تم التحميل من مدونة ملخصات الثانوية العامة في اليمن
http://ye-thirdsecondr.blogspot.com

العمليات على الصورة الجبرية

(1) عمليــة الجمــع والطـرح:

تعريف: إذا كان ع$_1$ = (س$_1$ + ت ص$_1$) ، ع$_2$ = (س$_2$ + ت ص$_2$)

فـإن: (1) ع$_1$ + ع$_2$ = [(س$_1$ + س$_2$) + ت (ص$_1$ + ص$_2$)]

(2) ع$_1$ − ع$_2$ = ع$_1$ + (−ع$_2$)

= (س$_1$ − س$_2$) + ت (ص$_1$ − ص$_2$)

مثــال: أوجد ناتج

[1] (2+3ت) + (−7− 5ت)

[2] (−3−4ت) + (1+ ت) + (−4+ 5ت)

[3] $(2\sqrt{2} - ت) - (-4 - \sqrt{3}ت) + (2\sqrt{2} + ت)$

[4] $(\sqrt{8} + 12\sqrt{ت}) - (32\sqrt{} + 27\sqrt{ت})$

الحــل:

[1] = (7 −2) + (3ت − 5ت) = (−5 − 2ت)

[2] = (3 −1 −4) + (ت + 5ت − 4ت) = 0 + 2ت = 2ت

[3] $= (2\sqrt{2} - ت) + (-4 + \sqrt{3}ت) + (2\sqrt{2} + ت)$

$= (4 - 2\sqrt{2}) + \sqrt{3}ت$

[4] $= 8\sqrt{} + 12\sqrt{ت} - 32\sqrt{} - 27\sqrt{ت}$

$= (2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) + (3\sqrt{ت} - 3\sqrt{ت})$

$= (2 - 2\sqrt{2}) - 3\sqrt{ت}$

مثـــال: إذا كـان:

$ع_1 = (2 + 3ت)$ ، $ع_2 = (-5 + \sqrt{-16})$ ، $ع_3 = (2 + 5ت^{15})$

أوجد:

(1) $ع_1 + ع_2$ (2) $ع_1 - ع_2$

(3) $ع_2 - ع_3$ (4) $ع_1 + ع_2 + ع_3$

الحـــل:

(1) $ع_1 + ع_2$

$= (2 + 3ت) + (-5 + \sqrt{-16})$

$= (2 + 3ت) + (-5 + 4ت)$

$= (-7 + ت)$

(2) $ع_1 - ع_2$

$= (2 + 3ت) - (-5 + \sqrt{-16})$

$= (2 + 3ت) - (-5 + 4ت)$

$= (2 + 3ت) + (5 - 4ت)$

$= (7 + 3ت)$

(3) $ع_2 - ع_3$

$= (-5 + \sqrt{-16}) - (2 + 5ت^{15})$

$= (-5 + 4ت) - (2 + 5ت)$

$= (-5 + 4ت) + (-2 - 5ت) = (-3 - ت)$

(4) $ع_1 + ع_2 + ع_3$

$= (2 + 3ت) + (-5 + 4ت) + (-2 - 5ت)$

$= (-9 + 6ت)$

مثـــال: إذا كـان $ع_1 = (3 + ت)$ ، $ع_2 = 2 + 3ت$

أوجد باستخدام المتجهات.

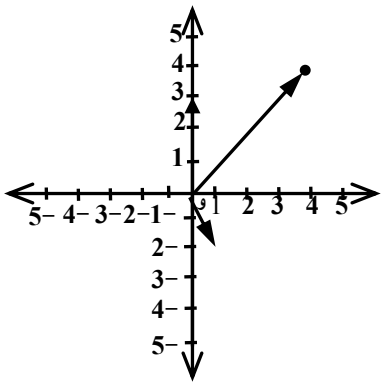
(1) $ع_1 + ع_2$ (2) $ع_1 - ع_2$

الحـــل:

(1) $\because (3 + ت) = (3 ، 1)$

$\because (2 + 3ت) = (2 ، 3)$

$\because (3 ، 1) + (2 ، 3) = (5 ، 4)$



(2) $ع_1 - ع_2$ = $ع_1 + (-ع_1)$

= $(1 ، 3) + (-2 ، -3)$

= $(1- ، 2-)$

خـواص جمـع الأعـداد المركبـة:

(1) عمليـة الجمـع أبداليـة أي:

$\forall ع_1، ع_2 \in م$ فإن: $ع_1 + ع_2 = ع_2 + ع_1$

البـرهـان:

نفرض أن $ع_1$ = $(س_1 + ت ص_1)$ ، $ع_2$ = $(س_2 + ت ص_2)$

$\therefore ع_1 + ع_2$ = $س_1 + ت ص_1 + س_2 + ت ص_2$

= $(س_1 + س_2) + ت (ص_1 + ص_2)$

$\therefore ع_2 + ع_1$ = $(س_2 + ت ص_2) + (س_1 + ت ص_1)$

= $(س_2 + س_1) + ت (ص_2 + ص_1)$

$\therefore ط_1 = ط_2$ $\therefore ع_1 + ع_2 = ع_2 + ع_1$

(2) عمليـة الجمـع تجمعيـه:

إذا كان $ع_1، ع_2، ع_3 \in م$ فإن $(ع_1 + ع_2) + ع_3 = ع_1 + (ع_2 + ع_3)$

البـرهـان:

$\because ع_1 + (ع_2 + ع_3)$ = $(س_1 + ت ص_1) + [(س_2 + س_1) + ت(ص_2 + ص_1)]$

= $[(س_1 + س_2 + س_3) + ت(ص_1 + ص_2 + ص_3)]$

$\therefore (ع_1 + ع_2) + ع_3$ = $[(س_1 + ت ص_1) + (س_2 + ت ص_2) + س_3 + ت ص^2]$

= $[(س_1 + ص_2) + ت (ص_1 + ص_2)] + (س_2 + ت ص_2)$

$= [(س_1 + س_2 + س_3) + ت (ص_1 + ص_2 + ص_3)]$

$\therefore$ ط$_1$ = ط$_2$

(3) الصفر هو المحايد الجمعي من م:

$\forall$ ع $\in$ م فإن ع + 0 = 0 + ع = ع ...

البرهان:

افترض ع = (س + ت ص) ، والصفر المحايد الجمعي = (أ + ب ت)

$\because$ ع + 0 = ع

$\therefore$ س + ت ص + أ + ب ت = س + ت س

$\therefore$ (س + أ) + ت (ص + ب) = س + ت ص

$\therefore$ س + أ = س $\Leftarrow$ أ = 0

$\because$ ص + ب = ص $\Leftarrow$ ب = 0

$\therefore$ أ + ب ت = (أ، ب) = (0□0)

(4) المعكوس الجمعي للعدد ع = (س + ت ص)

هو – ع = (- س - ت ص)

أي أن ع + (-ع) =0

البرهان:

$\therefore$ ع + (- ع) = (س + ت ص) + (- س – ت ص)

= (س- س) + ت (ص- ص) = 0

$\therefore$ ع نظيرة الجمعي هو (- ع)

تمارين ومسائل (2/1)

61 أوجد ناتج ما يلي:

أ) $(-2-1ت) + (5 + 3ت)$ ب) $\left(\frac{5}{6}ت - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{2}{3}ت + \frac{5-}{2}\right)$

جـ) $(\sqrt{-3+16}) - (-4+\sqrt{-9})$ د) $(-2-3ت) + (2+\sqrt{-2}ت) - (-4+\sqrt{-2}ت)$

هـ) $(5-3ت)^{-2} - (2 + ت)^2$

الحـــل:

[أ] $(5+1) + (-3+2)ت = 6 + ت$

[ب] $\frac{1}{6}ت - \frac{9-}{4} = (\frac{5-4}{6}) + \frac{1+10-}{4} = (\frac{5}{6} - \frac{2}{3})ت + (\frac{1}{4} + \frac{5-}{2})$

[جـ] $(3 + 4ت) - (-3+4ت) = (3 + 4ت + 4 - 3ت) = 7 + ت$

[د] $(2+3-(-4)) + ت(-2+\sqrt{-2} - \sqrt{-2}) = 2-9ت$

[هـ] $= 9 - 30ت + 25ت^{-2} - (4 + 4ت + ت^2)$

$= 9-30ت - 25 - 4 - 4ت + 1 = -19-34ت.$

---

62 بسـط مـا يلـي:

(أ) $\sqrt{-4} + 5 - \sqrt{-9} \times 3 - 2 (ب) \sqrt{81} - 36 - \sqrt{49}ت + \sqrt{7}$

(جـ) $(-1-2ت) - (-5-4ت) + (-8 + 3ت)$

(د) $(3+4ت) + (-1 - \sqrt{-64})$

الحـــل:

[أ] $2ت + 5 \times 3ت - 3 \times 9 ت = 2 ت + 15ت - 27ت = -10ت$

[ب] $2 \times 6ت - 7ت + 7 = 7 + ت 7 - 12ت = 7 + 5ت$

[جـ] $(1 + 4 - 8) + (-2 + 5 + 3) ت = - 3 + 6 ت$

[د] الناتج $= 4 + 3ت + 1 - 8 ت = 5-5ت$

---

63 أوجـد قيمـة س ، ص التـي تحقـق مـا يلـي:

أ) $2 + س + ت ص = 5 - ت$

ب) $2س + 4ت ص = ص-3+ 2ت س$ جـ) $(س+ ت ص) + (3 - 2ت) = 4+1ت$

د) $(س، ص) - (7، 4) = (3، -5)$ هـ) $3س+(2س- ص) ت = 6-3ت$

الحـــل:

[أ] $2 + س = 5$ $\Leftarrow$ $س = 5 - 2 = 3$ ، $ص = -1$

[ب] $2س = ص - 3$ $\Leftarrow$ $\therefore$ $2س - ص = -3$ ..... (1)

$ص = 2س$ $\Leftarrow$ $س = 2ص$ ..... (2) من (2) نعوض في (1)

$2(2ص) - ص = 3$ $\Leftarrow$ $3ص = -3$ $\therefore$ $\boxed{ص = -1}$

نعوض في (2) $\therefore$ $\boxed{س = -2}$

[ج] *يحل بنفس الطريقة السابقة.*

[د] $(س ، ص) + (-7 ، 4) = (13 ، -5)$

$(س - 7 ، ص - 4) = (13 ، -5)$

$س - 7 = 3$ $\Leftarrow$ $\boxed{س = 10}$ ، $ص - 4 = -5$ $\Leftarrow$ $\boxed{ص = -1}$

[هـ] يحل بنفس الطريقة السابقة.

---

64 لتكـــن: $ع_1 = 3 + ت$ ، $ع_2 = -7 - 3ت$ ، $ع_3 = 5 + 9ت$

أوجد: أ) $ع_1 + ع_2$ ب) $ع_3 - ع_2$ جـ) $(ع_1 + ع_3 - ع_2)$

الحـــل:

[أ] $ع_1 + ع_2 = 3 + ت - 7 - 3ت = -4 - 2ت$

[ب] $ع_3 - ع_2 = 5 + 9ت - (-7 - 3ت)$

$= 5 + 9ت + 7 + 3ت = 12 + 12ت$

[ج] $ع_1 + ع_3 - ع_1 = 3 + ت + 5 + 9ت - (-7 - 3ت)$

= 8+ 10ت + 7 + 3ت

= 15+13ت