1. GİRİŞ

1.1. KISA TANITIM

İnşaat Mühendisliği 7 anabilim dalından oluşur. Bunlar; Hidrolik, Yapı, Yapı Malzemesi, Yapım Yönetimi, Mekanik, Geoteknik ve Ulaştırmadır. Akışkanlar mekaniği, hidrolik anabilim dalının esasını oluşturmakta; ayrıca Makine, Maden, Kimya, Çevre vb çeşitli mühendislik dallarında da öğretilmektedir. İnşaat mühendisliğinde *akışkan* olarak çoğu defa *su* dikkate alınmakla beraber, *hava* da bazı durumlarda önemli olmaktadır. Akışkanlar Mekaniği, adından da anlaşılacağı üzere akışkanların (sıvı ve gazlar) statik ve dinamik haldeki mekanikleriyle ilgilenen uygulamalı mekaniğin bir dalıdır. Akışkanların davranışları, mekaniğin temel kurallarına bağlı olarak incelenir.

1.2. GAYE, ÖNEM VE KAPSAM

Akışkanlar Mekaniğinin İnşaat Mühendisliğinde öğretilmesinin gayesi şöyle özetlenebilir: İçme, kullanma, enerji üretimi, sulama vb maksatlarla su temini; çeşitli sebeplerle kirlenen suların arıtılması ve alıcı ortama zararsız bir şekilde verilmesi gibi konular; toplumun gelişmesi için hayati bir öneme sahiptir. Bu hizmetlerin gerçekleştirilmesi büyük ölçüde inşaat mühendisliğinin görevidir. Akışkanlar Mekaniği ve Hidrolik; doğrudan (direkt) veya dolaylı (indirekt) olarak İnşaat Mühendisliğinin hemen hemen bütün alanlarıyla ilgilidir. Suyun kullanıldığı ve dolayısıyla Akışkanlar Mekaniğinin uygulandığı bazı konular ve tesisler şunlardır:

- Akarsu (taşkın) koruma tesisleri,
- Kıyı ve liman yapıları,
- Su temini ve arıtılması/uzaklaştırılması tesisleri,
- Barajlar, Sulama ve Hidroelektrik santral (HES) tesisleri,
- Akarsu ulaşımı vb.

1.3. İNCELENECEK KONULAR

Dersin kapsamında incelenecek konular, basitten zora doğru sıralanmıştır. Akışkanlar Mekaniği ve Hidrolik derslerinin konularını birbirinden ayırmak zor olmakla beraber, genel kabul gören yaklaşıma göre Akışkanlar Mekaniği dersinde konunun teorik alt yapısı oluşturulur; Hidrolik dersinde ise çeşitli uygulamalar açıklanır. Bu kapsamda, Akışkanlar Mekaniği dersinde incelenecek başlıca konular aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Akışkanların Fiziksel Özellikleri,
- Durgun Haldeki Akışkanların Mekaniği (Hidrostatik),
- Hareketli Haldeki Akışkanların Mekaniği (Hidrodinamik),
- Boyut Analizi ve Hidrolik Modeller,
- Laboratuar Deneyleri.

Mekanik = Statik + Dinamik.

2. AKIŞKANLARIN FİZİKSEL ÖZELLİKLERİ

2.1. AKIŞKANLARIN TEMEL KARAKTERİSTİKLERİ

Bilindiği gibi cisimler ***katılar*** (solids) ve ***akışkanlar*** (fluids) şeklinde iki ana gruba; akışkanlar da kendi aralarında ***sıvı*** (liquid) ve ***gaz*** (gas) diye iki alt gruba ayrılır. Molekülleri arasındaki boşluk (uzaklık) ve moleküllerin serbest hareketi çok az ve çekim kuvveti çok büyük olduğundan, katılar dış kuvvetlere karşı fazla direnç gösterir. Oysa akışkanların molekülleri arasındaki uzaklık katılara göre daha çok olduğundan moleküllerin serbest hareketi oldukça fazladır. Durgun haldeki (statik) akışkanlar üzerine bir kuvvet uygulandığında kuvvet uygulandığı sürece akışkanlar sürekli olarak hareket eder (akar). Oysa katılar kendilerine uygulanan kuvvetlere karşı direnç gösterir; bu kuvvetler bazı yer değiştirmelere (deplasman) sebep olabilir; ancak katı sürekli bir harekete maruz kalmaz. Gazlarda moleküller arasındaki uzaklık ve serbest hareket kabiliyeti sıvılara göre çok daha fazladır.

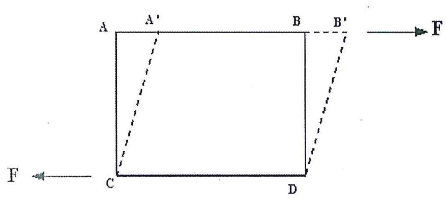
Bu bölümün gayeleri şöyle özetlenebilir:

- Akışkanın tabiatının (doğasının) belirlenmesi,
- Akışkanlar mekaniği ile katı cisimler mekaniğinin benzerliklerinin ve temel farklılıklarının gösterilmesi,
- Akışkanların ilgili fiziksel özelliklerinin tanımlanması ve bunlar yardımıyla hem katılarla akışkanlar ve hem de sıvılarla gazlar arasındaki farklılıkların ifade edilmesi.

Akışkanlar mekaniğini katı cisimler mekaniğinden ayıran iki temel fark vardır:

- Akışkanın tabiatı katınınkinden oldukça farklıdır,
- Akışkanlarda genellikle başlangıcı ve sonu olmayan sürekli elemanlar, katı cisimlerde ise tekil elemanlar dikkate alınır.

Akışkanlarda deformasyonun sebebi, yüzeye teğet olarak etkiyen kayma kuvvetleridir. Şekil 2.1'de dikdörtgen bir ABCD elemanının teğetsel olarak etkiyen F kuvveti, elemanı hareket ettirerek A'B'CD şekline getirir.



Şekil 2.1. Bir Akışkan Parçacığına Etkiyen Kayma Kuvvetinin Deformasyonu

Bu durumda şu sonuca varılır:

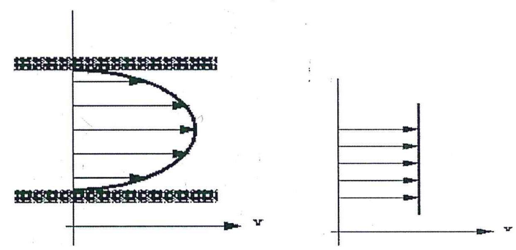
- Akışkan, kayma kuvvetine maruz kaldığında sürekli olarak deformasyona uğrayan veya akan bir kütledir.

Bu düşünce, çok önemli iki sonucu da beraberinde getirir:

- Eğer bir akışkan durgun halde ise;
    - üzerine etkiyen hiçbir kayma kuvveti (gerilmesi) yoktur; sadece normal kuvvetler (gerilmeler) söz konusudur,
    - tüm normal kuvvetler etkidikleri yüzeye diktir.

Hareket halindeki bir akışkanda eğer akışkan parçacıklarının bir kısmı diğerlerine göre rölatif olarak hareket ediyorsa, kayma gerilmeleri oluşur. Bu durumda, bitişik (komşu) akışkan parçacıkları farklı hızlara sahip olur. Mesela, su akışının olduğu bir boruda, borunun katı yüzeyinde (cidar=çeper) hız sıfırdır ve boru eksenine doğru hız artar ve akıma dik eksende bir hız profili oluşur (Şekil 2.2.a). Eğer her noktadaki hız aynıysa, herhangi bir kayma gerilmesi oluşmaz ve parçacıklar sıfır rölatif hıza sahip olur. Akışkan parçacıklarının sınırdan yeterince uzak olması halinde üniform bir hız profili oluşur (Şekil 2.2b).

Moleküller arasındaki boşluklara rağmen, akışkanlar mekaniği ***sürekli ortam*** kabulüne dayanır. Buna göre, akışkan ortamının sürekli olduğu ve içersinde herhangi bir boşluğun bulunmadığı; bunun sonucunda, akışkanın yoğunluk ve sıcaklık gibi özelliklerinin akışkanın her noktası için aynı olduğu varsayılır. Akışkanlar mekaniğinde dikkate alınan en küçük elemanın hacmi molekül boyutundan çok büyük olduğundan, bu kabulle yapılan hata önemsizdir.



a. Boru Akımında b Üniform Akımda

Şekil 2.2. Hız Profilleri

Sıvılar ve gazlar akışkan olduğundan çoğu defa benzer özelliklere sahiptir ve benzer davranışlar gösterir. Bununla beraber, aralarında iki temel farklılık vardır:

- Sıvılar sıkıştırmaya karşı çok fazla direnç gösterirler ve çoğu defa sıkıştırılamaz olarak kabul edilirler. Gazlar ise basınç karşısında kolayca sıkışabilir ve hacimsel olarak değişir.
- Belli bir kütledeki sıvı parçası bir kaba konduğunda belli bir hacim kaplar ve kap yeterince büyükse kabın üst kısmında boşluk hacmi bulunur. Oysa gazlar belli bir hacim kaplamazlar; aksine, içinde bulundukları kabın tamamını doldururlar ve boş bir hacim bırakmazlar.

2.2. KULLANILAN BİRİMLER

Akışkanlar mekaniğinde kullanılan bütün fiziksel büyüklüklerin birimleri (boyutları); üç temel büyüklük olan kuvvet (F, force), uzunluk (L, length) ve zamana (T, time) bağlı olarak ifade edilebilir. Bir A büyüklüğünün birimi

$$[A] = F^x L^y T^z \tag{2.1}$$

şeklinde ifade edilir. Mesela, yerçekimi ivmesinin birimi $[g] = L/T^2 = LT^{-2}$ olduğundan x=0, y=1, z=-2, normal gerilmenin birimi $[\sigma] = F/L^2 = FL^{-2}$ olduğundan x=1, y=-2 ve z=0 olur.

Fizikte kullanılan birimler MKS (Metre, Kilogram, Saniye) ve SI (Uluslar arası Sistem) şeklinde iki ana gruba ayrılır. Önceki yıllarda MKS sistemi yaygın olarak kullanılmaktaydı. Ancak, son yıllarda tüm dünyada SI sisteminin kullanılmasına geçildiğinden bu derste de SI birim sistemi kullanılacaktır.

MKS ve SI birim sistemleri arasındaki en temel fark, kuvvet ve kütlenin tanımındadır. MKS'de kuvvet birimi olarak kilogram (kg) alınırken SI'de kuvvet birimi Newtondur (N). Benzer şekilde, kütle birimi MKS'de kgsn^2/m iken SI'de kg'dır. Hidrolik'te kullanılan başlıca büyüklüklerin MKS ve SI'daki birimleri Tablo 1.1'de sunulmaktadır.

Tablo 1.1 MKS ve SI Birim Sistemleri

BOYUT

BÜYÜKLÜK	MKS SİSTEMİ	SI SİSTEMİ	BİRİMİ
Kuvvet (F)	Kilogram (kg)	Newton (N=kgm/sn^2)	F
Kütle (M)	Kgsn^2/m	Kilogram (kg)	FL^{-1}T^2
Uzunluk (L)	Metre (m)	Metre (m)	L
Zaman (T)	Saniye (sn)	Saniye (sn)	T
Enerji (E)	Kgm	Joule (J=Nm)	FL
Güç (P)	Kgm/sn	Watt (W=J/sn)	FLT^{-1}
Gerilme (σ, τ)	Kg/m^2	Pascal (Pa=N/m^2)	FL^{-2}

2.3. ÖZGÜL KÜTLE VE ÖZGÜL AĞIRLIK

2.3.1. Özgül Kütle (ρ)

Özgül kütle, akışkanın birim hacminin kütlesidir.

$$\rho = \frac{M}{V} \tag{2.2}$$

Burada ρ özgül kütle, M kütle (kg) ve V hacimdir. Özgül kütlenin birimi, kg/m^3, t/m^3, gr/cm^3 ...vb olabilir. SI biriminde kg/m^3 birimi kullanılmaktadır. Suyun, civanın ve petrolün özgül kütleleri sırasıyla 1 000, 13 546 ve 800 kg/m^3'tür.

2.3.2. Özgül Ağırlık (γ)

Bir cismin özgül ağırlığı, birim hacminin ağırlığıdır.

$$\gamma = \frac{W}{V} \tag{2.3a}$$

Ağırlık, kütle ile yerçekimi ivmesinin çarpımı olduğundan

$$W = Mg \Rightarrow \gamma = \frac{Mg}{V} = \frac{M}{V} g \Rightarrow \gamma = \rho g \tag{2.3b}$$

elde edilir. Burada γ özgül ağırlık ve W ağırlıktır. SI sisteminde suyun, civanın ve petrolün özgül ağırlıkları sırasıyla 9 810, 132 943 ve 7 851 N/m^3'tür.

2.4. GERİLMELERE KARŞI DAVRANIŞ

2.4.1. Normal Gerilmelere Karşı Davranış ve Sıkışabilirlik

Akışkanlar çekme gerilmelerine karşı çok az direnç göstermesine karşın, basınç gerilmelerine karşı oldukça dirençlidir. Akışkanlar mekaniğinde, katı cisimler mekaniğinin tersine basınç gerilmesi artı (pozitif) olarak kabul edilir.

Akışkanın basınç altında uğradığı hacimsel deformasyona sıkışabilirlik adı verilir. Sıkışma miktarı

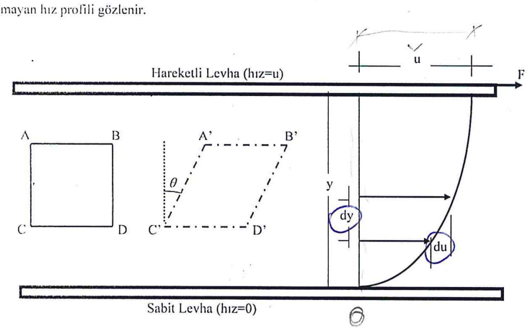
$$\Delta V = V \frac{\Delta p}{E} \tag{2.4}$$

eşitliğiyle hesaplanır. Burada Δp basınç, E elastiklik modülüdür. Su için E = 2.2*10^9 N/m^2'dir. Buna göre 10^6 N/m^2'lik bir basınç, suyun hacminde % 0.05'lik bir azalmaya sebep olur. Bu sebeple, basınç değişiminin çok büyük olduğu bazı özel problemler dışında pratikte suyun sıkışmaz olduğu kabul edilir.

2.4.2. Kayma Gerilmelerine Karşı Davranış ve Viskozite

a. Viskozite Kavramı: Akışkanlar, katılara oranla çok az da olsa kayma gerilmelerine karşı bir direnç gösterir. Akışkanın kayma gerilmesine, başka bir ifadeyle akmaya karşı gösterdiği dirence *viskozite* (akmazlık) adı verilir. Viskozite, akışkan tabakalarının birbirlerine göre hareketlerine karşı gösterdikleri direnci temsil eden bir akışkan özelliğidir. Bal, petrol ve motor yağı gibi sıvıların viskozitesi suya göre çok daha fazladır.

Şekil 2.3'te, aralarındaki düşey mesafe y olan iki levhanın arasında akışkan vardır. Üstteki levhaya F kuvveti uygulandığında, ABCD elemanter parçacığı, θ kadar açısal dönme yaparak A'B'C'D' konumuna gelir. Üst levhada hız u iken alttaki sabit levhadaki hız sıfırdır ve şekilde görülen doğrusal olmayan hız profili gözlenir.



Şekil 2.3. Kayma Gerilmesi Altında Akışkanın Deformasyonu ve Hız Profili

b. Newton Yasası: Şekil 2.3'te dy mesafesinde hız du kadar arttığına göre, birim boydaki hız artışı (hız gradyanı) du/dy kadar olacaktır. Bu hız gradyanı, etkiyen F kuvvetine ve dolayısıyla τ kayma gerilmesine bağlıdır ve kayma gerilmesi arttıkça hız gradyanı da artar $[du/dy = fonk(\tau)]$. Hız gradyanı, aynı zamanda akışkanın akmaya karşı gösterdiği dirençle (viskozite) de bağlıdır ve bu direnç ne kadar fazla olursa gradyan o kadar azalır $[du/dy = fonk(1/viskozite)]$. Bu düşüncelerden hareketle, Newton, aşağıdaki eşitliği elde etmiştir:

$S = \frac{u}{\rho}$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (2.5)$$

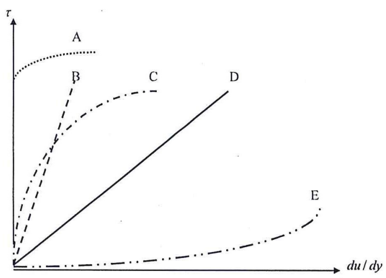
Bu eşitlik, *Newton'un Elemanter Sürtünme Yasası* olarak bilinir. Bu eşitlikte μ dinamik viskozitedir ve birimi FTL^{-2}'dir. SI sistemindeki birimi Nsn/m^2'dir. Pratikte, dinamik viskoziteden çok bu parametrenin özgül kütleye oranı olan kinematik viskozite kullanılır:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{\gamma / g} = \frac{\mu g}{\gamma} \;;\; \text{Birimi } [\nu] = \frac{FTL^{-2}LT^{-2}}{FL^{-3}} = L^2T^{-1} \qquad (2.6)$$

Kinematik viskozitenin birimi SI sisteminde m^2/sn'dir.

c. Viskozitenin Sebepleri ve Etkiyen Faktörler: Sıvılarda viskozitenin en önemli sebebi, moleküler çekim kuvvetidir. Sıcaklık arttıkça moleküler çekim kuvveti azaldığından sıvıların viskozitesi azalır. Mesela; 10, 20 ve 30^{0}C sıcaklıklarda suyun kinematik viskozitesi sırasıyla $1.3*10^{-6}$, $1.02*10^{-6}$ ve $0.80*10^{-6}$ m^2/sn'dir. Gazlarda ise viskozitenin en önemli sebebi moleküller arasındaki momentum transferidir. Sıcaklık arttıkça momentum transferi de artacağından viskozite de artar. Viskoziteyi etkileyen diğer bir faktör basınçtır; ancak normal şartlarda basıncın viskozite üzerindeki etkisi ihmal edilebilecek kadar azdır.

d. Newtoniyen Olan ve Olmayan Akışkanlar: Tabiattaki akışkanların tamamı Newton Yasası'na uymaz. Bu yasaya uyan akışkanlara *Newtoniyen Akışkan*, uymayanlara ise *Newtoniyen Olmayan (Non-Newtonian) Akışkan* adı verilir. Newtoniyen akışkanlarda kayma gerilmesi ile hız gradyanı arasındaki ilişki doğrusal olup, viskozite sadece kayma gerilmesine bağlıdır ve hız gradyanından bağımsızdır. Su, Newtoniyen bir akışkan olarak kabul edilir. Newtoniyen olmayan akışkanlarda ise kayma gerilmesi ile hız gradyanı arasındaki ilişki doğrusal değildir. Çeşitli maddeler için kayma gerilmesi-deformasyon grafiği Şekil 2.4'te verilmiştir. Bunlarla ilgili kısa bilgiler şöyledir:



Şekil 2.4 Çeşitli Maddelerin Kayma Gerilmesi-Deformasyon Grafiği

Düşey Eksen: $du/dy = 0 \Rightarrow$ İdeal Katı: Hiçbir gerilme altında deformasyona maruz kalmaz. Gerçekte böyle bir madde yoktur.

Yatay Eksen: $\tau = 0 \Rightarrow$ İdeal Akışkan: Viskozitesi ve dolayısıyla kayma deformasyonuna karşı mukavemeti sıfır olan bu tür akışkanlar da tabiatta mevcut değildir.

A Eğrisi: Plastik: Belli bir kayma gerilmesine kadar deformasyona direnç gösterir; gerilme-şekil değiştirme ilişkisi doğrusal değildir (Newtoniyen olmayan madde).

B Doğrusu: Gerçek Katı: Gerilme-deformasyon grafiği doğrusaldır (Newtoniyen madde).

C Eğrisi: Plastik Benzeri (Pseudo Plastik): Newtoniyen olmayan akışkandır. Örnek; sıvı çimento.

D Doğrusu: Newtoniyen olan akışkandır. Örnek; su.

E Eğrisi: Newtoniyen olmayan bu tür maddeler "dilatant" olarak adlandırılır. Örnek; çamurlu kum.

2.5. DİĞER FİZİKSEL ÖZELLİKLER

2.5.1. Yüzeysel Gerilme

Bilindiği gibi maddeleri oluşturan moleküller arasında bir çekim kuvveti vardır. İçinde su veya başka bir sıvı bulunan bir kabın iç kısmındaki bir sıvı molekülü, her doğrultuda aynı büyüklükteki çekim kuvvetlerine maruz kalırken, su ile havanın kesişme yüzeyindeki, başka bir ifadeyle suyun üst kısmındaki moleküllerin hava ile temasta olan kısmında çekim kuvveti olmadığından, bu molekülleri dengede tutmak için suyun üst kısmında yukarı doğru çekim kuvvetleri oluşur. Bu kuvvetlere *yüzeysel gerilme (gerilim)* adı verilir. Yüzeysel gerilim kuvvetleri sıvı yüzeyini gergin bir zar gibi tutar. Bunun sonucu olarak, suya atılan ve özgül ağırlığı sudan büyük olan bazı cisimler suyun üstünde yüzer.

2.5.2. Kohezyon, Adezyon ve Kılcallık

Sıvı daneciklerinin birbirleri arasındaki çekme kuvvetine *kohezyon*, sıvı yüzeyi ile, kendisine bitişik olan katı yüzey arasındaki çekim kuvvetine ise *adezyon* denir. Bir sıvı ile bir katı yüzeyin temasta olması halinde, katı cisim ile sıvı molekülleri arasındaki çekim kuvveti (adezyon), sıvı molekülleri arasındaki çekim kuvvetinden (kohezyon) fazla ise, sıvı katı cismi ıslatır; örnek, su camı ıslatır. Aksi halde katı yüzey ıslanmaz; örnek cıva camı ıslatmaz. Bunun sonucu olarak; küçük çaplı bir tüp su içine batırıldığında tüp içersinde su seviyesi yükselir ve su yüzeyi içbükey bir hale gelir; tüp cıva içine batırıldığında ise cıva seviyesi azalır ve cıva yüzeyi dışbükey olur. Sıvı yüzeylerindeki bu yükselme ve alçalmalar *kılcallık (kapillarite)* olarak adlandırılır.

2.5.3. Buharlaşma Basıncı

Bir cismin sıvı halden gaz haline geçmesine *buharlaşma* adı verilir. Diğer gazlar gibi buharın da bir basıncı vardır ve bu basınca *buhar basıncı* denir. Belli bir zaman diliminde sıvı yüzeyinden buharlaşan moleküllerin bir kısmı geri döner. Buharlaşma miktarı ile geri dönüş miktarının eşit olduğu denge halindeki basınca *doygun buhar basıncı* denir. Sıvının sıcaklığı arttıkça moleküllerin hareketi de artacağından, buharlaşma miktarı da artar.

Çözümlü Örnekler

Örnek 2.1: 400 dm^3 hacmindeki bir yağın ağırlığı 3532 N'dur. Yağın özgül kütlesini ve özgül ağırlığını hesaplayınız.

Çözüm:

Örnek 2.2: Yatay bir düzlem üzerindeki akışkan akımında hız dağılımı $u = 0.68\,y - y^2$ şeklindedir. Burada, u (m/sn) hızı, y (m) ise katı yüzeyden uzaklığı ifade etmektedir. Sıvının dinamik viskozitesi $\mu = 7.85 * 10^{-4}$ N.s/m^2 olduğuna göre, katı cisim yüzeyindeki, yüzeyden 0.2 m ve 0.34 m uzaktaki kayma gerilmelerini hesaplayınız. Kayma gerilmesi ve hız dağılımını çiziniz.

Çözüm:

Örnek 2.3: Üzerine 1 cm kalınlığında motor yağı sürülen bir levha, yatayla 30° açı yapan eğimli bir yüzeye yerleştirilerek yağın kendi ağırlığı ile akması sağlanmıştır. Yağın üst kısmındaki akış hızı 5 cm/sn olarak ölçülmüştür. Özgül ağırlığı 7848 N/m^3 olan yağın dinamik ve kinematik vistozitelerini hesaplayınız.

Çözüm:

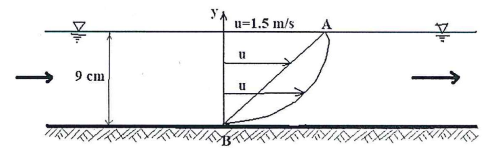
Örnek 2.4: Bir sıvının dinamik viskozitesi $\mu = 962.10^{-6}$ N.s/m^2 ve özgül ağırlığı $\gamma = 8956$ N/m^3 dür. Bu sıvının serbest yüzeyine u= 1.5 m/s'lik hız verildiği zaman sabit tabandan sırasıyla 3, 6 ve 9 cm yüksekliklerdeki hız gradyanları ve kayma gerilmelerini,

a) Hız değişimi doğrusal,

b) Hız değişimi şekilde görüldüğü üzere tepe noktası A, başlangıcı B olan parabol iken hesaplayınız.

Parabol denklemi:

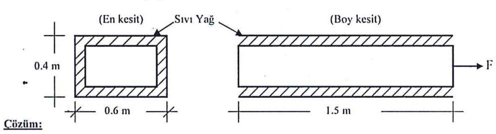
$u = 1.5 - 185.\,(0.09 - y)^2$



Çözüm:

y(m)	u(m/sn)	du/dy	

Örnek 2.5: En kesiti ve boy kesiti şekilde verilen sistemde, 0.6*0.4 m boyutlarındaki ve 1.5 m uzunluğundaki dikdörtgen kesitli profilin içine, 0.59*0.39 m ebadında başka bir profil yerleştirilmiş ve iki profilin arası sıvı yağla doldurulmuştur. Dış profil sabit tutulurken iç profil F=200 N kuvvetle çekilerek 0.30 m/sn hızla hareket ettirilmiştir. Özgül ağırlığı 8 kN/m^3 olan sıvı yağın kinematik ve dinamik viskozitelerini hesaplayınız.



Çözüm:

3. AKIŞKANLARIN STATİĞİ

3.1. GİRİŞ VE TEMEL PRENSİPLER

Durgun haldeki (hareketsiz) akışkanların mekaniği *akışkanların statiği* veya *hidrostatik* olarak adlandırılır. Durgun haldeki akışkana herhangi bir kayma gerilmesi etkimediğinden (kayma gerilmesi etkiseydi akışkan hareket ederdi), akışkanın viskozitesi mekaniği etkileyen bir parametre değildir. Daha önce de ifade edildiği gibi, bu durumda sadece akışkan parçasının yüzeyine dik normal gerilme söz konusudur. Akışkanlar çekme gerilmesine karşı dayanıklı olmadığından sadece basınç gerilmesi dikkate alınır. Bu bölümün gaye ve kapsamı aşağıdaki gibi özetlenebilir:

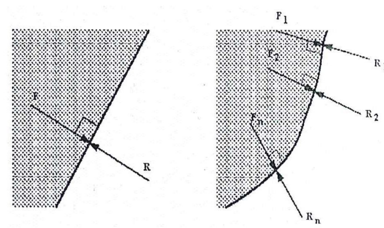
- Basınç kavramının tanıtılması,
- Basıncın derinlikle değişiminin incelenmesi,
- Basıncın su yüksekliği (head) cinsinden ifade edilmesi,
- Basıncın ölçülmesi,
- Çeşitli düzlemsel ve eğrisel yapılara ve suya batık cisimlere etkiyen hidrostatik kuvvetlerin hesaplanması.

Hidrostatikte geçerli olan temel prensipler, daha önce verilen kurallardan kolaylıkla elde edilebilir:

- Durgun haldeki bir akışkana herhangi bir kayma gerilmesi etkimez,
- Basınç kuvvetleri akışkan yüzeyine dik olarak etkir. Bu kural, hem düzlemsel ve hem de eğrisel yüzeyler için geçerlidir; eğrisel bir yüzeye etkiyen hidrostatik basınç kuvveti, yüzeyin o noktasına diktir (Şekil 3.1).

Ayrıca, katı cisimler mekaniğinde geçerli olan statik kuralları hidrostatikte de geçerlidir:

- Akışkan elemanı kendisine etkiyen kuvvetler altında dengede olduğundan, herhangi bir doğrultuda (yatay, düşey veya başka) etkiyen kuvvetlerin toplamı sıfırdır $\left(\sum x = \sum y = 0\right)$,
- Akışkan elemanına etkiyen momentlerin toplamı sıfırdır $\left(\sum M = 0\right)$.



Şekil 3.1 Düzlemsel ve Eğrisel Yüzeylere Etkiyen Hidrostatik Kuvvetler

3.2. BASINÇ

3.2.1. Basınç Kavramı

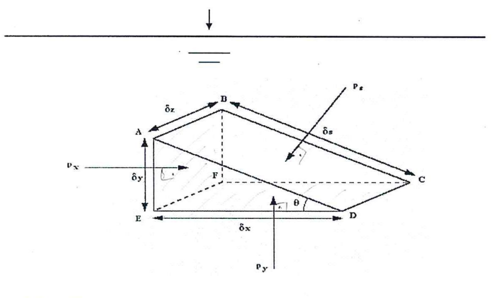
Yukarıda da ifade edildiği gibi, akışkan, kendisine temas eden bir sınır yüzeye (tabakaya) dik kuvvet uygular. Bu sınırlar çok büyük olabileceğinden ve etkiyen kuvvet bir yerden diğerine değişebileceğinden, birim alana etkiyen kuvvet olan *basınç* (pressure, p) kavramından faydalanılması uygundur. Eğer her bir birim alana etkiyen kuvvet aynı ise, basıncın *üniform* olduğu ifade edilir.

$$Basınç = \frac{Kuvvet}{Alan} \Rightarrow p = \frac{F}{A} \qquad (3.1)$$

Birimi, $N/m^2 = Pascal(Pa)$, $1Bar = 10^5 Nm^{-2} = 10^5 Pa$

3.2.2. Bir Noktadaki Basınç (Pascal Kanunu)

Dengede bulunan bir sıvı içindeki herhangi bir noktaya etkiyen basıncı hesaplamak için, Şekil 3.2'deki, boyutları δx, δy ve δz olan üçgen prizmanın x, y ve s doğrultularına etkiyen p_x, p_y ve p_s basınçları dikkate alınsın.



Şekil 3.2 Üçgen Prizma Elemana Etkiyen Basınçlar

Şekilden de görüldüğü gibi,

- p_x basıncı ABFE (alanı $\delta y\delta z$),
- p_y basıncı EFCD (alanı $\delta x\delta z$) ve
- p_S basıncı ABCD (alanı $\delta s\delta z$)

yüzeylerine dik etkimektedir. Sistem dengede olduğundan her yöndeki toplam kuvvetler sıfır olmalıdır.
x doğrultusundaki kuvvetler toplanırsa aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

- p_x basıncının kuvveti: $(F_x)_x = p_x A_{ABFE} = p_x \delta y\delta z$
- p_s basıncının x doğrultusundaki bileşeni: $(F_x)_s = -p_s A_{ABCD} Sin\theta = -p_s \delta s\delta z \dfrac{\delta y}{\delta s} = -p_s \delta y\delta z$
- p_y basıncının x doğrultusundaki bileşeni: $(F_x)_y = 0$

Sistem dengede olduğundan:

$$\sum x = 0 \Rightarrow (F_x)_x + (F_x)_s + (F_x)_y = 0 \Rightarrow p_x\delta y\delta z + (-p_s\delta y\delta z) = 0 \Rightarrow p_x = p_s \qquad (3.2a)$$

Benzer şekilde y doğrultusundaki kuvvetler toplanırsa şu eşitlikler yazılabilir:

- p_y basıncının kuvveti: $(F_y)_y = p_y A_{EFCD} = p_y \delta x\delta z$
- p_s basıncının y doğrultusundaki bileşeni: $(F_y)_s = -p_s A_{ABCD} Cos\theta = -p_s \delta s\delta z \dfrac{\delta x}{\delta s} = -p_s \delta x\delta z$
- p_x basıncının y doğrultusundaki bileşeni: $(F_y)_x = 0$
- Ağırlık kuvveti: Ağırlık=- özgül ağırlık*hacim $W = -\gamma\delta x\delta y\delta z / 2$

Sistem dengede olduğundan:

$$\sum y = 0 \Rightarrow (F_y)_y + (F_y)_s + (F_y)_x + W = 0 \Rightarrow p_y\delta x\delta z + (-p_s\delta x\delta z) - \gamma\delta x\delta y\delta z / 2 = 0$$

δx, δy ve δz boyutları çok küçük olduğundan, $\delta x\delta y\delta z$ çarpımı çok küçüktür ve ihmal edilebilir. Bu durumda eşitlik şu hale gelir:

$$p_y = p_s \qquad (3.2b)$$

(3.2a) ve (3.2b) eşitliklerinden şu sonuca ulaşılır:

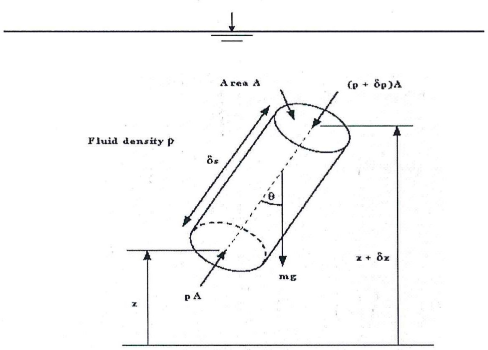
$$p_x = p_y = p_s \qquad (3.2c)$$

(3.2c) eşitliğinin anlamı, hidrostatiğin en temel kurallarından biridir: Bir noktadaki basınç, doğrultulara bağlı değildir (her doğrultuda aynıdır). Bu durum, normal gerilmelerin farklı yönlerde ayrı değerlere sahip olduğu katı cisimler mekaniğinden önemli bir farklılık göstermektedir.

3.2.3. Basıncın Derinlikle Değişimi

Suyun içinde eğik durumda olan kesit alanı A olan bir akışkan parçası dikkate alınsın (Şekil 3.3). Tabandan itibaren z ve z+δz yüksekliklerdeki basınçlar p ve p+δp olsun. Elemana etkiyen kuvvetler şunlardır:

- z kotundaki kesite dik olarak etkiyen basınç kuvveti: pA
- z+δz kotundaki kesite dik olarak etkiyen basınç kuvveti: (p+δp)A
- Akışkan parçacığının ağırlığı: $\gamma A\delta s$



Şekil 3.3 Basıncın Derinlikle Değişimi

Sistem dengede olduğundan, herhangi bir yönde etkiyen bileşke kuvvetlerin toplamı sıfır olmalıdır. Akışkan parçacığının ekseni doğrultusunda aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$pA-(p+\delta p)A-\gamma A\,\delta s Cos\theta=0 \Rightarrow \frac{\delta p}{\delta s}=\frac{dp}{ds}=-\gamma Cos\theta \qquad (3.3.a)$$

Akışkan parçacığının yatay eksende yer alması durumunda $\theta = 90^0$ olacağından

$$\frac{dp}{dx}=0 \qquad (3.3b)$$

elde edilir. Buna göre, yatay bir düzlemde basınç sabittir. Benzer şekilde, akışkan parçacığının düşey eksende yer alması durumunda $\theta = 0^0$ olacağından aşağıdaki eşitlik elde edilir:

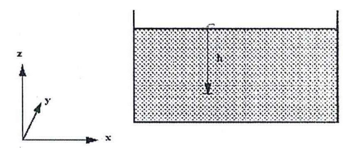
$$\frac{dp}{dz}=-\gamma \qquad (3.3.c)$$

Bu eşitlik, sonlu farklar cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{p_2-p_1}{z_2-z_1}=-\gamma \Rightarrow (p_2-p_1)=-\gamma(z_2-z_1) \qquad (3.3d)$$

(3.3c) eşitliği integre edilirse şu hale gelir:

$$dp=-\gamma dz \Rightarrow p=-\gamma z+C \qquad (3.3e)$$



Şekil 3.4 Üst Kısmı Atmosfere Açık Kap

Üst kısmı atmosfere açık olan Şekil 3.4'teki kaptaki suda, su yüzeyinden itibaren h derinlikteki basınç, $z=-h$ yazılarak

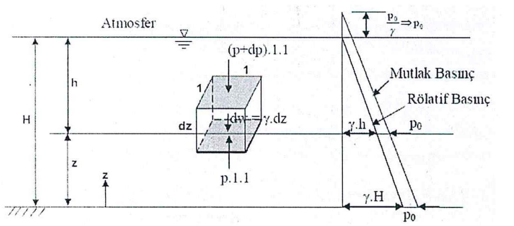
$$p=\gamma h+C \qquad (3.4a)$$

elde edilir. C sabitinin belirlenmesi için sınır şart olarak, su yüzeyinde (h=0) basıncın atmosfer basıncına (p_0) eşit olduğu dikkate alınırsa

$h=0$ iken $p=p_0 \Rightarrow C=p_0$ elde edilir. Bu değer yukarıda yazılırsa

$$p=p_m=p_0+\gamma h \qquad (3.4b)$$

elde edilir. Bu eşitlikle elde edilen basınca ***mutlak basınç (absolute pressure)*** adı verilir. Mutlak basınçtan, atmosfer basıncı çıkarıldığında ***rölatif basınç (gauge pressure)*** elde edilir (Şekil 3.5).



Şekil 3.5. Basınç-Derinlik Grafiği

$$p_r = p_m - p_0 = \gamma h \tag{3.4c}$$

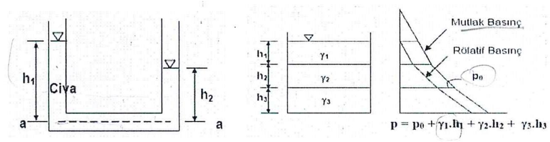
Uygulamada çoğu defa rölatif basınç dikkate alınır. Bu eşitlik yardımıyla hesaplanan

$$h = \frac{p}{\gamma} \tag{3.4d}$$

şeklindeki ifadeye *basınç yüksekliği (head)* adı verilir.

(3.4 a,b,c) eşitliklerine göre, durgun bir sıvıda basınçların eşit olması için gerekli tek şart, derinliğin aynı olmasıdır; başka bir ifadeyle basınçların eşit olduğu noktalar bir yatay düzlem üzerindedir; bu düzleme *nivo yüzeyi* adı verilir.

U şeklindeki birleşik bir kaba sıvı konduğunda kabın her iki kolundaki sıvı yüksekliklerinin, dolayısıyla sıvı yüzeylerinin aynı olması, basınç-derinlik eşitliğinin en önemli uygulama alanlarından biridir (Şekil 3.6 a). Diğer bir uygulama alanı şudur: Bir kabın içine $h_1, h_2, ..., h_n$ yüksekliklerinde değişik özgül ağırlıklı $(\gamma_1 < \gamma_2 < ... < \gamma_n)$ sıvılar konduğunda tabandaki rölatif basınç $\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + ... + \gamma_n h_n$ olur (Şekil 3.6b).



a. Bileşik Kaplar

b. Değişik Özgül Ağırlıklı Sıvılar

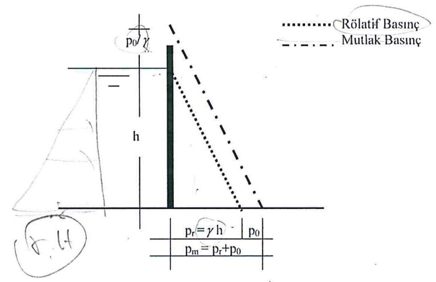
Şekil 3.6. Basınç-Derinlik Eşitliğinin Uygulama Alanlarından Örnekler

3.2.4. Düşey Düzlemsel Yüzeylere Etkiyen Basınç

Basınç-derinlik eşitliklerine göre (3.4b ve 3.4 c), basınç-derinlik grafiği çizildiğinde eğimi γ olan bir doğru elde edilir. Gerçekten de eşitliklerin türevi alındığında aşağıdaki denklem elde edilir:

$$(p = p_m = p_0 + \gamma h), (p_r = p_m - p_0 = \gamma h) \Rightarrow \frac{dp}{dh} = \gamma \tag{3.5}$$

Bu durumda, bir düşey duvara etkiyen basınç diyagramı Şekil 3.7'deki gibi olur.



Şekil 3.7. Düşey Bir Duvara Etkiyen Rölatif ve Mutlak Basınç

belirli

g.s.v.

3.2.5. Hidrostatik Paradoks

(3.4c) eşitliğine göre, içinde sıvı bulunan bir kabın tabanına etkiyen basınç, sadece sıvının özgül ağırlığı ile yüksekliğine bağlıdır. Buna göre, içinde aynı yükseklikte (h), aynı özgül ağırlıkta (γ) sıvı bulunan ve taban alanları aynı (A) olan Şekil 3.8'deki kapların tabanına etkiyen kuvvet aynıdır:

$E = P/A$

$$p = \gamma h \Rightarrow F = pA = \gamma hA \qquad (3.6)$$

Oysa kaplardaki sıvının ağırlığı, kabın şekline bağlı olarak değişmektedir. Buna göre; kabın tabanındaki basınç kuvveti (F) ile kaptaki sıvının ağırlığı (W) her zaman aynı değildir. İlk bakışta çok doğru gibi görülmeyebilen bu gerçeğe ***hidrostatik paradoks (tezat)*** denir. Mesela (a)'da bu iki kuvvet eşitken (b)'de W>F, (c) ve (d)'de ise F>W'dir.

(a) W=F (b) W>F (c) F>W (d) F>W

Şekil 3.8 Hidrostatik Paradoks

3.3. BASINCIN ÖLÇÜMÜ

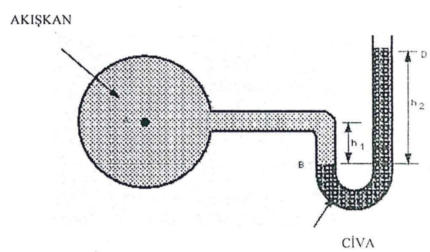
Bir akışkanın basıncını ölçmek için kullanılan cihazların genel adı *manometre*'dir. Manometre, bir ucu ölçüm yapılacak noktaya bağlanmış ve içinde, özgül ağırlığı basıncı ölçülecek akışkanın özgül ağırlığından daha fazla olan bir akışkan bulunan bir plastik veya cam tüptür (borudur) (Şekil 3.7). Her iki akışkanın birbirine karışmaması gerekir. Hem bu şartı sağlayan ve hem de özgül ağırlığı çok fazla olan bir akışkan olduğundan manometrelerde genellikle civa kullanılmaktadır. Manometreler yardımıyla basınç ölçülürken, manometredeki sıvının yüksekliği ölçülerek, basınç-derinlik eşitliği (3.4c ve 3.4d eşitlikleri) yardımıyla basınç hesaplanır. Manometreler, iki uç arasındaki basınç farkını ölçer; dolayısıyla tüpün (borunun) bir ucundaki basıncın bulunabilmesi için diğer ucundaki basıncın bilinmesi gerekir. Bu sebeple, manometrenin bir ucu atmosfere açık bırakılarak bu uçtaki rölatif basıncın sıfır olmasından hareketle diğer uçtaki basınç hesaplanır. Aksi halde, manometre yardımıyla sadece iki nokta arasındaki basınç farkı hesaplanır.

Şekil 3.9'daki manometre yardımıyla, sol taraftaki akışkanın A noktasındaki basınç, sağ taraftaki bir ucu atmosfere açık, diğer ucu basıncı ölçülecek akışkana bağlanmış olan civalı manometre yardımıyla ölçülmek istenmektedir. Akışkanın ve civanın özgül ağırlıkları sırasıyla γ_A ve γ_C'dır. Aynı yatay düzlemde (nivo yüzeyi) bulunan B ve C noktalarındaki basınçlar eşittir $(p_B = p_C)$. Kolaylık olması açısından rölatif basınçlar dikkate alınırsa, manometrenin sağ kolundaki atmosfer basıncı sıfır olur. Bu durumda aşağıdaki eşitlik kolaylıkla yazılabilir:

$$p_B = p_A + \gamma_A h_1 = p_C = \gamma_C h_2 \Rightarrow \boxed{p_A = \gamma_C h_2 - \gamma_A h_1} \qquad (3.7a)$$

Eğer basıncı ölçülecek olan akışkan bir gaz ise gazın özgül ağırlığı civanınkinden çok küçük olduğundan $(\gamma_A << \gamma_C)$ eşitlik şu hale gelir: ihmal et.

$$p_A = \gamma_C h_2 \qquad (3.7b)$$



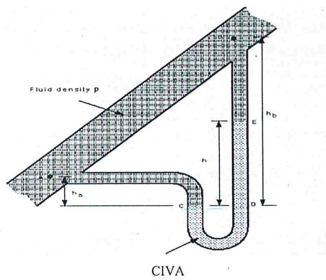
Şekil 3.9. Manometre Yardımıyla Basıncın Ölçülmesi

Eğer manometre basınçlı bir kaba Şekil 3.10'daki gibi iki noktadan bağlanırsa, iki nokta arasındaki basınç farkı da hesaplanabilir. Şekil 3.10'da A ve B noktaları arasındaki basınç farkı ölçülmek isteniyor; aynı nivo yüzeyindeki C ve D noktalarındaki basınçlar eşittir:

$\boxed{P_C = P_0 + h_2 . \gamma_{civa}}$

$P_B = P_C \Rightarrow$

$\boxed{P_B = P_A + h_1 . \gamma_A}$



Şekil 3.10. Manometre Yardımıyla Basınç Farkının Ölçülmesi

$$p_C = p_A + \gamma_A h_a = p_D = p_B + \gamma_A (h_b - h) + \gamma_C . h \tag{3.8a}$$

Bu eşitlik yardımıyla basınç farkı şöyle bulunur:

$$p_A - p_B = \gamma_A (h_b - h - h_a) + \gamma_C . h \tag{3.8b}$$

Eğer basıncı ölçülecek olan akışkan bir gaz ise gazın özgül ağırlığı cıvanınkinden çok küçük olduğundan ($\gamma_A << \gamma_C$) eşitlik şu hale gelir:

$$p_A - p_B = \gamma_C . h \tag{3.8c}$$

Manometreler basınç ölçümü yapılacak cihaza bağlanırken bağlantı yeri civarı yuvarlatılmalıdır, aksi halde sivri uçlar, hatalı basınç ölçümü sonucunu doğuran yerel basınç değişimlerine sebep olabilir. Manometreler. basit olmaları ve herhangi bir kalibrasyona (ölçüm ayarı) gerek duymamaları sebebiyle basınç ölçümünde önemli avantajlara sahiptir ve sıkça kullanılmaktadır. Ancak, iki önemli dezavantajları vardır:

- Basınç değişimlerine çabuk tepki vermezler; ani değişen basınçların ölçümünden ziyade basıncın yavaş değiştiği durumlarda kullanılabilirler,
- Az miktardaki basınç değişimlerinde civa seviyesi fazla değişmeyeceğinden, hassas okuma yapmak zordur. Bu durumda ya özgül ağırlığı civadan daha az olan bir sıvı kullanılır; ya da

civa kolu eğimli yapılarak daha uzun olan eğik kolda daha uzun bir mesafe ölçülerek okuma hassasiyeti artırılır.

3.4. BATIK YÜZEYLERE ETKİYEN HİDROSTATİK KUVVETLER

Daha önceki bölümlerde, statik haldeki akışkanların mekaniği (hidrostatik) ile ilgili olarak edinilen bilgiler şöyle özetlenebilir:

- Herhangi bir noktadaki basınç, her doğrultuda eşittir (Pascal Yasası);
- Akışkan ile bir sınır yüzey arasındaki kuvvetler sınır yüzeye dik olarak etkir;
- Aynı akışkan içinde eşit derinlikteki noktalardaki basınçlar eşittir (nivo yüzeyi);
- Basıncın derinlikle değişimi, eğimi akışkanın özgül ağırlığına eşit olan doğrusal bir fonksiyon şeklindedir.

Bu bölümde, suya kısmen veya tamamen batmış olan düzlemsel ve eğrisel yüzeylere etkiyen hidrostatik basınç kuvvetleri incelenecektir. Bu işlem gerçekleştirilirken

- skaler bir büyüklük olan ve her yönde aynı olan basınç ile
- vektörel bir büyüklük olan (hem büyüklüğü ve hem de yönü olan) basınç kuvveti

arasındaki fark dikkate alınmalıdır.

3.4.1. Genel İlkeler

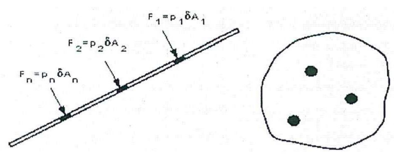
Şekil 3.1deki düzlem yüzey incelendiğinde, toplam yüzey alanının, farklı basınçlara maruz kalan ve farklı alanlara (dA) sahip pek çok alt alandan (bölgeden) meydana geldiği dikkate alınarak, toplam (bileşke) kuvvetin (R), her bir alt alanın basıncı ile alanının çarpımının toplamına eşit olduğu açıktır.

$$F_i = p_i dA_i = \gamma h_i dA_i \quad , \quad R = \sum F_i = \sum p_i dA_i = \gamma \sum h_i dA_i \tag{3.9a}$$

Bileşke kuvvetin etkidiği noktaya *basınç merkezi* adı verilir. Buna göre, düzlem bir yüzeye etkiyen bileşke kuvvet, yüzeye dik olarak basınç merkezine etkir. Düzlemsel yüzeyin yatay olması durumunda her nokta aynı derinlikte sıvıya maruz kalacağından her noktadaki basınç aynı olur ve bileşke kuvvet şöyle olur:

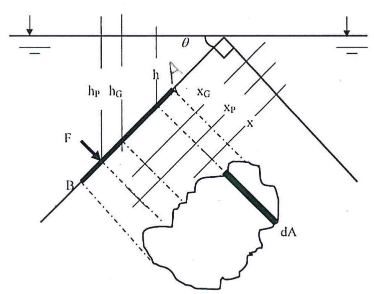
$$R = \sum pA = p \sum A \tag{3.9b}$$

Eğrisel yüzeylerde ise, her bir elemana ayrı büyüklükte, fakat her biri etkidiği elemana dik olacak yönde kuvvetler etkir. Bileşke kuvvetin büyüklük ve yönü, her bir bileşen kuvvet ayrı ayrı koordinat sistemine taşınarak bileşenlerin bileşkesi hesaplanarak elde edilir.



Şekil 3.11. Farklı Düzlem Alanlara Etkiyen Kuvvetler

3.4.2. Düzlem Yüzeylere Etkiyen Kuvvetler



Şekil 3.12 Düzlem Yüzeylere Etkiyen Kuvvetler

Şekil 3.12'de, yatayla θ açısı yapan eğik ve rastgele şekilli AB düzlem yüzeyine etkiyen kuvvetle ilgili temel büyüklükler gösterilmiştir. Şeklin alanı A, ağırlık merkezi G, basınç merkezi (bileşke

kuvvetin etkidiği yer) P, düşey ve eğik mesafeler sırasıyla h ve x ile gösterilirse, sonsuz küçük dA alanına etki eden basınç ve basınç kuvveti şöyle bulunur:

$$p=\gamma h\ ,\ \ dF = pdA \tag{3.10a}$$

AB yüzeyine etkiyen bileşke kuvvet, dF kuvvetinin dA alanı üzerinde integre edilmesiyle bulunur:

$$F=\int_A dF=\int_A pdA=\gamma\int_A hdA=\gamma h_G A \tag{3.10b}$$

Bu eşitlikteki $\int_A hdA$ ifadesi alanın statik momentidir ve mekanikten bilindiği gibi $h_G A$'ya eşittir.

Burada h_G, ağırlık merkezinin su seviyesine olan düşey mesafesidir ve $h_G=\frac{1}{A}\int_A hdA$ şeklinde tanımlanır. (3.9b) denklemine göre, AB yüzeyine etkiyen bileşke basınç kuvveti, yüzeyin ağırlık merkezindeki basınç ile yüzey alanının çarpımına eşittir.

$$p_G=\gamma h_G \Rightarrow F=p_G A \tag{3.10c}$$

Statik halde kayma gerilmeleri söz konusu olmayacağından (Bakınız Bölüm 2.1, kayma gerilmesi etkimesi durumunda akım söz konusu olur), hidrostatik basınç kuvvetinin bileşkesi daima etkidiği yüzeye diktir. Yüzeyle yatay arasındaki θ açısı ne olursa olsun aynı derinlikteki yüzeyler için bu kuvvetin şiddeti değişmez, ancak yönü ilgili yüzeye dik olacak şekilde değişebilir.

Bileşke kuvvetin şiddeti ve yönü belirlendikten sonra, etkime noktasının da belirlenmesi gerekir. Özellikle çeşitli noktalara göre moment hesabının gerekli olması halinde bu daha da önemli olur. Bileşke kuvvet, sanıldığının aksine enkesitin ağırlık merkezine değil, daha aşağıdaki bir noktaya etkir. Etkime noktası ile ağırlık merkezi arasındaki mesafe aşağıdaki eşitlikten bulunur:

$$x_P-x_G=\frac{I_G}{Ax_G}\quad \text{veya}\quad h_P-h_G=\frac{I_G Sin^2\theta}{Ah_G} \tag{3.11}$$

Burada I_G, yüzeyin ağırlık merkezine göre atalet momentidir. Çeşitli şekillerin atalet momentleri Tablo 3.1'de sunulmaktadır.

Tablo 3.1. Çeşitli Şekillerin Atalet Momentleri

Şekil	Atalet Momenti	Boyutlar
Dikdörtgen	$bh^3/12$	b; taban,
Üçgen	$bh^3/36$	h; yükseklik
Daire	$\pi R^4/4$	R; yarıçap
Yarım Daire	$0.1102R^4$	

Buraya kadar çıkarılan ifadeler, akışkanın üst kısmındaki basıncın atmosfer basıncına eşit olduğu durumlar için geçerlidir. Bu basıncın fazla veya az olması halinde basınç değeri akışkan yüksekliğine çevrilerek $(h = p/\gamma)$ bu yükseklik kadar akışkan kütlesi eklenir ve çıkarılır ve bütün hesaplar bu yeni duruma göre yapılır.

3.4.3. Eğrisel Yüzeylere Etkiyen Kuvvetler

Düzlem yüzeyler için geçerli olan kurallar, eğrisel yüzeyler için geçerli değildir. Çünkü yüzeyin eğri olması sebebiyle, dA alanına sahip her bir elemana etkiyen $dF = pdA$ kuvvetlerinin yönleri yüzeye dik olacağından kuvvetler birbirine paralel değildir. Bu sebeple bileşke kuvvet, bileşenlerin toplamı şeklinde elde edilemez. Eğrisel yüzeylere etkiyen kuvvetleri yatay ve düşey kuvvetler şeklinde ikiye ayırıp ayrı ayrı hesaplamak kolaylık sağlamaktadır.

a. Yatay Kuvvetler Her bir dA alanlı elemana etkiyen $dF = pdA$ kuvveti elemanın tam merkezine etkir. Bu kuvvetin x (yatay) doğrultusundaki bileşeni

$$dF_x = pdASin\theta = pdA_x \tag{3.12a}$$

şeklinde hesaplanır. Burada θ, eğri yüzeyin o noktadaki teğetinin yatayla yaptığı açı, dA_x ise dA alanının düşeydeki izdüşümüdür. Toplam yatay kuvvet ise şöyle hesaplanır:

$$F_x = \int_A pdA_x = \gamma\int_A hdA_x = \gamma h_G A_x \tag{3.12b}$$

Bu kuvvetin, düzlemsel yüzeylere etkiyen yatay kuvvetten tek farkı, alan olarak düşeydeki izdüşüm alanının (A_x) hesaba katılmasıdır.

b. Düşey Kuvvetler: dA alanlı elemana etkiyen $dF = pdA$ kuvvetinin y (düşey) doğrultusundaki bileşeni şöyledir:

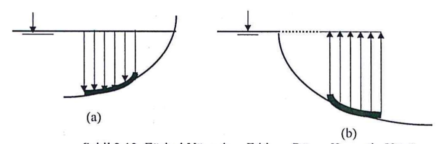
$$dF_y = pdACos\theta = pdA_y \tag{3.13a}$$

Burada dA_y dA alanının yataydaki izdüşümüdür. Toplam düşey kuvvet ise şöyle hesaplanır:

$$F_y = \int_A pdA_y = \gamma\int_A hdA_y = \gamma\int_V dV = \gamma V \tag{3.13b}$$

Burada $V = \int_V dV = \int_V hdA_y$ ifadesi, elemanın üzerindeki akışkanın hacmini vermektedir.

Düşey kuvvetin yönü şöyle belirlenir: Eğer elemanın üzerindeki sıvı elemanla temas halinde ise (Şekil 3.13a) kuvvet aşağıya doğru; elemanla temas halinde değilse (Şekil 3.13b), Archimedes Kanunu gereği yukarı doğru olur.



Şekil 3.13. Eğrisel Yüzeylere Etkiyen Düşey Kuvvetin Yönü

c. Bileşke Kuvvet:

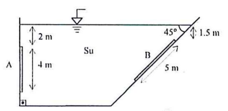
Bileşke kuvvet, yatay ve düşey kuvvetlerin bileşkesi şeklinde şöyle hesaplanır:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \tag{3.14}$$

3.4.4. Yüzen Cisimlerin Dengesi

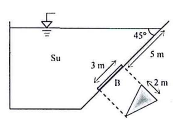
Bir katı cisim bir sıvı içine batırıldığında katı cisim, Archimedes Kanunu'na göre katı, yer değiştirmesine sebep olduğu sıvının ağırlığı kadar bir kuvvetle yukarı kaldırılır, başka bir ifadeyle cismin ağırlığı o kadar azalır. Cisme etkiyen yatay kuvvetler birbirini dengeler. Cismin ağırlığı kaldırma kuvvetinden küçükse cisim yüzer, büyükse cisim batar.

<u>Örnek 3.6:</u> Şekildeki A ve B dikdörtgen kapaklarının şekil düzlemine dik boyutları 2 m'dir. Her iki kapağa etkiyen kuvvetleri ve etkime noktalarını hesaplayınız. γ_{su}= 9810 N/m^3



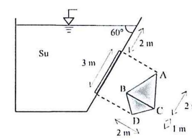
<u>Çözüm:</u>

<u>Örnek 3.7:</u> Şekilde verilen üçgen kesitli B kapağına etkiyen bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve etkime noktasını (derinliğini) hesaplayınız. γ_{su}= 9810 N/m^3



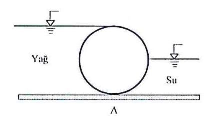
<u>Çözüm:</u>

<u>Örnek 3.8:</u> ABCD kapağı yatayla 60° açı yapacak şekilde suya batırılmıştır. ABCD kapağına etkiyen kuvvetin büyüklüğü ve etkime noktasının (basınç merkezi) su seviyesine düşey mesafesini (derinliğini) hesaplayınız. γ_{su}= 9810 N/m^3



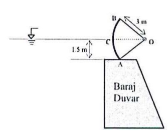
<u>Çözüm:</u>

<u>Örnek 3.9:</u> Şekil düzlemine dik uzunluğu 1 m, çapı 2 m olan içi boş silindirik cisim A noktasında mesnetlenmiştir. Cismin sol kısmı tamamen sıvı yağa, sağ kısmı ise yarıya kadar suya batmıştır. Denge halinde A noktasındaki mesnet tepkisi $\overleftarrow{R_x}$=9.81 kN'dur. Sıvı yağın özgül ağırlığını hesaplayınız. Cismin ağırlığı 1962 N olduğuna göre A'daki düşey mesnet tepkisinin büyüklük ve yönünü belirleyiniz. γ_{su}= 9810 N/m^3



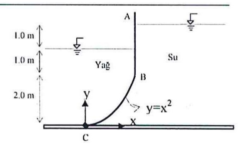
<u>Çözüm:</u>

Örnek 3.10: Daire yayı şeklindeki AB kapağı dairenin merkezindeki O noktası etrafında mafsallıdır. Kapağın şekil düzlemine dik uzunluğu (genişliği) l=10 m'dir.
a) Kapağa tesir eden su basıncı kuvvetinin yatay ve düşey bileşenlerini hesaplayınız.
b) O noktası etrafında bir dönmenin oluşup oluşmayacağını inceleyiniz
(kapağın ağırlığı ve mafsalda oluşacak sürtünme kuvvetleri ihmal edilecektir). γ_{su}= 9.81 kN/m^3



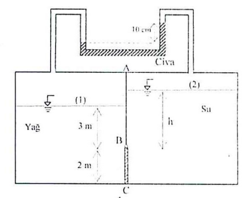
Çözüm:

Örnek 3.11: Şekildeki AB düşey duvarı ile BC eğrisel kapağı ($y=x^2$), özgül ağırlığı 7.848 kN/m^3 olan sıvı yağ ile suyu birbirinden ayırmaktadır. BC eğrisel kapağına etkiyen yatay, düşey ve bileşke kuvvetlerin yön ve büyüklüklerini hesaplayınız. Şekil düzlemine dik olan uzunluk 1 m'dir. γ_{su}= 9.81 kN/m^3



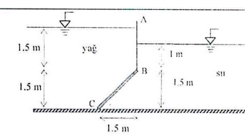
Çözüm:

Örnek 3.12: AB düşey levhası ile BC düşey kapağı, özgül ağırlığı 8.339 kN/m^3 olan yağ ile suyu birbirinden ayırmaktadır. (1) ve (2) yüzeylerinde basınçlı hava vardır. BC kapağının B mafsalı etrafında açılmaması için h değeri kaç olmalıdır. Şekil düzlemine dik olan uzunluk 1 m'dir. γ_{civa}= 133 kN/m^3, γ_{su}= 9.81 kN/m^3



Çözüm:

Örnek 3.13: Şekildeki BC kapağına etkiyen yatay ve düşey kuvvetleri ve kapağın C mafsalı etrafında dönmemesi için gereken momentin büyüklük ve yönünü hesaplayınız. Şekil düzlemine dik boyut 1 m'dir. Kapağın ağırlığı ihmal edilecektir.
$\gamma_{yağ}$ = 8.829 kN/m^3, γ_{su}= 9.81 kN/m^3



Çözüm:

Hareket

4. AKIŞKANLARIN DİNAMİĞİ

4.1. GİRİŞ

4.1.1. Genel Bilgiler

Bu bölümde, hareket halindeki akışkanların mekaniği (akışkanların dinamiği) incelenecektir. Akışkan akımı ile ilgili olaylarla sıkça karşılaşılmaktadır. Su akımının en önemli iki uygulama alanı borulardaki ve açık kanallardaki akımlardır. Bunlardan başka; su dalgaları, fırtınalar, çeşitli atmosferik olaylar vb olaylarla günlük hayatta karşılaşılmaktadır. Bütün bu ve benzeri olayların analizinde akışkanların dinamiği prensiplerinden yararlanılmaktadır.

Her ne kadar akışkanların dinamiği ile katı cisimlerin dinamiği benzer temel yasalara dayanılarak çözülse de, hareket halindeki akışkanların mekaniğinin incelenmesi, hem katı cisimlerinkine ve hem de durgun haldeki akışkanların mekaniğine oranla çok daha zordur. Çünkü akışkana etkiyen çeşitli dış etmenler hem zamana ve hem de yere göre değişmektedir. Durgun haldeki akışkanların mekaniğinde etkin olan tek gerilme basınç gerilmesi olduğu halde, akışkanların dinamiğinde kayma gerilmesi ve dolayısıyla akışkanın viskozitesi de etkin olmaktadır. Ayrıca, hidrostatikte karşılaşılmayan hız, ivme, momentum vb fiziksel faktörlerle hidrodinamikte sıkça karşılaşılmaktadır. Hidrodinamik analiz için geliştirilen çeşitli matematiksel ifadeler konuyla ilgili çeşitli problemlerin tam olarak çözülmesinde yeterli olamamakta, çoğu defa deneysel çalışmalardan (fiziksel modeller) elde edilen veriler de kullanılarak akışkanın davranışı belirlenmeye çalışılmaktadır.

4.1.2. Akışkan Hareketinde Etkin Olan Başlıca Kuvvetler

Akışkanların hareketinde etkin olan kuvvetler dört ana gruba ayrılır:

- Kütlesel (Hacimsel) Kuvvetler: İncelenen akışkan elemanının tüm hacmi boyunca etkin olan yerçekimi ve merkezkaç kuvvetleri gibi kuvvetlerdir.
- Yüzeysel Kuvvetler: Akışkan elemanlarının birbirlerine olan temaslarından meydana gelen bu kuvvetler de, kayma (sürtünme) ve basınç kuvvetleri olmak üzere ikiye ayrılır.

- Atalet Kuvveti: Akışkan elemanının hareketinden dolayı teşekkül eden atalet (eylemsizlik) kuvveti; kütle ile ivmenin çarpımına eşittir ($F = ma$).
- Elastik Kuvvet: Akışkanın şekil değiştirmesinden dolayı oluşan kuvvettir. Bu kuvvet sadece gaz akımları ile kararsız (zamanla değişen) sıvı akımlarında önemli hale gelir.

4.1.3. Temel İlkeler ve Denklemler

Dinamik haldeki akışkan problemlerinin çözümü, başlıca üç ilkeye (prensibe) dayanır; bu üç prensibe dayanarak temel denklemler elde edilir:

- Kütlenin Korunumu İlkesi: Bu ilkenin uygulanmasıyla *süreklilik denklemi* elde edilir.
- Enerjinin Korunumu İlkesi: Bu ilke yardımıyla *enerji denklemi* elde edilir. (Bernoulli)
- Momentumun Korunumu İlkesi: Bu ilke uygulanarak *hareket denklemleri* elde edilir.

4.1.4. Akışkan Türleri

Akışkanlar, ideal (sürtünmesiz) ve gerçek (sürtünmeli) olma üzere iki ana gruba ayrılır.

$\tau = 0$

- İdeal Akışkan: Viskozitesi (akıma karşı direnci veya içsel sürtünmesi) sıfır olan akışkandır. Bu akışkanın akımında, üniform bir hız dağılımı söz konusudur (Şekil 2.2.b).
- Gerçek (Viskoz) Akışkan: Viskozite etkileri dikkate alınan akışkandır. Bu akışkanın akımında, hız dağılımı üniform değildir (Şekil 2.2.a).

$\tau \neq 0$

Uygulamadaki akışkanların tümü gerçek akışkandır ve bu akışkanların akımında sürtünme sebebiyle bir enerji kaybı olmaktadır. Ancak, sürtünme etkilerinin çok az olduğu durumlarda (ya sürtünmenin küçük bir alanda etkili olması veya akışkan tabakalarının birbirlerine göre rölatif hareketlerinin çok az olması durumlarında) bu etkiler ihmal edilebilir ve bu durumda akışkan ideal akışkan olarak kabul edilebilir.

4.2. AKIM TÜRLERİ

Akımlar, çeşitli kriterlere göre sınıflandırılır:

4.2.1. Zamansal ve Yerel Değişim Kriterine Göre Sınıflandırma

Akım alanındaki herhangi bir noktadaki hız, derinlik, basınç, kesit alanı vb akım ile sıcaklık, viskozite, özgül ağırlık vb akışkan karakteristikleri (E) zamanın (t) ve bulunduğu yerin (konumun, noktanın) (x, y, z) bir fonksiyonudur:

$$E = f(t, x, y, z) = f(t, s) \qquad (4.1)$$

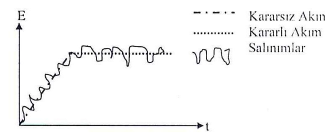
Burada s yer (konum) vektörüdür. Bu durumda, akım karakteristiklerinin zamana ve yere göre değişip değişmediğine göre akımlar şöyle sınıflandırılır:

a. Kararlı ve Kararsız Akımlar: Kriter olarak zamana göre değişimin dikkate alınması halinde akımlar *kararlı akımlar* ve *kararsız akımlar* şeklinde iki gruba ayrılır:

(permanent)

- Kararlı Akımlar: Akımın herhangi bir noktasındaki akım ve akışkan karakteristiklerinin zamana göre değişmeyip sabit kaldığı (zamandan bağımsız olduğu) akımlara *kararlı* (permanant, zamana göre değişmeyen) akımlar (steady flow) denir. Kararlı akımlarda akım ve akışkan karakteristiklerinin zamana göre kısmi türevleri sıfırdır ($\frac{\partial E}{\partial t} = 0$).

- Kararsız Akımlar: Akımın herhangi bir noktasındaki akım ve akışkan karakteristiklerinin zamana göre değiştiği (zamana bağımlı olduğu) akımlara *kararsız* (permanant olmayan, zamana göre değişen) akımlar (unsteady flow) denir. Kararsız akımlarda akım ve akışkan karakteristiklerinin zamana göre kısmi türevleri sıfırdan farklıdır ($\frac{\partial E}{\partial t} \neq 0$). Gerçekte tüm akım karakteristikleri zamanla az da olsa değişim gösterir. Ancak bunların ortalamaları zamana göre sabit kalıyorsa bu tür akımlar da kararlı akım olarak kabul edilir (Şekil 4.1).



Şekil 4.1. Kararlı ve Kararsız Akım

b. Üniform Olan ve Olmayan Akımlar: Kriter olarak yere (konuma) göre değişimin dikkate alınması halinde akımlar *üniform akımlar* ve *üniform olmayan akımlar* şeklinde iki gruba ayrılır:

- Üniform Akımlar: Akımın herhangi bir noktasındaki akım ve akışkan karakteristiklerinin yere göre değişmeyip sabit kaldığı (konumdan bağımsız olduğu) akımlara *üniform* (konuma göre değişmeyen) akımlar (uniform flow) denir. Üniform akımlarda akım ve akışkan karakteristiklerinin yere göre kısmi türevleri sıfırdır. ($\frac{\partial E}{\partial s} = 0$)

- Üniform Olmayan Akımlar: Akımın herhangi bir noktasındaki akım ve akışkan karakteristiklerinin yere göre değiştiği (konuma bağımlı olduğu) akımlara *üniform olmayan* (konumza göre değişen) akımlar (non-uniform flow) denir. Üniform olmayan akımlarda akım ve akışkan karakteristiklerinin konuma göre kısmi türevleri sıfırdan farklıdır ($\frac{\partial E}{\partial s} \neq 0$).

c. Genel Sınıflandırma: Yukarıda verilen dört farklı akım türünün kombinasyonuyla dört farklı akımla karşılaşılabilir:

- Kararlı Üniform Akım: Akım ve akışkan karakteristikleri zamana ve konuma göre değişmeyen bu akımlar, en basit ve incelenmesi en kolay akımlardır. Mesela, sabit çaplı ve sabit debili bir borudaki akım kararlı ve üniform bir akımdır.

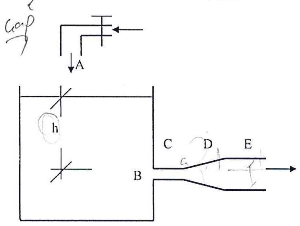
- Kararlı Üniform Olmayan Akım: Karakteristikler zamana göre değişmez, ancak konumdan konuma farklılık gösterir. Debisi sabit çapı değişken bir borudaki akım veya sabit debili bir tabii kanaldaki (akarsu) akım bu tür akıma birer misaldir.

- Kararsız Üniform Akım: Karakteristiklerin zamana göre değişip yere bağımlı olmadığı bu akıma örnek olarak terfili bir boru hattında pompanın yavaş yavaş durdurulduğu akım verilebilir.

- Kararsız Üniform Olmayan Akım: Akım ve akışkan parametrelerinin hem zamana ve hem de yere göre değiştiği bu akımlar, incelenmeleri en zor akımlardır. Bir taşkın anında akarsulardaki akımlar bu tür akımlara güzel bir misal teşkil eder.

Yukarıda açıklanan akım türleri, Şekil 4.2'deki hazne (depo)-boru sisteminde farklı durumlara göre şöyle örneklendirilebilir:

- A borusundan hazneye giren debi ile BE borusundan çıkan debi aynı ise, (haznedeki su derinliği h zamanla değişmiyorsa) akım kararlı akımdır. Bu durumda B-C ve D-E arasındaki akım kararlı üniform, C-D arasındaki akım ise kararlı üniform olmayan akımdır.
- A borusundan hazneye giren debi ile BE borusundan çıkan debi aynı değilse, (haznedeki su derinliği zamanla değişiyorsa) akım kararsız akımdır. Bu durumda B-C ve D-E arasındaki akım kararsız üniform, C-D arasındaki akım ise kararsız üniform olmayan akımdır.



Şekil 4.2. Hazne-Boru Sistemi

Bu dersin kapsamında sadece, yukarıdaki gruplar içinde en basiti olan kararlı üniform akımlar incelenecektir. Bu akımlar için geçerli olan ifade ve kurallar, diğer akım türlerinin de esasını oluşturmakla beraber, her akım türünün kendine has zorlukları ve bunlara uygun çözüm teknikleri vardır. (Üniform olmayan akımlar "Hidrolik" Dersi kapsamında incelenecektir. Kararsız akımlar ise lisans üstü düzeyde "Değişken Akımların Hidroliği" kapsamında incelenmektedir).

Sıkışmaz kabul edeceğiz

4.2.2. Akışkan Özelliklerine Göre Sınıflandırma

Akımlar, akışkanın özelliklerine göre iki ana gruba ayrılır:

a. Sıkışabilen ve Sıkışmayan Akımlar: Bölüm 2.4.1'de de belirtildiği gibi, akışkanlar basınç altında az da olsa sıkışırlar. Ancak pratikte bu sıkışma miktarı genelde ihmal edilebilecek düzeydedir. Akımlar, buna göre sıkışabilen ve sıkışmayan akımlar diye iki gruba ayrılır. Bir akımda sıkışma etkisinin dikkate alınıp alınmayacağı konusunda aşağıda tanımlanan Mach Sayısı bir ölçü olarak kabul edilmektedir:

$$M = \frac{V}{a} \quad \leq 0.3 \text{ ise sıkışmaz.} \tag{4.2a}$$

Burada V ortalama akım hızı ve a da sesin akışkan içindeki yayılma hızıdır. Hava ve su için a değerleri sırasıyla 340 m/sn ve 1450 m/sn'dir. $M \leq 0.3$ ise akım sıkışmaz, aksi halde sıkışabilir kabul edilir. Buna göre (4.2) eşitliğine göre akımın sıkışan bir akım olması için

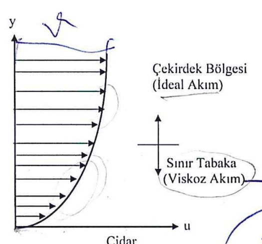
$$V > Ma \quad \Rightarrow \quad V > 0.3a \tag{4.2b}$$

olması gerektiğinden, hava ve su akımında ortalama hızın sırasıyla en az 102 m/sn ve 435 m/sn olması gerekir. Bu da göstermektedir ki, pratikte akım büyük ölçüde sıkışmaz akımdır. Sıkışmaz akım halinde akışkanın özgül ağırlığı sabittir.

b. İdeal ve Viskoz Akımlar: Oluşumları sırasında kayma gerilmesi meydana gelmeyen akımlara *ideal akım*, kayma gerilmesi meydana gelen akımlara ise *viskoz akım* denir. Bölüm 2.4.2'de belirtildiği gibi, kayma gerilmesi $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ eşitliğiyle hesaplanır. Bu durumda kayma gerilmesi oluşması için $\mu \neq 0$ veya $du/dy \neq 0$ şartlarından her ikisinin de sağlanması gerekir.

Tabiattaki akışkanların az ya da çok bir viskoziteleri vardır. Ancak, du/dy hız gradyanı, başka bir ifadeyle hızın kesit boyunca değişimi; akışkanın özelliklerinden ziyade akımın içinde oluştuğu ortamın sınırlarına, daha genel bir ifadeyle akışkanla temas halinde olan katı yüzeylerin (cidar, çeper) özelliklerine bağlıdır. Tam katı cidar üzerinde hız sıfırdır, cidardan uzaklaştıkça hız artar;

sonuç olarak kesit içinde bir hız değişimi (gradyanı) oluşur ($du/dy \neq 0$). Ancak, cidardan belirli bir mesafe uzaklıkta hızdaki değişim yavaşlar ve $du/dy \approx 0$ olur. (Şekil 4.3). Cidara yakın bölgede hız değişimi ve dolayısıyla kayma gerilmelerinin önemli boyutta olduğu *sınır tabaka* içindeki akım viskoz, cidarın uzağındaki hız değişiminin ve kayma gerilmelerinin önemsiz olduğu *çekirdek bölgesi*'ndeki akım ise ideal akım olarak kabul edilebilir.



Şekil 4.3. İdeal ve Viskoz Akımlar

4.2.3. Akış Mecrasının Tam Dolu Olup Olmamasına Göre Sınıflandırma

Akımın olduğu kesitin (mecra) her noktasındaki mutlak basınç atmosfer basıncından büyükse mecranın tamamı dolu olarak akış olur. Bu tür akımlara *basınçlı akımlar* denir. Mesela borulardaki akım basınçlı akımdır. Basınçlı mecralardaki akım derinliği ve akışkanla dolu olan bölge, debiden bağımsız olarak sabittir.

Üst kısmı atmosfere açık olan mecralardaki akım ise enkesitin tamamını doldurmaz ve kısmi dolu akış olur. Bu tür akımlara *serbest yüzeyli akımlar* adı verilir. Mesela tabii veya suni kanallardaki akımlar serbest yüzeyli akımlardır. Bu tür akımlarda, akım derinliği ve mecrada akışkanla dolu olan bölge, debinin artmasıyla büyür; debinin azalmasıyla küçülür. Serbest yüzeyli akımlardaki bu değişkenlik sebebiyle bu akımların incelenmesi basınçlı akımlara göre daha zordur.

4.2.4. Akım Boyutuna Göre Sınıflandırma

Akışkan hareketinin bir, iki veya üç boyutlu olmasına göre akımlar üç gruba ayrılır:

a. Bir Boyutlu Akımlar: Hız, basınç ve derinlik gibi akım karakteristiklerinin sadece akım doğrultusunda değişip akıma dik doğrultuda sabit kaldığı akımlara *bir boyutlu akımlar* denir. Mesela boru akımları bir boyutlu akım olarak kabul edilebilir. Her ne kadar boru kesitindeki hız cidar civarında sıfır ve eksende maksimum ise ve dolayısıyla enkesit boyunca akım karakteristikleri değişiyorsa ve bu akım iki boyutlu olarak düşünülebilirse de, genellikle çok hassas hesap gerektirmeyen durumlarda bu akımlar bir boyutlu olarak kabul edilir. Bir boyutlu akımda akım karakteristikleri sadece x ekseni boyunca mevcut olup y ve z ekseninde bileşenleri yoktur.

b. İki Boyutlu Akımlar: Akışkan elemanları birbirine paralel düzlemler içinde kalıyorsa bu tür akımlara *iki boyutlu akımlar* adı verilir. Diğer bir ifadeyle, eğer akım karakteristikleri akım doğrultusu ve buna dik bir doğrultuda değişiyorsa bu tür akımlar iki boyutlu akımlar olarak adlandırılır. Bu akımlarda akım karakteristiklerinin x ve y doğrultusunda bileşenleri vardır, z doğrultusunda bileşeni yoktur.

c. Üç Boyutlu Akımlar: Akım karakteristiklerinin her doğrultuda değiştiği akımlar *üç boyutlu akımlar* olarak adlandırılır. Akışkan akımının en genel hali olan üç boyutlu akımların incelenmesi diğer akımlara göre çok zor ve karmaşık olup çözümler bazı kabuller altında gerçekleştirilebilir. Üç boyutlu akımlarda her üç eksen (x, y, z) doğrultusunda akım karakteristiklerinin bileşenleri vardır.

4.2.5. Akım Çizgilerinin Durumuna Göre Sınıflandırma

Akımlar, akım çizgilerinin düzgün veya karışık olmasına göre birbirinden çok farklı özelliklere sahip iki gruba ayrılır: Laminer akım ve türbülanslı akım.

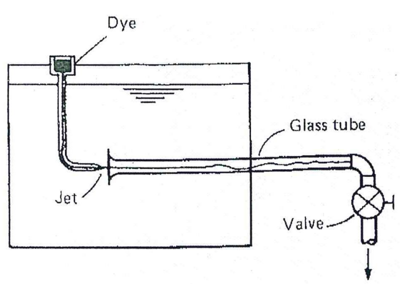
a. Tanımlar:

a_1. Laminer Akımlar: Akışkan elemanlarının belirli yörüngeler izleyerek ve birbirine karışmadan, düzgün ve tabakalar halinde birbirine paralel olarak aktığı, akım çizgilerinin düzgün olduğu akımlara *laminer (tabakalı) akımlar* adı verilir. Laminer akımda, akışkan tabakaları arasında akım karakteristikleri değişmekle beraber, tabakalar arasında eleman geçişi olmamaktadır. Bu tür akımlarda enerji kaybına tesir eden en önemli faktör akışkanın viskozitesidir.

a2. Türbülanslı Akımlar: Akışkan elemanlarının belirli yörüngeleri takip etmeyip, birbirini kestiği, akım çizgilerinin karışık olduğu akımlara ***türbülanslı (çalkantılı) akımlar*** denir. Türbülanslı akımlarda enerji kaybının asıl sebebi viskoziteden ziyade akım çizgilerinin birbirine karışmasıdır.

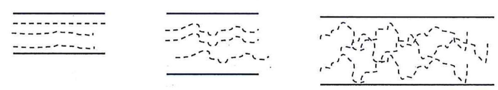
b. Reynolds Deneyi:

Laminer akışla türbülanslı akış ilk defa 1883'te Reynolds tarafından yapılan ve Şekil 4.4'te şematik olarak gösterilen bir deneyle bilimsel olarak incelenmiştir. Deney, sabit seviyeli bir hazneden çıkan borudaki akışa boya verilerek gerçekleştirilmiştir. Borunun çıkışındaki vana yardımıyla debi ayarlanabilmekte, şeffaf boru yardımıyla boyalı suyun akımı gözlenebilmektedir.



Şekil 4.4. Reynolds Deneyi

Borunun ucundaki vana az açıldığında, başka bir ifadeyle küçük akım hızlarında boyalı su düz bir ipçik şeklinde boru eksenine paralel olarak ve doğrusal yörüngelerde hareket etmektedir. Bu akım türü laminerdir (Şekil 4.5a). Vana açılarak akım hızı artırıldığında, hızın belirli bir değerinden sonra düzgün boya ipçiğinin salınmaya başladığı ve boyalı ipçiğin genişlediği görülür. Bu tür akım da gerçekte ipçikler halinde olmasına rağmen ipçikler az da olsa birbirine karışmaktadır. Bu durum, geçiş akımını temsil etmektedir (Şekil 4.5b). Vana daha da açılıp akış hızı çok artırıldığında ise, boya ipçiğinin kısa bir mesafede gözlenebildiği ve daha sonra dağıldığı ve boru içinin tamamen boyayla dolduğu gözlenir. Türbülanslı akıma karşılık gelen bu durumda, herhangi bir noktadaki hızın yönü ve şiddeti sürekli olarak değişmektedir; hızın boru eksenine paralel olma özelliği kaybolmuştur ve başka yönlerde de zamanla değişen hız bileşenleri mevcuttur (Şekil 4.5c)



a. Laminer Akım b. Geçiş Hali c. Türbülanslı Akım

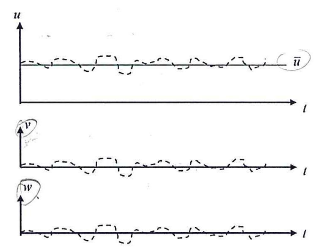
Şekil 4.5. Laminer ve Türbülanslı Akımlar

c. Akım Hızının Özellikleri: Kolaylık olması açısından kararlı ve bir boyutlu akımda hızın laminer ve türbülanslı akımdaki değişimi aşağıda özet olarak sunulmaktadır. x ekseni doğrultusundaki hız bileşeni u ile gösterilir. Kararsız ve iki ve üç boyutlu akımlarda da benzer özellikler söz konusu olmaktadır.

Laminer akımda hız sabittir ve zaman geçtikçe değişmez, hızın zamana göre değişimi yatay bir doğru şeklindedir. Türbülanslı akımda ise hızın zamanla değişimi incelendiğinde hızın bir ortalama civarında devamlı olarak salınım gösterdiği görülür. y ve z doğrultularındaki hız bileşenleri olan v ve w'nın da ortalama değerleri sıfır olmasına karşın bu değerler de sıfır etrafında salınımlar gösterir (Şekil 4.6). Şekilden de görüleceği gibi u hızı iki bileşenden oluşmaktadır:

$$u = \bar{u} \pm u'(t) \tag{4.3}$$

Burada $\bar{u}$ ve $u'(t)$ sırasıyla ortalama hız ve çalkantı hızıdır. Çalkantı hızlarının zaman boyunca cebrik toplamı sıfırdır.



Şekil 4.6. Bir Boyutlu Kararlı Türbülanslı Akımda Hız Salınımları

Debi

d. Reynolds Sayısı: Yukarıda da belirtildiği gibi, laminer ve türbülanslı akımların oluşumunda en önemli faktör akım hızıdır; düşük hızlarda laminer, yüksek hızlarda ise türbülanslı akım söz konusu olmaktadır. Hangi akım şartlarında hangi akım türünün olacağını belirlemek için boyutsuz Reynolds Sayısı kullanılır:

$$\boxed{R_e = \frac{VD}{\nu}} \tag{4.4}$$

kin.visk.

Burada V ve D ortalama hız ve boru çapı, ν ise kinematik viskozitedir. Laminer-türbülanslı akım geçişinde kritik Reynolds Sayısının ne olduğu konusunda kesin bir kriter olmamakla beraber, boru akımlarında bu değer 2 000 civarındadır. $R_e < 2\,000$ ise akım laminerdir, $R_e > 4\,000$ ise akım türbülanslı olarak kabul edilmektedir. Reynolds Sayısının 2 000-4 000 arasındaki değerleri geçiş bölgesine tekabül etmektedir. Su için kinematik viskozite değeri $10^{-6}\ m^2/sn$ mertebesindedir. Bu durumda, akımın laminer olması için hızın çok az olması gerekir. Sonuç olarak, su akımlarındaki akımın tamamına yakınının türbülanslı olduğu görülür. Ancak hızın çok yavaş olduğu boru cidarına yakın bölgede laminer akım gözlenir. Ayrıca, motor yağı gibi viskozitesi büyük olan sıvı akışlarında da laminer akımla sıkça karşılaşılmaktadır.

e. Özet: Laminer Akım: Düşük hızda, boya suya karışmaz, akım parçacıkları düzgün hareket eder ve birbirine karışmaz, matematik analizi basittir, tabiatta nadiren rastlanır.

Geçiş Hali; Hız orta düzeyde, akım ipçikleri hafif dalgalı ve birbirine az karışır.

Türbülanslı Akım: Yüksek hız, boya tamamen ve hızla karışır, parçacık yörüngeleri çok düzensiz, akım çizgileri birbirine karışmış ve çıplak gözle gözlenemez, matematiksel analizi karışıktır ve deneysel çalışmalar gerekir, tabiatta en çok karşılaşılan akımdır.

4.3. AKIŞKANLARIN KİNEMATİĞİ

Akışkanlara etkiyen kuvvetler dikkate alınmaksızın akışkan hareketinin incelendiği *kinematik*, bazı kaynaklarda hidrodinamikten ayrı bir bölüm olarak sunulmaktadır. Ancak, hareket halindeki akışkanların mekaniğinin bir bütün olarak ele alındığı bu ders kapsamında kinematik, akışkanlar dinamiğinin bir alt başlığı şeklinde değerlendirilecektir. Kinematik kapsamında; akışkan hareketinin bazı temel kavramları tanıtılmakta ve akışkan parçacıklarının konum, hız ve ivme gibi karakteristikleri incelenmektedir.

Hız! ivme!

4.3.1. Akışkan Hareketini İnceleme Yöntemleri

Akışkan hareketini iki farklı yöntemle tanımlanabilir: Lagrange Yöntemi ve Euler Yöntemi.

a. Lagrange Yöntemi: Akışkan akımı içindeki her bir akışkan parçacığının (zerrecik, partikül) (particle) hareketinin zamanla değişiminin ayrı ayrı izlenmesi ve incelenmesi esasına dayanan bu yöntemde, $t = t_1$ anında (x_1, y_1, z_1) noktasında bulunan bir parçacığın hızı V_1, $t = t_2$ anında (x_2, y_2, z_2) noktasında bulunan bir parçacığın hızı V_2'dir. Her bir akışkan parçacığının konum, hız ve ivmesinin zamanla değişiminin incelendiği bu yöntem matematiksel olarak şöyle ifade edilir:

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} = f\left[x(t), y(t), z(t), t\right] \tag{4.5}$$

b. Euler Yöntemi: Akımdaki her parçacığın hareketi yerine, belirli bir noktadaki hız ve ivmenin zamanla değişiminin incelenmesine dayanan bu yöntemde tek bir (x_1, y_1, z_1) noktası dikkate alınır. Bu noktadan geçen partiküllerin t_1 ve t_2 anarlındaki hızları sırasıyla V_1 ve V_2'dir. İlgili noktanın koordinatları zamana göre değişmediğinden bu yöntem matematiksel olarak şöyle ifade edilebilir:

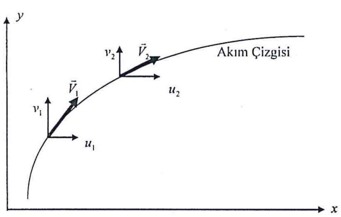
$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} = f\left[x, y, z, t\right] \tag{4.6}$$

Euler Yönteminin uygulanması çok daha kolay olduğundan bu yöntem akışkanlar mekaniğinde yaygın olarak kullanılmaktadır ve bu ders kapsamında da kullanılacaktır.

4.3.2. Temel Kavramlar

a. Akım Çizgisi: Belirli bir t anında akımın çeşitli noktalarındaki akışkan zerreciklerinin hız vektörlerine teğet olarak çizilen çizgilere ***akım çizgileri*** denir. Başka bir ifadeyle akım çizgileri, akışkan parçacıklarının herhangi bir t anındaki ortalama yönlerini gösterir.

Akışkan akımını analiz etmek için akımı görsel olarak incelemek faydalıdır. Bu işlem, eş hıza sahip akım çizgileri (eş hız eğrileri) yardımıyla kolayca gerçekleştirilebilir. Akım çizgilerinin herhangi bir noktadaki teğeti o noktadaki hızın doğrultusunu verir. Şekil 4.7'de, iki boyutlu bir akıma ait bir akım çizgisi görülmektedir. Gerçekte sonsuz tane hız vektörü olduğundan sonsuz tane de akım çizgisi vardır.



Şekil 4.7 İki Boyutlu Bir Akımda Akım Çizgisi

Her noktada akım çizgisinin yönü akım hızının yönüdür. Boru cidarı veya uçak kanadı gibi katı bir yüzeyi geçmeye çalışan bir akım çizgisi bu yüzeyi geçemeyeceğinden, bu katı yüzeylere yakın akım çizgileri bu yüzeylere paralel olur.

Kararlı akımlarda akım çizgilerinin yeri zamanla değişmezken kararsız akımda sürekli olarak değişir. Akım, akım çizgilerine paralel olacağından akım çizgisini kesemez. Akım çizgileri birbirini kesemez, aksi takdirde kesişim noktasında iki ayrı hız olmalıdır ki bu fiziksel olarak imkânsızdır.

Sonuç olarak, akımın başlangıcında bir akım çizgisi üzerinde bulunan bir zerrecik, tüm akım boyunca aynı akım çizgisi üzerinde bulunur.

Üç boyutlu akım çizgilerinin diferansiyel denklemi şöyledir:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \tag{4.7}$$

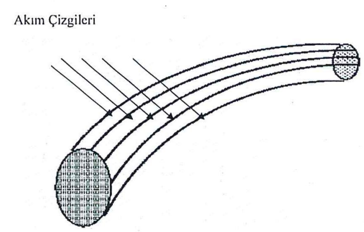
Bir noktadaki hız bileşenlerinin (u, v, w) bilinmesi halinde yukarıdaki denklem yardımıyla akım çizgilerinin denklemi elde edilebilir.

b. Yörünge: Akışkan parçacıklarının hareketleri sırasında izledikleri yola ***yörünge*** denir. Kararlı akımlarda hız vektörlerinin ve dolayısıyla akım çizgilerinin doğrultuları zamanla değişmeyip sabit kaldığından, bu akımlarda akım çizgisi ile yörünge üst üste çakışır, diğer bir deyişle, eş anlamlı

ifadelerdir. Kararsız akımlarda ise herhangi bir t_i anındaki akım çizgisi ile t_{i+1} anındaki akım çizgileri birbirinden farklı olacağından, yörünge ile akım çizgisi çakışmaz.

c. Akım Tüpü (Borusu): Akışkan akımının kolayca analizi için kullanılan diğer bir teknik de, akışkanın belirli bir kısmını diğer akışkan elemanlarından izole etmektir. Bunun için, akım çizgilerinden oluşan boru şeklindeki bir akışkan parçası dikkate alınır. Bu akışkan parçasının oluşturduğu kapalı yüzeye ***akım tüpü (akım borusu)*** adı verilir (Şekil 4.9).

Akım borusu, akımı sınırlayan katı bir yüzey gibi algılanabilir; çünkü bu borunun dış yüzeyi akım çizgilerinden oluşmaktadır ve bu borudan içeriye veya dışarıya doğru hiçbir akışkan parçacığı hareket edemez. Ancak, kararsız akımda akım çizgileri zamana bağlı olarak değiştiğinden akım borusunun sınırları da değişir ve bu da akım borusunu katı bir borudan farklı yapan bir faktördür.



Şekil 4.9 Akım Tüpü (Borusu)

d. Sistem, Kontrol Hacmi ve Eleman: Akışkanlar mekaniğinde, sistem ve kontrol hacmi kavramları sıkça kullanılır. Kütlesi sabit kalan fakat konumu veya şekli değişebilen izole (tecrit) edilmiş akışkanın kütlesine ***sistem*** denir. Gaz akımlarının analizinde sistem kavramı oldukça faydalıdır.

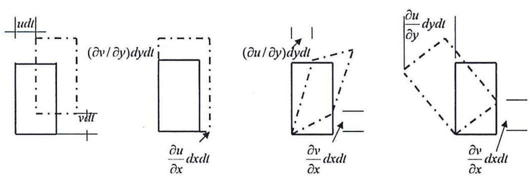
Akışkan içinde izole edilmiş, sabit x, y, z eksenlerine göre hacmi değişmeyen ve hareket etmeyen akımın bir parçasına ***kontrol hacmi***, kontrol hacminin yüzeyine ise ***kontrol yüzeyi*** adı verilir. Kontrol hacmine giren ve bu hacimden çıkan elemanlar incelenerek kontrol hacmi içindeki elemanların akımı araştırılabilir. Kontrol hacmi ve sınırları istenilen şekilde seçilebilir. Lagrange bakış açısında sistem, Euler bakış açısında ise kontrol hacmi tercih edilmektedir. Bu ders kapsamında Euler bakış açısı tercih edildiğinden kontrol hacmi kavramı kullanılacaktır.

Akışkanın uygun büyüklükteki bir parçasına *eleman* adı verilir.

4.3.3. Akışkan Elemanlarının Hareketleri

Akışkana etkiyen kuvveti göz önüne almaksızın akışkan hareketi incelenirken, boyutları çok küçük (dx, dy, dz) olan akışkan elemanı kartezyen koordinat sisteminde (x, y, z) dikkate alınırsa; akışkanın dört farklı şekilde hareket ettiği görülür: Ötelenme, lineer deformasyon, açılı deformasyon ve dönme (çevrinti) (Şekil 4.10).

a. Ötelenme: Akışkan elemanının herhangi bir deformasyona maruz kalmadan konumunu değiştirmesine *ötelenme* denir. Hareket sırasında kayma gerilmesi ve enerji kaybı oluşmaz; eleman orijinal şeklini korur, dolayısıyla elemanın hacmi değişmez. Eleman dt zaman aralığında x, y, z doğrultularında sırasıyla udt, vdt, wdt kadar ötelenir.



a. Ötelenme   b. Lineer Deformasyon   c. Açısal Deformasyon   d. Dönme (Çevrinti)

Şekil 4.10 Bir Akışkan Elemanının Hareketleri

b. Lineer Deformasyon: Akışkan elemanlarının daralması veya genişlemesine *lineer deformasyon* adı verilir. Elemanın hacmi değişir. dt zaman aralığında x, y, z doğrultularındaki lineer deformasyonlar sırasıyla $\frac{\partial u}{\partial x}dxdt$, $\frac{\partial v}{\partial y}dydt$ ve $\frac{\partial w}{\partial z}dzdt$ kadardır. Elemanın orijinal hacmine göre rölatif hacim değişimi ise

$$\frac{dV}{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \tag{4.8}$$

şeklinde hesaplanır. Kayma gerilmesi ve enerji kaybı meydana gelir.

c. Açısal Deformasyon: Akışkan elemanının elemanın kenarları ve açıları doğrultusunda uğradığı deformasyona *açısal deformasyon* denir; elemanın şekli değişir, kayma gerilmesi ve enerji kaybı vardır. dt zaman aralığında dx, dy ve dz kenarlarının açısal deformasyonu şöyle hesaplanır:

$$\theta_{xy} = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)dt, \quad \theta_{yz} = \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right)dt, \quad \theta_{xz} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)dt \tag{4.9}$$

d. Dönme (Çevrinti):

Akışkan elemanının şekli ve hacmi değişmeden elemanın kenarlarının belirli bir açıyla dönmesi halidir. x-y düzlemindeki çevrinti (w_z) z ekseni , x-z düzlemindeki y ve y-z düzlemindeki çevrinti de x ekseni etrafındadır. Çevrinti miktarları şöyle hesaplanır:

$$w_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right), \quad w_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right), \quad w_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \tag{4.10}$$

4.3.4. İvme

Euler bakış açısına göre hız $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} = f\,[x, y, z, t]$ şeklinde tanımlanır (4.6 eşitliği). Önce hız ifadesinin türevi $(d\vec{V})$ tam diferansiyel kuralına göre alınır, sonra da bu ifadenin zamana göre değişimi $(\vec{a} = d\vec{V}/dt))$ hesaplanırsa akışkan elemanının ivmesi şöyle bulunur:

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t) \;\Rightarrow\; d\vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x}dx + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y}dy + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}dz + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}dt \tag{4.11a}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \tag{4.11b}$$

Hız vektörünün x, y, z doğrultularındaki bileşenleri yerin zamana göre türevleri olduğundan $u=\frac{dx}{dt}$, $v=\frac{dy}{dt}$, $w=\frac{dz}{dt}$ değerleri (4.11b)'de yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\vec{a}=\frac{d\vec{V}}{dt}=\underbrace{u\frac{\partial\vec{V}}{\partial x}+v\frac{\partial\vec{V}}{\partial y}+w\frac{\partial\vec{V}}{\partial z}}_{1}+\underbrace{\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}}_{2} \tag{4.12}$$

Bu eşitlikteki ilk üç terim (1 ifadesi), akışkan parçacıklarının bulundukları noktadaki hız değişimlerinden meydana gelen ivmedir ve *taşınsal (konvektif) ivme* olarak adlandırılır. Bu ifadeler, akımın üniform olup olmadığını belirtir. Üniform akımda bu değerler sıfır, üniform olmayan akımda ise sıfırdan farklıdır. Mesela Şekil 4.2'deki hazne-boru sisteminde, akışkan zerrecikleri C noktasından geçerken kesit genişlemesi sebebiyle hızları azalır.

(4.12)'deki son terim (2 ifadesi) ise akışkan hızının zamanla değişimini ifade eder ve *yerel (lokal) ivme* olarak isimlendirilir. Bu ifade de akımın kararlı olup olmadığının göstergesidir. Kararlı akımlarda sıfır, kararsız akımlarda sıfırdan farklıdır. Mesela Şekil 4.2'de B, C, D ve E noktalarındaki hızlar kararsız akımda zamanla değişir.

İvme vektörünün x, y, z doğrultularındaki bileşenleri şöyledir:

$$a_x=u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial t} \tag{4.13a}$$

$$\frac{ds}{dt}$$

$$a_y=u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial v}{\partial t} \tag{4.13b}$$

$$a_z=u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial t} \tag{4.13c}$$

4.4. SÜREKLİLİK DENKLEMİ

4.4.1. Giriş

Akışkanlar dinamiğinde, akışkanın hız, debi, basınç, kuvvet ve moment gibi çeşitli karakteristiklerinin değişimi ve birbiriyle ilişkileri incelenir. Bölüm (4.1.3.'te) de belirtildiği gibi, akışkanlar dinamiğindeki eşitlikler üç temel ilkeye dayanır: Kütlenin, enerjinin ve momentumun korunumu ilkeleri. Hidrodinamiğin en önemli denklemlerinden biri olan süreklilik denklemi, kütlenin korunumu prensibinden hareket edilerek elde edilir. (kütle korunumu)

Bilindiği gibi tabiattaki akışkanlar gerçek (sürtünmeli=viskoziteli) olduklarından akışkan-katı yüzey ara kesişim bölgesinde (boru cidarlarında veya akarsu yataklarında) akışkan zerrecikleri katı yüzeye yapışır ve buralarda akım hızı sıfırdır, cidardan uzaklaştıkça hız artar; mesela boru akımında Şekil 2.2a'ya, açık kanal akımında ise Şekil 4.3'e benzer hız profilleri oluşur. Bu durumda akış mecrasındaki hız (U) her noktada farklı olduğundan, akış hızını temsil etmek üzere öyle bir *kesit ortalama hızı* (V) tarif edilir ki bu hızın kesit alanıyla (A) çarpımı birim zamanda akan akışkanın hacmi olan *akım debisine* (Q) eşit olsun. Debi, birim zamanda akan akışkanın kütlesi (kütlesel akış oranı) şeklinde de ifade edilebilir; ancak uygulamada hemen her zaman birim zamanda akan akışkanın hacmi olan hacimsel akış oranı (discharge, Q) debi olarak dikkate alınır.

4.4.2. Denklemin Elde Edilişi

Kütlenin korunumu ilkesine göre

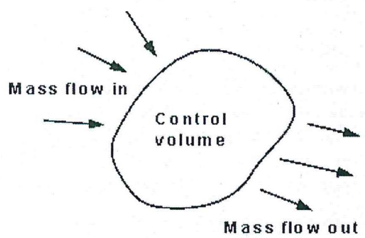
- Kütle yoktan var edilemez ve var olan bir kütle de yok edilemez, ancak başka bir maddeye veya şekle dönüşebilir.

Bu ilkenin Şekil 4.11'deki kontrol hacmine birim zaman için uygulanmasıyla şu ilkeye ulaşılır:

Giren Kütle = Çıkan Kütle + Kütledeki Değişim (4.14a)

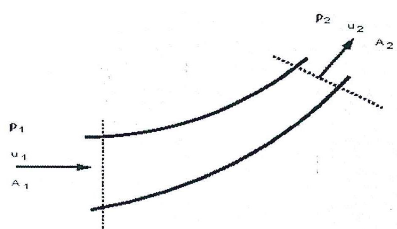
Kararlı akımlarda kütle zamana göre değişmeyeceğinden bu ilke şu hale gelir:

Giren Kütle = Çıkan Kütle (4.14b)



Şekil 4.11 Kontrol Hacminde Kütlenin Korunumu İlkesi

Bu kural, Şekil 4.12'deki akım tüpüne (borusuna) uygulandığında, akım çizgilerinden oluşan akım tüpünün sınırlarından herhangi bir akışkan giriş-çıkışı olmayacağından (bakınız Bölüm 4.3.2c) ve sadece tüpün iki ucundan giriş-çıkış olacağından, aşağıdaki ilkeye ulaşılır:



Şekil 4.12 Bir Akım Tüpüne Giren ve Çıkan Akışkanlar

Birim Zamanda 1 Kesitinden Giren Kütle = Birim Zamanda 2 Kesitinden Çıkan Kütle

$$\rho_1 U_1 dA_1 = \rho_2 U_2 dA_2 = Sabit \tag{4.15a}$$

Bu eşitlik, sıkışan akışkanların süreklilik denklemidir. Akışkanın sıkışması ihmal edildiğinde özgül kütlede değişim olmayacağından $(\rho_1 = \rho_2)$ eşitlik şu hale gelir:

$$U_1 dA_1 = U_2 dA_2 = Sabit \tag{4.15b}$$

İdeal akışkanda kesit içinde hız değişmediğinden U_1 ve U_2 hızları 1 ve 2 kesitlerinin her noktasında aynıdır. Alanı A olan bir mecrada akışkanın bir dt süresinde oluşturacağı hacim, kesit alanı ile akışkanın kat ettiği boru boyunun çarpımına eşittir $(V = dAdS)$. Akışkanın kat ettiği mesafe ise hız ile zamanın çarpımıdır $(dS = Udt)$ Buradan akışkan hacmi şöyle hesaplanır:

$$Hacim = Hız * Alan * Zaman \Rightarrow V = UdAdt \tag{4.16a}$$

Birim zamanda akana akışkan hacmi debi (Q) olduğuna göre aşağıdaki ifade elde edilir:

$$Debi = Hacim / Zaman = Hız * Alan \Rightarrow Q = \frac{V}{dt} = UdA \tag{4.16b}$$

Buna göre ideal akışkanda debi, hız ile kesit alanının çarpımına eşittir. (4.15b) ve (4.16b) eşitliklerinden şu denklem elde edilir:

$$Q_1 = U_1 dA_1 = Q_2 = U_2 dA_2 = Q \tag{4.17a}$$

Bu denklemin integraliyle $Q = U_1 \int_{A_2} dA_1 = U_2 \int_{A_2} dA_2$ elde edilir. $\int_{A_1} dA_1 = A_1$, $\int_{A_2} dA_2 = A_2$ olduğundan

$$\boxed{Q = U_1 A_1 = U_2 A_2} \tag{4.17b}$$

elde edilir.

Gerçek akışkanda ise hız mecra içinde değiştiğinden (4.17b) ifadesi geçerli değildir. Ancak (4.17a) eşitliği bu durumda da geçerlidir. 1 ve 2 kesitlerinde öyle iki hız (V_1, V_2) tariflensin ki bu hızların kesit alanlarıyla çarpımı debiye eşit olsun:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \tag{4.18a}$$

Bu eşitlikten aşağıdaki denklemler kolaylıkla yazılabilir:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} U_1 dA_1 \, , \; V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1}{A_2} \int_{A_2} U_2 dA_2 \tag{4.18b}$$

Süreklilik denklemi $Q = V_1A_1 = V_2A_2$ (ideal akışkan) kararlı

Görüldüğü gibi, V_1 ve V_2 hızları, U_1 ve U_2 noktasal hızlarının sırasıyla A_1 ve A_2 alanları (1 ve 2 kesitleri) üzerinde alınmış ortalamalarıdır. Bu hızlar, ***ortalama hızlar*** olarak adlandırılır.

4.5. ENERJİ (BERNOULLI) DENKLEMİ

4.5.1. Giriş

Enerjinin korunumu ilkesine göre enerji yoktan var edilemez, var olan bir enerji de yok edilemez, ancak bir enerji türü başka bir enerji türüne dönüşebilir. Bu temel ilkeden yola çıkarak, ağırlığı etkisi altında hareket halindeki akışkanların enerji denklemi elde edilir. Yere doğru düşmekte olan bir akışkan daneciği (mesela yağmur damlası) incelendiğinde, daneciğin sahip olduğu toplam enerji kinetik enerji ve potansiyel enerjinin toplamına eşittir. Havanın sürtünmesi dolayısıyla oluşan enerji kaybı ihmal edildiğinde toplam enerji sabit kalacağından danecik yere yaklaştıkça hızlanır, çünkü potansiyel enerjisi azaldığından kinetik enerjisi artacaktır. Bilindiği gibi, kinetik enerji $E_k = \frac{1}{2}MV^2$ ve potansiyel enerji de $E_p = Mgh$ şeklinde hesaplanır.

Yukarıda, sadece kinetik ve potansiyel enerjiler dikkate alınmıştı. Çünkü akışkan daneciğinin her noktasındaki basınç atmosfer basıncına eşittir. Oysa, hidrostatikten de bilindiği gibi, bir mecrada (boru veya açık kanal) akan bir akışkan parçacığının her noktasındaki basınç farklıdır. Bu durumda akışkanın akışı sırasında basınç kuvvetleri de bir enerjiye sahip olacak ve kat ettikleri yola bağlı olarak bir iş yapacaklardır. (Gerçekte akım sırasında kayma gerilmeleri de meydana gelir; ancak bu gerilmeler akıma dik olduğundan kayma kuvvetlerinin akım sırasında yaptıkları iş sıfırdır ve bu sebeple bu kuvvetler dikkate alınmaz). Bu durumda, aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

Basınç Kuvvetlerinin Enerjisi + Ağırlık Kuvvetlerinin Enerjisi = Hareket Enerjisi

4.5.2. Denklemin Elde Edilişi

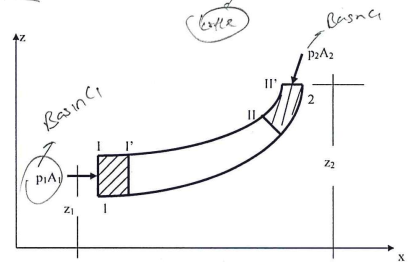
Enerji denklemi yukarıdaki düşüncelerden hareketle elde edilir. Şekil 4.13'te 1 kesitinden 2 kesitine doğru hareket eden (akan) akışkan parçacığına enerjinin korunumu ilkesi uygulansın. Akışkan 1 kesitinde I-I' arasında dS_1 yolunu kat ederken 2 kesitinde de II-II' arasında dS_2 yolunu alır. Kesitlerin karşılaştırma düzlemi olan x ekseninden düşey mesafeleri z_1 ve z_2, alanları A_1 ve A_2

$m^2 m$

ve kesitlere etkiyen basınçlar da p_1 ve p_2 olsun. Akışkan parçacıklarının hacimleri alan*mesafe ($V = AdS$), kütleleri ise özgül kütle*hacim ($M = \rho V$) şeklinde hesaplanır.

hacim

kütle



Şekil 4.13 Enerji Denklemi

Sisteme etkiyen kuvvetlerin hareket sırasındaki enerjileri şöyledir:

Basınç Enerjisi: $E_b = p_1A_1dS_1 - p_2A_2dS_2 = V(p_1 - p_2)$ (4.19a)

Potansiyel Enerji: $E_p = Mg(z_1 - z_2) = \rho Vg(z_1 - z_2) = \gamma V(z_1 - z_2)$ (4.19b)

Kinetik Enerji: $E_k = m\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2}\right) = \rho V\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2}\right) = \gamma V\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}\right)$ (4.19c)

Kinetik enerji, basınç enerjisiyle potansiyel enerjinin toplamı olduğundan, aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$E_k = E_b + E_p \Rightarrow \gamma V\left(\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}\right) = V(p_1 - p_2) + \gamma V(z_1 - z_2) \Rightarrow$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 = H} \quad (4.20)$$

Z=0

(4.20) eşitliği, *ideal (sürtünmesiz) akışkanın Enerji (Bernoulli) Denklemi* olarak bilinir. Bu eşitlikteki tüm terimler uzunluk boyutundadır. Kinetik enerjiyi ifade eden $\frac{V^2}{2g}$'ye *hız yüksekliği*, basınç enerjisini temsil eden $\frac{p}{\gamma}$'ya *basınç yüksekliği* ve potansiyel enerjiyi gösteren z'ye de *geometrik yükseklik* adı verilir. Bu eşitlik, sadece bir akım çizgisi boyunca yazılabilir. Buna göre, bir akım çizgisi boyunca

- Kinetik enerji + basınç enerjisi + potansiyel enerji toplamı (H) sabittir.

4.5.3. Toplam Enerji Bileşenlerinin Analizi

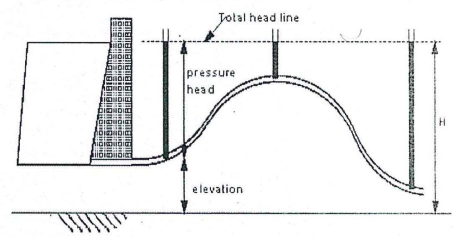
Basınç

Enerji denklemine göre toplam enerji; kinetik enerji (hız yüksekliği), basınç enerjisi (yüksekliği) ve potansiyel enerjinin (geometrik yükseklik) toplamına eşittir ($H = \frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z$). Uygulamada çok karşılaşılan bir durum olan bir depodan (hazne veya rezervuar) beslenen bir boru sistemi üzerinde enerji denklemi incelendiğinde (Şekil 4.14), borunun ekseni topoğrafya gereği (mesela bir tepeyi veya vadiyi geçerken) yükselip alçalabildiğinden, bu üç elemanın (bileşenin) durumları da değişebilir, ancak toplam enerji sabit kalır.

İlk olarak akımın olmadığı durum incelendiğinde hız sıfır olacağından toplam enerji, basınç enerjisi ile geometrik enerjinin toplamına eşit olacaktır:

$$H = \frac{p}{\gamma} + z \qquad (4.21)$$

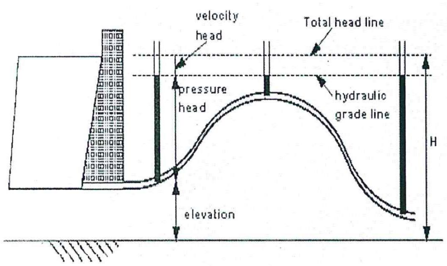
$\boxed{\text{Bu değere } \textit{piyezometrik yükseklik} \text{ adı verilir.}}$ ⇒ $\boxed{P.G \Rightarrow V=0}$



Şekil 4.14 Akımın Olmaması Halinde Enerji Denklemi (Piyezometre Çizgisi)

Akım olması durumunda ise, rezervuardaki su seviyesi değişimi ya çok az veya sıfır olduğundan rezervuar yüzeyindeki hız ve dolayısıyla hız yüksekliği sıfırdır ($\frac{V^2}{2g} = 0$). Benzer şekilde, atmosfere açık olan hazne yüzeyinde rölatif basınç ve dolayısıyla basınç yüksekliği sıfırdır ($\frac{p}{\gamma} = 0$). Bu durumda enerji yüksekliği sadece geometrik yüksekliğe eşit olur ($H = z$); toplam enerjinin boru boyunca değişimini gösteren *enerji çizgisi* haznedeki su yüzeyiyle çakışır. Boru çapı ve debi değişmiyorsa borunun her noktasındaki hız aynıdır ve piyezometre çizgisi enerji çizgisine paralel olur (Enerji çizgisi ile piyezometre çizgisi arasındaki mesafe hız yüksekliğine eşittir). Bu durumda, basınç yüksekliği ile geometrik yüksekliğin toplamı sabit bir değere eşit olur. Boru kotunun yükseldiği yerlerde (mesela tepelerde) basınç azalır, tersine kotun azaldığı yerlerde (mesela vadi tabanında) basınç artar (Şekil 4.15). Akımın sürekli olabilmesi için boru kotunun toplam enerji çizgisinin altında kalması gerekir.

Boru kesitinin değişip debinin sabit olması halinde, kesitin küçüldüğü (daraldığı) yerlerde hız artacağından enerji çizgisi ile piyezometre çizgisi arasındaki mesafe büyür; kesitin büyüdüğü (genişlediği) yerlerde ise hız azalacağından bu fark küçülür.



Şekil 4.15 Akımın Olması Halinde Enerji Denklemi (Toplam Enerji Çizgisi)

4.5.4. Gerçek Akışkanlarda Enerji Denklemi

En. kaybı var, viskoz (gerçek) kuvvetler.

Yukarıdaki işlemlerde akışkanın ideal (sürtünmesiz) olduğu kabul edilmişti. Oysa uygulamadaki akımların tamamındaki akışkanlar gerçek (sürtünmeli) akışkandır ve sürtünmeli akımlarda bir enerji (yük) kaybı (head loss) meydana gelir. Toplam enerji kaybı iki ayrı bileşenden oluşur:

- Akışkan elemanlarının, akımın meydana geldiği ortamın (mecra) katı yüzeyleriyle (mesela boru cidarıyla) ve ayrıca türbülans sonucu akışkan elemanlarının birbiriyle sürtünmesi sonucu meydana gelen ***sürekli enerji (yük) kaybı*** (h_k).
- Akımın oluştuğu güzergâh boyunca çeşitli yerel değişimlerden (mesela kesit değişimi) ve bazı donanım cihazlarından (mesela vana ve dirsekler) sonucu teşekkül eden ***yerel (yersel) enerji (yük) kaybı*** (h'_k).

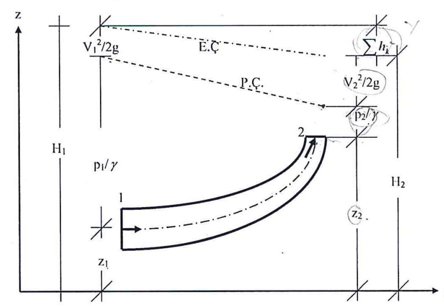
Sürekli ve yerel enerji kayıplarının toplamına ***toplam enerji kaybı*** denir $\left(\sum h_k = h_k + h'_k\right)$. Gerçek akışkanlarda iki nokta arasında akım gerçekleşirken toplam enerji, enerji kaybı kadar azalacağından enerji denklemi (4.20 eşitliği) şöyle olur:

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = H_2 + \sum h_k = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \sum h_k \qquad (4.22a)$$

$H_1 = H_2 + \sum h_k$

$$H_2 = H_1 - \sum h_k = \left(\frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = \left(\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \sum h_k \qquad (4.22b)$$

Gerçek akışkanların enerji çizgisi şematik olarak Şekil 4.16'da sunulmaktadır. 1 kesitinin alanı daha küçük olduğundan, enerji çizgisi ile (E.Ç.) piyezometre çizgisi (P.Ç.) arasındaki mesafe 2 kesitindekine oranla daha büyüktür.



Şekil 4.16 Gerçek Akışkanların Enerji Denklemi

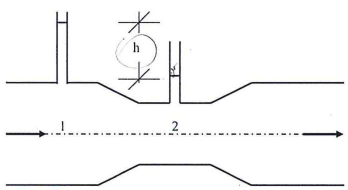
4.5.5. Enerji Denkleminin Pratikteki Uygulamaları

Enerji denklemi yardımıyla, akış mecralarındaki debiler ve noktasal hızlar ölçülebilir. Borulardaki debi ölçümünde ***venturimetre (venturi ölçeği)***, çeşitli mecralardaki noktasal hız ölçümünde ise ***pitot tüpü (borusu)*** kullanılır. Ayrıca, bir kabın alt tarafındaki bir orifisten (delik) akıştaki hız da kolaylıkla hesaplanabilmektedir. Her üç sistemde de incelenen noktalar arasındaki mesafe çok az olduğundan enerji kaybı ihmal edilmektedir.

$V\uparrow \; P\downarrow$

a. Venturimetre: Venturimetre, yatay bir borunun yumuşak (tedrici) olarak daraltılmasıyla elde edilir (Şekil 4.17). Daralan kesitte hız artacağından, Bernoulli Denklemi gereğince basınç azalır. Bu ilkeden yararlanılarak geniş veya daraltılmış kesitteki ortalama hız hesaplanarak boru kesitiyle çarpılarak debi hesaplanır. Şekil 4.17'de enerji denklemi yazıldığında sistem yatayda yer aldığından $\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$ olur.

$\frac{V_1^2}{2g} + z_1 = H$



Şekil 4.17 Venturimetre

1 ve 2 piyezometre boruları arasındaki kot farkı, bu iki nokta arasındaki basınç farkına eşittir:

$h = \dfrac{p_1 - p_2}{\gamma}$ Bu değer yukarıdaki eşitlikte yazılırsa şu denklem elde edilir: $\dfrac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = h$

Öte yandan süreklilik denklemi gereğince aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

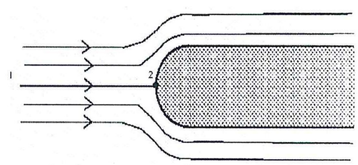
$$\boxed{V_1 A_1 = V_2 A_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow V_2^2 = V_1^2 \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{V_1^2\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]}{2g} = h$$

$$\Rightarrow V_1^2\left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right] = 2gh \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}} \Rightarrow Q = V_1 A_1 \Rightarrow$$

$$Q = A_1 \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}} \qquad (4.23)$$

Böylece, boru alanları ve piyezometre kotları arasındaki fark (h) okunarak debi bulunur. Gerçekte, enerji kaybı sebebiyle kesitten akan debi teorik debiden biraz daha azdır. Bu sebeple yukarıdaki eşitliği 1'den biraz küçük bir C_v katsayısıyla çarparak gerçek debi bulunur ($Q_g = C_v Q$).

b. Pitot Tüpü: Yatayda yer alan bir akım içersine Şekil 4.18'deki gibi bir engel yerleştirildiğinde aynı akım çizgisi üzerindeki 1 noktasındaki hız V_1 iken, 2 noktasında akım engeli geçemeyeceğinden hız sıfır olur (V_2=0). Bu noktaya *kabarma(durma)noktası* adı verilir. 2 noktasında hız sıfır olduğundan, enerji denklemi gereğince basınç artar:



Şekil 4.18 Kabarma Noktası (Durma nok.)

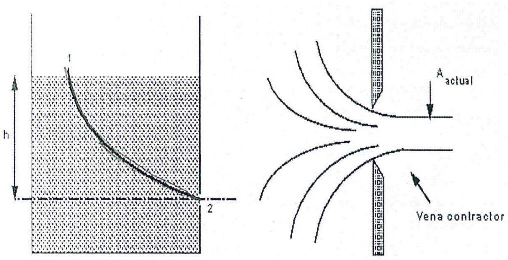
$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + \frac{p_2}{\gamma}\ , \quad V_2 = 0 \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

olur. Venturimetredekine benzer düşüncelerden hareket ederek, 1 ve 2 noktalarına yerleştirilecek iki tane piyezometre borusunun arasındaki kot farkının (h), bu iki nokta arasındaki basınç farkına eşit olacağı kolaylıkla anlaşılır:

$$h = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{V_1^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad V_1 = \sqrt{2gh} \qquad (4.24)$$

elde edilir. Böylece, sadece iki nokta arasındaki basınç farkı (h) okunarak 1 noktasındaki hız bulunur. Pitot tüpü, özellikle açık kanal akımlarındaki noktasal hızları bulmakta sıkça kullanılır.

c. Orifisten Akış Hızı: Şekil 4.19'da görülen üstü atmosfere açık bir tankın (kabın) su seviyesinden h kadar derininde bulunan bir orifisten (delikten) akan suyun hızı, 1-2 arasında enerji denklemi yazılarak bulunur:



a. Tankın Genel Görünüşü

b. Orifis Civarındaki Akış Kesiti

Şekil 4.19 Bir Orifisten Akış

$$\cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{\frac{p_1}{\gamma}} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \cancel{\frac{p_2}{\gamma}} + z_2 \;,\; V_1 = 0 \;,\; p_1 = p_2 = p_0 \;,\; z_1 - z_2 = h$$

$=0$

değerleri yazılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\frac{V_2^2}{2g} = h \;\Rightarrow\; V_2 = \sqrt{2gh} \;\Rightarrow\; Q = A\sqrt{2gh} \qquad (4.25)$$

Ancak, Şekil 4.19b'de de görüldüğü gibi, orifisin dışındaki gerçek akış kesiti orifis kesitinden biraz daha küçüktür, ayrıca 1-2 arasında az da olsa bir enerji kaybı vardır. Bu sebeplerden dolayı, gerçek debi, yukarıda hesaplanandan biraz daha küçüktür. Yukarıdaki eşitliği 1'den biraz küçük bir C_o katsayısıyla çarparak gerçek debi bulunur $(Q_g = C_o Q)$.

4.6. IMPULS-MOMENTUM DENKLEMİ (Hareket Denklemi)

F yoksa mom. yok

4.6.1. Denklemin Elde Edilişi

Hareket halindeki akışkanların uyguladığı kuvvetlerle pratikte sıkça karşılaşılmaktadır. Mesela bir hortumdan çıkan suyun, çarptığı cisimlere uyguladığı kuvvet bu cisimleri hareket ettirir. Benzer

(çarpışma anlarında)

mom. korunumu
M1=M2

şekilde, bir uçağın kanadına etkiyen havanın kaldırma kuvveti uçağın havada hareket etmesini sağlar.

Akışkan akımı sonucu oluşan kuvvetlerin belirlenmesinde kullanılan Impuls-Momentum denklemi, ideal veya gerçek tüm akışkanlara uygulanır. Kuvvet*zaman ifadesine *impuls*, kütle*hız ifadesine ise *momentum* adı verilir. Newton'un 2. yasası'nın akışkanlara uygulanmış şekli şöyledir:

- Bir cisme etkiyen kuvvet, momentumun birim zamandaki değişimine eşittir.

2. yasa

$$\sum \vec{F} = \frac{d(M\vec{V})}{dt} \;\Rightarrow\; \sum \vec{F}dt = d(M\vec{V}) \qquad (4.26)$$

$\frac{m.v}{t} = F$

Bu eşitliğin sol tarafı impulsa, sağ tarafı ise momentuma (hareket miktarı) eşittir. $d(M\vec{V})$ ifadesi, dt zaman aralığında M kütlesindeki momentum değişimidir. Eğer kütleye etkiyen dış kuvvetlerin bileşkesi sıfır ise $\left(\sum \vec{F}dt = 0\right)$, momentum değişimi de sıfır olur $\left(d(M\vec{V}) = 0\right)$, başka bir ifadeyle kütlenin momentumu sabit kalır. Bu durum, momentumun korunumu ilkesi olarak bilinir.

Yukarıdaki düşüncelerden hareketle, akış mecrasındaki çeşitli noktalarda akım hızında meydana gelen değişimler, dengelenmemiş bir kuvvete sebep olacaktır. Bu kuvvet, hız değişiminin meydana geldiği kısımlarda akışkana etkiyen tüm dış kuvvetlerin bileşkesidir. Dengelenmemiş bileşke kuvveti oluşturan bileşenler şunlardır:

- Akış mecrasının giriş ve çıkışındaki basınç kuvvetleri,
- Sürtünme kuvvetleri,
- Kütlesel kuvvetler (yerçekimi gibi).

Bir cismin hızı dt zaman aralığında V_1'den V_2'ye değişiyorsa oluşacak kuvvet şöyle bulunur:

$$\sum \vec{F}dt = M\int_{V_1}^{V_2} d\vec{V} = M\vec{V}_2 - M\vec{V}_1 \qquad (4.27)$$

Bu eşitliğe *lineer impuls-momentum denklemi* adı verilir. Eşitlikteki ifadelerin anlamları şöyledir:

$\sum \vec{F}dt$: Bileşke kuvvetin dt süresindeki impulsu,

$M\vec{V}_1$: M kütlesinin t anındaki momentumu,

$M\vec{V}_2$: M kütlesinin $t+dt$ anındaki momentumu,

$\sum \vec{F}$: dt süresince M kütlesinin momentumunda değişikliğe yol açan dengelenmemiş net kuvvet.

(4.27) eşitliğinin akışkanlara uygulanmasında, akım hızının değiştiği kısımlarda bir kontrol yüzeyi ve hacmi çizilerek kontrol hacmine giren ve kontrol hacminden çıkan akışkan kütlesinin momentumu dikkate alınır. Kontrol yüzeyi çizilirken; akımın hızının değişmeye başladığı ve değişimin sona erdiği kesitlerin göz önüne alınmasına ve giriş ve çıkışlardaki kontrol yüzeylerinin akıma dik olarak çizilmesine dikkat edilmelidir.

Impuls-momentum denklemi, dt süresince kontrol hacmine giren ve kontrol hacminden çıkan akışkan kütlesi için aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

(2.2) eşitliğine göre $(\rho = M/V \Rightarrow M = \rho V)$ kütle, özgül kütle ile hacmin çarpımına, debi ise hacmin zamana oranına $(Q = V/dt)$ olduğundan, $M = \rho V = \rho Q dt$ (kütle=Özgü kütle*debi* zaman) yazılabilir; dt süresince kontrol hacmine giren (M_g) ve hacimden çıkan $(M_ç)$ kütleler şöyledir:

$$M_g = \rho Q_1 dt\,,\ M_ç = \rho Q_2 dt \qquad (4.28a)$$

Bu değerler (4.27)'de yerine yazılır ve eşitlik dt 'ye bölünürse aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\sum \vec{F} dt = M\vec{V}_2 - M\vec{V}_1 = \rho(Q_2\vec{V}_2 - Q_1\vec{V}_1)dt \ \Rightarrow \sum \vec{F} = \rho(Q_2\vec{V}_2 - Q_1\vec{V}_1) \qquad (4.28b)$$

Bu, eşitlik, sıkışmayan akışkanların $(\rho = \rho_1 = \rho_2)$ impuls-momentum denklemidir. Bu eşitlikte Q_1 ve Q_2, kontrol hacmine giren ve hacimden çıkan debiler, $\vec{V}_1$ ve $\vec{V}_2$ ilgili kesitlerdeki ortalama hızlar, $\sum \vec{F}$ ise kontrol hacmine etkiyen kuvvetlerin (basınç kuvvetleri, akışkanın ağırlığı ve

(3) reaksiyon kuvveti) toplamıdır. (4.28b) denkleminin x ve z doğrultularındaki bileşenleri şöyledir:

$$\sum F_x = \rho[(Q_2V_2)_x - (Q_1V_1)_x]\,,\ \sum F_z = \rho[(Q_2V_2)_z - (Q_1V_1)_z] \qquad (4.28c)$$

4.6.2. Impuls-Momentum Denkleminin Pratikteki Uygulamaları

a. Temel İlkeler: Impuls-momentum denklemi, süreklilik ve enerji denklemleriyle birlikte kullanıldığında, kuvvetin hesaba katılması gereken hidrodinamikle ilgili çeşitli problemlerin

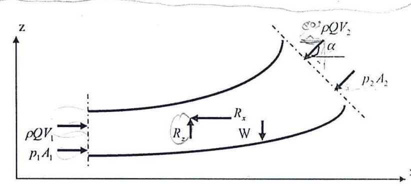
çözümünde oldukça faydalı ve kolay çözümler getirmektedir. Denklemin uygulanmasında aşağıdaki adımlar takip edilir:

- Bir kontrol hacmi ve yüzeyi belirlenir; bu yüzey üzerinde yatay (x) ve düşey (z) eksenlerden oluşan bir koordinat sistemi oluşturulur,
- Kontrol yüzeyine etkiyen basınç (pA) ve momentum (ρQV) kuvvetleri kontrol hacmine giriş kesitinde akım yönünde, çıkış kesitinde akıma ters yönde yerleştirilir; sisteme etkiyen bütün kuvvetlerin yatay ve düşey izdüşümleri hesaplanır ve impuls-momentum denklemleri teşkil edilir,
- Denklemlerdeki bilinmeyenler içinde debi, hız ve basınç gibi elemanlar süreklilik ve enerji denklemleri yardımıyla hesaplanır,
- Denge denklemleri $(\sum x = 0)$ ve $(\sum z = 0)$ yardımıyla sisteme etkiyen kuvvetler belirlenir.

Örnek olarak, giriş ve çıkıştaki kotları, basınçları ve kesit alanları farklı olan Şekil 4.20'deki boru parçasına etkiyen kuvvetler şekil üzerinde gösterilmiştir.

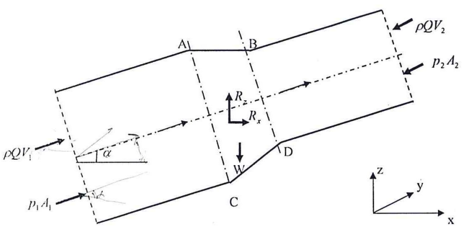
Sistemin dengesinden, borudaki reaksiyon kuvvetleri şöyle hesaplanabilir:

$$R_x = \rho QV_1 + p_1A_1 - Cos\alpha(\rho QV_2 + p_2A_2)\,,\ R_z = W + Sin\alpha(\rho QV_2 + p_2A_2) \qquad (4.29)$$



Şekil 4.20 Bir Boru Parçasına Etkiyen Kuvvetler

b. Bir Boru Daraltma Yapısına (Redüksiyon) Etkiyen Kuvvet: Boru sistemlerinde çap değişimlerinin olduğu yerlerde borular ***redüksiyon*** denen parçalarla birbirine bağlanır (Şekil 4.21'de ABCD parçası). Redüksiyonun giriş ve çıkışlarındaki çaplar farklı olduğundan, süreklilik denklemi gereğince hızlar, enerji denklemi uyarınca da basınçlar farklıdır ve sonuç olarak redüksiyona impuls kuvvetleri etkir.



Şekil 4.21. Bir Redüksiyona Etkiyen Kuvvetler

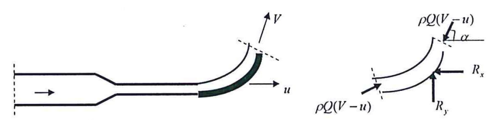
Redüksiyonun memba ve mansap tarafındaki 1 ve 2 kesitlerindeki basınç ve impuls kuvvetleri şekildeki gibi yerleştirildiğinde, redüksiyona etkiyen yatay ve düşey kuvvetler şöyle bulunur:

$$\sum x = 0 \Rightarrow R_x = Cos\alpha\left(\rho Q V_2 + p_2 A_2 - \rho Q V_1 - p_1 A_1\right)$$

$$\sum z = 0 \Rightarrow R_z = W + Sin\alpha\left(\rho Q V_2 + p_2 A_2 - \rho Q V_1 - p_1 A_1\right) \qquad (4.30)$$

c. Su Jetinin Hareketli Bir Kanada Etkittiği Kuvvet: Bir borudan çıkıp yüksek hızla havaya akan su demetine *su jeti* adı verilir. Jetin bir kanada çarpması halinde su jeti kanada impuls kuvvetleri etkitir (Şekil 4.22). Olayın yatayda yer alması halinde ağırlık kuvvetleri sisteme etkimez. Olay havada meydana geldiğinden her noktadaki basınç atmosfer basıncına eşittir. Su jetinin ortalama hızı V ve kanadın hızı u olduğuna göre su jetinin kanada göre rölatif hızı V-u olacaktır. Su jetinin kanada etkiteceği kuvvetler şöyle bulunur:

$$R_x = \rho Q(V-u)(1-Cos\alpha)\ ,\ \ R_y = \rho Q(V-u)Sin\alpha \qquad (4.31)$$



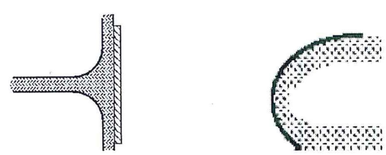
Şekil 4.22 Su Jetinin Kanada Etkittiği Kuvvetler

d. Pelton (Impuls) Türbini: Su jetinin, düz bir yüzeye (kepçeye) çarpması halinde su iki tarafa eşit olarak yayılacak ve $\alpha = 90^0$ olacaktır (Şekil 4.23a). Bu durumda y doğrultusundaki kuvvetlerin bileşkesi sıfır olur. x doğrultusundaki kuvvet için (4.31)'de $\alpha = 90^0$ yazıldığında şu eşitlik bulunur:

$$\boxed{R_x = \rho Q(V-u)} \qquad (4.32a)$$

Su jetinin çarptığı kanadın yarım küresel kepçe şeklinde olması durumunda (Şekil 4.23b), $\alpha = 180^0$ ve simetri sebebiyle y doğrultusundaki kuvvetlerin bileşkesi sıfır olur. x ekseni doğrultusunda denge denklemi yazıldığında, (4.31) eşitliğinde $\alpha = 180^0$ yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

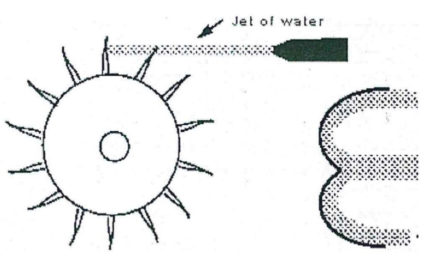
$$R_x = \rho Q(V-u)(1-Cos180) = 2\rho Q(V-u) \qquad (4.32b)$$



a Düz Kepçe b. Yarı Küresel Kepçe

Şekil 4.23 Düz ve Yarı Küresel Kepçeler

Şekil 4.23b'de görülen sistem, hidro elektrik enerji üretmede kullanılan türbinlerin en yaygın olanlarından biri olan Pelton (Impuls) Türbininin enkesitidir (Şekil 4.24).



Şekil 4.24. Pelton Türbini

Su jetinin türbin kanadına (kepçeye) birim zamanda aktardığı enerji (güç), kepçeye etkiyen kuvvet ile kepçe hızının çarpımına eşittir:

$$N = Ru = 2\rho Q(V-u)u \tag{4.33a}$$

Türbinden elde edilen enerjinin, dolayısıyla türbin gücünün maksimum olmasını sağlayan kepçe hızı, hızın güce göre kısmi türevi sıfıra eşitlenerek şöyle bulunur:

$$N = 2\rho Q(Vu-u^2) \Rightarrow \frac{\partial N}{\partial u} = 2\rho Q(V-2u) = 0 \Rightarrow V-2u = 0 \Rightarrow u = \frac{V}{2} \tag{4.33b}$$

Başka bir ifadeyle, gücün maksimum olması için kepçe hızının, suyun akış hızının yarısına eşit olması gerekir. Bu ifade, (4.33a)'da yerine yazılırsa maksimum güç şöyle elde edilir:

$$N_{max} = 2\rho Q\left(V\frac{V}{2}-\frac{V^2}{4}\right) = \rho Q\frac{V^2}{2} = \gamma Q\frac{V^2}{2g} \tag{4.33c}$$

Buna göre, türbinden elde edilecek gücün (dolayısıyla enerjinin) maksimum olması için

- hem α açısının 180^0 olması,

- hem de kepçe hızının, suyun akış hızının yarısına eşit olması gerekir.

Ancak uygulamada imalat güçlüğü sebebiyle α açısı en fazla 165^0 olabilmektedir. Bu durumda türbinin verimi %93-95 düzeylerinde kalmaktadır.

4.7. POTANSİYEL AKIM

4.7.1. Giriş

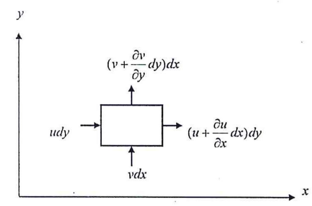
Mühendislikte karşılaşılan problemlerin çoğunda, akım borusunun bir kesiti üzerinde hız değişimi dikkate alınmayıp ortalama hızları kullanarak akımı ***bir boyutlu*** kabul etmek mümkündür. Ancak, bazı problemlerin çözümünde her noktadaki akım hızı ve basıncın bilinmesi gerekebilir. Örnek olarak, keskin kenarlı bir savağın üzerindeki akımda hız ve basıncın bilinmesi gerekli olmaktadır. Diğer bir örnek, bağlama veya baraj gibi su yapılarının altından suyun sızması problemidir. Bu tür problemlerin çözümünde, şekil düzlemine dik bütün kesitlerde aynı olayın meydana geldiği kabul edilmekte, başka bir ifadeyle akım ***iki boyutlu*** kabul edilmektedir. Burada akımın yatay (x-y düzlemi üzerindeki) değişimi incelenecek, düşeydeki (z doğrultusu) değişimi dikkate alınmayacaktır. Başka bir ifadeyle, iki boyutlu akımların yatayda yer aldığı kabul edilecektir.

İki boyutlu akımların incelenmesi, bir boyutlu akımlara göre çok daha zordur. Bu sebeple, bu akımlardaki enerji kayıpları ihmal edilmekte ve akımlar *ideal (sürtünmesiz) akım* olarak kabul edilmektedir. İki boyutlu ideal akımların en önemli örneğini potansiyel akımlar oluşturur.

4.7.2. İki Boyutlu Akımların Temel Denklemleri:

İki boyutlu akımların enerji ve impuls-momentum eşitlikleri, bir boyutlu akımlardaki gibidir. Enerji denklemi, sadece aynı akım çizgisi üzerinde geçerlidir. Ancak, süreklilik denklemi biraz farklılık gösterir. İki boyutlu, boyutları dx ve dy (diğer boyutu bir birim) olan bir kontrol hacmine birim zamanda x ve y doğrultularında giren akışkan miktarları udy ve vdx ve çıkan akışkan miktarlarının eşit olmasından aşağıdaki denklem yazılır (Şekil 4.25):

$$udy + vdu = \left(u+\frac{\partial u}{\partial x}dx\right)dy + \left(v+\frac{\partial v}{\partial y}dy\right)dx \tag{4.34a}$$



Şekil 4.25 İki Boyutlu Akımda Süreklilik Denklemi

Bu denklem sadeleştirilirse süreklilik denklemi şöyle elde edilir:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (4.34b)$$

4.7.3. Potansiyel (Çevrintisiz) Akımlar

Daha önce (Bölüm 4.3.3) akışkan elemanlarının hareketleri; ötelenme, lineer deformasyon, açısal deformasyon ve çevrinti (dönme) olarak dört ana kısma ayrılmıştı. Burada çevrinti konusuna tekrar dönülür ve çevrinti hatırlanırsa; çevrinti, akışkan elemanının şekli ve hacmi değişmeden elemanın kenarlarının belirli bir açıyla dönmesi hali şeklinde tanımlanmış, x-y düzlemi üzerindeki çevrinti $w_z=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$ şeklinde ifade edilmişti (4.10 eşitliği). Her noktasındaki çevrintinin sıfır olduğu akımlara *potansiyel (çevrintisiz) akımlar* adı verilir. Yukarıdaki eşitliğe göre potansiyel akımlarda aşağıdaki eşitlik sağlanmalıdır:

$$w_z=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial u}{\partial y} \qquad (4.35)$$

Burada u ve v, sırasıyla x ve y doğrultularındaki hız bileşenleridir. Pratikte gerçek manada çevrintisiz akımlara rastlanmaz. Ancak bir akımda hız değişiminin (gradyanının) küçük olduğu bölgelerde çevrinti miktarı ihmal edilebilecek kadar küçüktür ve buralardaki akım potansiyel olarak kabul edilebilir. Gerçek bir akışkanın katı sınırlarının (cidar) yakınındaki sınır tabakanın

dışında hız gradyanı küçük olduğundan (bakınız Bölüm 4.2.2, Şekil 4.3) bu bölgelerdeki akım çevrintisiz kabul edilebilir.

4.7.4. Akım ve Potansiyel Fonksiyonları:

a. Akım Fonksiyonu: Akım fonksiyonu, akım çizgilerinin geometrisini temsil eden bir fonksiyondur. İki boyutlu bir akımda, aşağıdaki şartları sağlayan bir Ψ fonksiyonuna ***akım fonksiyonu*** denir:

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y},\quad v=-\frac{\partial\psi}{\partial x} \qquad (4.36)$$

Bu ifadeler (4.34b)'de yazılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)=\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2\psi}{\partial y\partial x}=0$$

Türev almada sıra önemli olmadığından bu eşitlik her zaman gerçekleşir. Böylece, iki boyutlu akımlar için (4.36) eşitliğiyle verilen bir Ψ akım fonksiyonunun tanımlanabileceği gösterilir. Akım fonksiyonunun özellikleri şunlardır:

- Akım fonksiyonunun sabit bir C_1 değerine eşit olmasıyla akım alanındaki akım çizgilerinden birinin denklemi elde edilir. Farklı C_2, C_3 … değerleri farklı akım çizgilerini temsil ederler. Başka bir ifadeyle her bir akım çizgisi üzerindeki Ψ akım fonksiyonu sabittir. Buna göre, Ψ =sabit çizgileri birer akım çizgisidir.
- Bir akım alanında iki akım çizgisi arasından geçen debi, bu akım çizgileri arasındaki Ψ değerlerinin farkına eşittir. Başka bir ifadeyle $dq=d\psi$ 'dir.
- Akım fonksiyonu, iki boyutlu çevrintili veya çevrintisiz tüm akımlar için geçerlidir.

b. Potansiyel Fonksiyonu: Çevrintisiz (potansiyel) akımlar için geçerli olan ve aşağıdaki şartları sağlayan fonksiyona ***potansiyel fonksiyonu*** adı verilir:

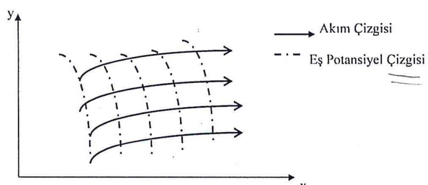
$$u=\frac{\partial\phi}{\partial x},\quad v=\frac{\partial\phi}{\partial y} \qquad (4.37)$$

Bu ifadeler, potansiyellik şartı olan (4.35)'te yazılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\Rightarrow\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x}$$

Türev almada sıra önemli olmadığından bu eşitlik her zaman gerçekleşir. Böylece, iki boyutlu potansiyel akımlar için (4.37) eşitliğiyle verilen bir ϕ potansiyel fonksiyonunun tanımlanabileceği gösterilmiş olur. Bir akım alanında Φ=sabit çizgilerine ***eş potansiyel çizgileri*** adı verilir.

c. Akım Fonksiyonu ve Potansiyel Fonksiyonu Arasındaki İlişki: Matematiksel olarak göstermek mümkündür ki, eş akım fonksiyonuna sahip (ψ=sabit) akım fonksiyonu çizgileri ile eş potansiyel fonksiyonuna sahip (ϕ=sabit) eş potansiyel çizgileri birbirini dik olarak keserler (Şekil 4.26). Bu özellik yardımıyla akım ağları oluşturulabilir ve çeşitli akım problemleri çözülebilir.



Şekil 4.26 Akım Çizgileri ve Eş Potansiyel Çizgileri

4.7.5. Potansiyel Akımların Temel Denklemleri

Potansiyel akımlarda süreklilik ve impuls-momentum denklemleri aynen geçerlidir. Enerji denkleminin tek farkı, iki boyutlu herhangi bir akımda enerji denklemi sadece aynı akım çizgisi üzerinde geçerli iken, potansiyel akımda böyle bir şart yoktur; akım alanındaki herhangi iki nokta arasında Bernoulli denklemi yazılabilir.

Akım fonksiyonunu tanımlayan (4.36) eşitliklerine (4.35) çevrintisizlik şartı uygulanırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\Rightarrow\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=0 \qquad (4.38a)$$

Euler Yaklaşımı

Benzer şekilde, potansiyel fonksiyonunu tanımlayan (4.37) eşitliklerine (4.34b) süreklilik denklemi uygulanırsa şu eşitlik bulunur:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)=0\Rightarrow\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0 \qquad (4.38b)$$

Buna göre akım ve potansiyel fonksiyonları için aynı diferansiyel denklem geçerlidir. Matematikte çok karşılaşılan bu denkleme *Laplace diferansiyel denklemi* denir ve kısaca şöyle gösterilir:

$$\nabla^2\psi=0\,,\quad \nabla^2\phi=0 \qquad (4.38c)$$

Bu diferansiyel denklemlerin sınır şartları altında çözümü ile Ψ akım ve Φ potansiyel fonksiyonları belirlenir. Daha sonra, (4.36) ve (4.37) denklemlerine göre kısmi türevler alınarak hızlar bulunur. Hız değerleri yardımıyla da, enerji denklemi kullanılarak basınç değerleri bulunur.

4.7.6. Akım Ağı

(4.38) denklemleri analitik veya sayısal olarak çözülebilir. Burada, denklemlerin grafiksel çözümünün önemli uygulama alanlarından biri olan akım ağı üzerinde durulacaktır. İki boyutlu ve çevrintisiz bir akım alanında çizilen akım (Ψ) ve eş potansiyel (Φ) çizgilerinden oluşan çizgiler topluluğuna ***akım ağı*** adı verilir. Çözülecek problemin sınır şartlarına uygun olacak şekilde bir akım ağı, deneme-yanılma yoluyla çizilir. Bu çizimde şu konulara dikkat edilmelidir:

- Akım çizgilerinin aralıkları öyle seçilir ki, her çizgi arasından eşit debi geçmelidir.
- Eş potansiyel çizgileri her noktada akım çizgilerine dik olmalıdır,
- Her iki çizgideki değişimler birbirine eşit, yani $\Delta\Psi=\Delta\Phi$ olmalıdır.

Sonuçta akım ağı yaklaşık olarak eğrisel karelerden teşekkül eder.

Akım ağı yardımıyla, mesela bir bağlamanın (regülatör) altından akan (sızan) suyun debisi hesaplanabilir. Burada sınır şartı olarak, bağlamanın temeli, palplanş ve geçirimsiz zemin boyunca akımın hızı bu sınırlara teğet olduğundan bu sınırların birer akım çizgisi olacağı ve eş potansiyel çizgilerinin bu sınırlara dik olacağı dikkate alınır. Birim bağlama genişliğinden geçen debi değeri şöyle hesaplanır:

$$q = k\Delta H \cdot \frac{N_{\psi}}{N_{\phi}} \quad (4.39)$$

Burada k zeminin geçirimlilik (permeabilite) katsayısı, ΔH bağlamanın memba ve mansabı arasındaki su seviyesi farkı, N_{ψ} akım çizgisi sayısı ve N_{ϕ} eş potansiyel çizgisi sayısıdır.

$Q = V \times A$

$50 \times 10^{-3} = \frac{\pi \times 0{,}2^2}{4} \times V$

$V = 1{,}6\ m/sn$

Örnek 4.1: Çapı 20 cm olan bir borudan, kinematik viskozitesi $6*10^{-4}$ m^2/sn olan yağ, 50 lt/sn debisinde akmaktadır. Akımın laminer olup olmadığını belirleyiniz.

Çözüm:

$\frac{V \cdot D}{\nu} \Rightarrow$

$Re \; \frac{1.6 \frac{m}{sn} \times 0{,}2\,m}{6 \times 10^{-4}} = 533 < 2000$

Laminer

Örnek 4.2: Çapı 0.3 m olan bir borudaki özgül ağırlığı 8.044 kN/m^3 olan Newtoniyen bir akışkanın akımının hız dağılımı $U = 0.3y - y^2$ şeklindedir (y m olarak cidardan uzaklık, U m/sn olarak hız). Cidardan 0.1 m uzaklıkta kayma gerilmesi $2.943*10^{-7}$ N/cm^2 olduğuna göre akımın laminer olması için maksimum; türbülanslı olması için minimum debileri hesaplayınız.

Çözüm:

Örnek 4.3: 10^0C ve 50^0C sıcaklıklarda suyun kinematik viskoziteleri sırasıyla $1.3*10^{-6}$ ve $5.41*10^{-7}$ m^2/sn olduğuna göre, her iki sıcaklıktaki su 10 cm çapındaki bir borudan akarken laminer, geçiş bölgesi ve türbülanslı akım için hız sınırlarını belirleyiniz.

Çözüm:

6. HİDROLİK MODELLER

6.1. GİRİŞ

Modelleme, özellikle hidrolik mühendisliğinde yaygın olarak kullanılan bir tekniktir. Modelleme yardımıyla, mühendislik yapılarının en uygun projelendirilmesi ve çeşitli mühendislik problemlerinin çözümü yapılmakta ve önemli ölçüde paradan ve zamandan tasarruf edilmektedir. Baraj, bağlama, Hidroelektrik Santral (HES), akarsu düzenleme yapıları, türbinler, borular, kıyı ve liman yapıları vb. mühendislik yapılarına etkiyen çeşitli kuvvetlerin bu yapılar üzerindeki etkilerinin model üzerinde incelenmesiyle, adı geçen yapıların planlama ve projelendirilmesinde önemli derecede kolaylık ve doğruluk sağlanmaktadır.

Bir hidrolik olayın (örneğin akımın) tabiattaki gerçek haline "prototip", laboratuardaki küçültülmüş benzerine ise "model" adı verilir. Model ile prototip arasında geometrik, kinematik ve dinamik benzerlikler bulunabilir. Uygulamada genellikle geometrik benzerliklerden yararlanılmaktadır. Geometrik benzerlikte esas, model ve prototipteki uzunluklar (L_m, L_p) arasındaki oranın sabit olmasıdır. Bu orana, uzunluk ölçeği (L_r) adı verilir. Aksi söylenmedikçe, model ölçeği olarak uzunluk ölçeği anlaşılmalıdır.

$$L_r = \frac{L_m}{L_p} \tag{6.1}$$

Uygulamada incelenecek problemin özelliğine göre iki tür model kullanılmaktadır. Froude Modelleri ve Reynolds Modelleri.

6.2. FROUDE MODELLERİ

Froude sayısı atalet kuvvetlerinin, yerçekimi kuvvetlerine oranıdır ve şu şekilde gösterilir:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \tag{6.2a}$$

Bir fiziksel olayda etkin olan kuvvetler atalet ve yerçekimi kuvvetleri ise bu olayda Froude Modeli kullanılır. Uygulamada, serbest yüzeyli akımlardaki (baraj, regülatör, su alma yapısı, akarsu düzenleme yapıları vb.) ve dalga hareketindeki (kıyı liman yapıları) etkin kuvvetler atalet ve yerçekimi kuvvetleri olduğundan, bu tür yapıların modellenmesinde Froude modeli kullanılmaktadır. Froude modellerinde benzerliğin dayandığı temel prensip, model ve prototipteki Froude Sayılarının eşit olmasıdır.

$$(Fr)_m = (Fr)_p \Rightarrow \frac{V_m}{\sqrt{g_m y_m}} = \frac{V_p}{\sqrt{g_p y_p}} \tag{6.2b}$$

Buradan $\frac{V_m^2}{g_m y_m} = \frac{V_p^2}{g_p y_p} \Rightarrow \frac{V_m^2}{V_p^2} = \frac{g_m}{g_p}\frac{y_m}{y_p}$ elde edilir. Model ve prototipte yerçekimi ivmesi aynı olduğundan $g_r = \frac{g_m}{g_p} = 1$'dir. O halde

$$V_r^2 = \frac{V_m^2}{V_p^2} = \frac{y_m}{y_p} = y_r \tag{6.2c}$$

olur. Uzunluk ölçeği (y_r) model ölçeğine (L_r) eşit olduğundan $y_r = L_r$ yazılabilir. Buradan

$$L_r = V_r^2 \Rightarrow V_r = \boxed{\frac{V_m}{V_p} = L_r^{1/2}} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{1/2} \tag{6.3}$$

elde edilir. O halde Froud Modelinde hız ölçeği, uzunluk ölçeğinin (model ölçeğinin) kareköküne eşittir. Örneğin uzunluk ölçeği 1/100 ise, hız ölçeği 1/10 olur.

Bilindiği gibi bir A büyüklüğünün boyutu $[A] = L^x T^y F^z$ şeklinde yazılabilir. Benzer şekilde, bu büyüklüğün model ölçeğide,

$$A_r = L_r^x T_r^y F_r^z \tag{6.4}$$

şeklinde yazılabilir. Zaman ve kuvvet ölçekleri şöyle bulunur:

$$V = \frac{L}{T} \Rightarrow T = \frac{L}{V} \Rightarrow T_r = \frac{L_r}{V_r} = \frac{L_r}{L_r^{1/2}} \Rightarrow T_r = L_r^{1/2} \tag{6.5}$$

1/25

125 cm

$\gamma = \frac{F}{L^3} \Rightarrow F = \gamma L^3 \Rightarrow F_r = \gamma_r L_r^3$ genellikle prototipte ve modelde aynı malzeme kullanıldığından,

$\gamma_r = \frac{\gamma_m}{\gamma_p} = 1$ olmaktadır. O halde

$$F_r = L_r^3 \tag{6.6}$$

olarak bulunur. (6.5) ve (6.6) değerleri, (6.4) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$A_r = L_r^x T_r^y F_r^z = L_r^{x+\frac{y}{2}+3z} \tag{6.7}$$

elde edilir.

6.3. REYNOLDS MODELLERİ

Reynold sayısı, atalet kuvvetlerinin viskozite (sürtünme) kuvvetlerine oranıdır (Re=VD/ν). Bir fiziksel olayda etkin kuvvetler atalet ve sürtünme kuvvetleri ise, bu olayda Reynolds Modeli kullanılır. Uygulamada basınçlı akımlardaki (basınçlı borular, türbinler, vanalar vb.) etkin kuvvetler atalet ve sürtünme kuvvetleri olduğundan, basınçlı akımlarla ilgili modellemelerde Reynolds Modeli kullanılır. Reynolds modellerinde benzerliğin dayandığı temel prensip, model ve prototipteki Reynolds Sayılarının eşit olmasıdır.

$$(\mathrm{Re})_m = (\mathrm{Re})_p \Rightarrow \frac{V_m D_m}{\nu_m} = \frac{V_p D_p}{\nu_p} \tag{6.8}$$

Tabiatta ve modelde genellikle aynı sıvı kullanıldığından $\nu_m = \nu_p$'dir. O halde $V_m D_m = V_p D_p \Rightarrow \frac{V_m}{V_p}\frac{D_m}{D_p} = V_r D_r = 1$ olur. D_r uzunluk ölçeği olduğundan D_r=L_r olur. O halde

$$V_r L_r = 1 \Rightarrow V_r = \frac{1}{L_r} \tag{6.9}$$

olarak bulunur. Bu durumda, Reynolds Modeli'nde hız ölçeği, model ölçeğinin tersidir. Örneğin model ölçeği 1/30 ise hız ölçeği 30 olur. Froude modeline benzer şekilde [A] = L^x T^y K^z ve $A_r = L_r^x T_r^y F_r^z$ şeklinde yazılabilir. Zaman ve kuvvet ölçekleri şöyle bulunur:

$$V = \frac{L}{T} \Rightarrow T = \frac{L}{V} \Rightarrow T_r = \frac{L_r}{V_r} = \frac{L_r}{1/L_r} \Rightarrow T_r = L_r^2 \tag{6.10}$$

$\gamma = \frac{F}{L^3} \Rightarrow F = \gamma L^3 \Rightarrow F_r = \gamma_r L_r^3$ ve $\gamma_r = \frac{\gamma_m}{\gamma_p} = 1$ olduğundan

$$F_r = L_r^3 \tag{6.11}$$

elde edilir. (6.10) ve (6.11) değerleri, (6.4) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$A_r = L_r^x T_r^y F_r^z = L_r^x \left(L_r^2\right)^y \left(L_r^3\right)^z = L_r^{x+2y+3z} \tag{6.12}$$

elde edilir.

Örnek 6.1. Froude ve Reynolds modellerinde debi ve güç ölçeklerini hesaplayınız.

MİM COPY