отражать истинной стратегии игрока, например из-за его даунсвинга).

К примеру, вы задались целью определить винрейт для конкретного оппонента, на которого у вас есть 10000 раздач. Насколько точно вы сможете определить истинный винрейт на основании выборочного среднего? Давайте на время забудем про Байесовскую интерпретацию этой задачи и предположим, что имеем дело с «нулевым» игроком (его винрейт равен нулю), а дисперсия в выборке составляет 4 BB^2 за раздачу. Тогда 95% доверительный интервал для его винрейта будет иметь следующие границы: от -0.02 BB до +0.02 BB за раздачу. Однако если вы сильный регуляр, то это наверняка заниженная оценка винрейта. Иными словами, у вас нет информации о раздачах, которые этот оппонент сыграл за другими столами, и его винрейт против всего поля на рассматриваемом лимите вполне может оказаться выше, чем его винрейт в ваших играх.

Это очень важный аспект так называемого дата-майнинга в покере (то есть сбора раздач ваших оппонентов): ***зачастую единственный игрок, на которого у вас может быть объективная выборка это вы сами***. Некоторые сайты пытаются заниматься сбором историй рук за всеми столами и для всех игроков, однако это не приветствуется покерными комнатами. Кроме того, многие раздачи все равно теряются (хотя если подобные «потери» носят случайный характер, то на объективность выборки они не влияют).

Ключ к «правильному» использованию майнинга лежит в поиске полезных и объективных показателей, которые могут пригодиться при принятии решений. Самое сложное здесь – как раз найти такие показатели. Возьмем VPIP (voluntarily put $ in pot) – эта статистика показывает, как часто игрок вкладывал деньги в банк. И хотя эта цифра может дать нам подсказку о стиле игры оппонента (лузовый или тайтовый), в реальности она находится под влиянием огромного множества косвенных факторов. Так, например, у одного из авторов этой книги после 15000 сыгранных рук VPIP держался выше 50%, однако единственной причиной столь лузовой статистики были хэдс-ап и три-макс столы. Очевидно, что за полным столом такая игра привела бы к настоящей катастрофе.

В то же время из-за необходимости принимать решения в онлайне всего за пару минут, в большинстве случаев мы не сможем правильно оценить подобные аномалии. Кроме того, мы постоянно будем сталкиваться с проблемой несравнимости показателей из выборок разного размера. Иными словами, 5 рейзов из 20 сыгранных раздач отнюдь не тождественны 500 рейзам за 2000 рук. Даже когда мы имеем дело с большими выборками, мы все равно должны делать скидку на позицию игрока, а также на возможное смешение статистики из разных игр (например, коротких и полных столов) и т.п.

Но больше всего трудностей нас ждет на этапе анализа стратегии для отдельных улиц. Очень сложно представить себе алгоритм, который бы успешно справлялся с определением применимости раздач из майнинга для анализа только что возникшей ситуации (например, по следующим показателям: количество игроков, размер банка, ход раздачи и т.п.). Для наглядности посмотрим на статистику «%

ставок на терне» - наверное, трудно будет придумать более бессмысленную цифру, поскольку здесь не учитывается контекст раздачи: сила диапазонов, действия игроков, динамика. По сути, этот показатель следует использовать только в экстремальных ситуациях, когда мы играем против безумного маньяка. Если же мы попытаемся отыскать релевантные руки, то почти наверняка полученная выборка по этому параметру сузится до неприемлемых размеров и станет полностью бесполезной.

Не думайте, что таким образом мы пытаемся убедить вас в бессмысленности анализа чужих раздач. Важно только понять, что одна лишь статистика редко приведет нас к правильному решению в конкретной ситуации. Мы видели немало игроков, которые искренне считали, что как только у них на руках окажется майнинг на их лимит, им не составит труда досконально изучить всех оппонентов и составить железные ридсы. На наш взгляд, это достаточно большое заблуждение – такой подход редко даст вам существенное преимущество над полем.

Мы же считаем, что главная ценность историй раздач заключается в возможности анализа собственной игры. В этом случае, наша выборка будет наиболее полной и объективной, плюс она будет включать в себя информацию обо всех шоудаунах и стартовых руках. Если вы еще не пользуетесь программами, которые позволяют собирать такие данные, то мы настоятельно рекомендуем восполнить этот пробел прямо сейчас.

Методичный анализ собственных раздач иногда позволит вам найти ошибки, о которых вы и не подозревали (вы еще удивитесь некоторым из своих линий розыгрыша), или же лучше понять причины действий, как своих, так и оппонентов. На самом деле, разница между тем, как вы играете за столом и тем, как вы бы хотели сыграть, зачастую превосходит самые смелые ожидания.

Одно из лучших свойств онлайн покера (для выигрывающих игроков) – темп игры. Сложно спорить с тем, что за виртуальными столами раздачи разыгрываются на порядок быстрее. И это играет нам на руку, поскольку…

На получение статистически значимой выборки в онлайне уходит всего пара месяцев, вместо лет, как в случае с «живым» покером.

Представьте, что мы хотим определить наш винрейт с точность до 0.01 ВВ при 95% доверительном интервале, когда наша дисперсия равна 4 BB^2/$раздача^2$. Используя формулу 2.2, $\sigma = \sqrt{V}$, мы можем найти наше стандартное отклонение, σ = 2 ВВ/раздача. Затем с помощью формулы 2.4 мы найдем отклонение для искомой выборки $\sigma_N = \sigma\sqrt{N}$, получим, что $\sigma_N = 2\sqrt{N}$, тогда $2\sqrt{N}$ = 0.005 или N = 160000 раздач (необходимо для получения требуемой выборки).

До появления онлайн покера, эталоном скорости игры в лимитный покер считались 35 рук в час. То есть для того, чтобы наиграть эти 160000 раздач, у профессионального игрока (скажем, он проводит за столами по 2000 часов в год) ушло бы не менее двух лет.

В онлайне многие игроки могут без труда справляться с четырьмя столами. Если за одним столом сдаются 90 раздач в час (за четырьмя – 360), то при таком же графике в 2000 часов в год наш профессионал бы отыграл эту дистанцию всего за три месяца. Кто-то может сказать, что если винрейт этого игрока не изменится, то в онлайне он может выиграть почти в десять раз больше. Однако это не совсем так.

Оппоненты в онлайн покере как правило сильнее, чем игроки в казино.

Этому способствуют несколько факторов:

- Для того, чтобы в покерной экономике могли существовать выигрывающие регуляры и рейк, требуется много минусовых игроков. Как правило, у последних существует некая точка кипения, после которой они бросают игру. В казино проигрывающие игроки могут провести немало часов за столами, прежде чем решат, что с них хватит. Однако в онлайне (из-за возросшей скорости игры) они достигают этого предела гораздо быстрее.
- Чтобы проиграть много денег на высоких лимитах в онлайне, нужно изрядно постараться (в том числе и в психологическом плане). Во-первых, вам потребуется внушительная сумма денег, которую нужно каким-то образом завести в покерную комнату, а после проигрыша повторить весь процесс с самого начала. Во-вторых, в онлайне гораздо проще отдавать себе отчет о проигранных суммах и гораздо сложнее утешать себя, что «все хорошо», поскольку вы всегда будете точно знать, сколько проиграли.
- Эти два фактора ограничивают количество крупной «рыбы» в онлайн покере (по сравнению с аналогичными лимитами в казино). Кроме того, даже немного проигрывающие игроки ненадолго задерживаются в онлайне (поскольку большее количество отыгранных раздач ведет к большим потерям), в отличие от «живого» покера, где они могут пробыть на высоких лимитах какое-то время.
- Игроки, заинтересованные в первую очередь в своей прибыли, чаще предпочитают играть в интернете, так как в покере деньги приходят с дистанцией. В живых же играх не так часто можно получить весомое преимущество над оппонентами, а дисперсия обычно выше в разы.

Как результат, средний стол в онлайне будет сильнее, чем его аналог в «живом» покере. Но на этом различия не заканчиваются – онлайн покер требует другого набора навыков и ставит перед игроками несколько иные задачи.

Нужно запомнить

……..

- Онлайн покер предлагает игрокам несколько иной набор данных для чтения рук и стратегий. На место физических теллсов приходит анализ сыгранных раздач.

……..

- Для оценки игры оппонента в онлайне можно использовать майнинг, однако в этом случае мы часто столкнемся с проблемой ограниченности размера выборок. С другой стороны, мы можем использовать сохраненные раздачи для эффективного анализа нашей собственной стратегии.

……..

- Игры в онлайне как правило сложнее своих аналогов в казино из-за большей скорости и психологических барьеров, которые зачастую отсутствуют в «живом» покере.

……..

- Единственный игрок, на которого у вас может быть объективная выборка, это вы сами.

……..

- В онлайн покере получение статистически значимой выборки для вашей игры займет всего несколько месяцев.

……..

- Онлайн игроки зачастую оказываются сильнее своих «коллег», играющих на сравнимых лимитах в казино.

……..

Глава 7

Играем правильно, Часть I: игра с открытыми картами

Эксплуатирование оппонента состоит из двух шагов. Первый – чтение рук и стратегий, мы уже обсуждали это в Главе 5. Второй – принятие решение на основании информации, собранной на первом шаге. Здесь вам необходимо просто посчитать математическое ожидание от каждого из возможных действий и выбрать наиболее прибыльное (обладающее наивысшим математическим ожиданием).

При подсчете математического ожидания против диапазона оппонента мы будем рассматривать каждую из его вероятных рук и оценивать ожидаемый выигрыш для возникающих ситуаций. Но поскольку в каждом случае мы будем играть только одну конкретную комбинацию против заранее известной руки нашего оппонента, мы вполне можем перевернуть карты рубашкой вниз и проанализировать раздачу с открытыми картами. Это может показаться достаточно скучным занятием, и в большинстве случаев это действительно так – готовые руки будут стараться ставить, а дро будет делать колл или фолд в зависимости от предлагаемых шансов банка, как мы уже выяснили это в Главе 4. Однако иногда встречаются и достаточно интересные раздачи, где правильное действие не будет ни очевидным, ни интуитивно понятным.

Пример 7.1

Рассмотрим следующую ситуацию:

Игра в Семикарточный Стад (7-card Stud), ставки $30-$60.

Карты игрока X: A♥ K♦ Q♥ J♠ T♣
Карты игрока Y: A♠ T♠ 8♠ 5♠ 2♣

В банке уже находится $400. У игрока Y осталось в стэке только $120, стэк игрока X значительно больше, и он говорит свое слово первым. Что должны сделать игроки?

Анализируя эту раздачу, нам стоит рассмотреть предложенную ситуацию с позиции каждого из игроков. Первым решение принимает игрок X, это будет либо чек, либо бет. Давайте будем описывать различные варианты стратегии игрока в более полной манере, которая также отражает и сам процесс выбора какого-то определенного варианта. Так что вместо простого «чек или бет», перед игроком X стоит дилемма выбора из сразу пяти опций:

Чек с намерением скинуть карты на ставку (Чек-Фолд)
Чек с намерением уравнять ставку (Чек-Колл)
Чек с намерением сделать рейз ставки (Чек-Рейз)
Бет с намерением уравнять рейз (Бет-Колл)
Бет с намерением скинуть карты на рейз (Бет-Фолд)

Игрок X может выбрать из предложенных вариантов тот, который обладает наибольшим математическим ожиданием. Мы представили набор возможных действий для игрока X именно таким образом потому что очень важно всегда учитывать последующие действия на текущей улице торговли. Многие ошибки могут быть смягчены или вовсе предотвращены, если вы задумываетесь о возможных действиях оппонента и вашей реакции на них.

Сейчас мы можем сразу оценить математическое ожидание четвертого и пятого варианта. Математическое ожидание в случае, если игрок Y сделает фолд или колл в ответ на ставку абсолютно не зависит от того, какой был план у игрока X на случай, если игрок Y сделает рейз, так что мы можем не рассматривать такие ситуации. Если игрок Y сделает рейз, то больше ставок на следующих улицах не будет, так что математическое ожидание от варианта (Бет-Колл) будет следующим:

<*X, Бет-Колл*> = p(X выигрывает) (размер итогового банка) -
- (размер инвестиций в банк на текущей улице)

В банке уже лежат $400; если оба игрока поставят свои оставшееся $120 на этой улице, то итоговый банк составит $640. Игрок Y попадет во флэш на шестой улице $^8/_{42}$ раза (ему подходят 8 карт из оставшихся 42 неизвестных), а если эта карта его не усилит, то у него будет еще один шанс поймать нужную карту на ривере – это случится $^8/_{41}$ раз. Поскольку игрок X уже не может улучшиться относительно руки своего оппонента, его шансы выиграть банк будут следующими:

p(X выигрывает) = 1 - p(X проигрывает)
p(X выигрывает) = 1 – {p(Y выигрывает на 6 улице) +
+ [p(Y не попадает во флэш на 6 улице)][p(Y выигрывает на ривере)]}
p(X выигрывает) = 1 - [($^8/_{42}$) + ($^{34}/_{42}$)($^8/_{41}$)]
p(X выигрывает) = 65.16%

Поэтому для варианта (Бет-Колл) у игрока X будет следующее математическое ожидание:

<*X, Бет-Колл*> = p(X выигрывает) (размер итогового банка) -
- (размер инвестиций в банк на текущей улице)
<*X, Бет-Колл*> = (0.6516) ($640) - $120
<*X, Бет-Колл*> ≈ $297

Если X сделает ставку и скинет свои карты на рейз, то его математическое ожидание будет равно:

<*X, Бет-Фолд*> = - $60

Но это не конечные значения математического ожидания для данных стратегий. Однако поскольку математическое ожидание для случаев, когда игрок Y не делает рейз абсолютно одинаково (иными словами, для получения окончательной оценки ожидаемого выигрыша нам пришлось бы учитывать и ситуации, когда оппонент не делает рейз нашей ставки), мы можем пренебречь этими ситуациями и сравнивать математическое ожидание для вариантов (Бет-Колл) и (Бет-Фолд) напрямую. Очевидно, что первая из перечисленных стратегий обладает более высоким ожидаемым выигрышем. Поэтому мы можем исключить стратегию (Бет-Фолд) из наших дальнейших рассуждений. Этот выбор также можно было бы сделать и интуитивно, ведь у игрока X шанс выиграть банк составляет более 65%! Так что скидывать такую руку в уже достаточно большом банке, когда ваш оппонент имеет на руках лишь флэш-дро, было бы настоящей катастрофой.

В таком же ключе оценим три стратегии, которые подразумевают чек от игрока X. Если игрок Y сделает ответный чек, все три варианта будут иметь одинаковое математическое ожидание. Если же игрок Y сделает ставку, то:

<*X, Чек-Фолд*> = $0

Если игрок X сделает чек, а затем рейз, а игрок Y сделает колл, тогда математическое ожидание для игрока X будет в точности таким же, как если бы X сделал ставку и уравнял рейз от игрока Y. Если игрок X делает чек и рейз, а игрок Y скидывает свои карты, то ожидаемый выигрыш первого будет еще выше:

<*X, Чек-Рейз | Y Колл*> ≈ S297
<*X, Чек-Рейз | Y Фолд*> = $460

На основании этих цифр мы можем исключить опцию (Чек-Фолд). В этом примере игрок X может выиграть гораздо больше денег, если каждый раз будет выбирать линию Чек-Рейз вместо Чек-Фолд.

Такой несложный анализ оставляет нам всего три возможных варианта действий для игрока X:

1. Чек-Колл
2. Чек-Рейз
3. Бет-Колл

Однако чтобы сделать окончательный выбор, нам нужно подумать о том, что игрок Y предпримет, если игрок X сделает чек или бет. Предположим, что мы определились с этим вопросом – если игрок X сделает чек, то он получит ответный чек, а если он поставит, то получит колл от игрока Y. Что произойдет на шестой улице? Если игрок Y попал во флэш, то ставок больше не будет – игрок X никогда не сделает колл, поскольку теперь он не может выиграть банк. Если же флэш у игрока Y не закрылся, то тогда этот пример упростится до случая, который мы уже рассматривали в Главе 4. Игрок X сделает ставку, а игрок Y выберет между коллом и фолдом в зависимости от предлагаемых ему шансов банка. В нашем примере, естественно, игрок Y будет уравнивать такую ставку.

Используя эту информацию, мы можем посчитать математическое ожидание для каждой из оставшихся стратегий для игрока X.

$$\langle X, \textit{Чек-Колл}\rangle = \text{p(флэш на шестой улице)}(\$0) +$$
$$+\ \text{p(флэш на седьмой улице)}(-\$60) + \text{p(нет флэша)}(\$460)$$

$$\langle X, \textit{Чек-Колл}\rangle = (\,{}^{8}/_{42}\,)(\$0) + (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,)(-\$60) +$$
$$+\ \{1 - [\,{}^{8}/_{42} + (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,)]\}(\$460)$$
$$\langle X, \textit{Чек-Колл}\rangle = (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,)(-\$60) + (1 - {}^{8}/_{42} - (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,))(\$460)$$
$$\langle X, \textit{Чек-Колл}\rangle \approx \$290.24$$
$$\langle X, \textit{Чек-Рейз}\rangle \approx \$290.24$$

Ожидаемые выигрыши для стратегий Чек-Рейз и Чек-Колл ничем не отличаются, поскольку если игрок X сделает чек, то игрок Y сделает ответный чек (как мы уже определили ранее), и у игрока X не будет возможности реализовать вторую часть своей стратегии (рейз или колл соответственно).

$$\langle X, \textit{Бет-Колл}\rangle = \text{p(флэш на шестой улице)}\ (-\$60) +$$
$$+\ \text{p(флэш на седьмой улице)}(-\$120) + \text{p(нет флэша)}\ (\$520)$$

$$\langle X, \textit{Бет-Колл}\rangle = (\,{}^{8}/_{42}\,)(\$60) + (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,)(-\$120) +$$
$$+\ \{1 - [\,{}^{8}/_{42} + (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,)]\}(\$520)$$
$$\langle X, \textit{Бет-Колл}\rangle = (\,{}^{8}/_{42}\,)(\$60) + (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,)(-\$120) +$$
$$+\ \{1 - [\,{}^{8}/_{42} - (\,{}^{8}/_{41}\,)(\,{}^{34}/_{42}\,)]\}(\$520)$$
$$\langle X, \textit{Бет-Колл}\rangle \approx \$308.43$$

Получается, что игрок X должен делать ставку.

Осталось сделать два немаловажных замечания. Помните, как мы сказали, что стратегия игрока Y должна заключаться либо в ответном чеке, если игрок X не делал ставку, либо в уравнивании ставки от игрока X. Если же игрок Y сделает ставку в ответ на чек от игрока X, то последний может просто уравнять этот бет и получить ожидаемый выигрыш в размере $308.43. Так что игроку Y гораздо выгоднее сделать чек и посмотреть на следующую улицу бесплатно. Мы также можем посчитать математическое ожидание для случая, когда игрок Y делает рейз в ответ на ставку от игрока X. Мы уже выяснили, что для игрока X ожидаемый выигрыш в случае, если он играет по стратегии Бет-Колл на пятой улице составит $297. Это меньше, чем $308.43; поэтому игрок Y должен делать рейз против ставки своего оппонента.

Так что если оба игрока хотят максимизировать свой ожидаемый выигрыш, то на пятой улице они должны сыграть так:

Игрок X делает ставку, игрок Y делает рейз, игрок X делает колл.

> *Пояснение от переводчика: Этот момент может показаться немного непонятным. Действительно, как математическое ожидание от стратегии Бет-Колл превратилось из только что посчитанного $308.43 в $297. Дело в том, что цифра в $308.43 была получена с учетом предположения, что игрок Y делает на пятой улице колл ставки своего оппонента, а не рейз. А цифра $297 была получена немного ранее как раз для случая, когда игрок Y делает рейз против ставки своего оппонента и получает от него колл.*

Это может показаться несколько странным, поскольку следуя нашим расчетам, неготовая рука (дро у игрока Y) должна делать рейз против готовой руки (стрит у игрока X). В этой ситуации игрок X делает ставку и заставляет игрока Y платить, если тот хочет попасть в свое дро. Однако в то же время игрок Y может и должен делать рейз, хотя его шансы выиграть раздачу всего 1 к 2! Это становится возможным из-за ограниченных стэков в данном примере – игрок Y ставит олл-ин, и уже не будет вынужден делать колл следующих ставок. А поскольку у него есть прямые шансы банка для того, чтобы делать колл на пятой улице, он может задуматься о том, чтобы все оставшиеся деньги оказались в центре стола уже сейчас. Так что если он попадает в свой флэш на шестой улице, он получит все деньги от игрока X и его стрита. Здесь главную роль играет то, что дро у игрока Y очевидно (карты лежат рубашкой вниз). Если бы это было не так, то существовала бы вероятность того, что даже если флэш-дро закроется на ривере, игрок X проплатит своему оппоненту еще одну ставку.

Пример 7.2

Теперь давайте рассмотрим другой пример с ограниченными стэками, чтобы лучше изучить степень влияния размера стэка на наши решения.

Игра Пот-Лимит Холдем, однако с одной оговоркой: игроки могут делать только ставки размером в целый банк (или ставить олл-ин, если у них осталось денег меньше, чем уже есть в банке). Это своего рода урезанная версия игры в Пот-Лимит, она существенно проще, чем обычный Пот-Лимит Холдем, в который играют за столами (где игрок может сделать любую ставку в промежутке между минимальной и размером банка).

Карты игрока X: A♥ A♦
Карты игрока Y: 8♣ 7♣
Флоп: 9♣ 6♣ 2♦

(мы не будем учитывать вероятность раннер-раннер фулл-хауса для AA и раннер-раннер двух пар для 87 ради упрощения расчетов. Просто представьте, что на каждой улице торговли у 87 есть 15 аутов, и они либо попадают в свое дро, либо нет)

Мы можем сразу же посчитать эквити игрока Y на флопе, то есть его шанс на победу, если прямо сейчас откроются оставшиеся две карты:

<*Y*> = 1 - p(дро не закроется)
<*Y*>= 1 - $\left({}^{30}/_{45}\right)\left({}^{29}/_{44}\right)$
<*Y*> = 56.06%

В банке сейчас находится $100. Игрок X говорит свое слово первым. Какие действия должны предпринимать игроки с различными размерами стэков?

Случай №1: Маленькие стэки.
Для начала давайте рассмотрим ситуацию, когда у обоих игроков остается в стэках по $50. В этом случае игрок Y будет являться фаворитом, если мы просто выложим на стол оставшиеся две карты (терн и ривер) – шансы на победу у его стрит-флэш дро составляют 56.06%. Если игрок X сделает ставку, то игрок Y должен будет ее уравнять. В этом случае математическое ожидание игрока X будет равно:

<*X, X ставит - Y уравнивает*> = p(X выигрывает) (итоговый размер банка) - - (размер ставки)
<*X, X ставит - Y уравнивает*> = [1 - p(Y выигрывает)](итоговый размер банка) - (размер ставки)
<*X, X ставит - Y уравнивает*> = [1 - 0.5606]($200) - $50
<*X, X ставит - Y уравнивает*> = (0.4394) ($200) - $50
<*X, X ставит - Y уравнивает*> = $37.88

Это математическое ожидание для ситуации, когда все деньги обоих игроков оказываются в банке уже на флопе, при этом не важно, кто первым сделал ставку. Очевидно, что если игрок X сделает чек, то игрок Y может просто сделать ставку и зафиксировать математическое ожидание для игрока X на уровне $37.88. У игрока X будут необходимые шансы банка на колл, и его математическое ожидание составит именно $37.88.

Если бы на флопе оба игрока сделали чек, а игрок Y не попал в стрит или флэш на терне (такое будет случаться $30/45$ раз), то игрок X мог бы поставить на терне. В этом случае его шанс на победу составил бы $29/44$. В то же время игроку Y снова не составило бы труда сделать колл, поскольку его шансы банка были бы 3 к 1. В таком случае математическое ожидание от ставки игрока X равно:

<*X, Бет на терне*> = [p(Y не попал в дро на терне)]
[p(X выигрывает)(итоговый размер банка) - (размер ставки)]

<*X, Бет на терне*> = ($30/45$)[($29/44$)(200) - (50)]
<*X, Бет на терне*> = $54.55

Как видите, математическое ожидание для игрока X здесь выше, чем в случае, когда оба игрока доходят до олл-ина уже на флопе. И если бы оба игрока увидели терн бесплатно и игрок Y попал в свое дро, то игрок X сделал бы весьма простой фолд. Так что игрок X бы предпочел, чтобы на флопе было два чека.

Однако игрок Y также знает об этом. И поскольку в случае ставки он может зафиксировать математическое ожидание своего оппонента на самом низком уровне, то для рассматриваемого случая последовательность действий игроков должна быть следующей: игрок X должен сделать чек и колл ставки игрока Y. Заметьте, что на флопе, если смотреть только на шанс выигрыша, рука игрока X «стоит» ($100) (1 - 0.5606) = $43.94, так что последующие ставки уменьшают его долю в банке более чем на $6.

Случай № 2: Средние стэки.
Теперь предположим, что стэки у обоих игроков равны $400. И снова, игрок Y имеет небольшое преимущество на флопе, если все деньги окажутся в центре стола – его шанс на победу составляет 56.06%.

Если игрок X сделает ставку, тогда у игрока Y будет три варианта: фолд, колл ставки в 100$, и олл-ин на $400 (помните, что игроки могут делать только рейзы размером в целый банк). Если же игрок Y скинет свои карты, то математическое ожидание игрока X составит $100.

<*X, Бет; Y, Фолд*> = $100

Если игрок Y пойдет в олл-ин, то математическое ожидание игрока X составит:

<*X, Бет; Y Рейз*> = p(X выигрывает) (итоговый размер банка) -
- (размер ставки)
<*X, Бет; Y Рейз*> = [1 – p(Y выигрывает)](итоговый размер банка) -
- (размер ставки)

<*X, Бет; Y Рейз*> = (1- 0.5606)($900) - ($400)
<*X, Бет; Y Рейз*> = (0.4394)($900) - $400 = $-4.55
<*X, Бет; Y Рейз*> = $-4.55

Если игрок Y сделает колл, то мы столкнемся с одним из следующих сценариев:

1. $^{15}/_{45}$ раз игрок Y попадет в дро, а игрок X потерят $100 (ставка на флопе).

   <*X, Бет; Y Колл | Y попал в дро*> = $ -100

2. $^{30}/_{45}$ раз игрок Y не попадет в свое дро, и наша игра упростится до подсчета шансов банка:

   <*X, Бет; Y Колл | Y не попал в дро*> = p(X выигрывает) (итоговый размер банка) - (размер ставки)

   <*X, Бет; Y Колл | Y не попал в дро*> = ($^{29}/_{44}$)($900) - $400
   <*X, Бет; Y Колл | Y не попал в дро*> = $193.18

На терне игрок X поставит в банк оставшиеся $300, а игрок Y будет вынужден сделать колл с шансами на победу $^{15}/_{44}$. Математическое ожидание игрока X в таком случае будет составлять:

<*X*> = [p(X выигрывает)](сумма выигрыша X) - [p(Y выигрывает)]
(сумма проигрыша X)
<*X*> = ($^{29}/_{44}$)($500) - ($^{15}/_{44}$)($400)
<*X*> = $193.18

Примечание переводчика: На самом деле результаты этой формулы, а также формулы выше одинаковы, поскольку это одно и то же уравнение. Видимо, авторы книги решили привести такие вычисления для наглядности.

($^{29}/_{44}$)($900) - $400
($^{29}/_{44}$)($500 + $400) - $400
($^{29}/_{44}$)($500) + ($^{29}/_{44}$)($400) - $400
($^{29}/_{44}$)($500) - ($^{15}/_{44}$)($400)

Суммарное математическое ожидание игрока X, таким образом, составит:

<*X, Бет; Y Колл*> = ($^{15}/_{45}$)(-\$100) + $^{30}/_{45}$ (\$193.18)
<*X, Бет; Y Колл*> = \$95.45

Мы подсчитали математическое ожидание с точки зрения игрока X, однако в раздаче находится два игрока, поэтому игрок Y должен стараться либо максимизировать свое собственное ожидание, либо минимизировать ожидаемый выигрыш игрока X, хотя результат у этих действий будет один и тот же. Поэтому очевидно, что если игрок X сделает ставку в \$100, игрок Y должен пойти в олл-ин, поскольку это наилучший из вариантов для него.

С другой стороны, игрок X может чекнуть. В этом случае игрок Y может сделать ответный чек или поставить.

Если игрок Y делает чек, то мы снова столкнемся с двумя вероятностными исходами. $^{15}/_{45}$ раз игрок Y попадет в свое дро, и игрок X не потеряет ничего. $^{30}/_{45}$ раз нужная карта не придет, тогда игрок X сделает ставку размером в целый банк и получит колл.

В таком случае общее математическое ожидание игрока X составит:

<*X Чек; Y Чек*> = [p(Y попал в дро) (вложения X в банк)] +p(Y не попал в дро) [p(X выигрывает)(размер итогового банка) – размер ставки)]

<*X Чек; Y Чек*> = ($^{15}/_{45}$)(\$0) + ($^{30}/_{45}$)[($^{29}/_{44}$)(\$300) - \$100]
<*X Чек; Y Чек*> = \$65.15

Также игрок Y может сделать ставку. Если игрок X в ответ пойдет в олл-ин, то его математическое ожидание составит \$-4.55, а если он сделает колл, то его ожидаемый выигрыш составит \$95.45.

Составим таблицу с полученными результатами (математическое ожидание с точки зрения игрока X):

	Действие игрока Y				
Действие игрока X	Чек	Бет	Колл	Рейз	Фолд
Бет			\$95.45	-\$4.55	\$100
Чек	\$65.15				
Чек-Рейз	\$65.15	-\$4.55			
Чек-Колл	\$65.15	\$95.45			

Как видите, если игрок X делает чек, то его математическое ожидание составит $+65.15 (если игрок Y сделает ответный чек). Так что при заданном размере стэков ($400), оба игрока должны сделать чек на флопе – ставка не будет хорошим решением ни для кого. Если игрок X поставит, то игрок Y сможет просто поставить все фишки в центр и оказаться фаворитом в этом олл-ине. Но если игрок Y решит поставить сам, то игрок X сделает колл и сможет поставить достаточно большое количество денег в банк на терне, когда уже перевес по эквити будет на его стороне. Также заметьте, что увеличение стэков в раздаче сыграло на руку игроку X. Если при маленьких стэках он, по сути, терял деньги из-за ставок (по сравнению с его долей в банке, основанной исключительно на вероятности выигрыша), то здесь его математическое ожидание для выбранной линии составит $65.15 против $43.94. Иными словами, ставки на постфлопе увеличивают его долю в раздаче на $21.19.

Случай №3: Глубокие стэки.

Последний пример из упрощенной игры в Пот-Лимит Холдема, который мы рассмотрим здесь, будет касаться ситуации, когда стэки обоих игроков составляют $1300 (по три рейза размером в банк). На этот раз мы разделим процесс подсчета нашего математического ожидания на несколько ситуаций:

Ситуация А) На флопе никто не делает ставку.

Поскольку ни один из игроков не сделает на терне рейз, математическое ожидание игрока X для случая, когда никто не ставил на флопе, будет таким же как в предыдущем примере и составит $65.15.

Ситуация Б) На флопе будет сделана одна ставка ($100).

Этот случай также идентичен одному из рассмотренных выше, где ожидание игрока X составляет $95.45.

Ситуация В) На флопе будет сделано две ставки ($400).

> *Примечание переводчика: Подразумевается одна ставка и один рейз размером в банк ($400).*

Здесь если игрок Y попадет в свою руку на терне, то математическое ожидание игрока X будет равно $-400. Если игрок Y не получит своего дро на терне, то игрок X сделает ставку в $900 и получит колл от своего оппонента. ${}^{29}/_{44}$ раз игрок X выиграет банк, остальное время все деньги заберет игрок Y.

<*X, две ставки на флопе*> = (${}^{15}/_{45}$)(-$400) + (${}^{30}/_{45}$)
[($2700)(${}^{29}/_{44}$) - - $1300)]

<*X, две ставки на флопе*> = $346.21

Ситуация Г) Три ставки ($1300) будут сделаны уже на флопе.
Когда оба игрока дойдут до олл-ина на флопе, игрок X будет иметь следующее математическое ожидание:

<*X, три ставки на флопе*> = (1 - 0.5606) ($2700) - $1300
<*X, три ставки на флопе*> = (0.4394) ($2700) - $1300
<*X, три ставки на флопе*> = -$113.62

Исходя из этих расчетов, мы можем сделать несколько выводов:

1. **Игрок X никогда не должен делать рейз (вторую ставку) на флопе.**
   Если он это сделает, то игрок Y поставит олл-ин и выведет раздачу в ситуацию Г) – худший сценарий развития событий для игрока X.

2. **Игрок Y никогда не должен делать рейз (вторую ставку) на флопе.**
   Если он решится повысить ставку игрока X, то тогда мы получим ситуацию В) – в свою очередь, это худшее, что может случиться для игрока Y.

3. **Игроку X более выгоден случай Б), нежели случай А).**
   Если перед ним встанет выбор: делать только одну ставку или не ставить вовсе – он должен поставить.

4. **Игрок Y должен выбирать случай А), а не случай Б).**
   Если у него будет возможность не делать ставку, ему стоит ей воспользоваться и посмотреть на терн бесплатно.

Теперь мы можем сформулировать стратегии для игроков X и Y. Никто из игроков не должен делать рейз на флопе. Следовательно, оба игрока могут вложить в банк первую ставку, если захотят. Поскольку это лучший вариант для игрока X и он принимает решение первым, то он сделает бет, а игрок Y сделает колл. Таким образом, игрок X будет иметь математическое ожидание $95.45. Стоит заметить, что математическое ожидание для игрока X в случае, когда игрок Y скидывает свои карты на флопе, будет равняться $100. В этом примере игрок X существенно выигрывает от ставок на постфлопе – его доля в банке возросла с $43.94 до $95.45.

Когда готовая рука оказывается в раздаче против хорошего дро, последнее должно стараться поставить все деньги в банк как можно раньше, пока есть возможность увидеть две улицы. Для готовой руки же выгоднее контролировать экшен и ограничивать количество ставок – так она сможет заставить промазавшее дро заплатить на следующих улицах. В случае №2, где у игроков оставалось в стэках всего по две ставки, если готовая рука делает бет на флопе, у дро появляется возможность перевести раздачу в олл-ин. Поэтому готовая рука должна отложить свою ставку, чтобы поставить все деньги на терне, когда дро оппонента не закроется. Когда в стэках остается три ставки, готовая рука может позволить себе сделать ставку на флопе, зная, что дро уже не сможет предотвратить вторую ставку на терне.

Если мы лишь немного изменим раздачу, уменьшив количество аутов у игрока Y на один, до 14, то при стэках в $1300 игроку Y уже придется скинуть свою руку, хотя он и является фаворитом в раздаче. Он не только не может уравнивать ставку на терне, но даже на флопе ему будет не по шансам уравнивать бет от оппонента.

> *Примечание от переводчика: Почему игрок Y должен будет скидывать свое сильное дро? Его шансы банка на флопе составляют 1 к 2 (при условии, что оппонент ставит целый банк), однако его шанс попасть в дро на терне всего* $^{14}/_{45}$ *, а на ривере -* $^{14}/_{44}$ *. Поэтому в условиях предложенной игры ему будет невыгодно делать колл, а согласно нашим расчетам рейз на флопе также не будет являться хорошим решением.*

Пока мы рассматривали ситуации исключительно из игр в «урезанный» Пот-Лимит Холдем, где разрешены только ставки размером в банк. Однако в вариации Пот-Лимит Холдема, который используется за столами, игроки могут делать ставки любого размера (вплоть до размера банка). Как это может повлиять на математическое ожидание?

Давайте попробуем разобраться и вернемся к случаю, где у обоих игроков оставались по две ставки.

Пример 7.3

Игра Пот-Лимит Холдем, два игрока.

Карты игрока X: A♥ A♦
Карты игрока Y: 8♣ 7♣
Флоп: 9♣ 6♣ 2♦

(мы снова не будем обращать внимание на возможность раннер-раннер фулл-хауса для игрока с AA, и раннер-раннер двух пар для 87. В раздаче считаем, что у 87 есть 15 чистых аутов.)

В банке находится $100, у обоих игроков остается по $400 (две ставки размером в банк).

Как мы уже посчитали раньше, для игрока X математическое ожидание от ставки в $100 составляет $-4.55, а математическое ожидание от чека (можем считать это ставкой в $0) равно $65.15.

Что если мы дадим игроку X возможность делать ставку другого размера? Скажем, он решает поставить \$5.

Мы уже знаем, что если на терне игрок Y попадет в свое дро, то игрок X не будет ни ставить, ни делать колл ставки своего оппонента. Если же дро не закроется на терне, игрок X сделает ставку размером в банк, либо поставит олл-ин. Таким образом, мы можем выразить общее математическое ожидание для игрока через количество денег, которое будет поставлено в банк на флопе. Пусть x будет количеством денег, которое каждый из игроков вкладывает в банк на флопе (до \$100; ситуации, когда игроки ставят больше, мы рассмотрим через пару страниц). На терне банк будет составлять (2x+\$100).

Таблица для расчета математического ожидания игрока X будет выглядеть так:

Событие	p(события)	Результат
Y выигрывает на терне	15/45	-x
Y выигрывает на ривере	(30/45)(15/44)	-x – (2x+100)
X выигрывает	1 – (15/45) – (30/45)(15/44)	3x + 200

$<X, «x» \textit{ на флопе}> = (\frac{15}{45})(-x) + (\frac{30}{45})(\frac{15}{44})(-3x - 100) + (1 - (\frac{15}{45}) -$
$- (\frac{30}{45})(\frac{15}{44}))(3x + 200)$
$<X, «x» \textit{ на флопе}> = (\frac{1}{3})(-x) + (\frac{2}{3})(\frac{15}{44})(-3x - 100) + (\frac{2}{3} -$
$- (\frac{2}{3})(\frac{15}{44}))(3x + 200)$
$<X, «x» \textit{ на флопе}> = (\frac{1}{3})(-x) + (\frac{5}{22})(-3x - 100) + (\frac{2}{3} - \frac{5}{22})(3x + 200)$
$<X, «x» \textit{ на флопе}> = (-x/3) - 15x/22 - 500/22 + (\frac{29}{66})(3x + 200)$
$<X, «x» \textit{ на флопе}> = -x/3 - 15x/22 - 500/22 + 29x/22 + 2900/33$
$<X, «x» \textit{ на флопе}> = -x/3- 1500/66 + 7x/11 + 5800/66$
$<X, «x» \textit{ на флопе}> = 10x/33 + \$65.15$

Мы можем проверить полученное уравнение, подставив вместо «x» значения \$0 (в этом случае получим \$65.15), а также \$100 (получим \$95.45). Однако сейчас наше уравнение описывает только математическое ожидание для ставок от \$0 до \$100. Если игрок X вкладывает в банк на флопе больше, чем в \$100, то на терне он уже не сможет поставить целый банк. Выведем уравнение для значений «x» от \$100 до \$400:

Событие	p(события)	Результат
Y выигрывает на терне	15/45	-x
Y выигрывает на ривере	(30/45)(15/44)	-400
X выигрывает	1 – (15/45) – (30/45)(15/44)	500

$$<X, \$x> = \left(\tfrac{15}{45}\right)(-x) + \left(\tfrac{30}{45}\right)\left(\tfrac{15}{44}\right)(-400) + \left(1 - \tfrac{15}{45} - \right.$$
$$\left. - \left(\tfrac{30}{45}\right)\right)(15/44)(400)$$
$$<X, \$x> = \left(\tfrac{1}{3}\right)(-x) + \left(\tfrac{5}{22}\right)(-400) + \left(\tfrac{2}{3} - \tfrac{5}{22}\right)(400)$$
$$<X, \$x> = (-x/3) + \left(\tfrac{5}{22}\right)(-400) + \left(\tfrac{2}{3} - \tfrac{5}{22}\right)(500)$$
$$<X, \$x> = -x/3 + \$128.79$$

Для «x» = $400 мы получим математическое ожидание равное $-4.55.
Теперь у нас есть составная функция для математического ожидания игрока X, когда он ставит на флопе «x» долларов:

x на промежутке [$0, $100]:	$<X, \$x> = 10x/33 + \$65.15$
таким образом	$<X, \$0> = \$65.15$ и $<X, \$100> = \$95.45$
x на промежутке [$100, $400]:	$<X, \$x> = -x/3 + \$128.79$
таким образом	$<X, \$100> = \$94.45$ и $<X, \$400> = \$-4.55$

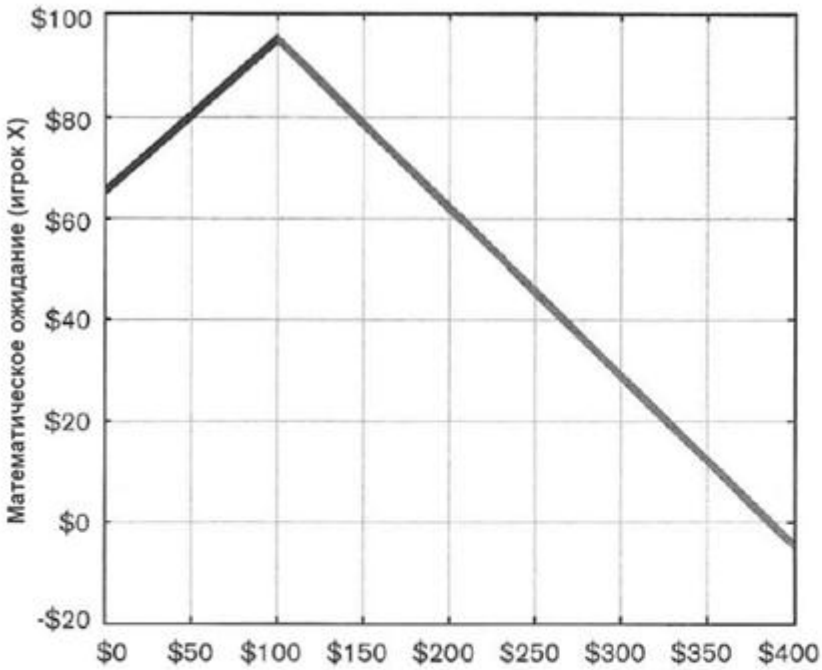

Рисунок 7.1. Математическое ожидание игрока X в примере 7.3 (для различных размеров банка)

Давайте вернемся к ситуации, когда игрок X ставит $5. Здесь перед игроком Y открывается бесконечное множество возможных размеров рейза, однако исходя из приведенного выше графика, мы можем легко отсечь большинство из них. Игрок Y может сделать рейз размером от $10 до $115, однако если он выберет любой размер от $10 до $100, то это просто увеличит математическое ожидание игрока X. Таким образом он должен выбирать из диапазона от $100 до $115, но поскольку каждый лишний доллар на этом промежутке уменьшает математическое ожидание игрока X, то игроку Y нужно сделать рейз до $115 (если он хочет вложить в банк больше$100).

Поэтому все, что нам осталось – это сравнить математическое ожидание игрока X для двух ситуаций.

<*X, $x*> = 10x/33 + $65.15
<*X, Y уравнивает $5*> = ($^{10}/_{33}$)($5) + $65.15
<*X, Y уравнивает $5*> = $66.67
<*X, Y делает рейз до $115*> = (- $^{1}/_{3}$)($115) + $128.79
<*X, Y делает рейз до $115*> = $90.46

Таким образом, игрок Y должен просто уравнять ставку своего оппонента.
Делая ставку в $5, игрок X увеличил свою долю в банке на $1.50. До определенного момента каждый доллар, вложенный игроком X в банк, будет увеличивать его долю на $^{10}/_{33}$ доллара. Если он сделает ставку в $10 на флопе, то его доля в банке составит уже $68.19 (при условии, что игрок Y сделает колл). Игрок X может продолжать ставить все больше и больше, пока математическое ожидание для рейза и колла у игрока Y не станет одинаковым. В этой точке размер ставки игрока X будет оптимальным, поскольку математическое ожидание достигнет своего максимума. Когда игрок X делает ставку такого размера, у игрока Y будет выбор вложить в банк $x, или же сделать рейз и вложить (3x + 100).

<*X, Y делает колл*> = <*X, Y делает рейз до (3x + 100)*>

$^{10}/_{33}$ (x) + $65.15 = - 1/3(100+3x) + $128.79
$^{10}/_{33}$ (x) = - x + $30.30
x = $23.26

Это и есть лучший размер ставки для игрока X – при нем его математическое ожидание будет наивысшим. Вне зависимости от того, какое действие выберет его оппонент, игрок X гарантирует себе ожидаемый выигрыш в $72.20:

<*X, x = $23.26 на флопе*> = $^{10}/_{33}$ x + $65.15 = $72.20

Вывод, который можно сделать из всего сказанного, достаточно простой – размеры стэков имеют первостепенную значимость даже при игре с открытыми картами. Кроме того, как можно увидеть из полученных нами результатов, более глубокие стэки выгодны готовым рукам, поскольку позволяют делать ставки против незакрывшихся дро на терне. Это противоречит достаточно устоявшемуся стереотипу, что руки-дро лучше разыгрываются при больших стэках из-за потенциальных шансов банка.

Еще одна важная идея, которую стоит вынести из наших рассуждений: хорошие дро должны стремиться поставить все деньги в банк как можно раньше в раздаче.

Пример 7.4

Давайте рассмотрим распространенный сценарий из Безлимитного Холдема.

> Карты игрока X: A♥ K♦
> Карты игрока Y: Q♥ Q♣

Все действия происходят на префлопе. Игрок Y поставил блайнд в $100, у каждого из игроков в раздаче по $800.

Предположим, что карты вскрываются последовательно – игрок X видит свои AK, принимает какое-то решение, а затем игрок Y показывает ему свою пару дам. Скажем, игрок X делает рейз до $300. Как должен ответить его оппонент?

Рука AK должна увидеть все пять карт. Она попадет в пару на флопе всего 1/3 раз, однако если будут сданы еще терн и ривер, то вероятность выигрыша у QQ составит 43%. Чем глубже стэки, тем больше AK должны стараться дойти до олл-ина на префлопе, а QQ должны делать все возможное, чтобы увидеть флоп и выбить своего оппонента на досках без A или K. Верно?

Нет.

Для начала, давайте рассмотрим случай с короткими стэками:

Игрок Y имеет более 57% на победу со своими QQ, если он сделает рейз до $800, то игрок X будет вынужден сделать колл при шансах банка 3 к 2. В более маленьком рейзе нет никакого смысла, поскольку игрок X сможет сделать ре-рейз до $800 и зафиксировать свое математическое ожидание. Чтобы дойти до олл-ина на префлопе, игроку Y надо доставить в банк еще $700:

$$\langle Y, \textit{олл-ин}\rangle = (0.5717)(\$800 + \$800) - \$700$$
$$\langle Y, \textit{олл-ин}\rangle = \$214.72$$

С другой стороны, давайте предположим, что игрок Y сделает колл со своими QQ. В банке будет $600. На флопе придет туз или король (без дамы) около 30% раз. В этом случае игрок X сможет доставить в банк оставшиеся деньги, и его оппонент выкинет свою руку. Оставшиеся 70% раз флоп будет благоприятным для QQ, игрок Y пойдет в олл-ин и заставит игрок X сделать фолд с AK.

<*Y, колл*> = p(A или K на флопе) (Y проигрывает) + p(флоп без A или K) (размер банка)

<*Y, колл*> = (0.3) (-$200) + (0.7) ($400)
<*Y, колл*> = $220

Здесь игроку Y выгоднее сделать колл и посмотреть на флоп, чем поставить олл-ин на префлопе.

Если мы увеличим стэки до $1800, то ситуация станет прямо противоположной:

<*Y, олл-ин*> = (p(Y выигрывает)) (размер банка) – (цена олл-ина)

<*Y, олл-ин*> = (0.5717) ($3600) - $1700
<*Y, олл-ин*> = $358.12
<*Y, колл*> = все еще $220

Теперь игроку Y гораздо выгоднее поставить олл-ин уже на префлопе.

Это несколько разнится со взглядом на розыгрыш ситуации QQ/AK, который разделяют многие игроки. Так, с глубокими стэками QQ должны стараться дойти до олл-ина на префлопе из-за своего значительного перевеса в эквити, в то время как с более короткими стэками эта рука предпочтет посмотреть флоп. Однако такие выводы стоит делать с одной существенной оговоркой – в рассмотренной нами ситуации QQ могут с легкостью поставить все деньги в центр на префлопе, потому что им заранее известно, что у оппонента на руках AK. В реальности же всегда существует опасность увидеть у оппонента AA и KK. С другой стороны, многие игроки слишком сильно цепляются за возможность увидеть флоп, забывая при этом, что их рука это не «монетка» против AK. Напротив, QQ имеют существенное преимущество.

Вернемся к нашему первоначальному предположению, что на каждой из улиц готовая рука должна ставить, а дро – делать либо фолд, или колл (в зависимости от предложенных шансов банка). Как мы увидели, существуют некоторые ситуации, где подобное клише не работает. В Пот-Лимите, к примеру, размер оставшихся стэков имеет огромное влияние на выбор стратегии для каждого из игроков. То же самое относится и к Лимитному покеру.

Хотя при игре с открытыми картами иногда встречаются интересные ситуации, вы наверняка никогда не окажетесь за столом с подобными правилами. Тем не менее, рассмотренные нами случаи – хорошая база для концепций, которые мы будем изучать в дальнейшем. Каким бы вы ни были гениальным чтецом рук, вы не выиграете и доллара, если играя с открытыми картами не можете принять правильное решение. И хотя сформулированные выше основы игры на практике часто служат лишь условным ориентиром, знание ситуаций, где правильная стратегия может отличаться от того, что подсказывает нам интуиция, может существенно повысить наш ожидаемый выигрыш за столом.

Нужно запомнить

- Парадоксальные ситуации встречаются даже когда мы играем с открытыми картами.

- Когда есть возможность сделать последний рейз в раздаче и дойти до олл-ина на ранних улицах торговли, дро должны всерьез рассматривать эту стратегию и склоняться к более агрессивной игре, а не полагаться исключительно на шансы банка. В этом случае дро не столкнется со ставками на следующих улицах, а готовая рука проиграет больше, если на терне или ривере придет нужная карта.

- Размеры стэков оказывают огромное влияние на выбор стратегии в Пот-Лимит и Безлимитном покере. Даже при игре с открытыми картами изменения в стэках могут заставить лучшую руку сдаться ввиду опасности новых ставок на следующих улицах торговли.

- Хорошим дро (которые имеют около 50% на победу) выгодно идти до олл-ина уже на флопе. Однако если это не представляется возможным (или они не могут вложить в банк достаточно денег, чтобы ставки на следующих улицах не уменьшали их математическое ожидание), то они должны стараться инвестировать в банк как можно меньше.

- При игре против дро готовым рукам следует стараться сохранить большую ставку для следующей улицы торговли – если дро не закроется, они могут получить с него значительное количество денег, имея огромный перевес в эквити.

Глава 8

Играем правильно, часть II: рука против диапазона

Теперь давайте рассмотрим игру, в которой нам известна рука только одного из игроков, в то время как карты всех остальных участников раздачи представлены некими диапазонами. Для анализа таких ситуаций мы можем использовать модели для расчета математического ожидания из прошлых глав, при условии, что нам удастся правильно описать стратегии оппонентов. Пока мы не будем включать в наши рассуждения возможные подстройки и ограничимся предположением, что мы с хорошей точностью можем предсказать, как другие игроки будут разыгрывать различные комбинации из своих диапазонов. В следующих главах мы еще поговорим о подстройках и о том, как сила всего диапазона может измениться в результате применения новой стратегии для отдельных рук.

Перед тем как мы приступим непосредственно к анализу обозначенных выше ситуаций, давайте обратимся к идее, которая играет важную роль при решении более сложных игр. Она особенно ярко проявляется в играх наподобие Холдема, где на префлопе мы часто увидим, как одна рука делает рейз, другая уравнивает, а в стэках остается еще достаточно большое количество денег. Когда раунд торговли заканчивается коллом, нам зачастую интересно узнать математическое ожидание в этой раздаче для обоих участников, чтобы сравнить его с ожиданием от альтернативного действия, например, ре-рейза.

Так вот, математическое ожидание в раздаче состоит из двух компонентов. Первый – ***шоудаун*** эквити, то есть ожидаемый выигрыш нашей руки, если бы раздача закончилась прямо сейчас, и на стол вышли все пять карт. Второй - ***экс-шоудаун*** эквити, оно показывает ожидание от ставок на постфлопе. «Экс-» - это латинский префикс, дословно означающий «вне», таким образом, термин экс-шодаун можно определить как «эквити вне текущего банка». Сумма двух компонентов и будет равна нашему математическому ожиданию в раздаче. На самом деле, эти значения взаимосвязаны, поскольку они зависят от силы диапазонов каждого игрока. Более того, в покере вы часто встретите случаи, где шоудаун эквити будет положительным, а экс-шоудаун – отрицательным. Представьте себе, что у вас очень слабое дро на флопе, оппонент делает ставку, тем самым вынуждая вас скинуть свою руку. Здесь ваше шоудаун эквити равно вероятности попадания в дро, умноженной на размер банка до ставки. В свою очередь, экс-шоудаун эквити будет в точности равно шоудаун эквити, но со знаком минус, поскольку после фолда вы теряете долю в этом банке. В сумме эти два значения дают ваше математическое ожидание в раздаче – ноль.

Примечание переводчика: Определение «эквити вне текущего банка» может показаться запутанным, однако его смысл легко объяснить. Шоудаун эквити фактически говорит нам о том, какая часть уже созданного банка принадлежит нам – если раздача закончится на префлопе, и на стол выйдут все пять карт, то будет разыгран банк, образованный ставками, коллами и рейзами только на префлопе. С другой стороны, экс-шоудаун эквити показывает ожидание ставок на постфлопе – то есть ставок, которые еще не произошли и не являются частью банка на префлопе.

Мы были бы рады проанализировать игру с конкретной рукой на всех конфигурациях флопов, тернов и ривере против различных стратегий оппонентов, однако это невыполнимая задача, особенно за столом. Вместо этого мы постараемся «научить» вашу интуицию делать приближенные оценки математического ожидания. Представьте себе раздачу, в которой участвуют два игрока с одинаково сильными диапазонами – тогда их шоудаун эквити не будут сильно отличаться друг от друга. Что же касается экс-шоудауна, то если оппоненты равны и по уровню игры, решающее значение будет иметь позиция. Игрок, находящийся на баттоне всегда будет иметь более высокое экс-шоудаун эквити.

На распределение шоудаун и экс-шоудаун эквити в раздаче влияют различные факторы. Например, мы знаем, что диапазон одного из игроков состоит из [AA, KK, QQ, AK], а у его оппонента на руках случайные карты. В этом случае первый игрок будет огромное преимущество в шоудаун и экс-шоудаун эквити. Однако его экс-шоудаун эквити будет меньше, чем в ситуации, когда у него оказывается одна из этих сильнейших рук, но при более широком диапазоне.

Мы также можем посчитать ожидание от розыгрыша конкретной руки из диапазона. Так, если у нас оказываются AA на баттоне и мы делаем рейз (скажем, мы играем в лимитный Холдем), то с учетом того, как выглядит наш стандартный диапазон в этой ситуации, мы можем рассчитывать на выигрыш 4-5 ставок в экс-шоудаун вэлью против сильного оппонента в большом блайнде.

Примечание от переводчика: Почему экс-шоудаун эквити первого игрока могло бы быть больше? Дело в том, что если его диапазон состоит только из AA, KK, QQ и AK, его оппонент почти наверняка не отдаст ему много денег на постфлопе. Однако если у нас окажется, к примеру, пара королей, а наш диапазон будет широким, то наш ожидаемый выигрыш существенно возрастет – скорее всего, оппонент нам просто не поверит.

Когда мы рассматриваем игры, где участники раздачи могут сделать колл на префлопе, мы часто говорим, что «нам принадлежит X% банка после колла». В некоторых ситуациях, например, когда мы дошли до олл-ина на префлопе, это будет исключительно наше шоудаун эквити. Однако в большинстве случаев мы будем пытаться оценить влияние будущих ставок на наше ожидание.

Многие типы стратегии эксплуатации достаточно незамысловаты. Против оппонента, который слишком много блефует на ривере, мы должны чаще делать колл с руками, способными побить только блеф. Против оппонентов, которые слишком часто скидывают свои карты, мы, наоборот, должны блефовать с воздухом – так мы максимизируем наше ожидание для этой части диапазона. Мы уже рассматривали подобные примеры в самом начале второй части книги. Выведенные тогда правила неплохо подходят для быстрого поиска решения с наивысшим ожиданием, при условии, что мы оказались в подходящей ситуации. Однако в более сложных раздачах нам придется рассмотреть все возможные стратегии и оценить их математическое ожидание.

Пример 8.1

Мы находимся на большом блайнде за столом $5-$10. Игра – безлимитный Холдем. У баттона (которого мы хорошо знаем) осталось $200 в стэке. Все игроки делают фолд, баттон рейзит до $30. Малый блайнд сбрасывает карты.

Об оппоненте на баттоне мы знаем следующее:

- Он делает рейз с диапазоном: {22+, A2+, KT+, K9s+, QTs+, QJ+, JTs, T9s}.
- Если мы пойдем в олл-ин (ему придется вложить в банк еще $170), то он сделает колл с AA-JJ и AK, а все остальные руки скинет в пас.

Когда мы сделаем колл, у нас будет какое-то эквити на постфлопе, в зависимости от ширины нашего диапазона. Например, если мы уравняем с тем же диапазоном, с которым оппонент делает рейз на префлопе, мы можем рассчитывать примерно на 45% эквити (с поправкой на то, что мы без позиции).

Какая стратегия эксплуатации для нас будет наиболее прибыльной?

Оппонент делает рейз с $^{350}/_{1326}$ всех рук:

6 комбинаций для каждой из тринадцати пар = 78
16 комбинаций для двенадцати рук вида Ax = 192
12 комбинаций для каждой из четырех разномастных рук = 48
4 комбинации для каждой из восьми одномастных рук = 32

С другой стороны, олл-ин он уравняет только с 40 комбинациями. Кроме того, эти цифры будут меняться в зависимости от нашей собственной руки (если у нас окажется туз, то количество комбинаций AA и Ax в диапазоне оппонента уменьшится и т.п.). Однако в этом примере мы будем использовать базовую пропорцию, без учета блокеров.

Если мы пойдем в олл-ин, то мы будем рисковать $190 (эффективный стэк в раздаче минус большой блайнд, который уже не принадлежит нам), чтобы выиграть банк в $45. Мы можем так делать со всеми нашими руками, и тогда выиграем банк ${}^{310}/_{350}$ раз (или 88.57%). Плюс даже когда оппонент уравняет наш олл-ин, у нас будет какое-то эквити, пусть и небольшое – случайная рука выиграет у диапазона {AA-JJ, AK} около 24.95% раз.

Таким образом, мы можем рассчитать математическое ожидание от олл-ина:

<*Олл-ин*> = *p*(оппонент делает фолд) (банк) + *p*(оппонент делает колл) (*p*(мы выигрываем) (итоговый банк) – (цена олл-ина))

<*Олл-ин*> = (0.8857) ($45) + (1 - 0.8857) ((0.2495) ($200 + $200 + $5) - $190)
<*Олл-ин*> = $29.69

Итак, олл-ин для нас будет прибыльным действием. Мы можем просто ставить в банк все свои деньги с любой случайной рукой, даже 72o. Как оказалось, стратегия нашего оппонента имеет существенный изъян - он слишком часто скидывает в ответ на рейз.

Теперь представьте, что у нас 32o. У этой руки 21.81% на победу против диапазона {JJ+. AKs, AKo}. Получим:

<*32o, олл-ин*> = *p*(оппонент делает фолд) (банк) + *p*(оппонент делает колл) (*p*(мы выигрываем) (итоговый банк) – (цена олл-ина))

<*32o, олл-ин*> = (0.8857) ($45) + (0.1143)(($405)(0.2181) - $190)
<*32o, олл-ин*> = $28.24

Теперь мы можем сравнить это ожидание со случаем, когда мы делаем колл $20 на префлопе. Здесь «x» означает наше эквити на постфлопе.

<*Колл*> = x(банк) – цена колла

<*Колл*> = x($65) - $20

Чтобы колл со случайной рукой был настолько же хорошим решением как и пуш, ожидаемый выигрыш от колла должен быть больше $29.69.

x($65) - $20 > $29-69
x > 76.45%

Понятно, что даже самый одаренный в мире игрок никогда не будет иметь 76% эквити в банке без позиции со случайной рукой против оупен-рейза из баттона.

Но что если у нас оказались тузы? Теперь у нас есть блокеры на некоторые руки из диапазона оппонента, так что самое время применить теорему Байеса. Получим, что в этом случае оппонент делает рейз с 249 комбинациями, а уравнивает олл-ин только с 27. Наше эквити против его диапазона колла олл-ина будет равно 83.43%.

<*AA, олл-ин*> = *p*(оппонент делает фолд) (банк) + *p*(оппонент делает колл) (*p*(мы выигрываем) (итоговый банк) – (цена олл-ина))

$$\langle AA,\ \text{олл-ин}\rangle = \left({}^{222}/_{249}\right)(\$45) + \left({}^{27}/_{249}\right)((0.8343)(\$405) - \$190))$$

<*AA, олл-ин*> = \$56.16

Для прибыльного колла с тузами необходимо соблюдение следующего неравенства:

$$x(\$65) - \$20 > \$56.16$$
$$x > 117.2\%$$

Такой сценарий не является невозможным, особенно если мы играем против агрессивного оппонента. Однако важно понимать, что здесь мы говорим о лучшей руке, которая только может у нас оказаться.

Что в итоге? Олл-ин с любыми двумя картами против такого баттона оказывается гораздо более прибыльным решением, чем колл или фолд. Исключением будет случай, когда у нас очень сильная рука – тогда все зависит от того, насколько хорошо мы и наш оппонент играем на постфлопе.

Такой анализ может дать очень хорошее представление о пробелах в стратегиях наших оппонентов. В этом примере игрок на баттоне слишком часто скидывал руки из своего диапазона оупен-рейза, однако мы смогли убедиться в этом только после полного расчета математического ожидания. За столом же к похожему выводу можно прийти несколько более простым путем:

"Оппонент открывает 25% рук, но делает колл только с парой комбинаций. Если я поставлю олл-ин, то я рискую примерно четырьмя размерами банка (4 к 1). Если оппонент будет уравнивать олл-ин реже, чем один раз из пяти, то я могу так делать с любой рукой, и еще иногда я выиграю банк после его колла."

*Примечание переводчика: Почему оппонент должен делать колл реже, чем один раз из пяти? Мы рискуем четырьмя единицами (текущий размер банка), чтобы выиграть одну. Если оппонент четыре раза скинет свои карты (+4 * 1) и один раз уравняет (-1 * 4) то мы ничего не выиграем, но ничего и не проиграем – как можно понять, уравнивать в таком случае он будет 1 раз из 5 (четыре плюс один).*

Поиск уязвимостей в игре оппонента – главный элемент в стратегии эксплуатации. В примере выше мы обнаружили дисбаланс между диапазоном рейза и диапазоном колла. Это позволяет нам эксплуатировать игрока на баттоне, ставя олл-ин с любыми двумя картами. Если бы наш оппонент хотел исправить свою ошибку, он мог бы либо сузить свой диапазон для оупен-рейза, либо расширить диапазон для колла олл-ина.

Но оппонентов также можно эксплуатировать и на различных флопах, которые на первый взгляд могут показаться неподходящими для нас.

Пример 8.2

Представьте себе следующую ситуацию в лимитном Холдеме:

Вы делаете рейз с 99 из позиции UTG за полным столом (скажем, что ваш диапазон для рейза состоит из AA-99, AK, AQ, и AJs). Оппонент слева от вас делает ре-рейз (вы полагаете, он так делает с AA-TT, AK и AQs). Все остальные игроки скидывают свои карты, вы делаете колл.

Флоп A72, разномастный. На ваш взгляд, оппонент будет разыгрывать весь свой диапазон на таком флопе следующим образом (мы не будем учитывать вероятность попадания в сет на терне, чтобы упростить расчеты):

Если вы сделаете чек, он поставит со всеми руками

Если вы сделаете бет, он уравняет со всеми руками

Если вы сделаете чек-рейз на флопе, он уравняет со всеми руками

Таблица стратегий для терна выглядит следующим образом:

Ваши действия на флопе	Ваши действия на терне					
		AA	KK/QQ	JJ/TT	AK	AQs
Чек-рейз						
	Бет	Рейз	Фолд	Фолд	Рейз	Колл
	Чек-колл	Бет	Бет	Бет	Бет	Бет
	Чек-рейз	Бет/Ре-рейз	Бет/Фолд	Бет/Фолд	Бет/Колл	Бет/Колл
Чек-колл						
	Бет	Рейз	Колл	Колл	Рейз	Рейз
	Чек-колл	Бет	Чек	Бет	Бет	Бет
	Чек-рейз	Бет/Ре-рейз	Чек	Бет/Фолд	Бет/Колл	Бет/Колл
Бет						
	Бет	Рейз	Колл	Колл	Рейз	Рейз
	Чек-колл	Бет	Чек	Бет	Бет	Бет
	Чек-рейз	Бет/Ре-рейз	Чек	Бет/Фолд	Бет/Колл	Бет/Колл

Как нам следует разыграть свои 99?

Как правило, думающий игрок заметит, что его пара не бьет ни одну руку из диапазона оппонента, и при этом у нее всего два аута. Ситуация не из лучших, поэтому план «чек и фолд на флопе» выглядит наиболее предпочтительным.

Однако правильный подход к этой задаче предполагает вычисление ожидаемого выигрыша для различных стратегий. Как вы уже знаете, чек/фолд на флопе обладает нейтральным математическим ожиданием – с этой линией мы и будем сравнивать все остальные стратегии.

Для начала, давайте определим количество комбинаций для каждой руки оппонента. С учетом туза на флопе, структура его диапазона выглядит следующим образом:

AA: $^{3}/_{42}$

KK, QQ, JJ, TT: $^{6}/_{42}$ на каждую пару

AK: $^{12}/_{42}$

AQs: $^{3}/_{42}$

Рассмотрим несколько возможных стратегий:

1) Чек/фолд на флопе
2) Чек/колл на флопе, а затем чек/рейз на терне. Если оппонент ответит на рейз, то мы просто сдадимся и не будем больше вкладывать деньги в банк.
3) Чек/рейз на флопе и бет на терне. Если оппонент сделает ре-рейз на флопе или терне, мы скинем свою руку, если же он уравняет на терне, то мы не будем ставить на ривере.
4) Бет на флопе и терне

Стратегия 1) Математическое ожидание равно 0.

Стратегия 2) Получим следующее математическое ожидание:

vs AA, AK, AQs: -5 ставок
vs JJ-TT: +10.5 ставок (7.5 из банка на префлопе, 1 на флопе и 2 на терне)
vs KK-QQ: -3 ставки

<*Стратегия 2*> = *p*({AA, AK, AQs})(-5) + *p*({JJ, TT})(10.5) + *p*({KK, QQ})(-3)
<*Стратегия 2*> = ($^3/_7$)(-5) + ($^2/_7$)(10.5) + ($^2/_7$)(-3)
<*Стратегия 2*> = 0

Стратегия 3) Получим следующее математическое ожидание:

vs. AA, AK, AQs: - 4 ставки
vs. KK-TT: +9.5 ставок

<*Стратегия 3*> = *p*({AA, AK, AQs})(-4) + *p*({KK, QQ, JJ, TT})(9.5)
<*Стратегия 3*> = ($^3/_7$)(-4) + ($^4/_7$)(9.5)
<*Стратегия 3*> = 3.71

Стратегия 4) Получим следующее математическое ожидание:

vs AA, AK, AQs, KK, QQ: -3 ставки
vs JJ, TT: +8.5 ставок

<*Стратегия 4*> = *p*({AA, AK, AQs, KK, QQ})(-3) + *p*({JJ, TT})(8.5)
<*Стратегия 4*> = ($^5/_7$)(-3) + ($^2/_7$)(8.5)
<*Стратегия 4*> = $0.29

Оказывается, что интуиция изначально подсказала нам стратегию с наименьшим ожиданием!

Явным фаворитом здесь, конечно же, является стратегия чек/рейза на флопе с последующей ставкой на терне – с такой линией наш ожидаемый выигрыш составит почти четыре ставки. Против оппонента, использующего такую комбинацию стратегий, фолд девяток на флопе был бы грубейшей ошибкой. Но давайте разберемся, почему чек/рейз на флопе и ставка на терне настолько прибыльны.

Наш оппонент раздул банк на префлопе до шести ставок. Однако на доске с тузом он готов скинуть более половины своего диапазона всего против четырех ставок с нашей стороны. Иными словами, следуя этой линии, мы вкладываем в банк четыре ставки, чтобы выиграть шесть, а другой игрок скидывает свои карты более чем в половине случаев. Таким образом, этот флоп для девяток превратился из очень плохого (так бы и было, если бы мы показали оппоненту свою руку) в очень хороший, исключительно благодаря структуре диапазона оппонента, а также выбранной им стратегии.

К слову, он может избежать эксплуатации на такой текстуре доски, но в этом случае ему придется уравнивать наши ставки с KK и QQ.

Пример 8.3 (возвращаемся к раздаче 5.1)

Последний пример для этой главы мы уже рассматривали ранее – это рука из Стада Хай-Лоу (пример 5.1 из пятой главы).

Давайте освежим в памяти ход раздачи:

Мы:	(5♣A♥) 4♥ 8♠ J♥ A♠
Оппонент:	(??) 6♣ T♦ K♣ 3♣

Анте составляет $5, лимит $30-60. В банке лежит $345, мы говорим свое слово первыми. Нам удалось сузить диапазон оппонента до следующего набора комбинаций:

AA	1
Q♣ Qx	3
Qx Qy	3
J♣ Jx	2
Jx Jy	1
X♣ Y♣	6

Наша задача – проанализировать игру против этих рук на шестой улице. В каждом случае мы будем делать предположения о том, какие действия предпримет наш оппонент, исходя из того, что в его распоряжении будет не так много равноценных вариантов. Правда, стоит отметить, что против сильных игроков стратегия игры на поздних улицах значительно усложняется из-за появления рейзов с полу-блефами и т.п. Мы также будем считать, что с нашей рукой мы даже не рассматриваем возможность чек/рейза – такая линия здесь полностью лишена смысла.

В ходе анализа мы будем делать множество допущений об игре оппонента на следующих улицах торговли. И хотя мы не можем быть полностью уверены в таких вещах, возможные ошибки в наших суждениях почти никак не повлияют на ответ, если только мы не будем систематически недооценивать или переоценивать эквити нашей руки.

Против AA:

Когда мы выбираем между чеком и бетом против близкой по силе руки, важно понимать, что, скорее всего, ход раздачи от нашего решения никак не изменится – одна ставка зайдет в банк в любом случае.

Если мы сделаем бет, то оппонент не решится ответить рейзом с AA – у нас вполне может оказаться готовая лоу-рука (и это будет отрицательный фриролл для него, ведь мы уже не можем проиграть банк), плюс иногда мы переставим его с натсом. С другой стороны, если мы сделаем чек, то пара тузов с флэш-дро наверняка поставит. Таким образом:

<*Бет*> = <*Чек*>

Заметьте, что нам на самом деле не очень важно знать точное математическое ожидание для каждого действия - достаточно просто определить, какая из линий лучше. Очевидно, что в этой ситуации у нас будет необходимое эквити для колла, так что мы даже не будем думать том, чтобы скинуть свои карты; а разницы между бетом и чеком, как мы уже определили, не будет никакой.

Против Q♣ Qx и J♣ Jx:

Здесь у нас как лучшая хай-рука, так и лучшая лоу-рука. Если бы это был обычный Стад, мы бы без лишних разговоров сделали ставку, чтобы получить вэлью от дро. Однако в Хай-Лоу наша комбинация еще сильнее – даже если оппоненту зайдет на следующей улице флэш или две пары, 12 из оставшихся 39 карт гарантируют нам половину банка. Мы можем использовать эквити нашей руки вместо общего эквити в раздаче (с учетом ривера), поскольку иногда оппонент попадет в свой флэш и одновременно получит лучшую лоу-руку, или же наше лоу-дро не закроется на ривере. Против Q♣ Q♦, у нас около 70% на победу:

<*Бет*> = *p*(выигрываем)(банк на ривере) – ставка

<*Бет*> = (0.70) ($345 + $120) - $60
<*Бет*> = $265.50

<*Чек*> = *p*(выигрываем)(банк)

<*Чек*> = (0.70) ($345)
<*Чек*> = $241.50

Таким образом, ставка на шестой улице позволит нам получить дополнительные $24.

Против Qx Qy и Jx Jy:

В этом случае мы стоим против еще более слабой руки, поэтому бет – единственно верное решение.

С другой стороны, теперь оппоненту придется решать, что делать со своей парой дам или валетов. Поскольку у нас часто окажутся как минимум тузы (плюс вероятные две пары, тузы с лоу-дро, лоу-рука со слабым хай-дро и т.п), он, скорее всего, сдастся.

Если же мы сделаем чек, то оппонент возможно положит нас на пару младше тузов и уравняет одну ставку на ривере.

<*Бет*> = $345

<*Чек*> = *p*(выигрываем)(банк на ривере) – ставка

<*Чек*> = (0.85)($345 + $120) - $60
<*Чек*> == $335.25

Здесь бет принесет нам дополнительные $10, так как мы заберем весь банк прямо сейчас и не позволим нашему оппоненту попасть в дро.

Против X♣ Y♣:

Если мы решим сделать ставку, то окажемся в непростой ситуации. У оппонента на руках готовый флэш и лоу-дро, так что мы наверняка получим рейз. С учетом нашего лоу-лро, а также вероятности полублефа, нам придется делать колл. Таким образом, мы либо поставим в банк две ставки на шестой улице и одну на седьмой (если попадем в две пары или лоу-дро), либо только две ставки на шестой улице (если нам ничего не зайдет).

С другой стороны, вполне очевидно, что против такой руки мы должны делать чек. Тогда на шестой улице оппонент поставит, а мы уравняем.

Если мы попадем в свои ауты на ривере, у нас будет 13% эквити против диапазона оппонента. Аутами мы считаем двух тузов и все карты от двойки до восьмерки, плюс три валета. То есть 26 раз из 34 у нас будет следующее ожидание:

<*Бет*> = *p*(выигрываем) (итоговый банк) – инвестиции в банк

<*Бет*> = (0.13) ($345 + $360) - $180
<*Бет*> = $-88.35

<*Чек*> = *p*(выигрываем) (итоговый банк) – инвестиции в банк

<*Чек*> = (0.13) ($345 + $240) - $120
<*Чек*> = $-43.95

И ${}^{8}/_{34}$ раз мы не попадем в свои ауты и потеряем все деньги, вложенные на шестой улице:

<*Бет*> = $-120
<*Чек*> = $-60

Рассчитаем математическое ожидание для каждой из линий:

<*Бет*> = *p*(не попали в ауты) (ожидание) + *p*(попали в ауты) (ожидание)

<*Бет*> = ${}^{26}/_{34}$ ($-88.35) + ${}^{8}/_{34}$ ($-120)
<*Бет*> = $-95.80

<*Чек*> = *p*(не попали в ауты) (ожидание) + *p*(попали в ауты) (ожидание)

<*Чек*> = ${}^{26}/_{34}$ ($-43.95) + ${}^{8}/_{34}$ ($-60)
<*Чек*> = $-47.73 ~ $-48

Составим сводную таблицу для всех рук в диапазоне оппонента:

Карты оппонента	Вероятность	<Бет> – <Чек>	Взвешенное ожидание
AA	1/16	+	0
Q♣ Qx и J♣ Jx	5/16	$24	$7.50
Qx Qy и Jx Jy	4/16	$10	$2.50
X♣ Y♣	6/16	$-48	$-18
Итого	1		$-8 за раздачу

Теперь мы можем добавить в диапазон оппонента несколько нестандартных рук, против которых, как правило, бет будет лучшим решением. Однако для любого адекватного диапазона мы все равно получим схожий ответ – ставка, которую многие игроки бы сделали здесь без лишних разговоров, на проверку оказывается хуже своей альтернативы.

> *Примечание от переводчика: Здесь мы нашли не математическое ожидание от ставки (или чека), которое якобы составляет $-8 за раздачу, а лишь разницу между ожидаемым выигрышем в случае бета и в случае чека. Проще говоря, мы доказали предпочтительность чека на шестой улице, а не его прибыльность.*

Как вы могли заметить, в этой раздаче мы сделали достаточно большое количество допущений. Можно не соглашаться с нашими догадками о действиях оппонента, о том, что происходило бы на следующих улицах и т.п. Однако здесь главное совсем не это. На примере простой раздачи из Стада мы продемонстрировали, как следует читать руки, как работает теорема Байеса, как с получением новой информации может меняться наше представление о диапазоне, и как стоит учитывать действия на прошлых улицах. Затем мы использовали все полученные сведения для подробного анализа математического ожидания от розыгрыша нашей руки против диапазона оппонента.

Нужно запомнить

…………………………………………………………………………………………………..

- После определения диапазона и стратегии оппонента, мы можем использовать полученную информацию, чтобы рассчитать математическое ожидание различных линий и выбрать наиболее предпочтительную из них.

…………………………………………………………………………………………………..

- Качественное определение слабых сторон в игре оппонента поможет нам подобрать правильную стратегию эксплуатации непосредственно за столом, где у нас нет возможности произвести необходимые вычисления.

…………………………………………………………………………………………………..

- Мы должны развивать нашу интуицию для ситуаций, которые обычно подразумевают возможность эксплуатации оппонента – так нам будет проще принимать правильные решения в игре.

…………………………………………………………………………………………………..

- Зачастую мы бы хотели играть по-разному против разных частей диапазона оппонента. Чтобы выбрать верную линию против всего диапазона, мы должны взвесить наше математическое ожидание против каждого типа рук в соответствии с их долями в диапазоне.

…………………………………………………………………………………………………..

- Шоудаун эквити отражает ожидаемый выигрыш, если бы раздача закончилась на текущей улице торговли, и на стол вышли оставшиеся карты. Экс-шоудаун эквити показывает наше ожидание от ставок на постфлопе.

…………………………………………………………………………………………………..

Глава 9
Подстройки и баланс: диапазон против диапазона

В предыдущих четырех главах мы предложили простой алгоритм розыгрыша отдельных рук против статичных стратегий. Мы определяли диапазон, делали предположения о возможных линиях розыгрыша, и на основании этих данных затем искали стратегию с максимальным математическим ожиданием. Такой подход позволяет получить максимум вэлью с конкретной рукой против любого оппонента, который играет по статичной стратегии, либо отклоняется от нее в предсказуемой манере.

Но что если оппонент – сильный игрок? Тогда он тоже будет пытаться читать наши руки и стратегии, чтобы затем использовать найденные слабые места. Это значит, что мы должны очень осторожно подходить к эксплуатации такого игрока. Если мы будем это делать в слишком очевидной манере, то ему не составит труда подстроить свою стратегию и перейти к ***контрэксплуатации***.

Представьте себе, что мы оказались в некой ситуации, где по нашим данным оппонент блефует на 10% реже, чем должен. Мы можем эксплуатировать эту слабость фолдом со всеми нашими руками, способными побить только блеф, поскольку здесь мы будем проигрывать вэлью бетам оппонента больше, чем выигрывать у блефов.

Однако наш компетентный оппонент не оставит такую подстройку без внимания. Используя тот же самый алгоритм, он найдет только что появившуюся уязвимость в нашей стратегии – мы стали слишком часто скидывать свои руки. Так что теперь он может начать блефовать чаще, чем раньше. Мы же, в свою очередь, ответим на это повышением частоты колла и т.д. Стратегия эксплуатации в каждой из этих ситуаций предполагает достаточно радикальные перемены в наших тенденциях – от «никогда не делать колл» до «всегда делать колл». Однако такая резкая смена стратегии открывает нас для контрэксплуатации со стороны оппонента.

Альтернативой может стать плавная подстройка стратегии – так оппонент не сможет сразу понять что происходит, но в то же время мы потеряем часть ожидания от эксплуатации. Или мы можем продолжить играть в подстройки и контрподстройки, стараясь оказаться на шаг впереди. В таком случае, в выигрыше окажется только игрок, которому удастся правильно предсказать смену стратегии своего оппонента.

Играем против сильных дро

Как вы можете помнить, в одной из прошлых глав мы подробно разобрали игру с конкретной рукой против диапазона оппонента. Однако наш собственный диапазон зачастую оказывается не менее важным. Когда мы эксплуатируем других игроков, мы используем информацию, которую получаем из их действий. Теперь представьте, что мы играем против оппонента, который старается эксплуатировать нас. Получается, он также может использовать любые подсказки, которые получает из наших линий розыгрыша. То есть против такого игрока мы должны постоянно задумываться о том, как он будет применять такую информацию, и по возможности стараться минимизировать риск контрэксплуатации в нашей собственной стратегии.

Давайте рассмотрим достаточно специфичный тип рук в безлимитном Холдеме – сильные дро. Как правило, такая рука включает в себя флэш-дро, а также несколько дополнительных дро (оверкарты, гатшоты, открытые стрит-дро), что обеспечивает ей от 12 до 15 чистых аутов (около 45% эквити на флопе) против любой топ пары.

В главе, где мы анализировали игру с открытыми картами, мы показали, что сильные дро должны стремиться дойти до олл-ина на ранних улицах торговли, поскольку с выходом новых карт их эквити значительно уменьшалось, а готовые руки получали возможность устанавливать свою цену за просмотр ривера. Однако в случае олл-ина на флопе, такие дро получали возможность реализовать свое эквити.

Давайте установим несколько простых правил, касающихся размеров ставок. Мы еще вернемся к этой теме в следующих главах, поэтому сейчас мы не станем вдаваться в теорию. Во-первых, вам не следует делать ставки размером намного больше банка. Иначе оппонент сможет просто дождаться сильной руки, попутно сбрасывая все свои слабые комбинации, причем даже несколько его коллов сделают овербет убыточным. Наверняка вы встречали игроков, которые ставят олл-ины на десятки (и иногда сотни) больших блайндов с AJ на ранних стадиях турнира. Вполне очевидно, что правильным ответом в такой ситуации будет колл с сильнейшими руками. Так что мы будем считать, что ставки должны делаться меньшего размера, но с более широким диапазоном рук.

Сильные дро, на первый взгляд, как раз относится к этому «более широкому диапазону», однако не все так просто. С хорошей готовой рукой, например двумя парами или сетом, мы бы сделали бет, получили колл от оппонента и с радостью бы продолжили ставить на терне, надеясь получить еще больше вэлью. Однако если у нас сильное дро, и на флопе оппонент уравняет, мы окажемся в незавидном положении – ведь именно такая линия и нужна любой готовой руке. Поэтому зачастую лучшим решением при коротких стэках с комбо-дро будет пуш на флопе.

Поставьте себя на место оппонента – обычно его стратегией против овербета будет колл с сильнейшими руками. Но даже если он будет уравнивать только с сетами, стритами и т.п., у дро все равно окажется как минимум 30% эквити, и это создаст определенные проблемы. К примеру, мы ставим олл-ин на $300 при текущем банке в $100, наше эквити против диапазона колла составляет 33%. Даже если оппонент будет отвечать нам с 25% своих рук, пуш все равно окажется прибыльным. Так, 75% раз мы заберем $100 из банка, а в остальных случаях мы будем проигрывать менее 67$. С другой стороны, наш оппонент может начать делать колл с обычными парами, и здесь нам нужно вернуться к определению сильных дро. Например, против пар даже натсовое флэш-дро имеет очень хорошее эквити, поскольку туз также является нашим аутом; а стрит-флэш дро иногда и вовсе окажется впереди. Чем чаще оппонент будет уравнивать, тем больше эквити будет у дро. Так что олл-ин для нас все равно будет прибыльным, но если оппонент будет выкидывать какую-то часть своих рук (какую именно – зависит от ситуации).

Получается, что при соотношении стэка к банку около 3:1, мы должны идти в олл-ин со своими сильными дро и ставить мало с готовыми руками и слабыми полублефами. Но эту стратегию весьма просто эксплуатировать – наш оппонент может начать уравнивать олл-ины со всеми руками, способными побить дро, при этом зная, что когда мы делаем небольшой бет, сильного дро у нас почти никогда не окажется.

Однако если оппонент принимает олл-ины с достаточно слабыми руками, рассчитывая на свое эквити против дро, мы можем включить в диапазон пуша и сильные готовые руки (сеты и две пары, например). Тогда ему придется выбирать. Либо он будет делать колл и оплачивать все наши натсы, но собирать какое-то вэлью с сильных дро, либо он будет скидывать свои карты, при этом теряя значительную долю в банке против неготовых рук. И хотя наш оппонент может попытаться подстроиться, на первый взгляд очевидного способа эксплуатации такой стратегии нет.

Здесь стоит обратить внимание на две темы. Во-первых, когда мы рассматриваем ситуации вида «диапазон против диапазона», особую значимость приобретает ***сокрытие информации***. Когда мы играли руки различной силы по-разному, нас было легко эксплуатировать, поскольку оппонент мог без труда прочитать нас. По-настоящему сильные стратегии предполагают розыгрыш многих рук по одной линии – тем самым мы не позволяем другим игрокам точно определить наш диапазон. Так, в примере с сильными дро оппоненту очень будет сложно придумать стратегию эксплуатации против пуша на флопе с диапазоном, состоящим из дро и сильных готовых рук.

Важность сокрытия информации можно объяснить и по-другому. Подумайте, какая ситуация будет наилучшей для эксплуатации оппонента? Когда мы имеем дело с узким диапазоном и очевидной стратегией. Однако против оппонента, который разыгрывает большое количество рук в одинаковой манере, мы вряд ли сможем быстро подобрать стратегию эксплуатации, ведь его диапазон будет очень размытым и неопределенным.

Что касается второй темы, представьте, что в вашем диапазоне есть две руки с равными распределениями, A и B, причем вы можете выбрать линию для розыгрыша с каждой из них (X и Y). Мы решили, что ради сокрытия информации хотим играть с A и B одинаково. Для руки A чуть лучше подходит стратегия X, а для руки B стратегия Y гораздо лучше X. Тогда при прочих равных условиях мы должны играть обе руки по стратегии Y. Точно к такому же выводу мы пришли и в примере выше, когда задались вопросом о линии с сильными готовыми руками. Вполне очевидно, что в вакууме с натсами нам стоит делать небольшие ставки. Однако пуш с этими руками на флопе (наряду с дро) пошел всему диапазону на пользу – в результате оппонент потерял возможность эксплуатировать нашу стратегию. Еще одним примером этой идеи является дилемма розыгрыша AK и AA на префлопе. Зачастую AK окажутся фаворитом в префлоп олл-ине (особенно на поздних стадиях турнира). Однако если дело дойдет до постфлопа, и мы вложим в банк, скажем, треть стэка, то приятного будет мало. С другой стороны, AA хорошо играют в любой ситуации. Так что если мы захотим разыгрывать AA и AK в одном ключе, то правильным решением на префлопе будет олл-ин.

Контрэксплуатация часто подразумевает наличие достоверных фактов о стратегии оппонента. В то же время, непосредственно за столом мы всегда будем опираться только на неполную информацию. Так что нам придется найти золотую середину между эксплуатацией конкретных слабостей оппонента и извлечением максимального вэлью из широкого спектра возможных стратегий, когда мы не знаем об их недостатках или у нас нет надежной информации, чтобы оправдать чистую эксплуатационную стратегию.

В третьей части мы сконцентрируемся на анализе вспомогательных игр и поиске ***оптимальных*** стратегий – с ними мы сможем максимизировать свое ожидание против стратегий максимальной эксплуатации. Однако нам не обязательно полностью решать какую-то игру, чтобы сформулировать так называемую ***сбалансированную*** стратегию.

Баланс

Этот термин, в отличие от тех, что мы употребляем в книге, никак не связан с теорией игр. Однако чтобы дать ему определением, нам придется ввести еще одно понятие.

Цена стратегии – это ожидание для заданной стратегии в случае, когда ей противостоит стратегия максимальной эксплуатации. Тогда стратегию можно назвать сбалансированной, если ее цена приближается к ее математическому ожиданию против оптимальной стратегии. Фактически, баланс показывает, насколько эксплуатируема рассматриваемая стратегия.

Приведем пример. Представьте себе игру, где на ривере у игрока A либо воздух, либо закрывшееся флэш-дро (причем дро скрыто). У игрока B две пары. Игрок A поставит со всеми флэшами, а также с блефами. Считаем, что игрок А попадет во флэш 20% раз, размер банка составляет 3 ставки.

Рассмотрим несколько возможных стратегий для игрока А и найдем ожидание стратегии максимальной эксплуатации (СМЭ) против них для игрока В.

Здесь СМЭ для игрока В предполагает фолд со всем диапазоном, если игрок А блефует менее 5% раз. В этом случае его экс-шоудаун вэлью составит «3x», где «x» - частота блефа:

<*B, фолд*> = -3x

Если игрок А блефует более 5% раз, то игрок В должен начать всегда уравнивать на ривере:

<*B, колл*> = x – 0.2

Примечание от переводчика: Это первое применение концепции экс-шоудауна в книге, поэтому оно требует подробного объяснения, тем более что условия задачи неполные. Итак, банк составляет 3 единицы, при этом авторы забыли указать размер ставки – это 1 единица. Оптимальная частота блефа для игрока А предполагает, что его оппонент будет безразличен к коллу или фолду, то есть математическое ожидание от этих действий для него будет одинаковым. Тогда:
<B, фолд> = <B, колл>
*0 = 0.2 * (-1) + x * 4*
x = 5%

Эту формулу следует читать так: 20% раз мы проигрываем флэшу одну ставку, а «x» раз мы выигрываем три ставки из банка на ривере плюс одну ставку от блефа.

Что касается уравнения <B, колл>, то тут важно понимать, что мы говорим об экс-шоудауне, то есть только о ставках, которые будут делаться игроками на ривере. Так что «x – 0.2» получились следующим образом:

*<B, колл> = 0.2 * (-1) + x * 1*

То есть 20% раз мы проиграем одну ставку, а «x» раз (когда оппонент блефует) выиграем одну ставку. Банк здесь не учитывается - мы говорим только о ставках (объяснение этого подхода будет в следующей главе).

*Что касается уравнения <В, фолд>, то тут нам стоит обратиться к определению экс-шоудауна в восьмой главе. Когда мы скидывали руку в примере со слабым дро, мы теряли свою долю в банке, равную (эквити * размер банка до ставки). Если у игрока А флэш, то игрок В ничего не «теряет» (его эквити против флэша составляет 0%). Если же у игрока А оказался блеф, то скинув свою руку, игрок В потеряет весь банк (поскольку его эквити против блефа - 100%).*

Тогда ожидание для фолда с позиции экс-шоудауна фактически означает, сколько в среднем игрок В будет «проигрывать», выкидывая лучшую руку:

*<В, фолд> = -100% * 3 * х*
<В, фолд> = -3х

% диапазона, с которым игрок А блефует	<В, СМЭ> (экс-шоудаун)
0%	0
2%	- 0.06
4.8%	- 0.144
5%	- 0.15
5.2%	- 0.148
10%	- 0.1
20%	0
50%	0.3
80%	0.6

Здесь оптимальной стратегией для игрока А будет блеф с 5% рук. Однако как вы можете видеть, математическое ожидание его оппонента не сильно изменяется около этой точки. При этом чтобы улучшить свое экс-шоудаун вэлью при «х» равном 4.8% и 5.2%, игроку В нужно каждый раз угадывать стратегию своего оппонента, то есть точно следовать СМЭ (либо всегда уравнивать, либо всегда падать).

В этой игре всего одна стратегическая переменная, так что степень сбалансированности стратегии напрямую зависит от близости «х» к оптимальному значению. Но в реальности в нашем диапазоне никогда не будет только двух типов рук, следовательно и переменных будет больше. Например, мы можем ставить с 30% нашего диапазона на вэлью и балансировать это с 10% блефов, хотя оптимальной стратегией вполне может оказаться 50% вэлью бетов и 17% блефов. В таком случае, хоть наша стратегия и теряет в ожидании, она все равно остается сбалансированной и почти неэксплуатируемой.

В покере практически невозможно вывести оптимальные стратегии (ввиду вычислительных барьеров и т.п.). Однако нам под силу сконструировать сбалансированные стратегии, которые будет сложно эксплуатировать. Их можно будет применять в ситуациях, где у нас нет достаточной информации, чтобы эксплуатировать оппонента. При этом мы не сильно потеряем в вэлью по сравнению с чистой стратегией эксплуатации. Плюс сбалансированная стратегия не позволит оппоненту эксплуатировать нас – его наилучшим ответом в такой ситуации будет игра по собственной сбалансированной стратегии. Если же он попытается отклониться от нее, то чаще всего только потеряет часть своего математического ожидания.

Нужно запомнить

…………………………………………………………………………………………………..

- Стратегии максимальной эксплуатации часто подразумевают резкие перемены в наших действиях и линиях розыгрыша. Некоторые игроки это обязательно заметят и попытаются использовать против нас. Поэтому формулируя свою стратегию, мы всегда должны думать о возможной контрэксплуатации со стороны наших оппонентов.

…………………………………………………………………………………………………..

- Существуют так называемые оптимальные стратегии. Они не всегда обладают наибольшим математическим ожиданием (то есть не всегда извлекают максимум вэлью из оппонентов), однако их невозможно эксплуатировать.

…………………………………………………………………………………………………..

- Сокрытие информации – важный принцип построения стратегий, который позволяет нашим оппонентам эксплуатировать нас в наиболее очевидных ситуациях.

…………………………………………………………………………………………………..

- «Баланс» описывает степень эксплуатируемости стратегии. Стратегии, которые можно легко эксплуатировать, являются несбалансированными, и наоборот – стратегии, которые сложно эксплуатировать, являются сбалансированными. При этом «сбалансированный» не всегда означает «прибыльный».

…………………………………………………………………………………………………..

- Оптимальные стратегии идеально сбалансированы.

…………………………………………………………………………………………………..