Matematik FSA

December 2012

Løsningsforslag med hjælpemidler

Opgave 1:

a) På baggrund af opgaveteksten kan det sluttes, at Emil skal betale ud og hjem:

$$2 \cdot 54.50kr = 109kr$$

I november besøgte han Clara fire gange, altså skal Emil betale:

$$4 \cdot 109kr = 436kr$$

b) For at besøge Clara og hjem igen skal Emil oprindeligt betale $109kr$ for en billet. Men med rejsekort sparer Emil:

$$109kr - 2 \cdot 30kr = 109kr - 60kr = 49kr$$

Ud og hjem, men med en enkelt tur sparer han

$$54.50kr - 30kr = 24.5kr$$

c) Man opstiller en ligning

$$\begin{aligned} &54.50 \cdot x = 30 \cdot x + 50 \Leftrightarrow \\ &54.50 \cdot x - 30 \cdot x = 50 \Leftrightarrow \\ &24.5 \cdot x = 50 \Leftrightarrow \\ &x = \frac{50}{24.5} = 2.04 \approx 2 \end{aligned}$$

Dvs. Emil skal tage 3 eller flere rejser før et Rejsekort betaler sig. (*Fordi hvis det er 2 rejser, så er billetten den der bedst kan betale sig.*)

d) En rejse hjem til Clara med rejsekort er 30kr, hvor en billet er 54.5kr, så

$$\frac{54.5 - 30}{54.5} \cdot 100\% = 44.95\%$$

I og med der nævnes cirka 40%, så kan procenttallet godt accepteres.

e) Man har $1 - 5$ rejser der koster $30kr$, og $6 - 10$ rejser der koster $28.5kr$, så

$$5 \cdot 30kr + 1 \cdot 28.5kr = 178.5kr$$

Skal han betale.

f) Emil får 500kr til at rejse for.

$$5 \cdot 30 + 5 \cdot 28.5 + 5 \cdot 26.5 = 425kr$$
$$5 \cdot 30 + 5 \cdot 28.5 + 5 \cdot 26.5 + 5 \cdot 24 = 545kr$$

Så man løser ligningen

$$\begin{aligned} &425 + 26.5 \cdot x = 500 \Leftrightarrow \\ &26.5 \cdot x = 500 - 425 = 75 \Leftrightarrow \\ &x = \frac{75}{26.5} = 2.83018868 \end{aligned}$$

Tallet afrundes til 2, så man ikke overskrider 500kr. dvs. Emil kan foretage sig $15 + 2 = 17$ rejser.

g) Grafen for antal rejser og samlede pris er n. Grafen er voksende, men langsomt voksende. Grafen for l er lineær aftagende og grafen for m er stykvis voksende.

Opgave 2:

a) Clara scorede i gennemsnit

$$\frac{174}{36} = 4.83333333$$

Dvs. hun scorede 4.83 point pr. pil

b) Medianen 4 udgør 50%, dvs. i 50% af tilfældene scorede Clara 4 point eller mindre.

c) Det ses, at Clara i år 2012 er blevet bedre til at score højere point, end hvad hun var i år 2011. I år 2011 var medianen på 50%, hvor det i år 2012 er på 25%, dvs. nedre kvartil.

Opgave 3:

a) Man beregner volumen af akvariet.

$$V = 40cm \cdot 40cm \cdot 80cm = 128000cm^3$$

Pr. definition er 1 liter lig med 1000 kubikcentimeter. Altså er

$$128000cm^3 = 128L$$

b) Man opstiller en ligning. Her er $120L = 120000cm^3$

$$120000 = (40 - x) \cdot 40 \cdot 80 \Leftrightarrow 120000 = 128000 - 3200x \Leftrightarrow$$
$$3200x = 8000 \Leftrightarrow x = \frac{8000}{3200} = 2.5$$

Så afstanden fra vandoverfladen til toppen er 2.5cm.

c) Man har $r = 15cm$, så er

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 15^3 = 14137.166cm^3 = 14.137166L$$

Dvs. akvariet kan have ca. $14.137L$ vand, når radius er $15cm$.

d) Man løser følgende ligning

$$60000 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Leftrightarrow 180000 = 4\pi r^3 \Leftrightarrow r^3 = \frac{45000}{\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{45000}{\pi}}$$
$$= 24.286$$

Det betyder, at den indre radius skal være $24.286cm$.

Opgave 4:

a) Forældrene har betalt $250kr$ hver måned, så er

$$12 \cdot 250kr = 3000kr$$

Dvs. om året vil det være $3000kr$.

b) Man løser en ligning.

$$3000 \cdot x = 36000 \Leftrightarrow x = \frac{36000}{3000} = 12$$

Dvs. Clara var 12 år.

c) Man har

$$\left(\frac{42698 - 36000}{42698}\right) \cdot 100\% = 15.687\%$$

Dvs. der var tilskrevet for 15.687% renter

d) Man bruger renteformlen. Her er $K_0 = 42698$, K_6 er ubekendt. $r = 2.0\% = 0.02$ og $n = 6$, så er

$$K_6 = 42698 \cdot (1 + 0.02)^6 = 48084.883$$

Dvs. hun vil i en alder af 21 få udbetalt $48084.883kr$

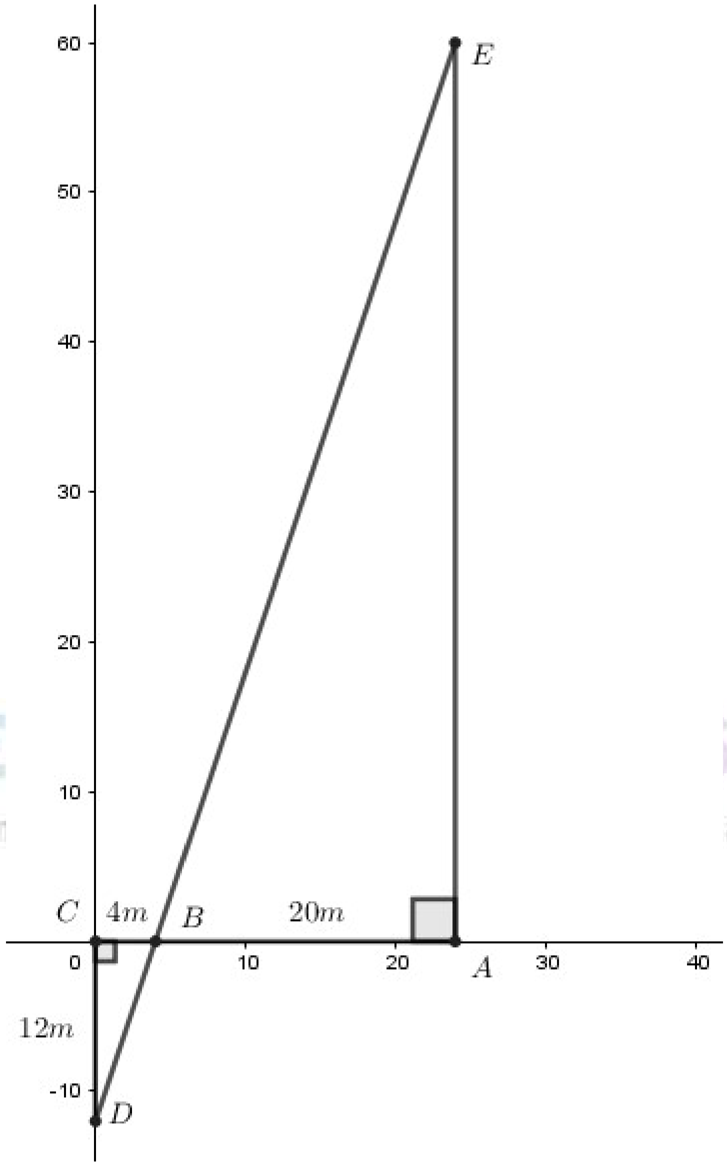
e) Man har en ligning for r, her er $K_0 = 42698$, $K_6 = 50000$ og $n = 6$, så er r ubekendt. Man får ligningen

$$50000 = 42698 \cdot (1 + r)^6 \Leftrightarrow (1 + r)^6 = \frac{50000}{42698} \Leftrightarrow 1 + r = \sqrt[6]{\frac{50000}{42698}} \Leftrightarrow$$

$$r = \left(\sqrt[6]{\frac{50000}{42698}} - 1\right) \cdot 100\% = 2.67\%$$

Opgave 5:

a) GeoGebra benyttes til denne opgave.



b) Ifølge definitionen om ligedannede trekanter gælder der, at forholdet mellem ensliggende sider i to ligedannede trekanter er konstant. I dette tilfælde vil man have samme vinkler i den store trekant men også i den lille trekant, den eneste forskel er længderne. Bemærk i øvrigt, at vinkel B i ΔBCD er den samme som vinkel B i ΔABE. Dette kaldes gerne for *topvinkel*.

c) Ifølge svaret fra før, kan man bestemme forholdet mellem trekanterne.

$$k = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{20}{4} = 5$$

Så er afstanden fra A til E:

$$|AE| = k \cdot |CD| = 5 \cdot 12 = 60$$

Dvs. afstanden fra A til E er $60m$.

d) For at anvende tangens til at finde længden $|AE|$, så gælder der, at

$$\tan(v) = \frac{\text{mod}}{\text{hos}}$$

Det er oplagt at bruge vinkel B i ΔABE, så har man den hosliggende katete, som er $20m$, man får altså følgende formel:

$$\tan(B) = \frac{|AE|}{|AB|} \Leftrightarrow |AE| = \tan(B) \cdot |AB|$$

<u>Opgave 6:</u>

Skribenten opstiller en formel på forhånd.

$$T_{figur\ x} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x + \frac{1}{2} \cdot x \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x + \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot x = 3x^2$$

Her er x antal længdeenhed. Figur 1 har $x = 1$, figur 2 har $x = 2$ etc.

a) Man aflæser enhederne og figuren. Dermed er arealet af figur 2 lig med 12. Formlen ovenfor kan også bruges.

$$T_{figur\ 2} = 3 \cdot 2^2 = 12$$

b) Arealet af figur 4 er

$$T_{figur\ 4} = 3 \cdot 4^2 = 48$$

c) Man beregner ligningen

$$99 = 3 \cdot x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{99}{3} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{33} = \pm 5.74456265$$

Hvis man antager, at $x \in \mathbb{Z}_+$, så kan det ikke lade sig gøre.

d) Arealet af figur n er

$$T_{figur\ n} = 3n^2$$

(Forklaring findes før opgave 6a)