

# Matematik A-niveau

## 22. maj 2015

### Delprøve 2

Løst af Anders Jørgensen og Saeid Jafari

#### Opgave 7 - Analytisk Plangeometri

restart

with(Gym) :

##### Delopgave a)

Vi starter ud med at undersøge afstanden fra punktet P(5,4) til linjen som er givet her:

$$l := x - y + 2 = 0$$

(1.1.1)

Vi benytter dist formelen:  $dist(P, l) = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Vi indsætter vores linje og punkt i formelen.

$$dist(P, l) = \frac{|1 \cdot 5 - 1 \cdot 4 + 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}}$$

$$dist(P, l) = \frac{3}{2} \sqrt{2}$$

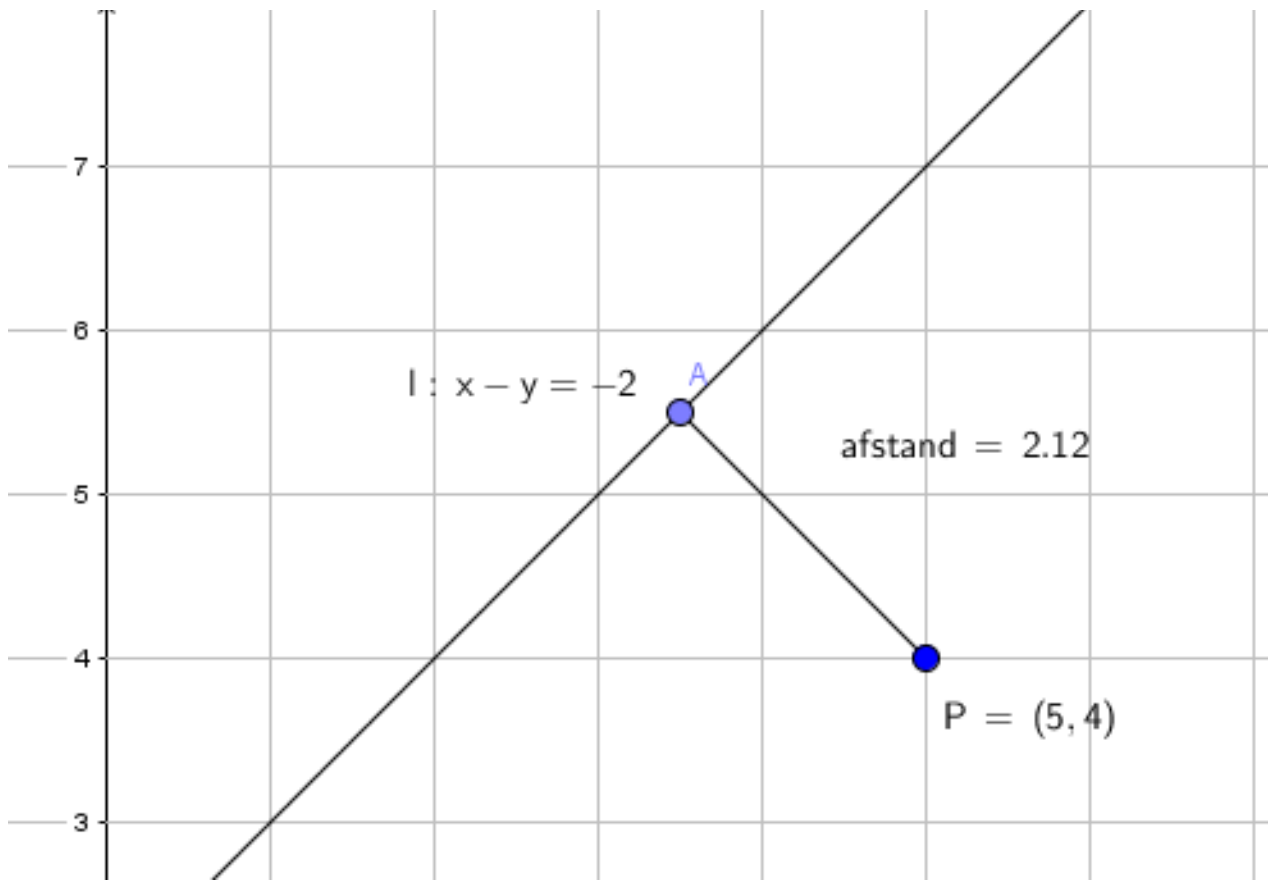
(1.1.2)

at 5 digits  
→

$$dist(P, l) = 2.1213$$

(1.1.3)

Så 2.1213 må være afstanden fra P til l. Vi kan illustrere det i CAS programmet GeoGebra.



Dvs. at vores udregninger er korrekte.

**Delopgave b)**

Vi undersøger skæringspunkterne for begge linjer  $l$  og  $m$ . Vi indsætter derfor parameterfremstillingen  $m$  i linjen  $l$ .

$$\langle x, y \rangle = \langle 1, 1 \rangle + t \cdot \langle 3, 1 \rangle$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 3t \\ 1 + t \end{bmatrix} \tag{1.2.1}$$

Vi indsætter i linjen  $l$

$$(1 + 3t) - (1 + t) + 2 = 0$$

$$2 + 2t = 0 \tag{1.2.2}$$

solve for t →

$$[[t = -1]] \tag{1.2.3}$$

Vi har at  $t = -1$  som sættes ind i parameterfremstillingen  $m$ , hvor vi så vil få punktet, hvor  $l$  og  $m$  skærer hinanden.

$$\langle x, y \rangle = \langle 1, 1 \rangle + (-1) \cdot \langle 3, 1 \rangle$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.2.4}$$

Så vi har koordinaterne.  $(-2, 0)$

## Opgave 8 - Eksponentielle Funktioner

restart

with(Gym) :

### Delopgave a)

Vi udfører regression i denne opgave, hvor vi vil få bestemt tallene  $a$  og  $b$ . Vi definerer først  $x$  og  $y$ .

$x := [0, 1, 2, 3, 4, 5]$

$[0, 1, 2, 3, 4, 5]$

(2.1.1)

Fordi 2006 er vores begyndelses år.

$y := [329, 434, 607, 909, 1502, 2030]$

$[329, 434, 607, 909, 1502, 2030]$

(2.1.2)

Vi laver regression for en eksponentiel funktion.

$ExpReg(x, y)$

Matematik Universet

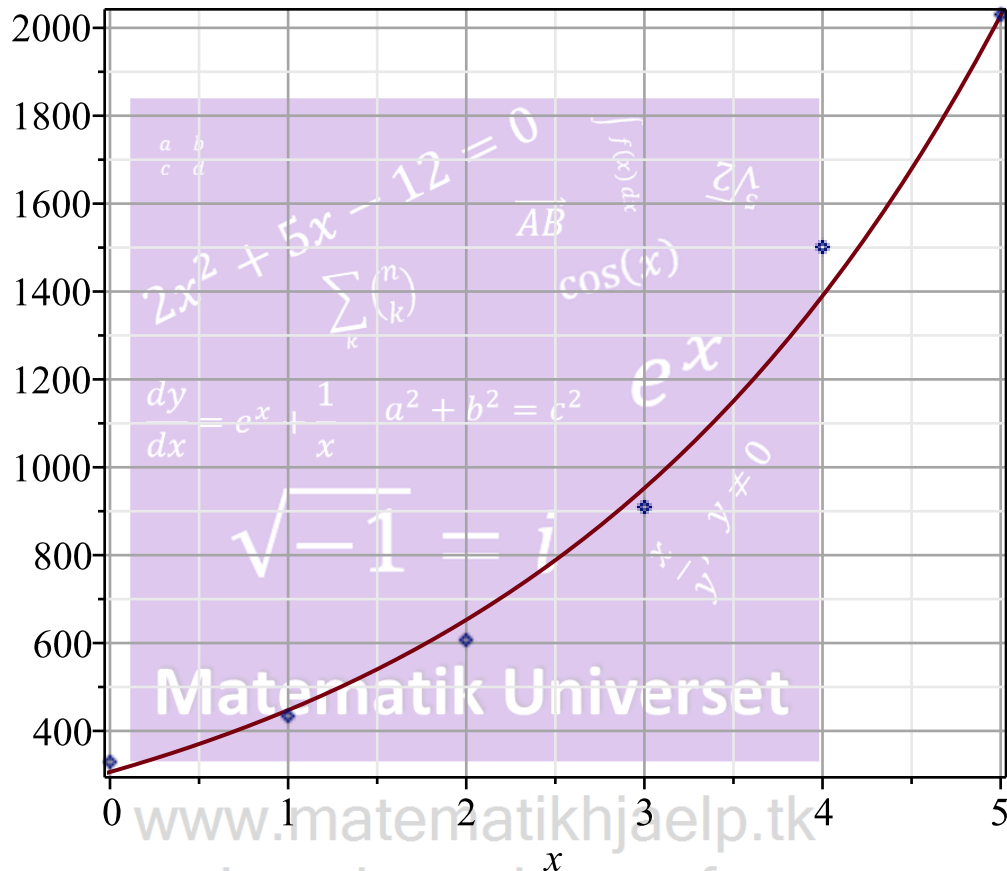
[www.matematikhjælp.tk](http://www.matematikhjælp.tk)

Løsninger lavet af  
Anders og Mark

## Ekspontiel Regression

$$y = 306.52 \cdot 1.4592^x$$

Forklaringsgrad  $R^2 = 0.99229$



Dvs. vi får bestemt tallene  $a$  og  $b$ . Samt funktionen. Bemærk, at forklaringsgraden er tæt på 1, dvs. en rigtig god funktion.

$$f(x) := 306.52 \cdot 1.4592^x$$

$$x \rightarrow 306.52 \cdot 1.4592^x$$

(2.1.3)

Hvor tallet  $a = 1.4592$ , og  $b = 306.52$

Hvilket er det ønskede.

### Delopgave b)

Vi bruger vores model for at bestemme det år, hvor omsætningen er 10000 mio. USD.

$$f(x) = 10000$$

$$306.52 \cdot 1.4592^x = 10000$$

(2.2.1)

→ solve for x

$$[[x = 9.222452756]]$$

(2.2.2)

Vi finder året det vil passe i.  
2006 + 9.222452756

$$2015.222453$$

(2.2.3)

└ Dvs. at i år 2015 vil omsætningen nå 10000 mio USD.

### Delopgave c)

Vi benytter fremskrivningsfaktoren for at udregne denne delopgave, altså  $a = 1 + r$ . Vi kender tallet  $a$ , som indsættes i formlen.

$$1.4592 = 1 + r$$

→ solve for r

$$1.4592 = 1 + r \tag{2.3.1}$$

$$[r = 0.4592000000] \tag{2.3.2}$$

Tallet omregnes til procent.

$$0.4592000000 \cdot 100 = 45.92000000 \tag{2.3.3}$$

Dvs. at den årlige vækstrate er ca. 46%

Vi bestemmer nu fordoblingstiden.

$$T_2 = \frac{\log_{10}(2)}{\log_{10}(1.4592)}$$

$$T_2 = \frac{6.093294889 \ln(2)}{\ln(10)} \tag{2.3.4}$$

→ at 5 digits

$$T_2 = 1.8343 \tag{2.3.5}$$

└ Dvs. fordoblingstiden er ca. 1.83 år eller nærmere 2 år.

## Opgave 9 - Potensfunktioner

restart  
with(Gym) :

### Delopgave a)

Vi kan bestemme tallene  $a$  og  $b$  pr. håndkraft, men vi benytter regression alligevel for den her potensmodel.

Vi definerer som gjort tidligere, vores  $x$  og  $y$  værdier.

$$x := [3, 15] \tag{3.1.1}$$

$$y := [100, 50] \tag{3.1.2}$$

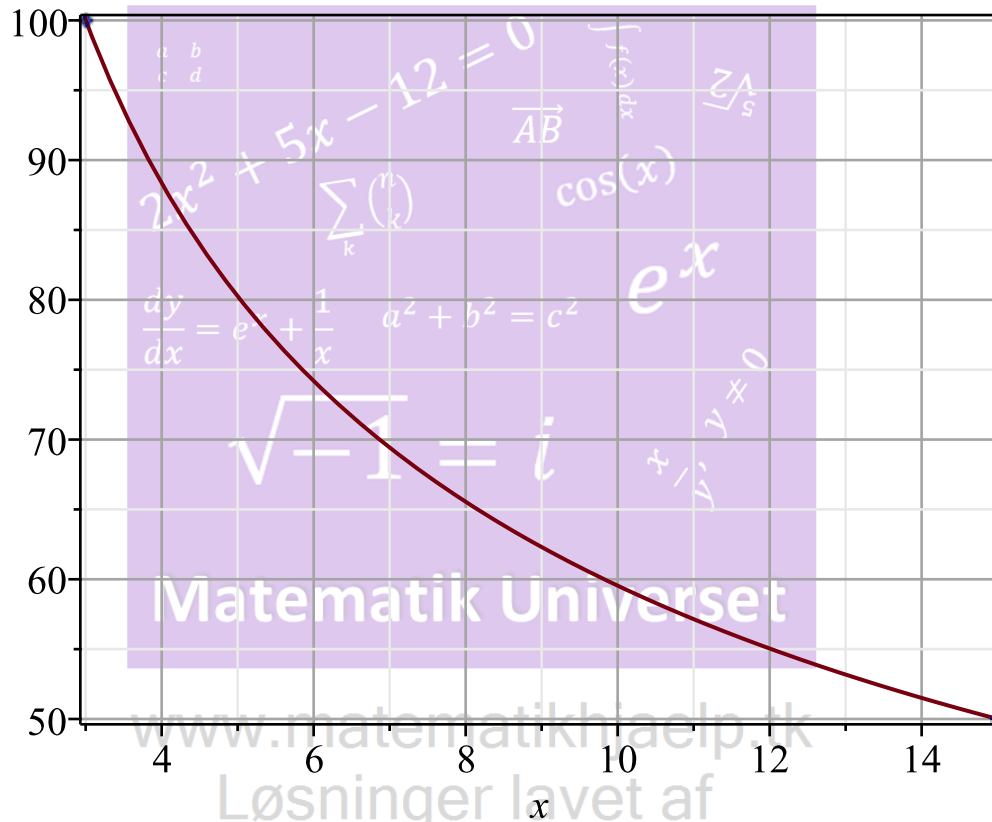
Vi laver regression for potensfunktionen.

PowReg(x, y)

Potens Regression

$$y = 160.50 \cdot \frac{1}{x^{0.43068}}$$

Forklaringsgrad  $R^2 = 1$ .



Dvs. tallene  $a$  og  $b$  samt modellen blev bestemt.

$$f(x) := 160.50 \cdot \left( \frac{1}{x^{0.43068}} \right)$$

$$x \rightarrow 160.50 \frac{1}{x^{0.43068}} \tag{3.1.3}$$

Hvor tallet  $a = -0.43068$ , og  $b = 160.50$ .

**Delopgave b)**

Vi skal her bestemme  $f(20)$  og dette gøres her:

$$f(20)$$

$$44.17203811 \tag{3.2.1}$$

Dvs. når  $x = 20$ , så er  $f(x) = 44.17203811$ .

Vi ønsker nu at bestemme den procentvise ændring, når  $x$  vokser med 70%. Følgende formel

$$\text{bruges: } r_y = \left( (1 + r_x)^a - 1 \right) \cdot 100$$

Så vi indsætter 70.

$$r_y = \left( \left( 1 + \left( \frac{70}{100} \right) \right)^{-0.43068} - 1 \right) \cdot 100$$

$$r_y = -20.42983504 \quad (3.2.2)$$

Så vores procentvise fald, er ca. 20.4%

## ▼ Opgave 10 - Differentialregning & Monotoniforhold

restart

with(Gym) :

### ▼ Delopgave a)

Vi definerer vores polynomium

$$f(x) := x^6 - 5x^3 + 4$$

$$x \rightarrow x^6 - 5x^3 + 4 \quad (4.1.1)$$

Vi skal finde skæringspunktet for første kvadrant. Vi løser en ligning for  $f$ .

$$f(x) = 0$$

$$x^6 - 5x^3 + 4 = 0 \quad (4.1.2)$$

$\xrightarrow{\text{solve}}$

$$\{x = 1\}, \left\{x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3}\right\}, \left\{x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}\right\}, \{x = 2^{2/3}\}, \left\{x = -\frac{1}{2} 2^{2/3} + \frac{1}{2}i\sqrt{3} 2^{2/3}\right\}, \left\{x = -\frac{1}{2} 2^{2/3} - \frac{1}{2}i\sqrt{3} 2^{2/3}\right\} \quad (4.1.3)$$

Her ses en række løsninger, men vi er kun interesseret i  $x \in \mathbb{R}$  og ikke de andre komplekse rødder. Så  $x$  har skæring i

$x = 1$  og  $x = 2^{2/3}$ . Da  $f$  skal ramme  $x$ -aksen, ved vi, at  $y = 0$ . Derfor har vi koordinatsættene

$$x = 1, y = 0$$

$$x = 1, y = 0 \quad (4.1.4)$$

og

$$x = 2^{2/3}, y = 0$$

$$x = 2^{2/3}, y = 0 \quad (4.1.5)$$

Hvilket er det ønskede i denne opgave.

### ▼ Delopgave b)

Vi bestemmer monotoniforholdene for  $f$ . Vi skal først differentiere  $f$ .

$$f'(x)$$

$$6x^5 - 15x^2 \tag{4.2.1}$$

Her ses den afledte af  $f$ .

Vi ønsker nu at bestemme hvor  $x$  er størst. Vi løser derfor en ligning for  $x$ .

$$f'(x) = 0$$

$$6x^5 - 15x^2 = 0 \tag{4.2.2}$$

solve for x →

$$\left[ [x=0], [x=0], \left[ x = \frac{1}{2} \cdot 20^{1/3} \right], \left[ x = -\frac{1}{4} \cdot 20^{1/3} + \frac{1}{4} \cdot i\sqrt{3} \cdot 20^{1/3} \right], \left[ x = -\frac{1}{4} \cdot 20^{1/3} - \frac{1}{4} \cdot i\sqrt{3} \cdot 20^{1/3} \right] \right] \tag{4.2.3}$$

Vi har tre reelle løsninger ( $\mathbb{R}$ ) og kan nu bestemme det sted, hvor  $x$  er størst. Vi ved, at der er tale om en vandret vendetangent, idet der er to ens rødder.

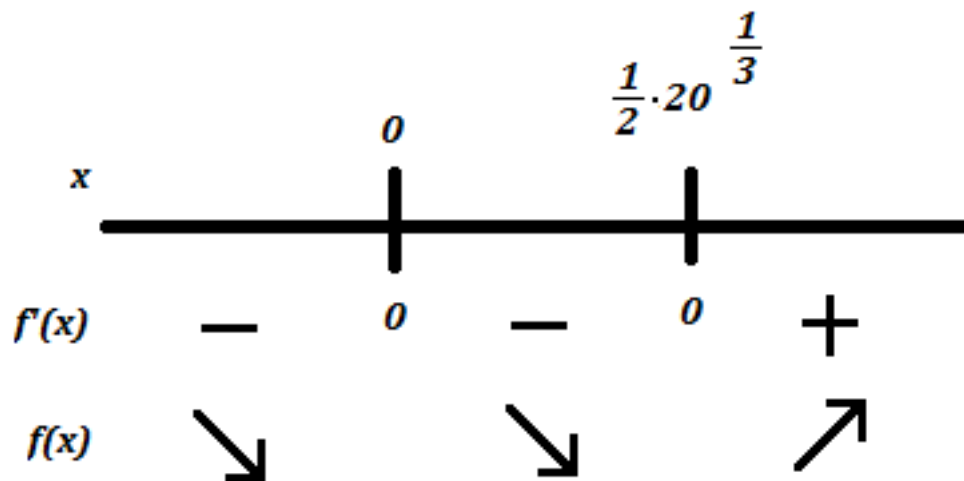
Vi finder ud af, hvornår  $x$  er voksende, derfor vælges tal der er forskelligt fra  $x$ . Jeg vælger -1, 1 og 2

$$f'(-1) = -21 \tag{4.2.4}$$

$$f'(1) = -9 \tag{4.2.5}$$

$$f'(2) = 132 \tag{4.2.6}$$

Her ses det, hvornår  $f$  er voksende samt aftagende. Jeg tegner en linje i Paint.



Vi kan i denne opgave vurdere, om hvornår  $f$  er voksende og aftagende.

$f$  er aftagende i intervallet  $]-\infty; 0]$



$f$  er aftagende i intervallet  $\left[0; \frac{1}{2} \cdot 20^{\frac{1}{3}}\right]$

$f$  er voksende i intervallet  $\left[\frac{1}{2} \cdot 20^{\frac{1}{3}}; \infty\right]$

Vi kan endvidere bestemme lokale maksimum og lokale minimum ved indsættelse af  $x$ . Vi bestemmer det lokale maksimum

$f(0)$

(4.2.7)

Nu det lokale minimum.

$f\left(\frac{1}{2} \cdot 20^{\frac{1}{3}}\right)$

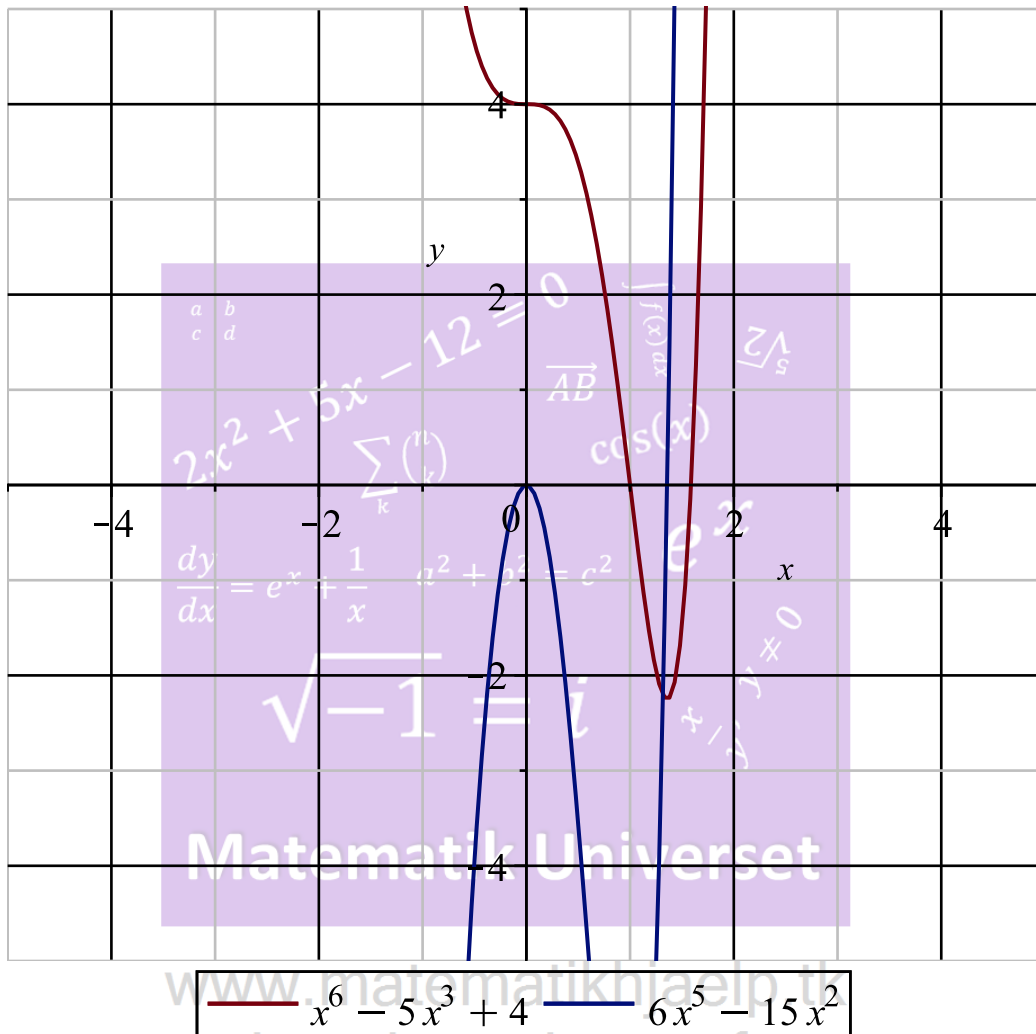
(4.2.8)

Her fik vi så vores maksimale og minimale ekstrema.

I Maple kan vi få  $f$  og  $f'$  visualiseret.

`plot([f(x), f'(x)], x=-5..5, y=-5..5, legend=[f(x), f'(x)])`

Løsninger lavet af  
Anders og Mark




Dette er det ønskede.

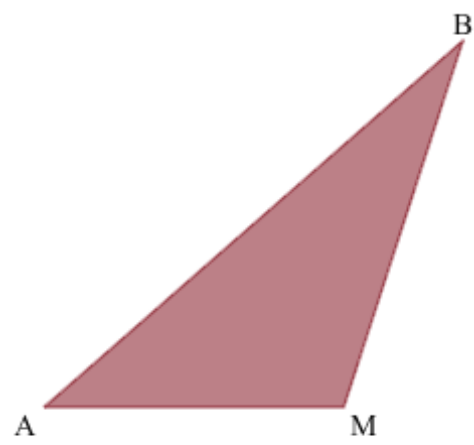
## ▼ Opgave 11 - Trigonometri

restart  
with(Gym) :

### ▼ Delopgave a)

Vi regner denne opgave v.h.a. Maple's smarte trekantsberegner. Jeg indsætter de oplyste tal fra opgaveformuleringen.

TREKANTSBEREGNER		
Vinkel i grader	Sidelængde	
A ▾ 41.17	a	9
B ▾ 30.80	b	7
M ▾ 108.1	m	13
Indtast præcis 3 oplysninger		
Beregn	Rediger	
Slet Alt		
		



Bemærk, at  $a$  er  $|BM|$ ,  $b$  er  $|AM|$  og  $m$  er  $|AB|$ .


Her fik vi bestemt vinkel A. Vi skal nu regne den anden side af trekanten BMC. Det kræver lige nogle udregninger af bl.a. vinkel M.

$$180 - 108.1$$

71.9

(5.1.1)

Så vinkel M i trekanten BMC er  $71.9^\circ$ . Vi ved, at M er midtpunktet, så må  $|MC|$  være det samme som  $|AM|$ , dvs. 7. Vi har nu tilstrækkelig tal for at finde den anden trekant.

TREKANTBEREGNER		
Vinkel i grader	Sidelængde	
M ▾ 71.9	m	9.532
B ▾ 44.27	b	7
C ▾ 63.83	c	9
Indtast præcis 3 oplysninger		
Beregn	Rediger	
Slet Alt		
		

Vi ser nu, at den anden trekant er fundet. Vi skal bestemme omkredsen af trekanten ABC og derfor regner vi længderne af trekantene undtagen den længde  $|BM|$ .

$$|AB| + (|AM| + |MC|) + |BC|.$$

Vi indsætter tallene.

$$13 + (7 + 7) + 9.532$$


36.532

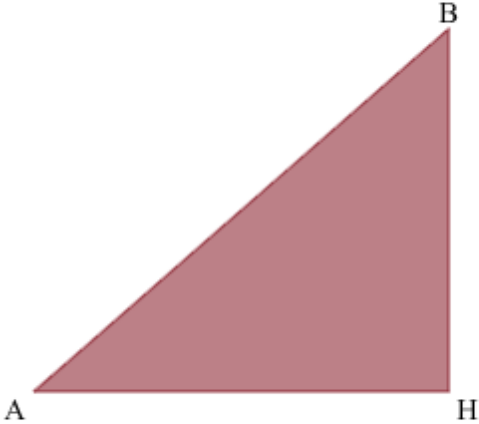
(5.1.2)

Så omkredset af trekanten ABC er 36.532.

### Delopgave b)

Vi har nu en trekant, der har en højde fra B til et nyt punkt. Lad os kalde det for H. Vi ved, at vinkel H er 90 grader, idet det skal være en retvinklet trekant. Vi kender allerede hypotenusen fra tidligere og vi kender vinkel A. Derfor benytter vi Maple's trekantsberegner, hvor de ovenstående oplysninger indsættes.

TREKANTSBEREGNER		
Vinkel i grader	Sidelængde	
A ▾ 41.17	a	8.558
B ▾ 48.83	b	9.786
H ▾ 90	h	13
Indtast præcis 3 oplysninger		
Beregn	Rediger	
Slet Alt		
		



Vi fik nu bestemt højden til at være 8.558.

Matematik Universet

## ▼ Opgave 12 - Statistik

restart

with(Gym) :

### ▼ Delopgave a)

$$obs := \left[ \frac{39}{300} \cdot 100, \frac{42}{300} \cdot 100, \frac{83}{300} \cdot 100, \frac{54}{300} \cdot 100, \frac{49}{300} \cdot 100, \frac{21}{300} \cdot 100, \frac{12}{300} \cdot 100 \right]$$

$$\left[ 13, 14, \frac{83}{3}, 18, \frac{49}{3}, 7, 4 \right] \quad (6.1.1)$$

at 5 digits  
→

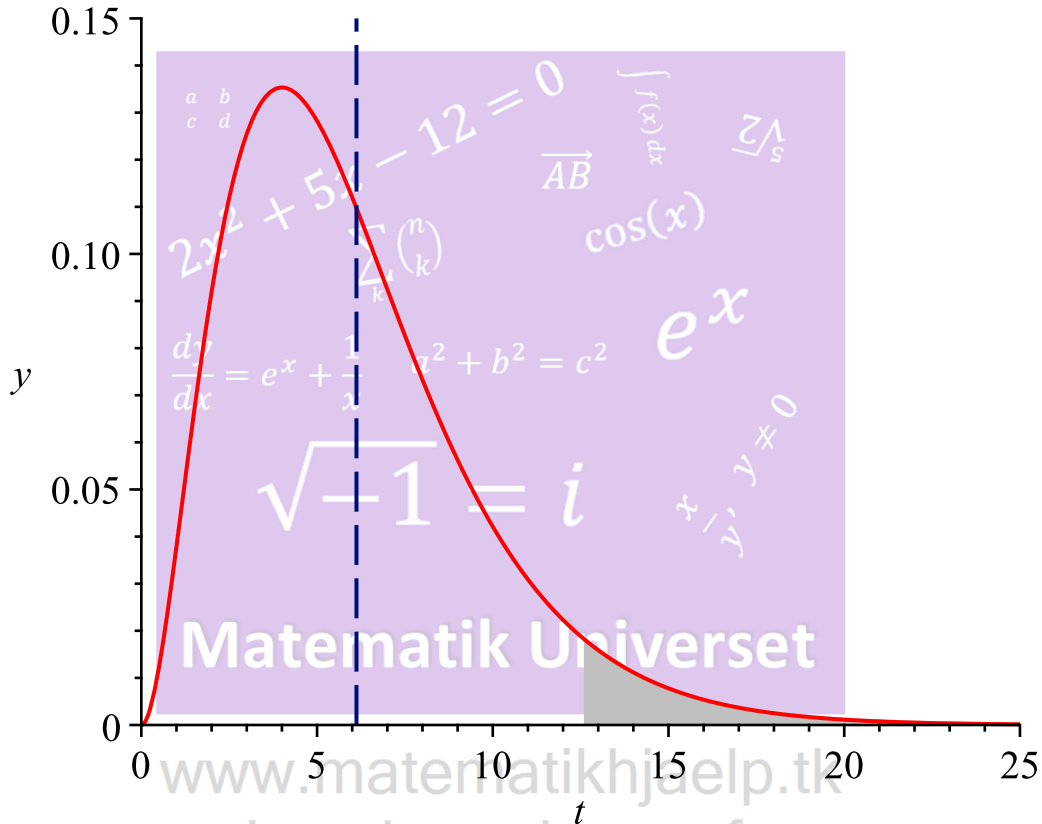
$$[13., 14., 27.667, 18., 16.333, 7., 4.] \quad (6.1.2)$$

$$forv := [15, 16, 19, 17, 17, 10, 6]$$

$$[15, 16, 19, 17, 17, 10, 6] \quad (6.1.3)$$

$$ChiKvadratGOFtest(obs, forv, level = 0.05)$$

$\chi^2$ -teststørrelse = 6.1215  
 Frihedsgrader = 6  
 Kritisk værdi = 12.592  
 p-værdi = 0.40972



Det kan ses, at p-værdien er 40,972% som er større end 5% signifikant. Derfor accepteres nulhypotesen!

**Delopgave b)**

$$\frac{(13 - 15)^2}{15}$$

$$\frac{4}{15}$$

(6.2.1)

at 5 digits →

$$0.26667$$

(6.2.2)

$$\frac{(14 - 16)^2}{16}$$

$$\frac{1}{4}$$

(6.2.3)

at 5 digits →

$$0.25000$$

(6.2.4)

$$\frac{(18 - 17)^2}{17} = \frac{1}{17} \quad (6.2.5)$$

at 5 digits →

$$0.058824 \quad (6.2.6)$$

$$\frac{(16.33 - 17)^2}{17} = 0.02640588235 \quad (6.2.7)$$

$$\frac{(7 - 10)^2}{10} = \frac{9}{10} \quad (6.2.8)$$

at 5 digits →

$$0.90000 \quad (6.2.9)$$

$$\frac{(4 - 6)^2}{6} = \frac{2}{3} \quad (6.2.10)$$

at 5 digits →

$$0.66667 \quad (6.2.11)$$

$$\frac{(27.667 - 19)^2}{19} = 3.953520474 \quad (6.2.12)$$

Det kan ses, at aldergruppen 40-49 giver det største bidrag til teststørrelsen.

www.matematikhjælp.tk

Anders og Mark

### ▼ Opgave 13 - Analytisk Rumgeometri

restart

with(Gym) :

#### ▼ Delopgave a)

Vi skal her bestemme vinklen mellem bunden og en af de fire sider. Vi ved, at bunden danner et kvadrat med 6cm på hver side. T er toppunktet og har koordinaterne  $T(3, 3, 6)$  fordi den ligger i midtpunktet af kvadratet. Vi kan derfor bestemme den plan der grænser O, A og T. Bemærk, at bundfladen allerede danner en 'plan' så dette er ikke nødvendigt at lave.

VI vælger punktet fra origo, dvs.  $O(0, 0, 0)$  og et andet punkt  $A(6, 0, 0)$  og  $B(6, 6, 0)$ . Vi laver krydsprodukt ud af det. Men først defineres vores punkter.

$$O := \langle 0, 0, 0 \rangle$$

$$A := \langle 6, 0, 0 \rangle \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (7.1.1)$$

$$T := \langle 3, 3, 6 \rangle \qquad \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (7.1.2)$$

Vi kan nu trække fra:

$$A - O \qquad \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad (7.1.3)$$

$$T - O \qquad \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (7.1.4)$$

Vi definerer vores to nye punkter.

$$\vec{OA} := \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad (7.1.5)$$

$$\vec{OT} := \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (7.1.6)$$

$$\vec{OT} := \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \qquad (7.1.7)$$



Vi laver krydsprodukt ud af det.

$$\text{linalg}[\text{crossprod}](\vec{OA}, \vec{OT})$$

$$[ 0 \quad -36 \quad 18 ] \quad (7.1.8)$$

Vi laver en ligning for planen  $\alpha$ . Planens ligning er angivet her:

$$\alpha := a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Vi indsætter tallene og vælger punktet A.

$$\alpha := 0(x - 6) - 36(y - 0) + 18(z - 0) = 0 \quad \vec{AB}$$

$$-36y + 18z = 0 \quad (7.1.9)$$

Dette er vores plan,  $\alpha$ . Vi kan nu bestemme vinklen mellem planen  $\alpha$  og grundfladen.

Grundfladen som er en  $xy$ -plan er  $0, 0, 3$ . Vi bestemmer vinklen mellem planerne. Bemærk, at 3 vælges, idet planen for grundlinjen stadig er fladt, så højden har ingen indflydelse. Vinklen bestemmes ud fra normalvektoren for planen  $\alpha$  samt grundfladen. Formlen for dette er givet ved:

$$\cos v = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \quad \text{Vi benytter formlen nedenfor.}$$

$$\cos = \frac{(0 \cdot 0) + (0 \cdot (-36)) + (3 \cdot 18)}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 3^2} \sqrt{0^2 + (-36)^2 + 18^2}}$$

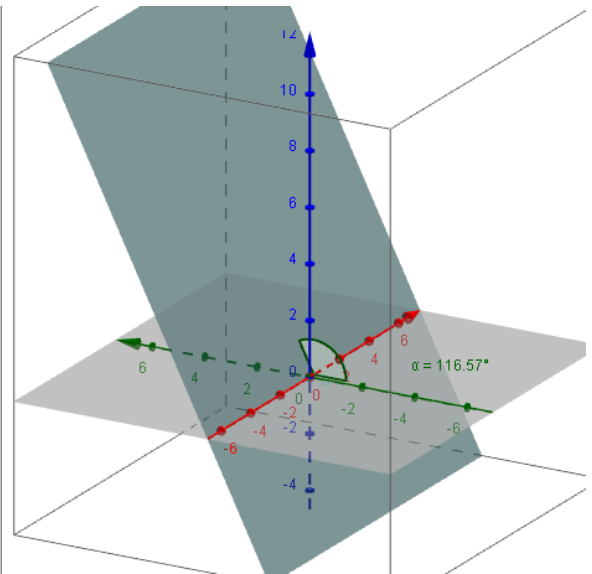
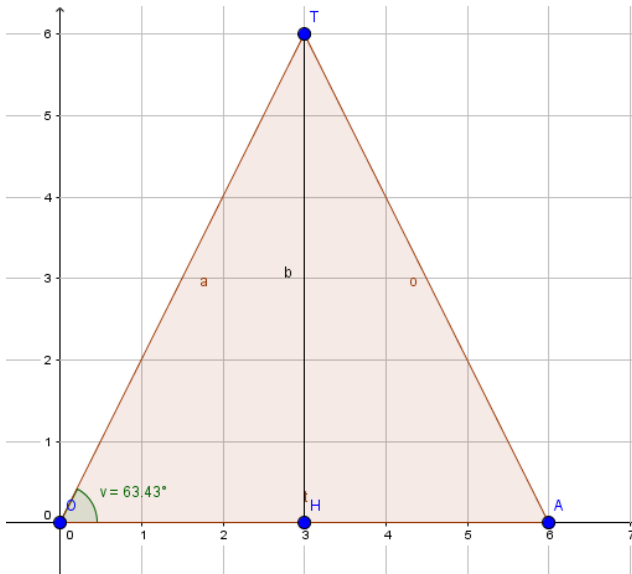
$$\text{Gym: } -\cos = \frac{1}{5} \sqrt{5} \quad (7.1.10)$$

at 5 digits  
→

$$\text{Gym: } -\cos = 0.44722 \quad (7.1.11)$$

$$\text{invCos}(0.44722) \quad 63.43453854 \quad (7.1.12)$$

Så vinklen mellem flødebollens sider og grundfladen er  $63.43453854^\circ$ . Bemærk, at vinklen er spids, hvilket det også vises på figuren i tegningen, derfor må konklusionen være, at det passer. En skitse er lavet i CAS programmet GeoGebra, fra 2D og 3D.



Bemærk, at figuren i 3D viser en anden vinkel, den viser den stumpe vinkel mellem fladerne. Trækkes den vinkel fra 180 fås vores ønskede vinkel

$$180 - 116.57$$

$$63.43$$

(7.1.13)

Dette passer.

### Delopgave b)

## Matematik Universet

Vi ønsker i denne opgave at bestemme overflade arealet. Dette gøres ved følgende arealformel.

$$T = \frac{1}{2} \cdot |\vec{a} \times \vec{b}|. \text{ Dette gælder for en trekant i rummet.}$$

Vi indsætter vores krydsprodukt fra tidligere, hvor vi regnede en plan for en af siderne.

$$Areal_{side} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{0^2 + (-36)^2 + 18^2}$$

$$Areal_{side} = 9\sqrt{5}$$

(7.2.1)

at 5 digits  
→

$$Areal_{side} = 20.125$$

(7.2.2)

Dette tal ganges med 4.

$$Areal_{alle\ sider} = 4 \cdot 20.125$$

$$Areal_{alle\ sider} = 80.500$$

(7.2.3)

Vi har arealet af alle sider. Vi mangler kun grundfladen.

$$Areal_{grundflade} = 6 \cdot 6$$

$$Areal_{grundflade} = 36$$

(7.2.4)

$$Areal_{total} = 36 + 80.500$$

$$Areal_{total} = 116.500 \quad (7.2.5)$$

Så det totale areal af flødebollen er  $116.5 \text{ cm}^2$ .

## ▼ Opgave 14 - Integralregning & Areal beregning

restart

with(Gym) :

▼ **Delopgave a)**

Vi har fået givet to funktioner, og jeg definerer dem begge for de enkelte opgaver.

$$f(x) := 1.5^x \quad (8.1.1)$$

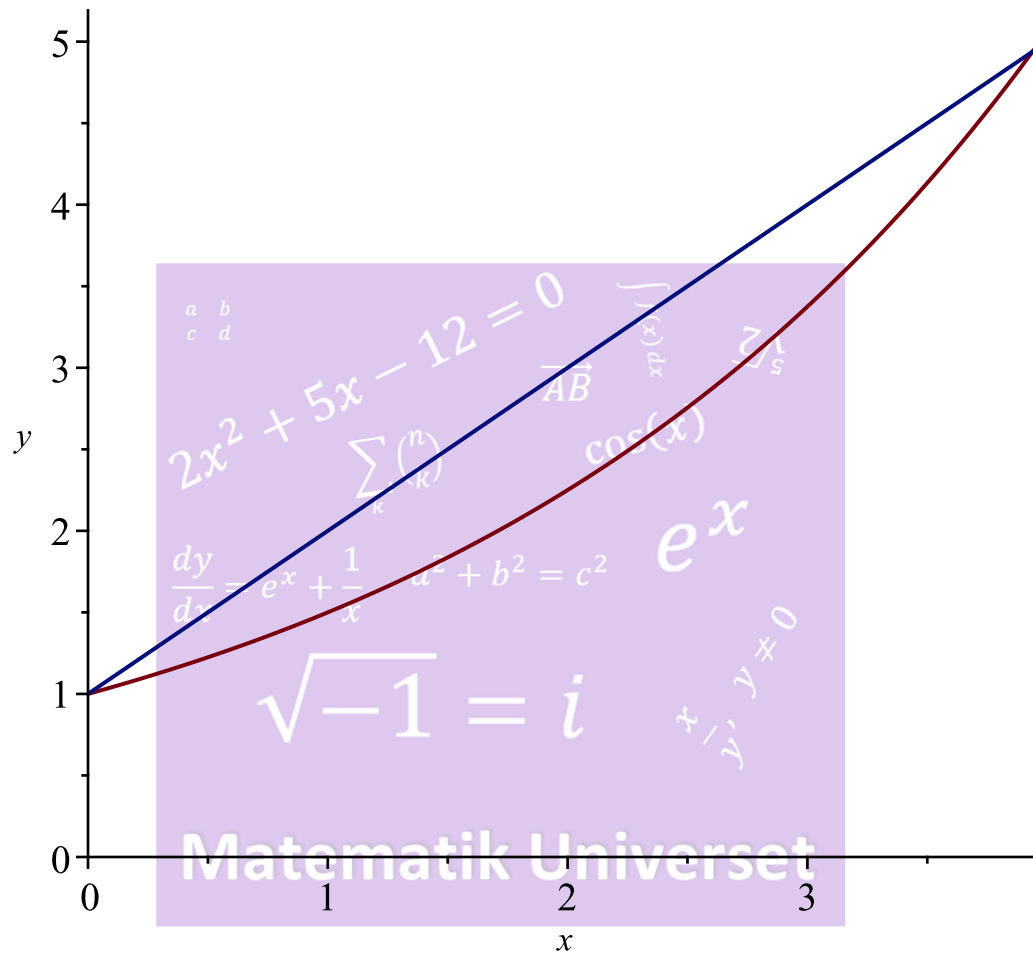
$$g(x) := x + 1 \quad (8.1.2)$$

Vi bestemmer nu arealet af  $M$ , som  $f(x)$  og  $g(x)$  afgrænser indenfor det punktmængde  $x = 1$ .

For at finde ud af, hvilken funktion der ligger øverst, kan vi plote funktionerne  $f$  og  $g$ .

$$\text{plot}([f(x), g(x)], x = 0 .. 3.97, y = 0 .. 5.2, \text{legend} = [f(x), g(x)])$$

Løsninger lavet af  
Anders og Mark



$$\boxed{\text{---} 1.5^x \quad \text{---} x + 1 \text{---}}$$

Vi ved nu, at  $g(x)$  ligger øverst. Vi bestemmer nu arealet af  $M$ .

$$M = \int_0^1 g(x) - f(x) \, dx$$

$$M = 0.2668482688$$

**(8.1.3)**

Dvs. at  $M$  har arealet 0.2668482688.

restart

with(Gym) :

▼ **Delopgave b)**

Vi har fået givet to funktioner, og jeg definerer dem begge for de enkelte opgaver.

$$f(x) := a^x$$

$$x \rightarrow a^x$$

**(8.2.1)**

$$g(x) := x + 1$$

$$x \rightarrow x + 1$$

**(8.2.2)**

$M$ , som er 0.4. Vi ved, at dette afgrænses indenfor det punktmængde  $x = 1$ .

$$0.4 = \int_0^1 g(x) - f(x) \, dx$$

$$0.4 = \frac{1}{2} \frac{2 - 2a + 3 \ln(a)}{\ln(a)} \quad (8.2.3)$$

→ solve for a

$$[[a = 1.206454299]] \quad (8.2.4)$$

Derved har vi fået angivet den konstant, der kræves for at man kan få arealet til 0.4. Funktionen skal derfor se sådan ud:

$$f(x) = 1.206454299^x$$

Dette er det ønskede.

## ▼ Opgave 15 - Differentialligninger

restart  
with(Gym) :

### ▼ Delopgave a)

Vi skal i denne opgave opstille en differentialligning med oplysningerne  $t = 162$ , proportionalitetskonstant = 0.022 og antallet af smittede ved 3800.

$$\frac{dN}{dt} = 0.022 \cdot N(t) \quad \frac{dN}{dt} = 0.022 N(t) \quad (9.1.1)$$

Dette er en differentialligning. Vi ønsker nu at bestemme antallet af smittede ved indsættelse af 162 i differentialligningen.

$$\frac{dN}{dt} = 0.022 \cdot 3800 \quad \frac{dN}{dt} = 83.600 \quad (9.1.2)$$

Dvs. at der i forhold til væksthastigheden - vokser antallet af smittede med ca. 84 personer pr. døgn.

### ▼ Delopgave b)

Vi opstiller en ny ligning. Bemærk, at jeg kalder den for M, idet vi allerede har brugt N.

$$M'(t) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot M(t) \cdot (13382 - M(t)) \quad D(M)(t) = \frac{3}{1000000} M(t) (13382 - M(t)) \quad (9.2.1)$$

$$M'(t) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 3800 \cdot (13382 - 3800)$$

$$D(M)(t) = \frac{273087}{2500} \quad (9.2.2)$$

at 5 digits  
→

$$D(M)(t) = 109.23 \quad (9.2.3)$$

Vi sammenligner begge ligninger. Først for den ene og den anden. Endelig sættes tallene op mod hinanden.

$$dsolve(\{N'(t) = 0.022 \cdot N(t), N(162) = 3800\}, N(t)) \quad (9.2.4)$$

$$N(t) = \frac{3800 e^{\frac{11}{500} t}}{e^{\frac{891}{250} t}}$$

at 5 digits  
→

$$\frac{dy}{dt} = e^x + \frac{1}{x} \quad N(t) = 107.64 e^{0.022000 t} \quad (9.2.5)$$

$$N(t) := 107.64 e^{0.022000 t} \quad (9.2.6)$$

$$N''(162) = 1.839266176 \quad (9.2.7)$$

Den accelererer med 1.83 smittede pr. døgn. Nu for den anden ligning.

$$dsolve(\{M'(t) = 3 \cdot 10^{-6} \cdot M(t) \cdot (13382 - M(t)), M(162) = 3800\}, M(t)) \quad (9.2.8)$$

$$M(t) = \frac{25425800 e^{-\frac{1625913}{250000} t}}{4791 e^{-\frac{20073}{500000} t} + 1900 e^{-\frac{1625913}{250000} t}}$$

$$M(t) := \frac{25425800 e^{-\frac{1625913}{250000} t}}{4791 e^{-\frac{20073}{500000} t} + 1900 e^{-\frac{1625913}{250000} t}} \quad (9.2.9)$$

$$t \rightarrow \frac{25425800 e^{-\frac{1625913}{250000} t}}{4791 e^{-\frac{20073}{500000} t} + 1900 e^{-\frac{1625913}{250000} t}}$$

$$M''(162) = \frac{2368483551}{1250000000} \quad (9.2.10)$$

at 5 digits  
→

$$1.8948 \quad (9.2.11)$$

Den accelererer med 1.89 smittede pr. døgn. Nu for den anden ligning. Så den sidste model er en anelse hurtigere end den første.



[www.matematikhjaelp.tk](http://www.matematikhjaelp.tk)  
Løsninger lavet af  
Anders og Mark