
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2022

ΜΑΘΗΜΑ

Μαθηματικά (Άλγεβρα)

ΩΡΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ

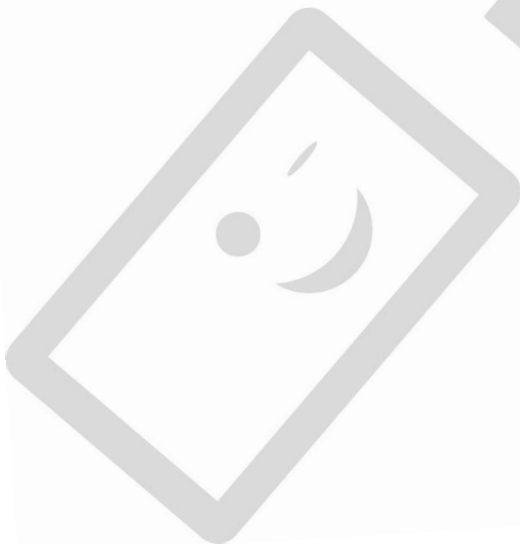
12:00



φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ



ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 4/6/2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)****ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ**
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**ΘΕΜΑ Α**

Α.1. Θεωρία σχολικού βιβλίου, σελ. 28

Α.2. Θεωρία σχολικού βιβλίου, σελ. 87

Α.3. α. Λ β. Σ γ. Λ

Α.4. α. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$ β. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ **ΘΕΜΑ Β**

$$\text{B.1. } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = \frac{25+10+5+20+15}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

$$R = t_{\max} - t_{\min} = 25 - 5 = 20$$

$$\begin{aligned} \text{B.2. } s^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2 = \frac{(25-15)^2 + (10-15)^2 + (5-15)^2 + (20-15)^2 + (15-15)^2}{5} = \\ &= \frac{10^2 + (-5)^2 + (-10)^2 + 5^2 + 0^2}{5} = \frac{100 + 25 + 100 + 25 + 0}{5} = \frac{250}{5} = 50 \end{aligned}$$

$$\text{B.3. } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{5\sqrt{2}}{15} = \frac{\sqrt{2}}{3} > \frac{1}{10}$$

$$\text{καθώς } \frac{\sqrt{2}}{3} > \frac{1}{10} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 > \left(\frac{1}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{2}{9} > \frac{1}{100} \Leftrightarrow 200 > 9 \text{ που ισχύει}$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + \alpha x + 1 \quad \text{όπου } x, \alpha \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = (x^3 - 9x^2 + \alpha x + 1)' = 3x^2 - 18x + \alpha$$

Γ.1. Για $x=1$ έχουμε: $f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + \alpha = 3 - 18 + \alpha = \alpha - 15$

Όμως από εκφώνηση $f'(1) = 0$ άρα $\alpha - 15 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 15$

Άρα $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$ με $x \in \mathbb{R}$ και $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$ με $x \in \mathbb{R}$

Γ.2. Έστω $\varepsilon: y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $M(2, f(2))$

$$f(2) = 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 15 \cdot 2 + 1 = 8 - 9 \cdot 4 + 30 + 1 = 3$$

Άρα το σημείο επαφής είναι το $M(2, 3)$

$$\lambda = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 15 = 12 - 36 + 15 = -9$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης γίνεται: $\varepsilon: y = -9x + \beta$

Το σημείο $M(2, 3)$ είναι σημείο της εφαπτομένης, άρα οι συντεταγμένες του, επαληθεύουν την εξίσωση της ε .

Για $x=2, y=3$ έχουμε: $3 = -9 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow 3 = -18 + \beta \Leftrightarrow \beta = 21$

Άρα $\varepsilon: y = -9x + 21$

Γ.3. $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15 = 3(x^2 - 6x + 5) \quad x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 6x + 5) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 4}{2} \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{array} \right.$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 6x + 5) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 > 0 \Rightarrow x < 1 \text{ ή } x > 5$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 6x + 5) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 < 0 \Rightarrow 1 < x < 5$$

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	-
f	↗	T.M. (1,8)	T.E. (5,-24)	↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 1]$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, 5]$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[5, +\infty)$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x=1$ το $f(1)=8$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x=5$ το $f(5)=-24$

$$\begin{aligned} \Gamma.4. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 18x + 15}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)}{x+1} = \frac{3 \cdot (1-5)}{1+1} = \frac{3 \cdot (-4)}{2} = -\frac{12}{2} = -6 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

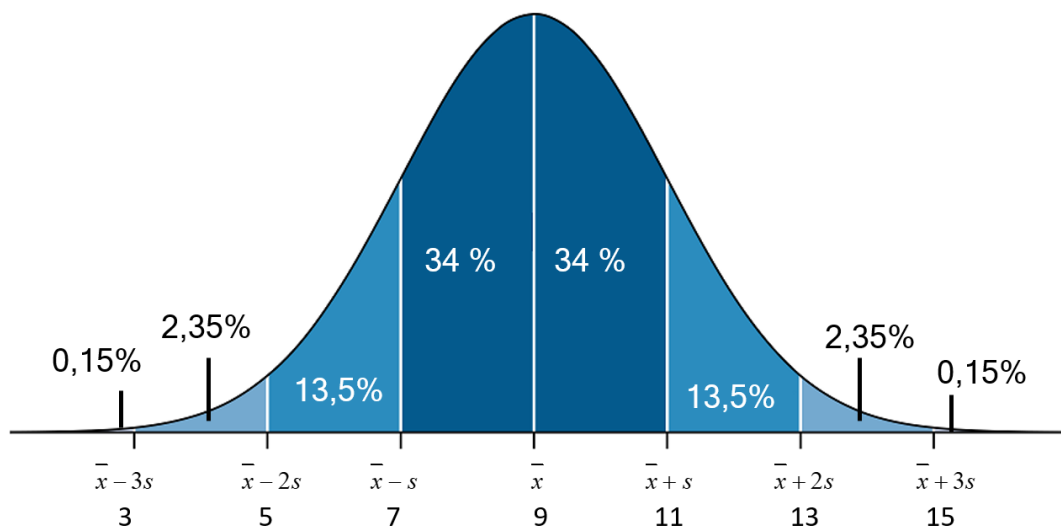
Δ.1. Για να ορίζεται η f πρέπει $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$, άρα $A_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x+1} \right)' = \frac{(x)'(x+1) - x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} \text{ με } x \neq -1$$

$$\Delta.2. \quad f'(2) = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \text{ και } f'(1) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9 \text{ και } s = \frac{1}{2f'(1)} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

Δ.3.



Από 5 έως 11 λεπτά ανήκει στο διάστημα $[\bar{x} - 2s, \bar{x} + s]$ άρα το ποσοστό είναι

$$13,5\% + 34\% + 34\% = 81,5\%$$

$$\frac{81,5\%}{100} \cdot 2000 = 1630$$

Άρα 1630 μαθητές έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά

Πάνω από 15 λεπτά το ποσοστό είναι 0,15%

$$\text{Άρα } \frac{0,15}{100} \cdot 2000 = 3$$

Οπότε 3 μαθητές έχουν χρόνο επιστροφής πάνω από 15 λεπτά

Δ.4. Αν y ο νέος χρόνος επιστροφής των μαθητών, τότε θα ισχύει $y_i = x_i + 3$.

Σύμφωνα με γνωστή εφαρμογή του σχολικού βιβλίου, η καινούρια μέση τιμή είναι

$\bar{y} = \bar{x} + c$ όπου $c = 3$ άρα $\bar{y} = 9 + 3 = 12$ και η καινούρια τυπική απόκλιση $s_y = s_x = 2$.