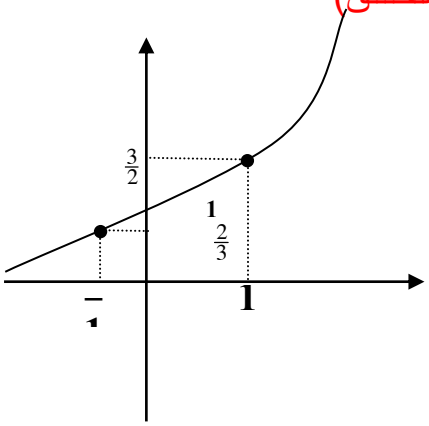
تمارين عامة (الملحـــق)

الدالـــــة الأسيـــة:

[1] أرسم منحنى الدالة د (س) = $\left(\frac{3}{2}\right)^{س}$

س	1−	0	1
ص	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$ = $\frac{2}{3}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{0}$ = 1	$\frac{3}{2}$



[2]حل المعادلة $(\sqrt{3})^{5} = 3^{2}$

الحل: $3^{\frac{1}{2}س} = (3^{\frac{1}{5}})^{2}$

$3^{\frac{1}{2}س} = (3)^{\frac{2}{5}} \Leftarrow \frac{1}{2} - س = \frac{2}{5}$

$\boxed{س = \frac{9}{10}} \Leftarrow س = \frac{5+4}{10} \Leftarrow س = \frac{1}{2} + \frac{2}{5}$

[3] أوجد مجموعة تعريف الدالة ص= $أ^{س}$

الحل: تعريف الدالة الأسية من تعريف أسها (س) ∴ م ت = ح.

اللوغاريتم والدالة اللوغاريتمية

[1] حوّل كلاً مما يأتي إلى صيغة اللوغارتم.

أ) $(\frac{1}{2})^{-5} = 32$

الحل: $لو_{\frac{1}{2}} 32 = -5$

ب) $\sqrt{7}^{3} = (\sqrt{7})^{3}$

الحل: $لو_{\sqrt{7}} \sqrt{7}^{3} = 3$

[2] أجب عن الأسئلة التالية:

أ) حوّل ما يأتي إلى الصيغة الأسية لو$_5$ 625 = 4

الجواب: 5^4 = 625

ب) إذا كانت لو$_{\sqrt{2}}$ س= 6 فما قيمة س.

الحل: س = $(\sqrt{2})^6$ = 8

جـ(حل المعادلة لو 7 + لوس = 2لو 7

الحل: لو 7س = لو 7^2

لو 7س = لو 49 ⇐ 7س = 49

⇐ س = $\frac{49}{7}$ = 7

استفد من الخاصيتين: لوب + لوجـ = لو ب ×جـ ن لو ب = لو ت

د) أوجد مجموعة تعريف الدالة ص= لو$_أ$س−3

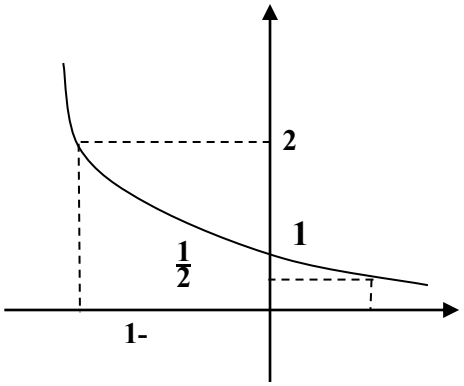
الحل: الدالة اللوغارتمية لما ما بعد لو 〉0 معرفة لما س 〉0

⇐ م ت =] 0، + ∞[

[3] أرسم كلاً من الدوال التالية:

أ) لو$_{\frac{1}{2}}$ س = ص

الحل: س = $(\frac{1}{2})^{ص}$



ب) ص = $\log_9$ س

الحل: س= $9^{ص}$

* لما ص= $-\frac{1}{2} \Leftarrow$ س= $9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

$(\frac{-1}{2} ، \frac{1}{3})$

* لما ص = $0 \Leftarrow 9^0 = 1$ (1 ، 0)

* لما ص = $\frac{1}{2} \Leftarrow$ س= $9^{\frac{1}{2}} = 9 = 3$ (3، $\frac{1}{2}$)

قوانيـــن اللوغاريتمـــات

[1] ضع المقدار لو $\frac{5}{3}$ + لو $\frac{15}{625}$ − لو $\frac{9}{25}$ لو $\frac{27}{5}$ في أبسط صورة.

الحل: استفد من الخاصيتين لو ب × جـ = لو ب + لو جـ، لو $\frac{ب}{جـ}$ = لوب− لوجـ

∴المقدار لو $\frac{5}{3}$ + لو $\frac{15}{625}$ + لو $\frac{27}{5}$ − لو $\frac{9}{25}$.

$= \text{لو} \frac{5}{3} \times \frac{15}{625} \times \frac{27}{5} - \text{لو} \frac{9}{25} = \text{لو} \frac{9 \times 15}{625} \div \frac{9}{25}$

$= \text{لو} \frac{5}{3} = \text{لو} \frac{25}{9} \times \frac{9 \times 15}{625} = \text{لو} \frac{15}{25} = \text{لو} \frac{5}{3}$

[2] أوجد قيمة كلاً من:

أ) لو 0.0001 أنتبه هنا الأساس (10)

الحل: لو $_{10}$ $\frac{1}{10000}$ = لو $_{10}$ 10^{-4} = −4 لو $_{10}$ 10 = −4

ب) لو $_3$ (لو $_6$ 6) = لو $_3$ (1) = صفر

[3] أثبت أن لو $_5$ 25 + لو $_5$ 125 = لو $_5$ 3125

الحل: الطرف الأيمن لو $_5$ 25 + لو $_5$ 125 = لو $_5$ 25× 125= لو 3125

تمارين عامة

[1] حل المعادلات الآتية:

أ) $\sqrt[3]{\frac{1}{9}} = 27^{س+2}$

الحل: $\sqrt[3]{(3^{-2})} = (3^3)^{س+2} \Leftarrow 3^{\frac{-2}{3}} = 3(3)^{(س+2)} \Leftarrow$

$\Leftarrow \frac{-2}{3} = 3س + 6$

$\boxed{س = \frac{-20}{9}} \Leftarrow س = \frac{-2-18}{3} \Leftarrow 3س = -6 - \frac{2}{3}$

ب) $(س - \frac{2}{3})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$

الحل: $(س - \frac{2}{3})^{\frac{1}{3}} = (6)^{\frac{1}{3}} \Leftarrow س - \frac{2}{3} = 6$

$\Leftarrow س = 6 + \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$

جـ) $(25)^{س-1} - 6 \times 5^{س-1} + 5 = 0$

الحل: $(5^2)^{س-1} - 6(5^{س-1}) + 5 = 0$

بفرض $\boxed{ع = 5^{س-1}}$ $(5^{س-1})^2 - 6(5^{س-1}) + 5 = 0$

$ع^2 - 6ع + 5 = 0$

$(ع-5)(ع-1) = 0$

$\Leftarrow$ أما $ع-5=0 \Leftarrow ع=5 \Leftarrow 5^{س-1} = 5^1 \Leftarrow س-1=1$

$\Leftarrow \boxed{س = 2}$

أو $ع-1=0 \Leftarrow ع=1 \Leftarrow 5^{س-1} = 5^0 \Leftarrow س-1=0$

$\Leftarrow \boxed{س = 1}$

جـ) $5^{س} = 125$ ، $\sqrt{5}$

الحل: $5^{س} = 5^{3} \times 5^{\frac{1}{2}} \Leftarrow 5^{س} = 5^{\frac{7}{2}} \Leftarrow س = \frac{7}{2}$

و) $3^{\frac{1}{س}} \times 3 = 243$

الحل: $3^{\frac{2}{س}} = 3^{5} \Leftarrow \frac{2}{س} = 5 \Leftarrow \frac{5}{1} = \frac{2}{س} \Leftarrow س = \frac{2}{5}$

جـ) $2^{س} \times \sqrt[3]{4} = (\frac{1}{16})^{\frac{1}{3}}$

الحل: $2^{س} \times (2^{2})^{\frac{1}{3}} = ((2)^{-4})^{\frac{1}{3}}$

$2^{س} \times 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{-4}{3}} \Leftarrow 2^{\frac{2}{3}+س} = 2^{\frac{-4}{3}} \Leftarrow$

$س + \frac{2}{3} = \frac{-4}{3} \Leftarrow س = -\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{-6}{3} = -2$

$\therefore س = -2$

ط) $\sqrt[3]{9} = 9 \times \sqrt{3}^{س+1}$

الحل: $3^{\frac{1}{2}} \times (3^{2})^{س+1} = (3)^{\frac{1}{3}} \Leftarrow 3^{\frac{1}{2}} \times 3^{2س+2} = 3^{\frac{2}{3}}$

$2س + 2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{2}{3} \Leftarrow 3^{\frac{1}{2}+2+2س} = 3^{\frac{2}{3}}$

أضرب كل حد بـ6 $2س + \frac{5}{2} = \frac{2}{3}$

$12س + 15 = 4 \Leftarrow 12س = -11 \Leftarrow س = \frac{-11}{12}$

[2] ما هو أساس الدالة الأسية التي يمر بيانها بالنقطة (−4، 81)

الجواب:الدالة ص = $3^{-س}$ ∴ الأساس(3) أو ص=$(\frac{1}{3})^{س}$

فيكون الأساس= $(\frac{1}{3})$

[3] أكتب ما يلي بالصورة اللوغارتمية:

أ) $6=216^{3}$ الجواب $\log_{6} 216 = 3$ #

ب) $7^{-3} = \frac{1}{343}$ $\frac{1}{343} \Leftarrow \log_{7} = -3$ #

[4] ضع ما يأتي في الصورة الأسية:

أ) $\log_{10} 0.0001 = -4 \Leftarrow 0.0001 = 10^{-4}$

ب) $\log_{13} 2197 = 3 \Leftarrow 2197 = 13^{3}$

[5] أحسب قيمة كل مما يأتي:

أ) $\log_{\sqrt{5}} 25\sqrt{5} =$

الحل: نعلم $\sqrt{5} = \sqrt{5} \times \sqrt{5}$، $(\sqrt{5})^{2} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$ ، $(\sqrt{5})^{2} = 5$

$\therefore \log_{\sqrt{5}} 25\sqrt{5} = \log_{\sqrt{5}} (\sqrt{5})^{2} (\sqrt{5})^{2} = \log_{\sqrt{5}} (\sqrt{5})^{4} = \log_{5} 4 = 1 \times 4 = 4$

ب) $\log_{\sqrt{2}} 32\sqrt{2}$

الحل: $\log_{\sqrt{2}} 2^{5} \times 2^{\frac{1}{2}} = \log_{\sqrt{2}} 2^{\frac{11}{2}} = \log_{2} 2^{\frac{11}{2}} = \frac{11}{2} \log_{2} 2 = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$

جـ) $\log_{\sqrt{2}} 32\sqrt{2} = \log_{\sqrt{2}} 2^{5} \times 2^{\frac{1}{2}} = \log_{\sqrt{2}} 2^{\frac{11}{2}} = \log_{2} (2^{\frac{1}{2}})^{11} = \frac{11}{2} \log_{2} 2 = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$

د) $\log_{\sqrt{2}} 16 = \log_{2} 2^{4} = \log_{2} (2^{\frac{1}{2}})^{8} = \log_{2} 2^{8} = 8 \times 1 = 8$

هـ) $\log_{\sqrt{2}} 8\sqrt{32} = \log_{\sqrt{2}} 2^{\frac{11}{2}} = \log_{2} 2^{\frac{11}{2}} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$ #

[6] حل المعادلات التالية:

أ) $\log_{3} \frac{1}{81} = س - 2$ الحل حوّل إلى الشكل الأسي وأنتبه $\frac{1}{81} = \frac{1}{3^{4}} = 3^{-4}$

$\therefore (3)^{-2} = \frac{1}{81} \Leftarrow 3^{-4} = 3^{س-2} \Leftarrow -4 = س - 2 \Leftarrow س = -2$

ب) $\log_{س} 2\frac{3}{8} = \frac{3}{2} \Leftarrow$

الحل: $2\frac{3}{8} = س^{\frac{3}{2}} \Leftarrow \frac{19}{8} = س^{\frac{3}{2}} \Leftarrow \frac{361}{64} = س^3$ 1 جذر تكعيباً.

$\Leftarrow س = \sqrt[3]{\frac{361}{64}} = \frac{\sqrt[3]{361}}{4}$ #

ب) لو$_8$ (س+3) = $\frac{1}{3}$ =

الحل: س+ 3 = $8^{\frac{1}{3}} \Leftarrow$ (س +3) $(2^3)^{\frac{1}{3}} \Leftarrow$ س+3 = $\Leftarrow$ 2 س= −1

د) لو$_{10}$ $\sqrt[3]{10} = \frac{س}{6} \Leftarrow$ لو$_{10}$ $10^{\frac{1}{3}} = \frac{س}{6} \Leftarrow$

$\frac{1}{3}$ لو$_{10}$ 10 = $\frac{س}{6} \Leftarrow \frac{1}{3} = \frac{س}{6} \Leftarrow$ 3س= $\Leftarrow$ 6 س= $\frac{6}{3}$ = 2

و) لو$_{\sqrt{32}}$ 2 (س^2 − 8س) = $\Leftarrow$ 2س^2 − س = $(2^{\frac{7}{2}})^2$

س^2 − 8س = $\Leftarrow 2^7$ س^2 −8س −128=0 | $\sqrt{32} = 2^{\frac{5}{2}} \times 2^1 = 2^{\frac{7}{2}}$

(س −16) (س+8) =0

س= 16، س = − $\Leftarrow$ 8

ط) لو$_2$ [لو$_2$ (لو$_2$ 16)= س]

نحسب لو$_2$ 16 = لو$_2$ 2^4 = 2 لو$_2$ 4 = 4 × 1 =4

∴ لو$_4$ (لو$_2$ (لو$_2$ 4)= س $\Leftarrow$ لو$_4$ (لو$_2$ 2^2) = س $\Leftarrow$

لو$_4$ (2 لو$_2$ 2) = س $\Leftarrow$ لو$_4$ 2 = س

∴ س= $\frac{\text{لو}_{10} 2}{\text{لو}_{10} 4} = \frac{0,301}{0,602} = \frac{301}{602} = \frac{1}{2}$

[7] أثبت أن

أ) لو$_3$ 27 = لو$_3$ 2187− لو$_3$ 81

الحل الطرف الأيسر: $\log_3 \frac{2187}{81} = \log_3 27$ = الطرف الأيمن.

ب) $\log_2 8 + \log_2 128 = \log_2 1024$

الحل: الطرف الأيمن $\log_2 8 + \log_2 128 = \log_2 8\times128 = \log_2 1024$

[8]أختصر كلاً مما يأتي:

أ) $\log\frac{7}{15} + \log\frac{35}{3} + \log\frac{25}{7} - \log\frac{5}{3} = \log\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}}\times\frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{7}}\times\frac{\cancel{35}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{7}}{\cancel{15}}$

$= \log\frac{175}{3}$

ب) $\log_4 45 - 3\log_4 2 + \log_4 12 = \log_4 45 + \log_4 12 - \log_4 9 = \log_4 \frac{12\times45}{9} =$

$\log_4 5\times12 = \log_4 60 = \log_4 4\times15 = \log_4 4 + \log_4 15 = 1 + \log_4 15$

جـ($\log_3 36 - \log_3 4 - \log_3 25 = \log\frac{36}{25\times4} = \log\frac{9}{25}$

[9] ما هو العدد الذي لو غاريتمه للأساس 5 يساوي -4

الحل: نفرض العدد س فيكون $\log_5 س = -4 \Leftarrow س = 5^{-4} = \frac{1}{5^4}$

$= \frac{1}{625}$ ∴ العدد $\frac{1}{625}$

[10] أيهما أكبر $\log_{\frac{1}{2}} 3$ ، $\log_{\frac{1}{5}} 3$

الحل: $\log_{\frac{1}{2}} 3 = س \Leftarrow 3 = (\frac{1}{2})^{س} \leftarrow (1)$ بمقارنة (1) مع (2) نجد

$\log_{\frac{1}{5}} 3 = ع \Leftarrow 3 = (\frac{1}{5})^{ع} \leftarrow (2)$ $(\frac{1}{2})^{س} = (\frac{1}{5})^{ع}$

$\frac{1}{2} \rangle \frac{1}{5} \Leftarrow$ س $\rangle$ ع لأنه إذا كان العدد <1 كلما كبر الأس صغر)المقدار

أ
1

[11] اثبت أن:

أ) $\frac{\text{لو}_2 8 - 3\ \text{لو}_3 9}{\text{لو}_2 4 - 4\ \text{لو}_3 3} = \frac{3}{2}$

الحل: $\frac{\text{لو}_2 8 - 3\ \text{لو}_3 9}{\text{لو}_2 4 - 4\ \text{لو}_3 3} = \frac{\text{لو}_2 2^3 - 3^3\ \text{لو}_3 3}{\text{لو}_2 2^2 - 4\ \text{لو}_3 3} = \frac{3\ \text{لو}_2 2 - 6\ \text{لو}_2 3}{2\ \text{لو}_2 2 - 1 \times 4\ \text{لو}_2 3} = \frac{1 \times 6 - 1 \times 3}{4 - 1 \times 2}$

$= \frac{6-3}{4-2} = \frac{3-}{2-} = \frac{3}{2}$ #

جـ) $\text{لو}\frac{245}{297} - \text{لو}\frac{49}{81} + \text{لو}\frac{11}{15} = 0$

الحل. $\text{لو}\frac{245}{297} + \text{لو}\frac{49}{81} - \text{لو}\frac{11}{15} = \text{لو}\frac{245}{297} \times \frac{81}{49} \div \frac{11}{15}$

$= \text{لو}\frac{11 \times 245}{15 \times 297} = \text{لو}\frac{81}{49} = \text{لو}\ 1 =$ صفر

هـ) $\text{لو}\frac{256}{3} + 3\ \text{لو}\frac{5}{3} + \text{لو}\frac{81}{32} = 3\ \text{لو}\frac{5}{3}$

الحل: $\text{لو}\frac{256}{3} + \text{لو}\left(\frac{5}{3}\right)^3 + \text{لو}\frac{81}{32}$

$= \text{لو}\frac{256}{3} \times \frac{125}{27} \times \frac{81}{32} = \text{لو}\frac{125}{8} = \text{لو}\left(\frac{5}{3}\right)^3 = 3\ \text{لو}\frac{5}{3}$ #

[12] أوجد مجموعة تعريف كل من الدوال التالية:

تعريف الدالة اللوغاريتمية: (معرفة لما بعد لو أكبر من الصفر)