Opgave 1 - Olivers økonomi

Opgave 1.1:

Vi ved, at Oliver har en timeløn på $75{,}35kr$ og i oktober måned arbejdede han 160 timer, så hans løn kan beregnes til at være:

$$75.35kr \cdot 160timer = 12056kr$$

Så Oliver tjente $12056kr$ i oktober måned.

♠

Opgave 1.2:

Antag at Olivers løn er den samme. Han arbejde i november x antal timer, hvor han tjente $12432.75kr$, så vi har en ligning:

$$\begin{aligned}&12432.75kr = x \cdot 75.35kr \Leftrightarrow\\&\frac{12432.75kr}{75.35kr} = \frac{x \cdot 75.35kr}{75.35kr} \Leftrightarrow\\&x = \frac{12432.75kr}{75.35kr} = 165\end{aligned}$$

Så Oliver måtte have arbejdet i 165 timer i november måned.

♠

Opgave 1.3:

Olivers månedsløn er $12432.75kr$, vi bruger den angivende formel og finder ud af, hvor meget han reelt set får.

$$Udbetalt\ løn = 12432.75kr \cdot 0.92 - (12432.75kr \cdot 0.92 - 4673) \cdot 0.38 = 8867.380kr$$

Så Oliver kan forvente at få $7093.416kr$ i hånden, når alt er betalt til det offentlige.

♠

Opgave 1.4:

Vi beregner renten ud fra oplysninger. Vi har, at prisen for bilen er $129000kr$ og han har selv sparet $30000kr$ sammen. Oliver får en rente på 0.60% om måneden. Vi finder differencen mellem $129000kr$ og $30000kr$, som er $99000kr$. Vi ganger nu renten på differencen og får:

$$99000kr \cdot 0.0060 = 594kr$$

Så renten giver $594kr$. Alternativt, vi bruger formlen for fremskrivningsfaktoren:

$$F = 1 + r$$

Her er $r = 0.0060$.

$$F = 1 + 0.0060 = 1.0060$$

Tallet ganges på differencen mellem $129000kr$ og $30000kr$, så vi har:

$$F \cdot 99000kr = 99594kr$$

Denne indbyrdes differens er:

$$99594kr - 99000kr = 594kr$$

Så renten giver $594kr$.

♠

Opgave 1.5:

Vi ser på skemaet i opgavesættet og lægger n gange sammen ift. afdraget. Her er $n = 4$ eftersom n er antal måneder. Vi har:

$$Afdrag_{4\ måneder} = 1906kr + 1917.44kr + 1928.94kr + 1940.51kr = 7692.89kr$$

Så Oliver skal betale i alt $7692.89kr$ i de første 4 måneder.

♠

Opgave 1.6:

Vi ved, at ydelsen er ens i de første 45 måneder hvor den sidste måned har en anden ydelse.

$$45måneder \cdot 2500kr + 1måned \cdot 875.44kr = 113375.44kr$$

Vi fratrækker 99000 som er startsaldoen fra ovenstående:

$$113375.44kr - 99000kr = 14375.44kr$$

Så Oliver skal betale $14375.44kr$ i rente i låneperioden.

♠

Opgave 1.7:

Vi har at grøn ejerafgift er $890kr$ pr. ½ år. Tilsvarende gælder det for forsikringen på $4000kr$, vi har også at serviceaftalen er $350kr$ om måneden og endelig ydelsen på $2500kr$ om måneden.

Vi omregner de $890kr$ pr. halvår til en månedlig udgift. Tilsvarende for forsikringen.

$$\frac{890kr}{6måneder} = 148.333333kr, \qquad \frac{4000kr}{6måneder} = 666.666667kr$$

Så hans gennemsnitlig udgift må være:

$$Udgift = grøn\ ejerafgift_{måned} + forsikring_{måned} + Serive_{måned} + ydelse_{måned}$$

Dvs.

$$Udgift = 148.333333kr + 666.666667kr + 350kr + 2500kr = 3665kr$$

Som er den cirka udgift, som Oliver betaler hver måned.

♠

Opgave 1.8:

Betragt den lineære funktion

$$y = 0.6x + 43890$$

Her er y de samlede anslåede udgifter, målt i kr. Her er x antal kørte kilometer, det første år.

Vi indsætter $x = 20000$ i modellen.

$$y = 0.6 \cdot 20000 + 43890 = 55890$$

Så Oliver har udgifter for $55890kr$ det første år.

♠

Opgave 1.9:

Benzinprisen er $10.80kr$ pr. liter og hans bil kører 18km pr. liter benzin. Her er x antal kilometer og y er benzinprisen. Pr. definition er en forskrift for en lineær funktion

$$y = ax + b$$

Så vi bestemmer tallet a.

$$a = \frac{benzinpris}{kilometer\ bilen\ kører\ pr. liter\ benzin} = \frac{10.80kr}{18km} = 0.6$$

Vi mangler tallet b. I Opgave 1.7 bestemte vi Olivers faste udgift til at være $3665kr$ og på et år er der 12 måneder, så hans årlige udgift er:

$$12 \cdot 3665kr = 43980kr$$

Som så er begyndelsesværdien b i den lineære forskrift. Altså har vi regnet os frem til, at modellen er:

$$y = 0.6x + 43980$$

♠

Opgave 2 - Hvor mange arbejder som tømrere?

Opgave 2.1:

Man kan finde ud af, hvilket kvartal der er tale om ved at se på differencen. Vi laver tabellen:

	$Nybyggeri$ $og\ tilbygning$	$Reparation$ $og\ vedligeholdelse$	$Differens$
1. kvartal 2013	8109	13719	$13719 - 8109 = 5610$
2. kvartal 2013	8837	14201	$14201 - 8837 = 5364$
3. kvartal 2013	8915	14402	$14402 - 8915 = 5487$
4. kvartal 2013	10235	15829	$15829 - 10235 = 5594$
1. kvartal 2014	8116	15344	$15344 - 8116 = 7228$
2. kvartal 2014	9529	15664	$15664 - 9529 = 6135$
3. kvartal 2014	9325	15513	$15513 - 9325 = 6188$
4. kvartal 2014	9333	16148	$16148 - 9333 = 6815$

Dvs. 1 kvartal år 2014 var der størst forskel på nybyggeri og reparation.

♠

Opgave 2.2:

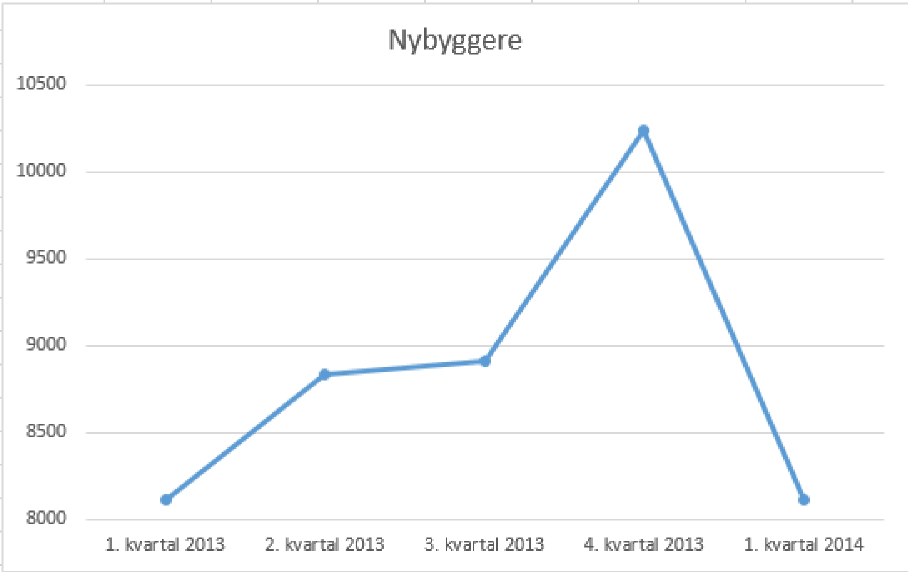
Begge kurver er ens. Man har at x-aksen (kvartal) er ens på begge grafer, men y-aksen (antal tømrer) er forskellige. I graf 1 har man fra 12500 op tl 16500 tømrer hvoraf i graf 2 har man fra 0 op til 18000 tømrer. Derved har man i den afgrænsede graf bedre mulighed for at kunne analysere grafens forløb.

♠

Opgave 2.3:

I Excel laves grafen afgrænset lodret fra 8000 til 10500:

Kvartal	Nybyggere
1. kvartal 2013	8109
2. kvartal 2013	8837
3. kvartal 2013	8915
4. kvartal 2013	10235
1. kvartal 2014	8116



♠

Opgave 2.4:

I år 2013 har man en stigning i antallet af nybyggerier, hvorved dette aftager i 4. kvartal af 2013 til 1. kvartal i år 2014, dermed har man et fald. Faldet kan udregnes således:

$$fald_{1\ kvartal\ 2014} = \left(\frac{10235 - 8116}{10235}\right) \cdot 100\% = 20.7034685\%$$

Så til og med 1. kvartal falder antallet af nybyggerier med ca. 20%.

♠

Opgave 3 - Oliver og Albert bygger trapper

Opgave 3.1:

Vi aflæser den gule boks. Vi ved, at Oliver har højden $900mm = 90cm$ og længden $1325mm = 132.5cm$. Olivers trappe har 5 trin. Så vi udregner S.

$$S = \frac{90cm}{5} = 18cm$$

Så her skal stigningen være $18cm$ på Olivers trappe.

♠

Opgave 3.2:

Vi regner den vinkel v, som skal ligge i intervallet $30^o \leq v \leq 45^o$. Vi har en modstående katete samt hosliggende katete og dermed bruges tangens. Vi har:

$$\tan(v) = \frac{modstående}{hosliggende}$$

Så vi indsætter vores tal:

$$\angle v = \arctan\left(\frac{900}{1325}\right) = 34.186^o$$

Og denne vinkel ligger i intervallet $30^o \leq v \leq 45^o$ så den opfylder punkt 4.[1]

♠

Opgave 3.3:

Vi får oplyst, at Oliver skal bygge en ny trappe. Her er $S = 17cm$ og $2 \cdot S + G = 61cm$ så vi har en ligning for G.

$$2 \cdot 17cm + G = 61cm \Leftrightarrow 34cm + G = 61cm \Leftrightarrow G = 61cm - 34cm = 27cm$$

Her er $27cm > 21cm$ og opfylder punkt 1.

♠

[1] Flere kender nok ikke arctan men det betyder det samme som $\tan^{-1}$, som er den inverse til tangens.

Opgave 3.4:

Albert skal lave en trappe med 8 trin, som opfylder den gule boks. Vi ved også, at højden skal være $136cm$. Vi finder ud af den indbyrdes afstand fra hver stigning.

$$\frac{136cm}{8} = 17cm$$

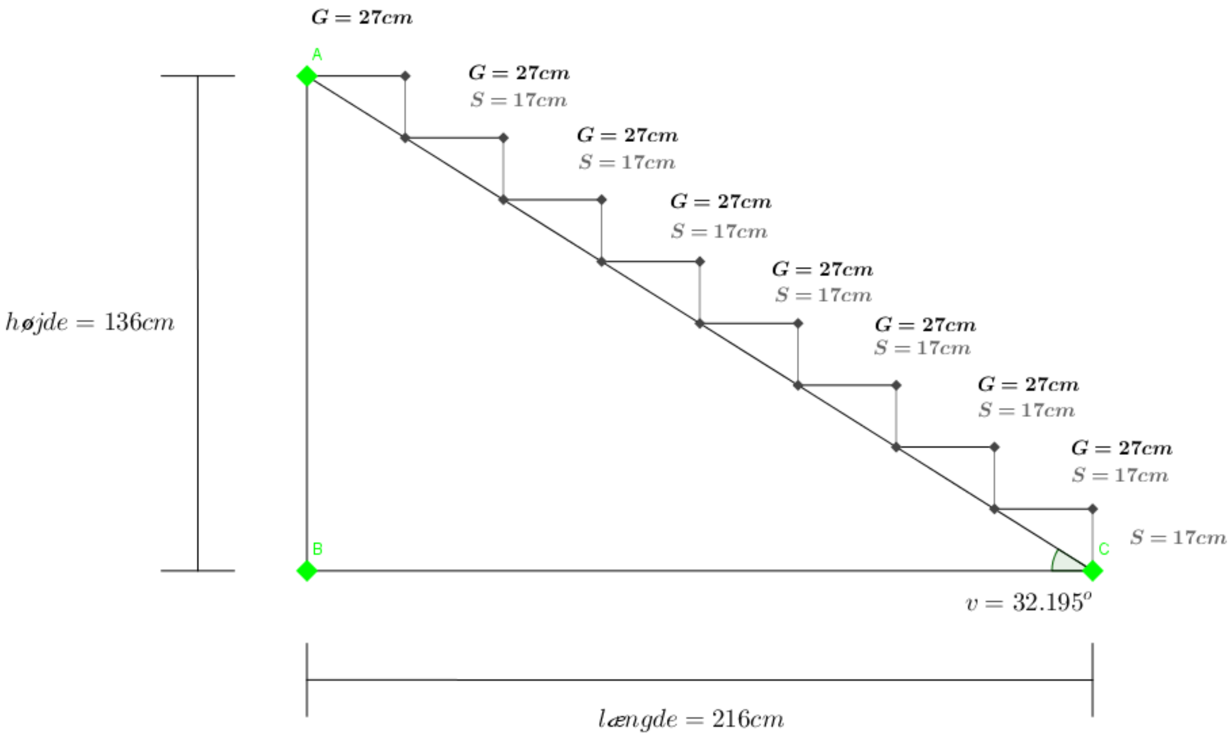
Og her ligger $15cm \leq 17cm \leq 18cm$ så punkt 2 er opfyldt. Vi antager, at $G = 27cm$, så længden af trappen er $8 \cdot 27cm = 216cm$, dermed er vinklen v udregnet ved:

$$v = arctan\left(\frac{136}{216}\right) = 32.195^o$$

Som opfylder punkt 1 samt 4. Vi undersøger nu, om punkt 3 er opfyldt.

$$2 \cdot 17cm + 27cm = 61cm$$

Og dermed er punkt 3 opfyldt. Så hele den gule boks er opfyldt. Vi tegner figuren i GeoGebra.



Hermed har vi lavet vores skitse af trappen. Alle enheder er i cm.

♠

Opgave 4 - Oliver bygger en terrasse

Opgave 4.1:

Arealet af terrassegulvet bliver:

$$A = x \cdot y$$

Og vi har $x = 7.1m$ og $y = 4.2m$, så arealet af terrassegulvet bliver:

$$A = 7.1m \cdot 4.2m = 29.82m^2$$

♠

Opgave 4.2:

Tværbjælkene skal ligge ortogonalt med grundlinjen $x = 7.1m$. Afstanden mellem hver tværbjælke skal være i intervallet $40 \leq a \leq 60$ hvor a er afstanden. Vi antager, at afstanden er $50cm$, som svarer til $0.5m$, ligeledes har tværbjælken en tykkelse på $0.05m$.

$$7.1m = (T-1) \cdot 0.5m + 0.05m \cdot T \Leftrightarrow 7.1m = 0.5m \cdot T - 0.5m + 0.05m \cdot T \Leftrightarrow 7.1m = 0.55m \cdot T - 0.5m \Leftrightarrow 7.1m + 0.5m = 0.55m \cdot T \Leftrightarrow \frac{7.6m}{0.55m} = T \Leftrightarrow T = 13.81$$

Så Oliver skal bruge $T = 13.81 \approx 14$ tværbjælker for, at han opfylder kravet om, at afstanden er i intervallet $40 \leq a \leq 60$, hvor antagelsen var $a = 50cm$.

♠

Opgave 4.3:

Hvis trekanten skal være retvinklet, dvs. een af vinklerne er 90^o, så skal vi kunne anvende Pythagoras' læresætning. Vi har $a = 1.5m$ og $b = 2.0m$. Vi skal kunne udregne hypotenusen, og ifølge figuren fra opgavesættet skal $c = 2.5m$, så vi prøver at udregne, om vi får det samme.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Er sætningen. Vi indsætter tallene.

$$1.5^2 + 2.0^2 = c^2 \Leftrightarrow c = \sqrt{1.5^2 + 2.0^2} = \sqrt{6.25} = 2.5$$

Eftersom vi får 2.5 ved beregning, så passer det med, at trekanten er retvinklet.

Alternativ kunne man bestemme vinkel C, hvis man antog at den var modstående til hypotenusen.

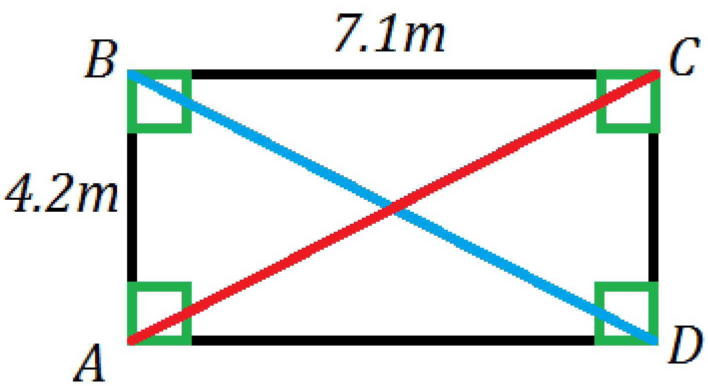
$$\angle C = \arccos\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}\right) = \arccos\left(\frac{1.5^2 + 2.0^2 - 2.5^2}{2 \cdot 1.5 \cdot 2.0}\right) = 90^o$$

Og dermed har vi en retvinklet trekant.

♠

Opgave 4.4:

Oliver kan overbevise sig selv om, at han har et rektangel ved at beregne diagonalen fra A til C og B til D (se figur).



Vi bruger Pythagoras' læresætning igen.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$BD^2 = BC^2 + CD^2$$

Vi indsætter tallene fra figuren.

$$AC^2 = 4.2^2 + 7.1^2 = \sqrt{68.05} \approx 8.245m$$
$$BD^2 = 7.1^2 + 4.2^2 = \sqrt{68.05} \approx 8.245m$$

Disse udregninger kunne kun lade sig gøre ved, at vinkel B og D begge er 90^o. Dvs. trekanterne er kongruente.

♠

Opgave 5 - Talkryds

Opgave 5.1:

Vi tegner et kryds.

	1	
4	3	2
	5	

Vores figur opfylder den blå boks' krav.

♠

Opgave 5.2:

Et sådan 5-talkryds kan kun antage de naturlige ulige tal som $1, 3$ og 5. Tallene 2 og 4 kan ikke lade sig gøre. Et eksempel:

	3	
4	2	6
	5	

Ved udregning fås:

$$4 + 2 + 6 = 12$$
$$3 + 2 + 5 = 10$$

Som ikke passer.

♠

Opgave 5.3:

Vi konstruerer et 9-talkryds system.

		3		
		7		
2	6	5	8	4
		9		
		1		

Det ses, at den lodrette søjle antager alle ulige tal, dvs. $1,3,5,7,9$ hvoraf den vandrette række antager de lige tal, med undtagelse af tallet 5, som $2,4,5,6,8$. Tallet 5 gør, at summen - om det er lodret eller vandret - altid bliver 25.

$$2+6+5+8+4=25$$
$$3+7+5+9+1=25$$

♠

Opgave 5.4:

Vi har de lige tal som vandret og de ulige tal som lodret. Antag n er lige. Man får så formlen:

$$\frac{n+1}{2}$$

Eftersom vi har tallet m som både er i den vandrette række og lodrette søjle.

♠

Opgave 5.5:

Vi bruger formlen.

$$Sum = \frac{97\cdot(97+1)+2\cdot 45}{4} = 2399$$

Som er summen i et 97-talkryds system.

♠