

KOLIKO JE ENKRAT MANJ KOT 100?

Matematiki, predvsem učitelji matematike, smo odgovorni tudi za matematično pravilno uporabo števil in računanje z njimi v vsakdanjem, nestrokovnem okolju, saj vse mlade tega učimo dvanajst let (13?), od prvega razreda do mature. Prve informacije o številih dobijo otroci od staršev in učiteljc razrednega pouka – toda tudi te smo naučili računati mi, matematiki. To besedilo pišem zato, ker se v javnosti, ne le v pogovorih, temveč tudi v tisku, pri javnem nastopanju in na TV pogosto slišijo čudne številčne primerjave, pa do sedaj še ni bilo strokovnega odmeva na to. Kako daleč smo že padli zaradi svoje neskrbnosti pa se najbolj vidi v učbenikih, saj se napake pojavljajo tudi tam. Učbenike pišejo – učitelji!

Vsak dan uporabljamo števila pri štetju, pri primerjavah merskih števil in pri osnovnih računskih operacijah. Npr.:

- Janez je visok 170 cm, Tone je (ZA) 5 cm višji: $170 + 5 = 175$,
- Franc pa (ZA) 2 cm nižji: $170 - 2 = 168$.

Razlike, ki jih dobimo pri seštevanju in odštevanju višin, označimo z besedami, npr. višji, nižji, in uporabimo besedice ZA, ŠE ZA, ... itd. Pri večjih razlikah uporabimo večkratnike, npr.:

- Janez ima 100€, Tone ima DVAKRAT TOLIKO (dvakrat več): $2 \times 100\text{€} = 200\text{€}$,
- Franc ima DESETKRAT TOLIKO (desetkrat več): $10 \times 100\text{€} = 1000\text{€}$.

Smiselno je uporabljati „...krat več“, saj lahko podobno uporabimo tudi „...krat manj“:

- Janez ima 100€, Tinka ima DVAKRAT MANJ: $100\text{€} : 2 = 50\text{€}$
- Tonka ima DESETKRAT MANJ: $100\text{€} : 10 = 10\text{€}$

Tokrat smo množili in delili. Trendi javnega spakovanja, ki so vplivnejši od vsakega učitelja, pa terjajo hkrati uporabo obeh načinov: prištevanje večkratnika k začetni vrednosti. Zato govorimo in pišemo:

- Janez ima 100€, Tone ima ŠE ZA ENKRAT TOLIKO ($100\text{€} + 1 \times 100\text{€} = 200\text{€}$); ali pa
- Janez ima 100€, Tone ima ŠE ENKRAT TOLIKO (200€); ali
- Janez ima 100€, Tone ima ZA ENKRAT VEČ (200€); ali kar

- Janez ima 100€, Tone ima ENKRAT VEČ (200€).

Pri tej zadnji, zaradi kratkosti najbolj priljubljeni obliki izražanja bi pa že morali biti zaskrbljeni, saj tako obstajata dve protislovni izjavi:

- 200 je enkrat(?) več od 100
- 200 je dvakrat(?) več od 100.

In če ima Tone 300€, ali je to potem dvakrat ali trikrat več od 100€? Izjave z matematično vsebino vendar ne bi smele biti dvomne ali celo protislovne! Morda se vam zdijo taka premišljevanja malenkostna in nepotrebna, toda predstavljajte si izjavo predsednika vlade, da bo drugo leto naš dolg že dvakrat večji! Če smo letos dolžni 10 milijard €, koliko bo to drugo leto: 30 milijard € ali „samo“ 20 milijard €? To pa ni več malenkost, politik bi lahko celo izkoriščal jezikovno nejasnost za zavajanje javnosti! Ali pa razlaga Stefanovega zakona v učbeniku naravoslovja(!): če se temperatura poveča ZA dvakrat, se energija poveča ZA šestnajstkrat – torej $(1 + 2)^4 = 1 + 16$?

„Pravilo“ o prištevanju k začetni vrednosti pa ni univerzalno in največkrat obstane pri „enkratniku“; nisem še bral ali slišal, da ima npr. Franc (1000) devetkrat več kot Janez (100). Faktor večkratnosti je največkrat (pa ne vedno!) samo 1 in nima naslednika, zato bi morda problem lahko rešili že z opozorilom, da pogovorni ENKRAT VEČ pomeni isto kot DVAKRAT VEČ, čeprav se to sliši nekoliko neumno. Žal pa se enkratovanje uspešno uporablja tudi pri manjšanju: Tinka (50) ima pogovorno „ENKRAT MANJ“ kot Janez ($50 = 100 - 1 \times 50$). Enak način razmišljanja se čuti tudi pri presenetljivi izjavi, da so letos neki prihodki (40) bili manjši (od lanskih 100) za 150 % ($40 = 100 - 40 \times 1,5$) – toda računanje z odstotki itak spada že skoraj v višjo matematiko!

Vprašanje članom DMFA: ali se ne bi mogli matematiki skupaj s slavisti dogovoriti in poskrbeti za nedvoumno govorico osnovnih matematičnih informacij, ki bi jo potem poskušali sistematično prenesti na šolarje in s tem tudi na kasnejše odrasle Slovence? Seveda najprej na učitelje (tudi pisce učbenikov) in na študente – bodoče učitelje! To pa bi terjalo predvsem sodelovanje fakultetnih učiteljev, brez njih ni upanja na uspeh!

Peter Prelog

ŠE O MATEMATIČNEM IZRAZJU V UČBENIKIH

K pisanju me je vzpodbudil nedavni članek prof. Petra Preloga v Obzorniku [2]. Rad bi ga še podprl s podobnimi nerodnostmi.

V zbirki nalog za matematiko v 4. razredu osnovne šole [1] najdemo poleg drugih naslednje naloge:

- *Razliko števil 62 in 37 zmanjšaj petkrat.*
- *Količnik števil 42 in 6 povečaj osemkrat.*
- *Število 60 zmanjšaj desetkrat, dodaj 3 in dobljeno število še osemkrat povečaj!*

Otroci so v šoli dobili navodilo, da v takih nalogah števila zmanjšujejo z deljenjem in povečujejo z množenjem. Tako izražanje in tudi razumevanje sta blizu vsakdanji rabi, vendar ne moremo brez dvomov.

Ob tem sem se spomnil na pokojnega profesorja Ivana Štalca, ki nam je, študentom, skušal prikazati dvoumnost takega izražanja s preprostim zgledom:

Pogovarjata se znanca in pravi prvi: Letos so nam dvakrat povečali plačo, pa je vsega komaj za kavo.

Hitro nam je bilo jasno, kaj je hotel povedati. Plačo, pa tudi števila, lahko nekajkrat povečamo ali zmanjšamo, pa se ne bo kaj dosti poznalo, če so povečanja ali zmanjšanja neznatna. Plača je bila povečana dvakrat, ni pa bila podvojena, kakor bi kdo na hitro pomislil.

Morebiti se zdi težnja po čim natančnejšem izražanju pretirana, zlasti če se tudi pri nenatančnem izražanju razumemo. Vendar se moramo zavedati omejitev. V Slovarju slovenskega knjižnega jezika [3] najdemo obširen zapis rabe izbranih besed. Tako vidimo, da izrazi, kot so *enkrat*, *dvakrat*, *trikrat*, *štirikrat*, ... izražajo v prvi vrsti število ponovitev nekega dejanja. Torej v našem primeru povečanja ali zmanjšanja. V drugem kontekstu pa je pomen hitro širši. Tako preberemo, da je lahko *pot točno enkrat daljša*, da je nekaj *dvakrat večje*, da se je „*število bolnikov sedemkrat povečalo*“ in podobno. Isto lahko bolj nedvoumno izrazimo z *dvojen*, *trojen*, ..., ali *dvakraten*, *trikraten*, ..., ki pomenijo, da je nekaj dvakrat, trikrat, ... tolikšno. Omenjene so tudi povezave z glagolom povečati: *povečati štirikrat*, *podvojiti*, *potrojiti*, ... Ali

štirikratna pomanjšava, petkratna povečava, ... Ali z glagolom zmanjšati: zmanjšati na polovico.

Vidimo, da je jezik zelo gibek in ga lahko uporabimo na različne načine. Jezik v šoli naj bi bil sicer čim bližje vsakdanji govorici, za potrebe matematike in naravoslovja pa bi si želeli, da je v izjavah čim manj dvomov.

Naloge v začetku so izražene ohlapno tudi s stališča vsakdanje govorice. Slovar slovenskega knjižnega jezika ponuja tudi drugačne manj dvoumne rešitve. Na primer:

- *Razlika števil 62 in 37 zmanjšaj na petino.*
- *Količnik števil 42 in 6 povečaj na osemkrat toliko.*
- *Število 60 zmanjšaj na desetino, dodaj 3 in dobljeno število povečaj na osemkrat toliko.*

Najbrž bi se našlo tudi drugačno izrazje. Vsekakor bi se bilo dobro dogovoriti za tako, ki ga bomo vsi enolično razumeli.

In na koncu še najmanj sporna rešitev:

- *Razlika števil 62 in 37 deli s 5.*
- *Količnik števil 42 in 6 pomnoži z 8.*
- *Število 60 deli z 10, dodaj 3 in dobljeno število pomnoži še z 8!*

Ta pa zveni preveč šolsko in ne izrablja možnosti jezika.

LITERATURA

- [1] S. Osterman, *Računanje je igra*, Zbirka nalog za 4. razred osnovne šole, Antus, Jesenice 2013.
- [2] P. Prelog, *Koliko je enkrat manj kot 100?*, Obzornik mat. fiz. 60 (2013) 120–XI.
- [3] Slovar slovenskega knjižnega jezika, bos.zrc-sazu.si/sskj.html.

Marjan Hribar

<http://www.dmfa-zaloznistvo.si/>

<http://www.obzornik.si/>

ODZIV NA PISMO PETRA PRELOGA

To je odmev na pismo Petra Preloga v letošnji 3. številki Obzornika za matematiko in fiziko. Zadnji odstavek njegovega pisma je rotitev članov DMFA, naj se dogovorimo in poskrbimo za nedvoumno govorico osnovnih matematičnih informacij glede uporabe besed TOLIKO, VEČ in MANJ. Z tem pismom želim pokazati, da je rešitev enostavna in že pred nami, če le pravilno razločujemo te besede.

Besedi TOLIKO in VEČ nimata istega pomena, pa če je pred njima množilni števnik ali ne. Naj najprej dam primera različnih pomenov za TOLIKO in VEČ v enostavnih stavkih:

- Danes je na cesti TOLIKO ljudi kot včeraj.
- Danes je na cesti VEČ ljudi kot včeraj.
- Danes je na cesti pet ljudi VEČ kot včeraj.

Beseda VEČ označuje, da dodajamo, medtem ko TOLIKO „izraža sorazmernost količine, mere, kot jo določa sobesedilo“ (po http://bos.zrc-sazu.si/cgi/a03.exe?name=sskj_testa&expression=toliko&hs=1). Torej „trikrat toliko“ pomeni „v sorazmerju 3 proti 1“, kar pomeni množenje brez prištevanja, medtem ko „trikrat več“ pomeni, da dodamo neko količino trikrat k dani. Tako je „200 je enkrat več od 100“ pravilno, „200 je dvakrat več od 100“ pa nepravilno.

Še več primerov:

- Otrok ima polkrat toliko denarja kot jaz, teta pa polkrat več kot jaz.
Torej če imam jaz 100 evrov, jih ima otrok 50, teta pa 150.
- Otrok ima tretjino[krat] toliko kot jaz, teta pa tretjino[krat] več kot jaz.
Torej če imam jaz 30 evrov, jih ima otrok 10, teta pa 40.
- Janez ima 100 evrov, Tone pa dvakrat toliko, torej 200 evrov.
- Janez ima 100 evrov, Tone pa dvakrat več, torej 300 evrov.

Beseda MANJ pove, koliko odštejemo.

- Otrok ima tretjino tistega kot jaz. ($= 1/3$)
- Teta ima tretjino MANJ kot jaz. ($= 2/3$)

Peter Prelog je izračunal, da ima Tinka $100 : 2 = 50$ evrov, če vemo naslednje:

- Janez ima 100 evrov, Tinka ima dvakrat manj.

Jaz takega stavka ne bi napisala, in če bi ga, bi izračunala, da ima Tinka $100 - 2 \times 100 = -100$ evrov, torej je v minusu. Če spremenimo „dvakrat“ v „polkrat“, bi jaz rekla, da ima Tinka $100 - 1/2 \times 100 = 50$ evrov (in ne $100 : (1/2) = 200$ evrov). Podobno stavek „Na cesti je/ni ničkrat manj ljudi kot včeraj“ pove, da je danes na cesti isto število kot včeraj (ne pa včerajšnje število deljeno z nič).

Že trideset let živim v tujini, od leta 1992 kot profesorica matematike na univerzah. V angleščini imata stavka „Tinka has twice as much as Tine“ in „Tinka has twice more than Tine“ neoporečno različna pomena. Tudi v slovenščini je tako!

Strinjam se s Petrom Prelogom, da dodatek besed ŠE ali ZA ne pripomore k jasnosti stavkov, ki jih nismo razumeli brez dodatka. Jaz bi se dodatkov izogibala.

Peter Prelog citira učbenik naravoslovja: če se temperatura poveča za dvakrat, se energija poveča za šestnajstkrat. Strinjam se, da je ta raba napačna. Vemo, da je energija sorazmerna s četrto potenco temperature, v učbeniku pa naj bi napisali nekaj takega: če je nova temperatura dvakrat tolikšna kot prvotna, je nova energija šestnajstkrat tolikšna kot prvotna, ali pa še lepše: če se temperatura podvoji, se energija pošestnajsteri.

Za pomen besede TOLIKO sem se sklicala na spletni slovar Inštituta za slovenski jezik Frana Ramovša ZRC SAZU <http://bos.zrc-sazu.si/sskj.html>, ki ga vsem priporočam. Vendar se ne strinjam z vsemi razlagami v slovarju. Morda njegova razlaga besede KRAT pripomore ali pa je sad te zmede z VEČ in TOLIKO. Namreč, v tem slovarju je po moje pomešan pomen besed PONOVI in POJAVI. Na primer, razlaga besede ŠTIRIKRAT na http://bos.zrc-sazu.si/cgi/a03.exe?name=sskj_testa&expression=krat&hs=251: „izraža štiri ponovitve“. Pravilna razlaga bi po mojem bila: „izraža štiri pojavitve“. Če se nekaj ponovi, se mora le-tisto najprej zgoditi enkrat, šele potem ponoviti. Stavek „Fantek je ponovil skok v lužo“ pomeni, da je fantek najprej skočil, potem pa to ponovil, torej je skočil dvakrat. Zatorej stavek „Fantek je dvakrat ponovil skok v lužo“ pomeni, da je fantek najprej skočil, potem pa to ponovil dvakrat, torej je skočil trikrat. Razumem, da smo lahko v pogovornem jeziku malo površni s pomenom, ampak v matematiki si tega ne smemo dovoliti.

Ta zmeda me spominja ne napake starih jezikov, ko so razumeli navodila, da naj bi bilo prestopno vsako četrto leto, kot da je prestopno tisto čez tri leta (http://en.wikipedia.org/wiki/Julian_calendar#Leap_year_error). Podobna zmedotvorna jezikovna tvorba nam je znana iz svetega pisma, ki piše, da je Jezus vstal „tretji dan“, mi bi pa v sodobnem jeziku rekli, da je vstal čez dva dneva; Italijani v tem smislu še danes rečejo „quindici (15) giorni“, ko mislijo dva tedna.

Irena Swanson