1. ให้ $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ที่กราฟของ $y = f(x)$ ตัดแกน x ที่จุด $(-3,0)$, $(0,0)$ และ $(2,0)$ แล้ว $f(-1) = ?$

1. -6
2. -1
3. 1
4. 4
5. 6

กราฟตัดที่จุด $(-3,0), (0,0), (2,0)$ แสดงว่า

$f(0) = 0$: $0 = 0^3 + a(0)^2 + b(0) + c$

$c = 0$

$f(-3) = 0$: $0 = (-3)^3 + a(-3)^2 + b(-3) + c$

$0 = -27 + 9a - 3b$

$27 = 9a - 3b$

$9 = 3a - b$ ___ (1)

$f(2) = 0$: $0 = 2^3 + a(2)^2 + b(2) + c$

$0 = 8 + 4a + 2b$

$-8 = 4a + 2b$

$-4 = 2a + b$ ___ (2)

(1) + (2): $5 = 5a$

$a = 1$

แทน a ใน (1): $9 = 3(1) - b$

$b = -6$

$\therefore f(x) = x^3 + x^2 -$

$f(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 - 6(-1)$

$= -1 + 1 + 6$

$= 6$ //

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

2. ให้ $i^2 = -1$ จงหา $i^{101} + i^{101!}$

1. -2
2. 2
3. $1+i$
4. $1-i$
5. $2i$

101 หารด้วย 4 เหลือเศษ 1

$\therefore i^{101} = i$

$101!$ ยังไงก็หารด้วย 4 ลงตัว

เพราะ ใน $101!$ มี 4 เป็นตัวประกอบ

($101! = 101 \times 100 \times 99 \times \dots \times 2 \times 1$)

4×25

$\therefore i^{101!} = 1$

สรุป $i^{101} + i^{101!} = i + 1$ //

เฉลย คณิต 9 วิทสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

3. ให้ $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ และ $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$ ข้อใดถูกต้อง

1. $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$
2. $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$
3. $\vec{v} = -\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$
4. $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$
5. $\vec{v} = -\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

$$\begin{aligned}\vec{u} \times \vec{v} &= \vec{u} \times (-\vec{u}) \\ &= -(\vec{u} \times \vec{u}) \\ &= -\vec{0} \\ &= \vec{0}\end{aligned}$$

"เหมือนกัน × กันได้ 0"

เฉลย คณิต 9 วิทยาศาสตร์ (คณิต 1) มีนา 61

4. $\arccos(9x^2) + \arcsin(6x-1) = \frac{\pi}{2}$ จงหาค่า x

1. 0
2. 1/12
3. 1/8
4. 1/4
5. 1/3

$\arccos(9x^2) = \frac{\pi}{2} - \arcsin(6x-1)$

$\cos[\arccos(9x^2)] = \cos[\frac{\pi}{2} - \arcsin(6x-1)]$

$9x^2 = \sin(\arcsin(6x-1))$

$9x^2 = 6x-1$

$9x^2 - 6x + 1 = 0$

$(3x-1)^2 = 0$

$3x - 1 = 0$

$3x = 1$

$x = 1/3$ //

เฉลย คณิต 9 วิทสามัญ (เกณฑ์ 1) มีนา 61

5. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(AB^{-1}) = ?$

1. -98
2. $\frac{1}{2}$
3. 1
4. 2
5. 98

$$\det(AB^{-1}) = \det A \cdot \det B^{-1} = \frac{\det A}{\det B}$$

$$= \frac{(2)(5)-(3)(1)}{(4)(2)-(-2)(3)} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

เฉลย คณิต 9 วิทสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

6. $\frac{1}{\log_2 100} + \frac{1}{\log_5 100} = ?$

1. $1/100$
2. $1/10$
3. $1/5$
4. $1/4$
5. $1/2$

$= \log_{100} 2 + \log_{100} 5 = \log_{100}(2\times 5)$

$= \log_{10^2} 10 = \frac{1}{2}\log_{10} 10$

$= 1/2$ //

เฉลย คณิต 9 วิทสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

7. ในหมู่บ้าน 10 คน มี 60% เลือดกรุ๊ป A ถ้าสุ่มมา 2 คน พร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่ทั้ง 2 คนไม่มีเลือดกรุ๊ป A เท่ากับเท่าใด

1. $2/15$
2. $3/15$
3. $5/15$
4. $8/15$
5. $10/15$

กรุ๊ป A $= 60\% \times 10 = \frac{60}{100} \times 10 = 6$ คน

กรุ๊ปอื่น $= 10 - 6 = 4$ คน

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{\frac{4!}{2!\,2!}}{\frac{10!}{8!\,2!}} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

เฉลย คณิต 9 วิทยาศาสตร์ (คณิต 1) มีนา 61

8.

4	2 4 5 6
5	1 1 2 3 5 8
6	0 0 0 2 3 4 X
7	0 1 1 2
8	1 2 3

ถ้า $P_{70} = 69$ แล้ว $X = ?$

1. 5
2. 6
3. 7
4. 8
5. 9

ต.น. $P_{70} = \left(\frac{N+1}{100}\right)r = \left(\frac{24+1}{100}\right)(70) = 17.5$

อยู่ตำแหน่งที่ 17 และ 18

↓ 60+X

↓ 70

$\therefore \quad 69 = \frac{(60+X)+70}{2}$

$138 = 130+X$

$X = 8$

9. สมการเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = \frac{6}{x+1}$ ที่จุด $(1,3)$ คือข้อใด

$y = 6(x+1)^{-1}$

1. $x + y = 4$
2. $3x - 2y = -3$
3. $3x + 2y = 9$
4. $2x - 3y = -7$
5. $2x + 3y = 11$

$$\frac{dy}{dx} = -6(x+1)^{-2}(1) = \frac{-6}{(x+1)^2}$$

$$m = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = \frac{-6}{(1+1)^2} = \frac{-3}{2}$$

สมการเส้นตรง : $y = mx + c$

$$y = -\frac{3}{2}x + c$$

ผ่านจุด $(1,3)$: $3 = -\frac{3}{2}(1) + c$

$$c = \frac{9}{2}$$

$\therefore$ $y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$

$2y = -3x + 9$

$3x + 2y = 9$ //

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

10. $\sum_{n=0}^{\infty} \cos^n\left(\frac{\pi}{3}+n\pi\right) = ?$

1. $1/2$
2. $2/3$
3. 2
4. $1+\sqrt{3}$
5. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

$= 1 + \cos\frac{4\pi}{3} + \cos^2\frac{7\pi}{3} + \cos^3\frac{10\pi}{3} + \cos^4\frac{13\pi}{3} + \ldots$

$r = -1/2$

$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \ldots$

$-1 < r < 1$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตลู่เข้า

$= \frac{a_1}{1-r} = \frac{1}{1-\left(\frac{-1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

11. จำนวนเต็มที่สอดคล้องกับอสมการ $|2x^2+1| - |-x^2+2x-1| \leq 15$ มีกี่จำนวน

1. 7
2. 9
3. 11
4. 13
5. 15

ยังไงก็ + ดังนั้นลอดค่าสัมบูรณ์ได้เลย

$2x^2+1 - |-(x^2-2x+1)| \leq 15$ $\quad |-x| = |x|$

$2x^2+1 - |x^2-2x+1| \leq 15$

$2x^2+1 - |(x-1)^2| \leq 15$ $\quad |x^2| = x^2$

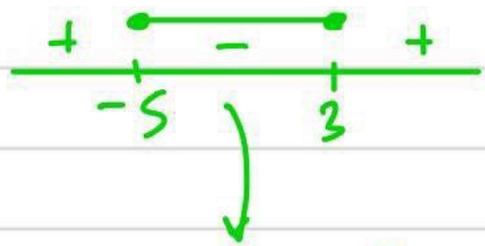
$2x^2+1 - (x-1)^2 \leq 15$

$2x^2+1 - (x^2-2x+1) \leq 15$

$2x^2+1 - x^2+2x-1 \leq 15$

$x^2+2x-15 \leq 0$

$(x+5)(x-3) \leq 0$



$-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ทั้งหมด 9 จำนวน

ตัวประกอบ

12. ให้ S เป็นเซตจำนวนเต็มบวก n โดยที่ $n < 100$ และ n มีตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวก 12 จำนวน ถ้า n_1 คือจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดใน S ถ้า n_2 คือจำนวนเต็มที่มากที่สุดใน S แล้ว $n_2 - n_1 = ?$

1. 12
2. 20
3. 36
4. 38
5. 40

จำนวนตัวประกอบ $= (a+1)(b+1)(c+1)\cdots$

โดย $n = p_1^a \times p_2^b \times p_3^c \times \cdots$

ซึ่ง $p_1, p_2, p_3, \ldots$ เป็นจำนวนเฉพาะ
และ $a, b, c, \ldots$ เป็นจำนวนเต็มบวก

จำนวนตัวประกอบ $= 12$

$2 \times 6 = 12$

$(1+1)(5+1) = 12$

$a=1 \quad b=5$

$n = 2^1 \times 3^5 > 100$

max $n = 2^5 \times 3^1 = 96$

$n = 3^1 \times 5^5 > 100$

$n = 3^5 \times 5^1 > 100$

$n = 2^1 \times 5^5 > 100$

$n = 2^5 \times 5^1 > 100$

ถ้า 7 เอน 100 แน่นอน!

ลองเช็ค 97, 98, 99

$99 = 3^2 \times 11^1$

จำนวน ต.ป.ก. $= (2+1)(1+1) = 6$ ✗

$98 = 2^1 \times 7^2$

จำนวน ต.ป.ก. $= (1+1)(2+1) = 6$ ✗

จำนวนตัวประกอบ $= 12$

$2 \times 2 \times 3 = 12$

$(1+1)(1+1)(2+1) = 12$

$a=1 \quad b=1 \quad c=2$ เอาตัวน้อยๆ ใส่ตัวมากๆ เพื่อจะได้ค่าที่น้อยที่สุด

min $n = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 60$

$\therefore n_2 - n_1 = 96 - 60 = 36$

13. ผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนที่สอดคล้องกับสมการ $|z^2-1| = iz+3$ เท่ากับเท่าใด

จำนวนจริงแน่ๆ (เพราะเป็นขนาด)

$iz+3 \hookrightarrow a+bi$

1. 2
2. 3-i
3. -i
4. i
5. 3+i

$$|z^2-1| + 0i = i(a+bi)+3$$
$$|z^2-1| + 0i = ai-b+3$$
$$|z^2-1| + 0i = (3-b)+ai$$

$a = 0$

$$|z^2-1| = 3-b$$

$$|(a+bi)^2-1| = 3-b$$
$$|-b^2-1| = 3-b$$
$$b^2+1 = 3-b$$
$$b^2+b-2 = 0$$
$$(b+2)(b-1) = 0$$
$$b = 1, -2$$

$\therefore z = 0+i, 0-2i$

ผลบวก $= i-2i = -i$ //

14. ให้ r, s เป็นจำนวนจริงบวก ที่ $P(2,2)$ เป็นจุดบนวงรี $\frac{(x+2)^2}{r^2}+\frac{(y-2)^2}{s^2}=1$ ซึ่ง F_1, F_2 เป็นโฟกัสของวงรี และ $PF_1+PF_2=12$ ระยะห่างระหว่าง F_1, F_2 เท่ากับเท่าใด

1. 4 หน่วย
2. 5 หน่วย
3. $2\sqrt{5}$ หน่วย
4. $5\sqrt{2}$ หน่วย
5. $4\sqrt{5}$ หน่วย

$2a=12$

$a=6$ → อาจเป็นได้ทั้ง r และ s

สมมติให้ $r=a=6$ จะได้ : $\frac{(x+2)^2}{6^2}+\frac{(y-2)^2}{s^2}=1$

ผ่านจุด $(2,2)$: $\frac{(2+2)^2}{6^2}+\frac{(2-2)^2}{s^2}=1$

$\frac{16}{36}+0=1$ เป็นไปไม่ได้

เฉยต้องสมมติให้ $s=a=6$ จะได้ $\frac{(x+2)^2}{r^2}+\frac{(y-2)^2}{6^2}=1$

ผ่านจุด $(2,2)$: $\frac{(2+2)^2}{r^2}+\frac{(2-2)^2}{6^2}=1$

$\frac{16}{r^2}=1$, $r^2=16$ → $r=4$; ~~$r=-4$~~

$b=4$

ระยะห่างระหว่าง F_1 และ F_2 $=2c$

หาค่า c : $c^2=a^2-b^2$

$=6^2-4^2$

$=36-16$

$=20$ → $c=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\therefore 2c=4\sqrt{5}$ หน่วย //

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

15. กำหนดให้ $\vec{u}, \vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ 3 มิติ

ก. $\vec{u}$ ไม่ขนาน $\vec{v}$

ข. $|\vec{u}| = |\vec{v}| = 1$

ค. $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = 3|\vec{u} \times \vec{v}|^2$

ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ แล้ว $\cos\theta = ?$

1. $\frac{1}{3}$
2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $\frac{1}{2}$
5. $\frac{2}{3}$

ตาม ค. $|\vec{u} + \vec{v}|^2 = 3|\vec{u} \times \vec{v}|^2$

$|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + 2|\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta = 3(|\vec{u}|^2|\vec{v}|^2\sin\theta^2)$

$(1)^2 + (1)^2 + 2(1)(1)\cos\theta = 3(1)^2(1)^2\sin\theta^2$

$2 + 2\cos\theta = 3\sin^2\theta$ ← $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$2 + 2\cos\theta = 3(1 - \cos^2\theta)$

$2 + 2\cos\theta = 3 - 3\cos^2\theta$

$3\cos^2\theta + 2\cos\theta - 1 = 0$

$(3\cos\theta - 1)(\cos\theta + 1) = 0$

$\cos\theta = \frac{1}{3}, -1$ ✗ ไม่งั้น $\theta = 180°$ จะขนานกัน

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

16. เซตของจำนวนเต็มในข้อใด ที่เป็นความยาวด้านของด้านทั้ง 3 ของรูปสามเหลี่ยมมุมป้านได้

1. $\{1,2,3\}$

2. $\{2,3,4\}$

3. $\{3,4,5\}$

4. $\{4,5,6\}$

5. $\{5,6,7\}$

17. A, B เป็นเมทริกซ์ 3×3 ถ้า $AB^t = I$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

✓ ก. $AB^t = B^tA$

✓ ข. $A^{-1} = B^t$

✓ ค. $B^{-1} = A^t$

ง. $(AB)^{-1} = (BA)^t$

มีข้อถูกกี่ข้อ

1. 0
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

จากสมบัติ $AB = I = BA$

$\therefore AB^t = B^tA$

จากสมบัติ $AA^{-1} = I = A^{-1}I$

$\therefore B^t = A^{-1}$

จาก $AB^t = I$

ทรานสโพส $A^tB = I^t$

$A^tB = I$

$\therefore B^{-1} = A^t$

มีสมบัติ 1 ข้อ คือ อินเวอร์สเมทริกซ์ที่ว่า

กระจายได้

แต่ต้องสลับ $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

ข. $A^{-1} = B^t$

ค. $B^{-1} = A^t$

$= A^tB^t$

$= (BA)^t$

$(AB)^t = B^tA^t$

(สมบัติ 1 ข้อของทรานสโพส)

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

18. ให้ x, y เป็นจำนวนเต็มบวก ที่ $6^{\frac{1}{x}} = (12 \cdot 3^y)^{\frac{1}{x+2}}$ จงหา $x+y$

1. 2
2. 3
3. 5
4. 6
5. 8

ยกกำลัง $x+2$:

$$6^{\frac{x+2}{x}} = 12 \cdot 3^y$$

$$6^{1+\frac{2}{x}} = 12 \cdot 3^y$$

$$6 \cdot 6^{\frac{2}{x}} = 12^2 \cdot 3^y$$

ยกกำลัง x :

$$6^2 = 2^x \cdot 3^{xy}$$

$$36 = 2^x \cdot 3^{xy}$$

$36 \rightarrow 4 \times 9$; $2^x \rightarrow 4$; $3^{xy} \rightarrow 9$

$\therefore 2^x = 4$

$x = 2$

$3^{xy} = 9$

$xy = 2$

$2y = 2$

$y = 1$

สรุป $x+y = 2+1 = 3$ //

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

19. ผลบวกของคำตอบสมการ $\log_2(\log_2(7x-10)\cdot\log_x 16)=3$ เท่ากับเท่าใด

1. 7
2. 9
3. 10
4. 12
5. 16

$$\log_2(7x-10)\cdot\log_x 16 = 2^3$$

$$\frac{\log(7x-10)}{\log 2}\cdot\frac{\log 2^4}{\log x} = 8$$

$$\log_x(7x-10) = 2$$

$$7x-10 = x^2$$

$$x^2-7x+10 = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$$x = 2, 5$$

(อย่าลืมตรวจคำตอบ!)

ผลบวก $= 2+5 = 7$ //

20. ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{50}$ เป็นลำดับเลขคณิต ถ้า $a_1 = 5$, $a_{50} = 103$

แล้ว $a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + \dots + a_{49}^2 - a_{50}^2 = ?$

1. -5400
2. -5000
3. 108
4. 5000
5. 5400

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{50} = a_1 + (50-1)d$

$103 = 5 + 49d$

$98 = 49d$

$d = 2$

$\therefore$ ลำดับคือ $5, 7, 9, \dots, 50$

หาค่าของ $5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + \dots + 101^2 - 103^2$

$= (5^2 + 9^2 + 13^2 + \dots + 101^2) - (7^2 + 11^2 + 15^2 + \dots + 103^2)$

$= (5-7)(5+9) + (9-11)(9+11) + (13-15)(13+15) + \dots + (101-103)(101+103)$

$= -2(12) - 2(20) - 2(28) - \dots - 2(204)$

$= -2(12 + 20 + 28 + \dots + 204)$

$50/2 = 25$ พจน์ (จับคู่)

$= -2\left(\frac{25}{2}\right)(12+204) = -25(216) = -5400$ //

$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n]$

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

21. ให้ $f(x) = \begin{cases} 4x-8 & ; x<2 \\ x^2-4 & ; x \geq 2 \end{cases}$ และ $g(x) = [f(x)]^2$

ถ้า $g'(c) = -8$ แล้ว $c = ?$

1. -2
2. $-5/4$
3. 1
4. $7/4$
5. 2

ถ้า $x<2$: $g(x) = (4x-8)^2$

$g'(x) = 2(4x-8)(4)$

$= 32x - 64$

$\therefore g'(c) = 32c - 64$

$-8 = 32c - 64$

$56 = 32c$

$c = \frac{56}{32} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$ (ซึ่ง $\frac{7}{4} < 2$)

//

$f(0) = -9$, $f'(0) = 0$ → (0,-9) $m=0$

22. ให้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันกำลัง 2 โดยที่ $y = f(x)$ มีจุดต่ำสุดที่ $(0,-9)$ และตัดแกน x ที่จุด $(x_1, 0)$ และ $(x_2, 0)$ ถ้าพื้นที่ปิดล้อม $y = f(x)$ และแกน x ตาม x_1 ถึง x_2 เท่ากับ 18 ตารางหน่วย แล้ว $f(2) = ?$

1. -5
2. -3
3. 0
4. 3
5. 7

ให้ $f(x) = ax^2 + bx + c$

แทน $f(0) = -9$: $-9 = a(0)^2 + b(0) + c$

$c = -9$

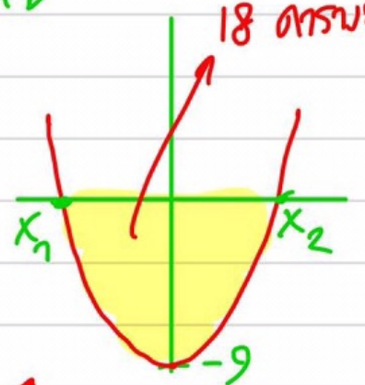
ดิฟ : $f'(x) = 2ax + b$

แทน $f'(0) = 0$: $0 = 2a(0) + b$

$b = 0$

$\therefore f(x) = ax^2 - 9$

a เป็น + แน่นอน เพราะโจทย์บอกจุดต่ำสุด ต้องเป็นโค้งหงาย



หาจุดตัดแกน x

ให้ $y = 0$: $0 = ax^2 - 9$

$ax^2 = 9$

$x^2 = 9/a$

$x = \frac{3}{\sqrt{a}}, \frac{-3}{\sqrt{a}}$ (x_2, x_1)

พื้นที่ระหว่างกราฟ $= \int_{x_1}^{x_2} [0 - (ax^2 - 9)]\,dx$

$18 = -\frac{a}{3}x^3 + 9x \Big|_{-3/\sqrt{a}}^{3/\sqrt{a}}$

$18 = \left[-\frac{a}{3}\left(\frac{3}{\sqrt{a}}\right)^3 + 9\left(\frac{3}{\sqrt{a}}\right)\right] - \left[\frac{-a}{3}\left(\frac{-3}{\sqrt{a}}\right)^3 + 9\left(\frac{-3}{\sqrt{a}}\right)\right]$

$18 = \frac{-9}{\sqrt{a}} + \frac{27}{\sqrt{a}} - \frac{9}{\sqrt{a}} + \frac{27}{\sqrt{a}}$

$18 = \frac{36}{\sqrt{a}}$, $\sqrt{a} = 2$, $a = 4$

$\therefore f(x) = 4x^2 - 9$

$f(2) = 4(2)^2 - 9$

$= 16 - 9$

$= 7$ //

เฉลย คณิต 9 วิชาสามัญ (คณิต 1) มีนา 61

23. คะแนนสอบ "คณิต" และ "วิทย์" มีการแจกแจงปกติ โดยที่

$\bar{X}_{คณิต} = 60$, $S.D._{คณิต} = 8$

$\bar{X}_{วิทย์} = 65$, $S.D._{วิทย์} = 6$

ถ้า มนัส มีคะแนนมาตรฐานของ 2 วิชาเท่ากัน แต่คะแนนสอบ "วิทย์" มากกว่า "คณิต" 2 คะแนน มนัสสอบ "คณิต" ได้กี่คะแนน

1. 72
2. 74
3. 76
4. 83
5. 86

$Z_{คณิต} = Z_{วิทย์}$

$$\frac{X_{คณิต} - \bar{X}_{คณิต}}{S.D._{คณิต}} = \frac{X_{วิทย์} - \bar{X}_{วิทย์}}{S.D._{วิทย์}}$$

$$\frac{X_{คณิต} - 60}{\cancel{8}\ 4} = \frac{(X_{คณิต} + 2) - 65}{\cancel{6}\ 3}$$

$$3X_{คณิต} - 180 = 4X_{คณิต} - 252$$

$$X_{คณิต} = 72 //$$

24. สร้างตารางแจกแจงความถี่ คะแนนสอบนักเรียน 48 คน ให้ความกว้างของอันตรภาคชั้นเท่ากัน 10 พบมัธยฐานอยู่ในช่วง 50-59 ถ้ามีนักเรียนได้คะแนนต่ำกว่า 50 คะแนนอยู่ 20 คน และมีนักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 60 คะแนนขึ้นไป 20 คน แล้วมัธยฐานเท่ากับเท่าใด

1. 53
2. 53.5
3. 54
4. 54.5
5. 55

x_i	f_i	F_i	
			$\uparrow \Sigma f_L = 20$
40-49			
50-59			
60-69			$\downarrow \Sigma f_U = 20$

$N = 48 \longrightarrow$ ตำแหน่ง $= \frac{N}{2} = \frac{48}{2} = 24$

Med มี 2 สูตร

$$Med = L + \left(\frac{\text{ตำแหน่ง} - \Sigma f_L}{f_m}\right) I \quad , \quad Med = U - \left(\frac{\text{ตำแหน่ง} - \Sigma f_U}{f_m}\right) I$$

$$Med = 49.5 + \left(\frac{24-20}{f_m}\right)(10) \qquad Med = 59.5 - \left(\frac{24-20}{f_m}\right)(10)$$

(+)

$$2Med = 49.5 + 59.5$$
$$2Med = 109$$
$$Med = 54.5$$

25. ให้ $S = \{-10, -9, -8, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, 8, 9, 10\}$

สุ่มหยิบคู่อันดับ $(a,b) \in S \times S$ มา 1 คู่อันดับ

ความน่าจะเป็นที่ $|a| + b = 0$ ตรงกับข้อใด

1. $10/441$
2. $20/441$
3. $1/21$
4. $1/20$
5. $1/10$

$n(S) = 21 \times 21 = 441$

พิจารณา $n(E)$:

ครั้งแรก 21 วิธี
ครั้งสอง 21 วิธี
} หยิบซ้ำได้ ห้ามใช้ $\binom{21}{2}$ นะ!

ถ้า $b = -10 \rightarrow a = 10, -10$
$b = -9 \rightarrow a = 9, -9$
$b = -8 \rightarrow a = 8, -8$
$\vdots$
$b = -1 \rightarrow a = 1, -1$
$b = 0 : a = 0$
} 21 กรณี

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{21}{441} = \frac{1}{21} \quad //$$

26. ข้อมูล 20 ตำแหน่ง เรียงจากน้อยไปมาก $x_1, x_2, \dots, x_{20}$

โดย Mod $\neq x_1$, พิสัย $= R$

ถ้าตัด x_1 ออก จะได้ข้อมูลชุดใหม่คือ $x_2, x_3, x_4, \dots, x_{20}$

ก. Mod ใหม่ = Mod เก่า ✓ เพราะ x_1 ไม่มีผลต่อ Mod

ข. $\bar{x}$ ใหม่ $\geq$ $\bar{x}$ เก่า ✓ เหมือนเฉลยนะแนนน้อยๆ ออกไป $\bar{x}$ ก็จะมากขึ้น หรือเท่าเดิมถ้า $x_1 = 0$

ค. Med ใหม่ $\geq$ Med เก่า ✓

ง. R ใหม่ $>$ R เก่า ✗ ตรงนี้ต้องขยับไปทางขวา เพราะข้อมูลทางซ้ายหายไป ∴ Med มากขึ้นหรือเท่าเดิม ถ้าขยับไปทางขวา แสดงว่าคะแนนตัวนั้นต่ำเท่าตัวก่อนหน้า

มีข้อถูกกี่ข้อ

1. 0
2. 1
3. 2
4. 3
5. 4

คะแนนต้องน้อยๆ ออกไป

ถ้า $R = x_{max} - x_{min}$

ทำให้ x_{min} มากขึ้น R ก็จะลดลง

แต่! อาจจะเท่าเดิมได้ ถ้า $x_2 = x_1$

27. ให้ $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{51}$ เป็นลำดับเรขาคณิต โดย $a_1 = 1$ และอัตราส่วนร่วมของลำดับเท่ากับ $-5/4$ แล้วมัธยฐานเท่ากับเท่าใด

1. $(-5/4)^{25}$
2. $(-5/4)^{23}$
3. $-5/4$
4. 1
5. $(5/4)^{26}$

ต.ย. $\text{Med} = \frac{N+1}{2} = \frac{51+1}{2} = 26$

$\therefore$ Med = ตัวที่ 26

$= (1)\left(\frac{-5}{4}\right)^{26-1}$ → $a_n = a_1 r^{n-1}$

$= \left(\frac{-5}{4}\right)^{25}$ //

ว้า! โดนหลอก!

อย่าลืมว่า Med จะหาได้ ต้องเรียงข้อมูลจาก "น้อย → มาก" ก่อนนะ

เทอม $n = 1, 2, 3, \ldots, 51$ จะได้ว่า

$$\left(\frac{-5}{4}\right)^0, \left(\frac{-5}{4}\right)^1, \left(\frac{-5}{4}\right)^2, \left(\frac{-5}{4}\right)^3, \ldots, \left(\frac{-5}{4}\right)^{49}, \left(\frac{-5}{4}\right)^{50}$$

เรียงจากน้อยไปมากจะได้ว่า

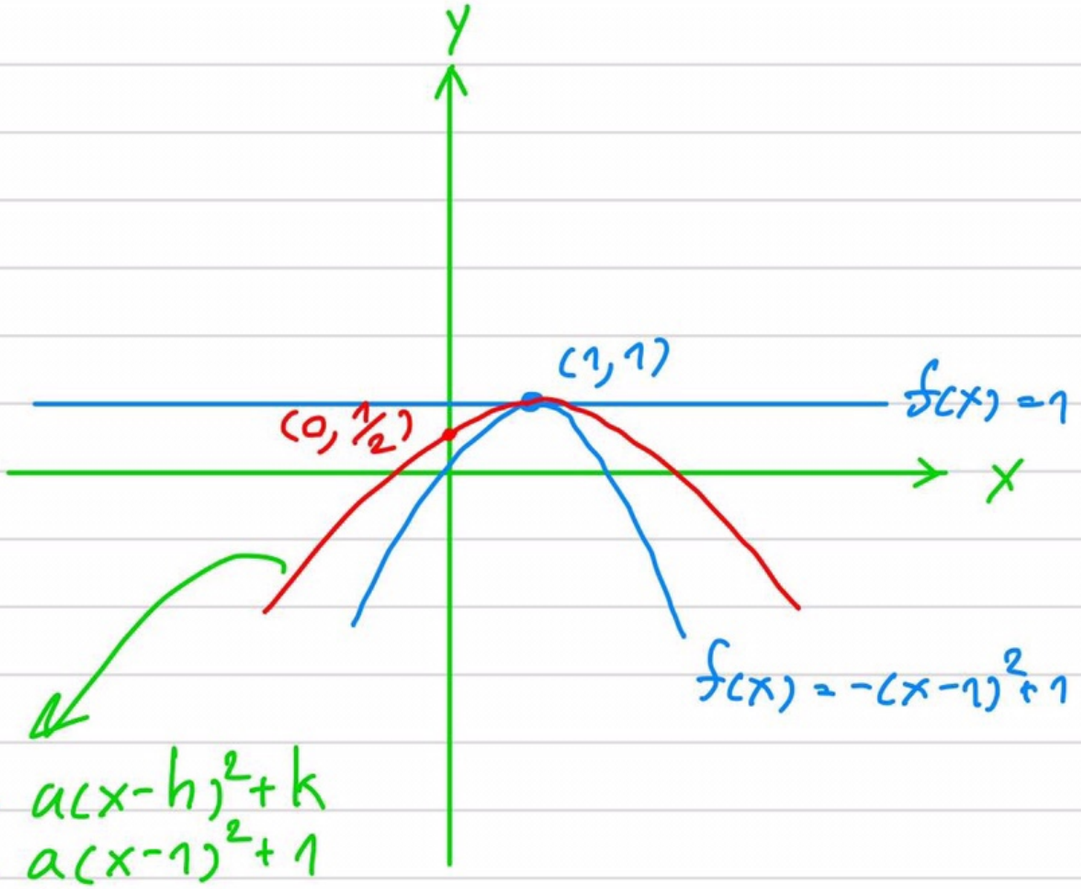
$$-\left(\frac{5}{4}\right)^{49}, \left(\frac{-5}{4}\right)^{47}, \ldots, \left(\frac{-5}{4}\right), 1, \left(\frac{5}{4}\right)^2, \left(\frac{5}{4}\right)^4, \ldots, \left(\frac{5}{4}\right)^{50}$$

Med = 1

28. กำหนด $y = f(x)$ เป็นพาราโบลาผ่านจุด $(0, \frac{1}{2})$ และ

$-(x-1)^2 + 1 \leq f(x) \leq 1$ จงหาว่าพาราโบลาผ่านจุดในข้อใด

1. $(-1, 0)$
2. $(-1, -1)$
3. $(-2, 0)$
4. $(-2, -2)$
5. $(3, -2)$



$f(x) = a(x-h)^2 + k$

$= a(x-1)^2 + 1$

ผ่านจุด $(0, \frac{1}{2})$: $\frac{1}{2} = a(0-1)^2 + 1$

$\frac{1}{2} = a + 1$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 1$

แทนข้อ 2 : $-1 = -\frac{1}{2}(-1-1)^2 + 1$

$(-1, -1)$

$-1 = -2 + 1$

$-1 = -1$ ✓

29. ให้ $S = \{-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5\}$

$A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & c \end{bmatrix}$, $M = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid a,b,c,d \in S \right\}$

ถ้าสุ่มเลือก 1 เมทริกซ์จาก M แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้เมทริกซ์ B ซึ่ง $\det(A+B) = \det A + \det B$ เท่ากับข้อใด

1. $1/100$
2. $3/100$
3. $1/20$
4. $1/10$
5. $11/100$

$\det(A+B) = \det A + \det B$

$$\begin{vmatrix} a & b+1 \\ c-1 & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & c \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$ad - (c-1)(b+1) = 1 + ad - bc$$

$$-(cb + c - b - 1) = 1 - bc$$

$$-bc - c + b + 1 = 1 - bc$$

$$b = c$$

$\therefore M = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$

a เลือกได้ 10 วิธี
b เลือกได้ 10 วิธี
d เลือกได้ 10 วิธี
$\Big\} n(E) = 10 \times 10 \times 10$

$n(S) = 10 \times 10 \times 10 \times 10$ (a, b, c, d เลือกได้ 10 วิธี)

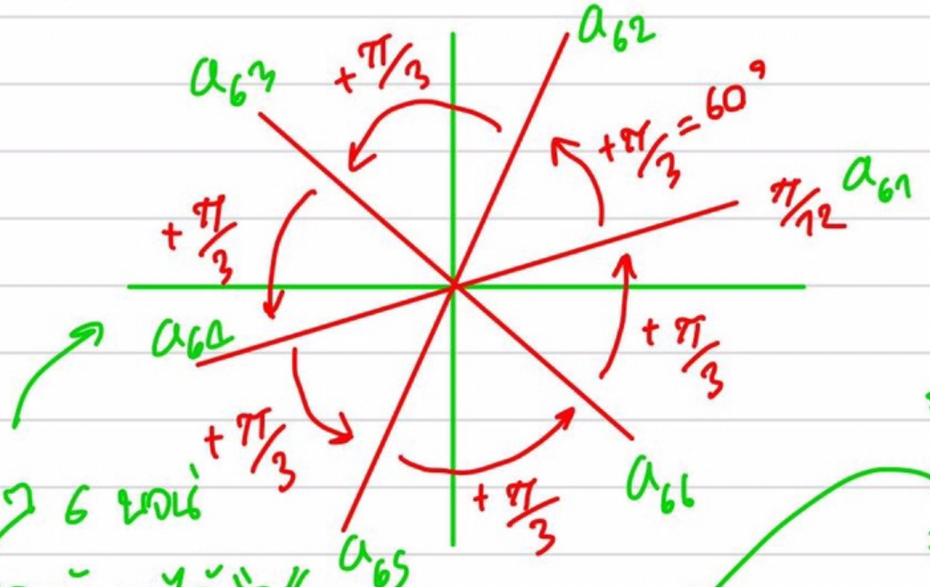
$\therefore P(E) = \dfrac{n(E)}{n(S)} = \dfrac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = \dfrac{1}{10}$ //

30. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมี $a_1 = \frac{\pi}{12}$, $d = \frac{\pi}{3}$ แล้ว $\sum_{n=1}^{65} \sin(a_n)$ เท่ากับเท่าใด

1. $-\sqrt{2}$
2. $-1/\sqrt{2}$
3. 0
4. $1/\sqrt{2}$
5. $\sqrt{2}$

$$\sum_{n=1}^{65} \sin a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{65}$$

$$= (a_1 + a_2 + \ldots + a_6) + (a_7 + a_8 + \ldots + a_{12}) + (a_{13} + a_{14} + \ldots + a_{18}) + \vdots + (a_{61} + a_{62} + a_{63} + a_{64} + a_{65})$$



ทุกๆ 6 ตัวแรก รอบสุดท้ายได้ "a"

$$= a_{63}$$

$$= \sin(a_1 + (63-1)d)$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{12} + 62\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{249\pi}{12}\right)$$

$$= \sin\left(20\pi + \frac{9\pi}{12}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} //$$