Matematik C niveau

Matematik Universet
Skriftlig eksamen i matematik C HF

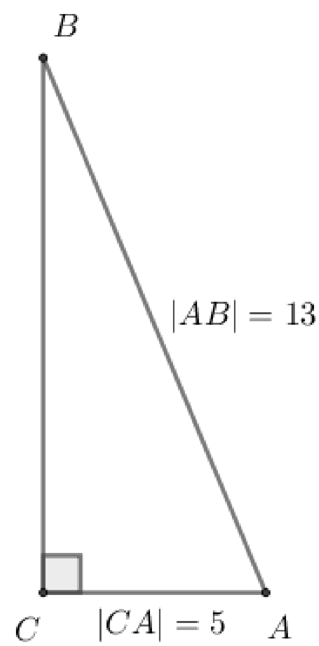
28. maj 2019

NB: Løsningerne er **ikke** garanteret fejlfrie. Løsningerne skal bruges til indlæring, så det handler om **ikke** at skrive af.

Delprøve 1

Opgave 1.

a) I denne delopgave snyder vi lidt og bruger GeoGebra.



b) Længden $|BC|$ bestemmes. Her anvendes Pythagoras.

$$|BC| = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

Opgave 2.

a) I denne opgave er der givet to påstande.

- Påstand 1 holder, idet $f(x)$ har skæring med y-aksen i netop $y = 4$, så der gælder at $b = 4$. Det er sandt.
- Påstand 2 holder ikke, idet at halveringkonstanten $T_{1/2}$ aflæses til at være 3, som så ikke er lig med 2.

Opgave 3.

a) Fejlen er, at man har ganget forkert ind i parentensen. Man glemmer $2 \cdot (-3)$, så der skulle stå -6 og ikke -3.

b) Ligningen løses.

$$5x + 9 = 2(x - 3) \iff 5x + 9 = 2x - 6 \iff 3x = -15 \iff x = -5$$

Opgave 4.

a) Lige øjental $\implies$ $2, 4$ og 6, sandsynligheden er

$$P(lige) = 0.10 + 0.30 + 0.30 = 0.70 = 70\%$$

b) Begge terninger er 6-sidet, og derfor er udfaldsrummet 36. Sandsynligheden for at få lige øjne med den ene terning er $0.5 = 50\%$. Sandsynligheden for at få lige øjne med den falske terning er 70%. Derfor er sandsynligheden for at få lige øjne med to terninger lig med

$$P(lige) = 0.5 \cdot 0.7 = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} = \frac{7}{20} = 0.35 = 35\%$$

Opgave 5.

a) Aflæs teksten $\implies$ lineær sammenhæng.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{68 - 36}{6 - 2} = 8$$

$$b = y_1 - ax_1 = 36 - 8 \cdot 2 = 20$$

Dvs. vaflen alene koster 20kr.

Delprøve 2

CAS program: GeoGebra, WordMat og Maple.

Opgave 6.

a) Det vides, at $r = 1.8\% = 0.018$ og $K_0 = 24000$, så er

$$K_{10} = 24000 \cdot (1 + 0.018)^{10} = 28687.25683$$

Dvs. efter 10 år står der 28687.257kr.

b) Ligningen løses.

$$11370 \cdot 1.02^x = 12800 \cdot 1.01^x \underset{\text{via Maple}}{\Longleftrightarrow} x = 12.02428935$$

c) Ligningen viser både Mortens og Johns kontoindhold fra den første dag de indsætter pengene samt deres faste årlige rente. Ligningen fortæller også, at begge har samme beløb på kontoen efter et bestemt tidspunkt, det viser sig ved løsning af lignignen, at John og Morten begge har samme beløb efter ca. 12 år.

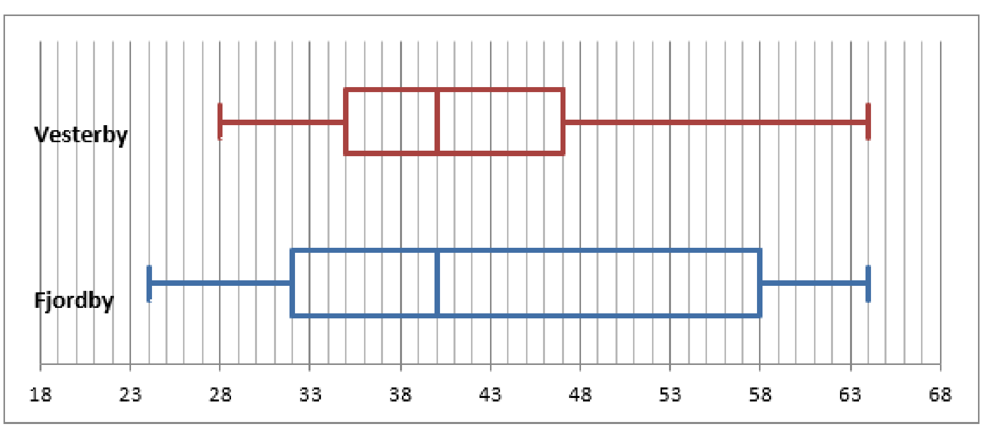
Opgave 7.

a) i Maple bestemmes kvartilsættet.

```
OBS := [24, 25, 27, 27, 27, 28, 28, 28, 29, 30, 30, 30, 30, 30, 30, 32, 32, 32, 32, 32, 32, 32, 33,
    33, 34, 34, 34, 35, 35, 35, 36, 36, 36, 36, 37, 37, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 39, 40, 40, 40, 41,
    46, 46, 47, 49, 49, 52, 52, 54, 55, 55, 56, 56, 56, 56, 56, 57, 57, 58, 58, 58, 58, 59, 60, 60,
    60, 60, 60, 60, 61, 61, 61, 61, 61, 62, 62, 62, 63, 64, 64, 64] :
with(Gym) :
kvartiler(OBS)
                    [32., 40., 58.]                                          (5)
```

Det udvidedet kvartilsæt er $[24, 32, 40, 58, 64]$.

b) Vha. WordMat i Excel tegnes to boksplot.



c) Det ses, at der i Vesterby Gymnasium er en mindre spredning af alderen for de ansatte på skolen, hvor i Fjordby er spredningen større. Kvartilbredden for Vesterby er $47 - 35 = 12$år og Fjordby er $58 - 32 = 26$år. Specielt er medianen på begge skoler den samme, dvs. 40 år. Så 50% skolens ansatte (begge skoler) er 40årig personer eller yngre.

Opgave 8.

a) Der er tale om en lineær sammenhæng. Tallet -239 fortæller, at for hvert år der går, falder antallet af nedlagte rådyr med 239 dyr. I år 2006 var antallet af nedlagte rådyr 6641.

b) Ligningen løses.

$$-239x + 6641 = 0 \underset{\text{via Maple}}{\Longleftrightarrow} x = 27.787$$

$2006 + 27.787 = 2033.787$ Ifølge ovenstående regressionsmodel vil man ikke kunne nedlægge nogen rådyr i slutningen af år 2033 ifølge modellen. Påstanden er meget tæt på det, som modellen siger, men man skal medregne en vis usikkerhed ved sådan en regressionsmodel.

Opgave 9.

a) Til udførslen af den målfaste tegning, benyttes GeoGebra.

(i) Linjestykket $|AC| = 15.9$ indtegnes.

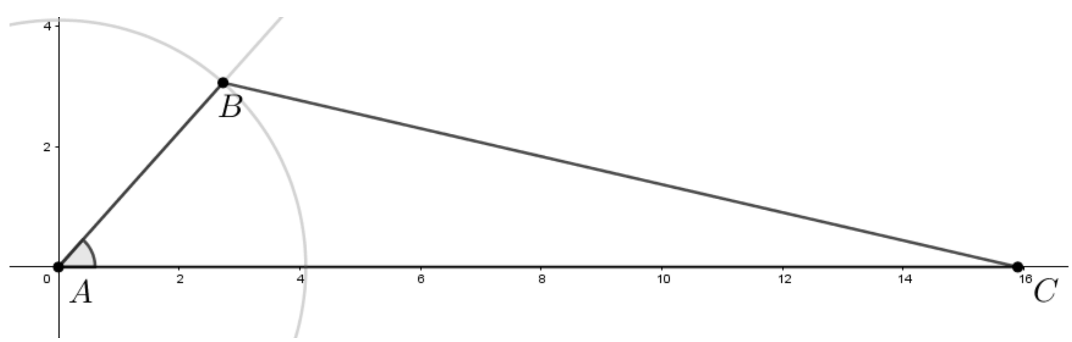
(ii) Der afsættes vinkel A ved starten af linjestykket $|AC|$ og 48.3^o indtastes.

(iii) Der indtegnes et linjestykke fra vinkel A og det punkt der dannes i GeoGebra.

(iv) Ud fra vinkel A indsættes en cirkel med radius 4.1 og der afsættes skæringspunkt med linje og cirkel.

(v) Linjestykket $|AB|$ indtegnes.

(vi) Resten af trekanten tegnes.



b) $|AM| = \frac{|AC|}{2} = 7.95$, derfor er medianen

$$\begin{aligned} m_a &= \sqrt{AB^2 + AM^2 - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \cos(A)} \\ &= \sqrt{4.1^2 + 7.95^2 - 2 \cdot 4.1 \cdot 7.95 \cos(48.3)} \\ &= 6.053604975 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ Medianen er 6.054.

c) Arealet er

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AM \cdot \sin(A) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4.1 \cdot 7.95 \cdot \sin(48.3) \\ &= 12.16833578 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ Arealet er 12.17.

Opgave 10.

a) Tabellen udfyldes.

Diameter (mm)	Vandtab (liter pr. døgn)
1	1000
4	16000

b) Tallene a og b kan bestemmes vha. potensregression, men da der kun er angivet to punkter, så kan det gøres med formler.

$$a = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{\ln(x_2) - \ln(x_1)} = \frac{\ln(16000) - \ln(1000)}{\ln(4) - \ln(1)} = \frac{4\ln(2)}{2\ln(2)} = 2$$

$$b = \frac{y_1}{x_1^a} = \frac{1000}{1^2} = 1000$$

Tallene a og b er hhv. $a = 2$ og $b = 1000$.

c) Her er $r_x = 20\% = 0.2$, så

$$r_y = ((1 + r_x)^a - 1) \cdot 100\% = ((1 + 0.2)^2 - 1) \cdot 100\% = 44\%$$

Så når diameteren er 20% større, er vandtabet 44% større.