Matematik FSA

December 2013

Løsningsforslag med hjælpemidler

Opgave 1:

a) Gustav træner i 1.5 time, og det gør han mandag, tirsdag, onsdag og torsdag, så $4 \cdot 1.5 = 6$, så Gustav træner i 6 timer om ugen.

b) Man tager 600 og deler med 25, så Gustav får svømmet

$$\frac{600}{25} = 24$$

Dvs. 24 baner til opvarmning.

c) Man multiplicerer 31 med 6, så

$$31 \cdot 6 = 186$$

Dvs. Gustav har 186 pulsslag pr. minut.

d) Gustavs maksimale puls er 204. Man har

$$\frac{204}{6} = 34$$

Dvs. hans maksimale pulsslag er 34 pr. 10 sekund, så $70 - 75\%$ af det er

$$34 \cdot \frac{70}{100} = 23.8$$

$$34 \cdot \frac{75}{100} = 25.5$$

Så ved 70-75% af hans maksimale puls er den ca. 23.8 til 25.5.

e) Man har $100m$ og man har 57.6, så er

$$\frac{100m}{57.6s} = 1.736m/s$$

Som kan omregnes til km/t, så

$$1.736 \cdot 3.6 = 6.25$$

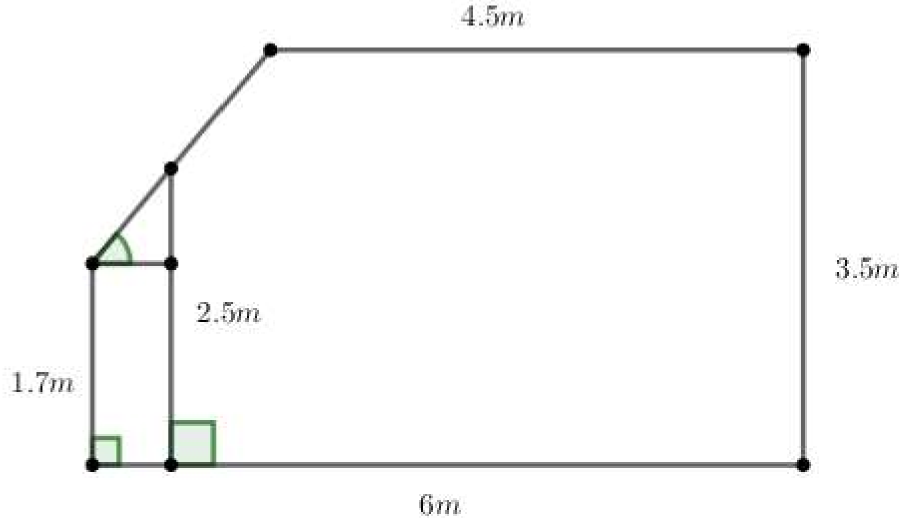
Dvs. han svømmer $6.25km/t$, hvilket er hurtigere end når han går.

Opgave 2:

a) En elev skal have $6m^3$ plads, og en voksen skal have $12m^3$ plads, altså

$$22 \cdot 6m^3 + 1 \cdot 12m^3 = 144m^3$$

b) GeoGebra benyttes.



Det er en FIN tegning.

c) Man fokuser på den lille retvinklede trekant. I opgavesættet ses det, at vinkel $v = 50^o$, da trekanten er retvinklet, så er højden i trekanten $2.5m - 1.7m = 0.8m$, da vinklen er 50^o, så kan man finde længden x vha. formlen.

$$\tan(50) = \frac{0.8}{x} \Leftrightarrow x = \frac{0.8}{\tan(50)} \approx 0.67m$$

d) Man bestemmer volumen af figur 2, obs: min højde $2.5m$.

$$V_{kasse} = 4.5m \cdot 3.5m \cdot 8m = 126m^3$$
$$V_{lille\ kasse} = 0.83m \cdot 2.5m \cdot 8m = 16.6m^3$$
$$V_{trekant} = \frac{1}{2} \cdot 0.83m \cdot 1m \cdot 8m = 3.32m^3$$
$$V_{total} = 126m^3 + 16.6m^3 + 3.32m^3 = 145.92m^3$$

Så da $145.92m^3 > 144m^3$, så opfylder Gustavs klasse, betingelserne.

Opgave 3:

a) Man benytter sig af formlen.

$$Forventet\ sluthøjde = \left(\frac{189+167}{2} + 6.5\right) \pm 8.5 = 184.5cm \pm 8.5$$

Så den mindste højde er $184.5m - 8.5 = 176cm$ og den største højde er $184.5cm + 8.5 = 193cm$.

b) Gustav er 15 år og er $174cm$ høj, så den kurve man forventer han ligger i, er 75%, se man på højden når han bliver 18 år for selvsamme kurve, er hans højde ca. $183cm$.

c) Gustav ligger på 75%, så han er gennemsnitlig 75% højere end de andre danske drenge, så der vil være 25% der vil være højere end Gustav.

d) Medianen bestemmes. Den er markeret med rød.

160,172,173,173,174,176,176,177,179,180,182,183,184,184,188

Så det betyder, at 50% af drengene i Gustavs klasse er 177cm eller mindre.

e) Et udvidet kvartilsæt for Gustavs klasse er

$$\{160; 173; 177; 183; 188\}$$

Og for Danmark er det

$$\{151; 163; 168; 174; 183\}$$

Ifølge kvartilsættet ses det, at Gustavs klasse ligger generelt mere over landsgennemsnittet for de 15-årige. Man kan også visualisere det vha. Boksplot. (Gør det!)

Opgave 4:

a) Gustavs knallert bruger i gennemsnit

$$\frac{100km}{25km/L} = 4L$$

Dvs. 4 liter benzin om ugen.

b) Kigger man på tabellen er $0km$ koster $9500kr$, når han kører $10km$, er prisen steget med $5kr$, så 1km koster $0.5kr$, så

$$150 \cdot 0.5kr = 75kr$$

Så Gustav har brugt 75kr da han havde kørt 150km.

c) Stigningstallet, eller hældningskoefficienten a kan bestemmes vha. formlen

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10000 - 9500}{1000 - 0} = \frac{1}{2}$$

Så for hver gang Gustav kører 1km, så stiger udgiften med $0.5kr/km$.

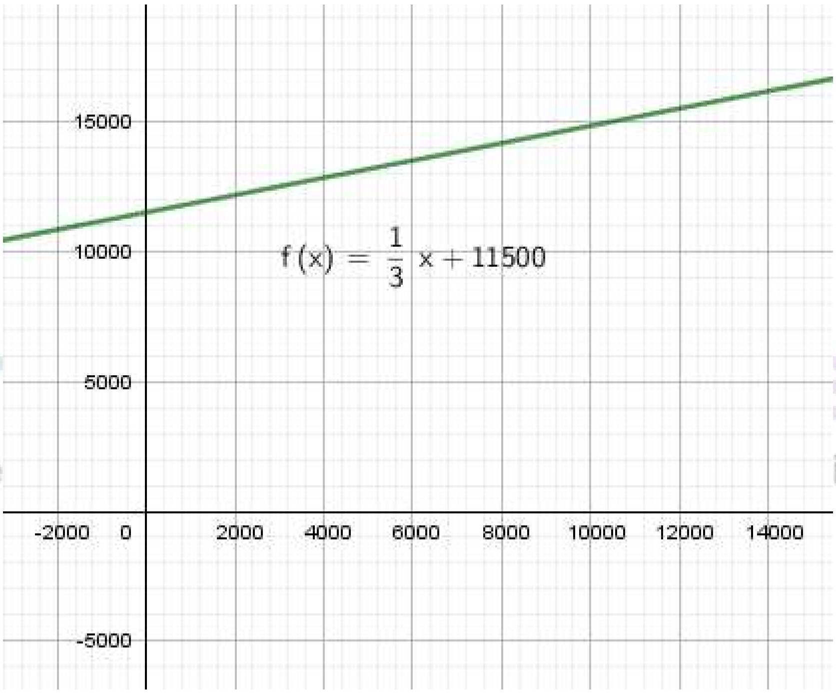
d) Funktionen

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 11500$$

Er gældende for Maltes knallert. De 11500 fortæller, at ved 0 kørt km, er Maltes samlede udgifter 11500kr. For hver gang Malte kører 1km, stiger hans udgifter med $0.333 kr/km$. Her er 0.333 udregnet ved

$$\frac{12.5}{37.5} \approx 0.333 = \frac{1}{3}$$

e) GeoGebra benyttes. Lad $f(x)$ være sammenhængen mellem det antal kilometer, Malte har kørt, og hans samlede udgifter til knallert og benzin.



f) Man løser følgende ligning:

$$\frac{1}{3}x + 11500 = \frac{1}{2}x + 9500 \Leftrightarrow 2x + 69000 = 3x + 57000 \Leftrightarrow x = 12000$$

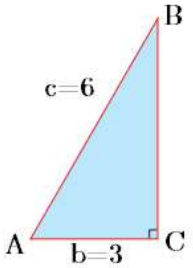
Da de kører ca. 5000km hvert år, så har Malte ret. Gustavs udgifter overstiger Maltes udgifter efter 3 år.

Opgave 5:

a) Ligesidet trekant betyder, at alle sidelængder er ens, så
$$O = 6 + 6 + 6 = 18$$

b) Ligesidet trekant har vinkel $v = 60^o$, så
$$T = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin(60) = 15.588$$

Det er ligegyldigt, hvilken trekant man vælger. Vi vælger den til venstre.



c) Man har en retvinklet trekant. Vinkel $C = 90^o$, vinkel $A = 60^o$ fordi den kommer af en ligesidet trekant. Endelig er vinkel B = 30°. Vinkelsummen SKAL være 180^o, så $90^o + 60^o + 30^o = 180^o$

d) Trekanten er ligesidet, og da man deler den i to fra vinkel B, så betyder det, at den ene side bliver halveret. Dermed vil hypotenusen, som så var en af de sider i den ligesidet trekant, altid være dobbelt så stor som en af kateterne, i dette tilfælde katete b.

e) Når hypotenusen er 6, så er den længste katete
$$a = |BC| = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3 \cdot 3^2} = 3\sqrt{3} = 5.1963$$

f) Man kan se fra e) at Gustav formentlig har ret. Lad nu hypotenusen i en tilfældig retvinklet trekant være $2x$. Lad den korteste katete i den tilfældige trekant have x. Så er den længste katete y udregnet ved
$$y = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = \sqrt{3x^2} = x\sqrt{3}$$
Så det viser sig, at Gustav har ret.