Løsning på HF-sæt

Matematik C

Delprøve 1

Opgave 1

a) **Hvor meget vejer en 20 dage gammel kylling?**

Aflæst på grafens y-akse som værende 0,9 kg

b) **Hvor gammel bliver en slagtet kylling på 2,4 kg?**

Aflæst på grafens x-akse som værende 40 dage

Opgave 2

a) **Hældningskoefficienten a bestemmes:**

$$P(3;5) \wedge P'(7;13)$$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13-5}{7-3} = \frac{8}{4} = 2$$

b) **Konstanten b bestemmes:**

$$P(3;5) \wedge a = 2$$

$$y = ax + b$$

$$5 = 2 \cdot 3 + b$$

$$5 = 6 + b$$

$$b = 5 - 6$$

$$b = -1$$

Opgave 3

a) **Formel til bestemmelse af antallet af personbiler i Danmark i årene efter 2006:**

$$f(x) = 2{,}586 \cdot 10^6 \cdot 1{,}0149^x$$

Her beskriver x antallet af år efter 2006, hvorefter outputtet $f(x)$ vil være antallet af personbiler i det pågældende år.

Opgave 4

a) **Gør en tabel som ovenstående færdig:**

+	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Her er additionstabellen færdiggjort; hvert tal repræsenterer summen af de to terningers øjne fx $2 = 1 + 1$

b) **Bestem sandsynligheden for at få udfaldet 5 i spillet:**

Vha. additionstabellen ses der, at udfaldet 5 i alt optræder 4 gange ud af 16 mulige

$$\therefore \frac{4}{16} = \frac{4}{16} \cdot 100 = 25\ \%$$

Opgave 5

a) **Forklar linje for linje, hvordan løsningen fremkommer:**

Ligningen opskrives:

$$8x - 18 = 3x + 12$$

Der subtraheres $3x$ på begge sider af lighedstegnet:

$$8x - 18 - 3x = 3x + 12 - 3x$$

$$5x - 18 = 12$$

Der adderes 18 til på begge sider:

$$5x - 18 + 18 = 12 + 18$$

$$5x = 30$$

Til sidst deles der med 5 på begge sider af lighedstegnet:

$$\frac{5x}{5} = \frac{30}{5}$$

$$x = 6$$

Delprøve 2

Opgave 6

$$y = 2{,}5x + 10{,}5$$

y er omsætningen, målt i milliarder kr., og x er antal år efter 2000

a) **Hvor meget stiger omsætningen pr. år ifølge modellen?**

Omsætningen stiger med hældningskoefficientens værdi, nemlig 2,5 milliarder kr. sammenlignet med det forrige år

b) **Hvad fortæller tallet 10,5 om omsætningen på spil?**

Konstanten b eller skæringen med y-aksen fortæller, at der i år 2000 ($x = 0$) netop var tale om en omkostning på i alt 10,5 milliarder kr.

Opgave 7

a) Hvor stort et beløb vil der stå på kontoen efter 5 år?

$$K_n = K_0(1+r)^n$$

$$K_n = 50\,000(1+0{,}035)^5$$

$$K_n = 50\,000 \cdot 1{,}035^5$$

$$K_n = 59\,384{,}315 \approx 59\,384{,}32\ kr.$$

b) Den faste årlige procentvise rente bestemmes:

$$K_n = K_0(1+r)^n$$

$$125\,000 = 100\,000(1+r)^5$$

$$\frac{125\,000}{100\,000} = (1+r)^5$$

$$\frac{5}{4} = (1+r)^5$$

$$r + 1 = \sqrt[5]{\frac{5}{4}}$$

$$r = \sqrt[5]{\frac{5}{4}} - 1$$

$$r = 0{,}0456$$

$$r_{\%} = 0{,}0456 \cdot 100$$

$$r_{\%} = 4{,}56$$

Opgave 8

a) $|AB|$ bestemmes:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$25^2 + 37^2 = |AB|^2$$

$$|AB| = \sqrt{25^2 + 37^2}$$

$$|AB| = \sqrt{1994} \approx 44{,}65$$

b) $\angle A$ bestemmes:

$$\tan(v) = \frac{modstående\ katete}{hosliggende\ katete}$$

$$\tan(A) = \frac{25}{37}$$

$$A = \tan^{-1}\left(\frac{25}{37}\right)$$

$$A = 34{,}05°$$

Opgave 9

a) Bestem ligningens to løsninger:

$$5 \cdot 1,2^x = 0{,}6x + 6$$

$$1,2^x = \frac{0{,}6x + 6}{5}$$

$$1 = \left(\frac{0{,}6x + 6}{5}\right) \cdot 1{,}2^{-x}$$

$$\frac{0{,}6x + 6}{5} = t \Leftrightarrow x = \frac{5t - 6}{0{,}6}$$

$$1 = t \cdot 1{,}2^{-\left(\frac{5t-6}{0{,}6}\right)}$$

$$1 \cdot 1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}} = t \cdot 1{,}2^{-\left(\frac{5t-6}{0{,}6}\right)} \cdot 1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}}$$

$$1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}} = t \cdot 1{,}2^{\frac{-5t+6-6}{0{,}6}}$$

$$1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}} = t \cdot 1{,}2^{-\frac{5t}{0{,}6}}$$

$$1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}} = t \cdot e^{\ln(1{,}2)\cdot\left(-\frac{5t}{0{,}6}\right)}$$

$$-\frac{5\ln(1{,}2)}{0{,}6} \cdot 1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}} = -\frac{5\ln(1{,}2)}{0{,}6} \cdot t \cdot e^{\ln(1{,}2)\cdot\left(-\frac{5t}{0{,}6}\right)}$$

$$-\frac{5\ln(1{,}2)}{0{,}6} \cdot t = W\left(-\frac{5\ln(1{,}2)}{0{,}6} \cdot 1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}}\right)$$

$$t_1 = -\frac{W\left(-\frac{5\ln(1{,}2)}{0{,}6} \cdot 1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}}\right) \cdot 0{,}6}{5\ln(1{,}2)} = 0{,}2285609614$$

$$x = \frac{5t-6}{0{,}6}$$

$$x_1 = \frac{5 \cdot 0.2285609614 - 6}{0{,}6}$$

$$x_1 = -8{,}095325$$

$$t_2 = -\frac{W\left(-1, -\frac{5\ln(1{,}2)}{0{,}6} \cdot 1{,}2^{-\frac{6}{0{,}6}}\right) \cdot 0{,}6}{5\ln(1{,}2)} = 1{,}44$$

$$x = \frac{5t-6}{0{,}6}$$

$$x_2 = \frac{5 \cdot 1{,}44 - 6}{0{,}6}$$

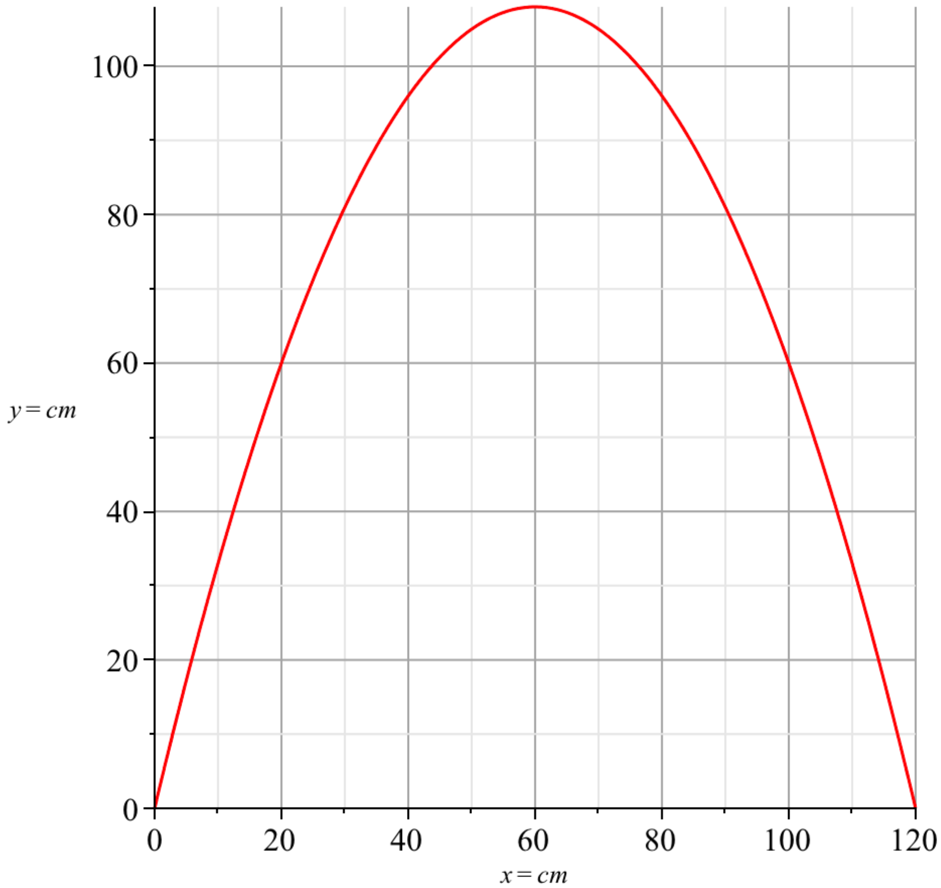
$$x_2 = 2$$

$$5 \cdot 1.2^x = 0.6\,x + 6 \xrightarrow{\text{solve for x}} [[x = -8.095325], [x = 2.000000]]$$

Opgave 10

$$f(x) = -0{,}03x^2 + 3{,}6x \qquad 0 \leq x \leq 120$$

$plot(f(x), x = 0..120)$



Grafen f blev plottet ind vha. CAS-programmet Maple med et afgrænset interval

b) **Bestem målrammens højde h ved hjælp af denne graf:**

$$T_x = -\frac{b}{2a}$$

$$T_x = -\frac{3{,}6}{2 \cdot (-0{,}03)}$$

$$T_x = -\frac{3{,}6}{-0{,}06}$$

$$T_x = \frac{3{,}6}{0{,}06}$$

$$T_x = 60$$

$$f(60) = -0{,}03 \cdot 60^2 + 3{,}6 \cdot 60$$

$$f(60) = -0{,}03 \cdot 3600 + 216$$

$$f(60) = -108 + 216$$

$$f(60) = 108$$

$$T_{f(x)} = (60; 108)$$

Målrammen må derfor have en højde svarende til y-værdien, nemlig 108 cm

---

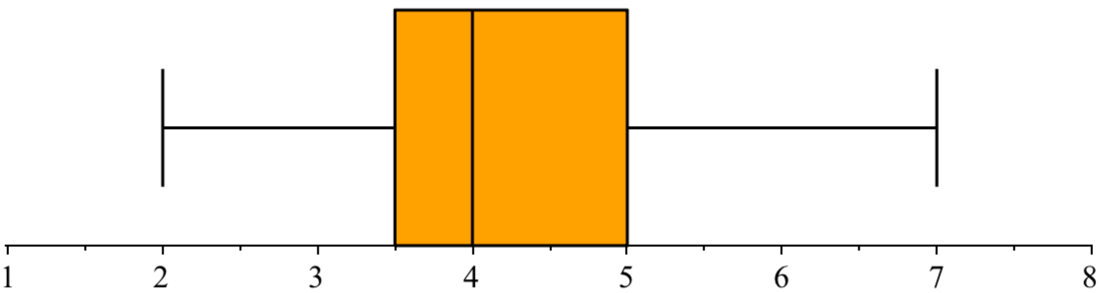
Opgave 11

a) Tegn et boksplot for fordelingen af familiestørrelsen

$$data := [2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7]:$$

Kvartiler = [3.500, 4., 5.]

boksplot(*data*)



Et boksplot blev indtegnet vha. Maple

b) Bestem middeltallet for familiestørrelsen, og afgør om fordelingen er højre- eller venstreskæv:

$$Middeltal = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 1}{20} = \frac{2 + 12 + 28 + 25 + 12 + 7}{20} = \frac{86}{20} \Leftrightarrow$$

$$Middeltal = 4 + \frac{3}{10}$$

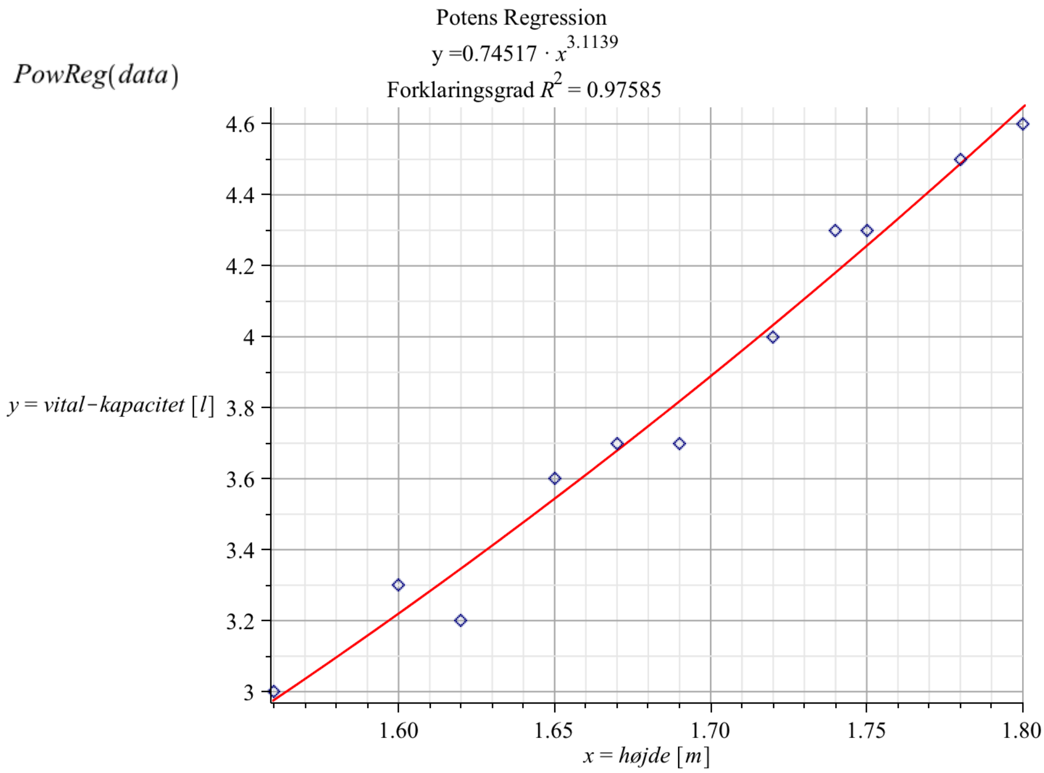
Da vi kan aflæse medianen som værende 4 og dermed $< 4 + \frac{3}{10}$, må dette betyde, at fordelingen er højreskæv!

Opgave 12

a) **Tallene a og b bestemmes vha. potensregression:**

$$PowReg(data)$$

$$data := \begin{bmatrix} 1.56 & 3 \\ 1.6 & 3.3 \\ 1.62 & 3.2 \\ 1.65 & 3.6 \\ 1.67 & 3.7 \\ 1.69 & 3.7 \\ 1.72 & 4 \\ 1.74 & 4.3 \\ 1.75 & 4.3 \\ 1.78 & 4.5 \\ 1.8 & 4.6 \end{bmatrix}:$$



Der er udført potensregression i Maple, og derfor er vi nu i stand til at beskrive den tilnærmelsesvise funktionsforskrift for koordinatsættene som værende:

$$f(x) = b \cdot x^a$$

$$b \approx 0{,}745 \wedge a \approx 3{,}114$$

$$f(x) = 0{,}745 \cdot x^{3{,}114}$$

b) **Ifølge modellen; hvor mange procent er Zarahs vital-kapacitet større end Annes?**

$$f(x) = 0{,}745 \cdot x^{3{,}114}$$

$$f(x) = 1{,}1^{3{,}114}$$

$$f(x) = 1{,}346$$

$$\text{vital-kapacitet}_{\%} = (1{,}346 - 1) \cdot 100 = 34{,}6\%$$

Med en forøgelse på 10% i højden (x), vil Zarahs vital-kapacitet (y) fremskrives med 34,6% sammenlignet med Anne

---