Ortvay 1981

1. Tekintsük a

$$\mathbf{G}_1 = \begin{Bmatrix} g_x & 0 & 0 \\ 0 & g_y & 0 \\ 0 & 0 & g_z \end{Bmatrix}$$

tenzort, és annak valamilyen tetszőleges elforgatottját: $\mathbf{G}_2 = \mathbf{O}\mathbf{G}_1\mathbf{O}^T$. A tér minden irányához rendeljünk egy számot a következőképpen:

$$f(\mathbf{e}) = \frac{1}{2}\left\{\sqrt{\mathbf{e}\cdot\mathbf{G}_1^2\cdot\mathbf{e}} + \sqrt{\mathbf{e}\cdot\mathbf{G}_2^2\cdot\mathbf{e}}\right\}$$

($\mathbf{e}$ az adott irányú egységvektor).
Milyen feltételek mellett lesz igaz, hogy

$$f(\mathbf{e}) = \sqrt{\mathbf{e}\cdot\mathbf{G}^2\cdot\mathbf{e}}$$

ahol $\mathbf{G}$ egy szimmetrikus tenzor? Mik lesznek $\mathbf{G}$ főtengelyei és sajátértékei?

(II. évfolyam)

2. Egy fonal egyik végét rögzítjük, másik végét v sebességgel húzzuk. A fonalban a hangsebesség c. Hol szakad el?

(II. évfolyam)

3. Gömb tetejéről elindított test súrlódva csúszik le. Írjuk le a mozgást!

(II. évfolyam)

4. A Wilson-kamrában a T_0 abszolút hőmérsékletnek megfelelő $p(T_0)$ egyensúlyi nyomáson vízpára van. Adjunk választ a következő kérdésekre!

a./ A vízpára tekinthető-e ideális gáznak?

b./ A víz fajlagos térfogata elhanyagolható-e a vízpára fajlagos térfogatához viszonyítva?

c./ A kondenzáció hője és a fajhők aránya tekinthető-e állandónak?

$$\ell = 540\frac{cal}{g} \qquad ; \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{2}{3}$$

d./ Határozzuk meg a vízpára egyensúlyi nyomását az abszolút hőmérséklet függvényében!

e./ Táguljon a vízpára adiabatikusan $T < T_0$ hőmérsékletig! Tételezzük fel, hogy a vízpára túltelített! Ha csak néhány vízcsepp képződik (például α-részek áthaladásakor keletkezett ionok hatására), mekkora ezeknek az egyensúlyi sugara?

f./ Az adiabatikus tágulás, az adott közelítésben mindig túltelített párához vezet-e?

(II. évfolyam)

5. Pauling empirikusan bevezette az elektronegativitás fogalmát. Mérései szerint egy kémiai kötés polarizációs foka -a kötő elektronpár "eltolódása"- $\epsilon \approx \frac{1}{4}(X_A - X_B)$, ahol X_A illetve X_B az egyes atomoknak kiosztott elektronegativitás. A poláros kötés kötési energiája pedig $(X_A - X_B)^2$-tel arányos tagban tér el az $\frac{1}{2}(E_{AA} + E_{BB})$ kötési energiától, ahol E_{AA} két A atom apoláros kötésének kötési energiája.
Próbáljunk olyan egyszerű modellt alkotni, amellyel értelmezhetjük a fenti tapasztalati megfigyeléseket!

(II. évfolyam)

6. Atommagok kvadrupólus, illetve dipólus rezgéseinek és forgásállapotának kapcsolatát vizsgáljuk a következő egyszerű modellen:
Négy azonos tömegű tömegpont egy síkban, páronként az x, illetve az y egyenesek mentén mozoghat. A tömegpontokat az ábrán látható módon azonos D direkciós erejű rugók kötik össze. A rugók egyensúlyi hossza olyan, hogy a négy tömegpont egyensúlyban egy négyzet csúcsaiban helyezkedik el.

a./ Vizsgáljuk a rendszer viselkedését, módusait az egyensúlyi helyzet körüli kis amplitúdójú rezgések esetén.

b./ Forgassuk meg Ω szögsebességgel a rendszert az y tengely körül, és vizsgáljuk a sajátfrekvenciákra és az amplitúdókra gyakorolt hatását.

c./ Miben hasonlíthat, illetve miben különbözhet az atommagoknak, mint töltött folyadékcseppeknek a viselkedése a fenti egyszerű modelltől?

(III. évfolyam)

7. m tömegű, e töltésű elektron elliptikus pályán mozog rögzített $|Z \cdot e|$ töltésű atommag körül. Az elektron teljes mechanikai energiája W, impulzusmomentuma N. Határozzuk meg, mennyi W_d energiát veszít dipólussugárzás következtében az elektron egy keringés során.

(III. évfolyam)

8. Az a oldalélű dobozban az áramsűrűség alakja a következő: $(0 \leq x, y, z \leq a)$

$$j_x = 0 \quad ;$$
$$j_y = 0 \quad ;$$
$$j_z = -\frac{2e\hbar\pi}{ma^4} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cdot \left[\sin^2\frac{3\pi z}{a} - 3\sin^2\frac{\pi z}{a}\right] \cdot \sin^2\left(\frac{3\hbar\pi}{2ma^2}t\right).$$

Határozzuk meg ezen árameloszlás által keltett sugárzást olyan távolságra, amely sokkal nagyobb, mint a rendszer által keltett sugárzás hullámhossza!

(**j** a dobozba zárt elektron áramsűrűsége a $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{111} + \psi_{112})$ kevert állapotban. e az elektron töltése, m a tömege.)

(III. évfolyam)

9. Véletlen rendszerekben kialakuló végtelen korrelációkkal kapcsolatosak az úgynevezett perkolációs problémák. Amorf anyagok vezetőképességét, falak nedvesedését, stb. leíró fizikai modellek egyszerűsítéséből született az alábbi feladat. Az ábrán látható $L \times L$ rácspontot tartalmazó négyzetrácson a szomszédos rácspontok $NY - DK$ irányban összekötöttek. $K - DNY$ irányban azonban csak p valószínűséggel van meg az összeköttetés. Az A pontból kiindulva egy golyó indul lefelé az összekötött rácspontok mentén. Ha a golyó egy adott konfiguráció esetén olyan rácsponthoz ér, amely összeköttetésben áll mind DK-i, mind pedig DNY-i szomszédjával, akkor 1/2 valószínűséggel megy DK-re illetve DNY-ra.

a./ Mivel egyenlő a B pontba való eljutás valószínűsége?

b./ Milyen $p \geq p_C$ érték esetén véges a B pontba való eljutás valószínűsége akkor is, ha $L \to \infty$?

Hiányzó kép

(II.,III. évfolyam)

10. Paramágneses gázban a v hangsebesség függ a H külső mágneses tértől. Számítsuk ki

$$\frac{v(H) - v(0)}{v(0)} \text{ -t,}$$

feltéve, hogy egy mólnyi gáz mágnesezettsége kis külső tér esetén

$$M = \gamma H/T.$$

A gáz fajhőjét $H = 0$ -n hőmérséklet-függetlennek vehetjük.

(IV. évfolyam)

11. Az ábra a FeC rendszer fázisdiagramjának egy részletét mutatja. Rajzoljuk meg a fázisdiagram lehetséges folytatását gázállapotig és 100 atomszázalék C-ig, tudva, hogy gázállapotban a vas és a szén teljesen oldja egymást, valamint a vas forráspontja $2800°C$, a szén szublimációs pontja pedig $4347°C$!

Hiányzó kép

(IV. évfolyam)

12. A félvezető anyagokban legfontosabb lokalizált állapot a donor állapot. Egy donor (a Coulomb taszítás miatt) csak egy elektront képes befogadni, ennek kötési energiája a vezetési sáv alatt ϵ_d. Számítsuk ki a donor atomokon kötött elektronok

koncentrációjának hőmérsékleti átlagértékét, ha a donorok koncentrációja N_d! Mi az eltérés a Fermi-Dirac statisztika "naív" alkalmazásából nyert

$$\langle n \rangle = \frac{N_d}{e^{\beta(\epsilon_d - \mu)} + 1}$$

kifejezéstől, (ahol $\beta = 1/kT$ és μ a Fermi-nívó) és mi ennek az oka?

(IV. évfolyam)

13. Számítsuk ki a homogén elektron gáz energiáját Hartree-Fock közelítésben $T = 0K$ hőmérsékleten a sűrűség függvényében! (Hogy a negatívan töltött elektronrendszer végtelen Coulomb taszítását kompenzáljuk, tételezzünk fel egy homogén, pontosan ugyanolyan sűrűségű pozitív hátteret! Ez a jélium-modell.)

a./ három dimenzióban

b./ két dimenzióban

c./ Mi adódik a kicserélődési energiára az egydimenziós esetben?

d./ Számítsuk ki az a./ és b./ esetekben a korrelációs energiát perturbációszámítással másodrendig!

(V. évfolyam)

14. Tekintsük a következő Hamilton-operátort, melyben $\mathbf{c}^\dagger_{i\sigma}$, $\mathbf{c}_{i\sigma}$ elektront keltő, illetve eltüntető operátorok, $\sigma = \uparrow$ vagy $\downarrow$ a spin-kvantumszám.

$$\mathbf{H} = t_\alpha \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \left[\mathbf{c}^\dagger_{2\sigma}\mathbf{c}_{1\sigma} + \mathbf{c}^\dagger_{1\sigma}\mathbf{c}_{2\sigma} + \mathbf{c}^\dagger_{4\sigma}\mathbf{c}_{3\sigma} + \mathbf{c}^\dagger_{3\sigma}\mathbf{c}_{4\sigma}\right] + t_b \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \left[\mathbf{c}^\dagger_{3\sigma}\mathbf{c}_{2\sigma} + \mathbf{c}^\dagger_{2\sigma}\mathbf{c}_{3\sigma}\right]$$
$$+U \sum_{i=1,\ldots,4} \mathbf{c}^\dagger_{i\uparrow}\mathbf{c}_{i\uparrow}\mathbf{c}^\dagger_{i\downarrow}\mathbf{c}_{i\downarrow} + V_a \sum_{\substack{\sigma=\uparrow,\downarrow \\ \sigma'=\uparrow,\downarrow}} \left[\mathbf{c}^\dagger_{1\sigma}\mathbf{c}_{1\sigma}\mathbf{c}^\dagger_{2\sigma'}\mathbf{c}_{2\sigma'} + \mathbf{c}^\dagger_{3\sigma}\mathbf{c}_{3\sigma}\mathbf{c}^\dagger_{4\sigma'}\mathbf{c}_{4\sigma'}\right] + V_b \sum_{\substack{\sigma=\uparrow,\downarrow \\ \sigma'=\uparrow,\downarrow}} \mathbf{c}^\dagger_{2\sigma}\mathbf{c}_{2\sigma}\mathbf{c}^\dagger_{3\sigma'}\mathbf{c}_{3\sigma'}$$

a./ Határozzuk meg az egyelektronos

b./ a kételektronos sajátállapotokat és saját energiákat!

c./ Adjunk szemléletes képet a fenti Hamilton-operátorra!

(V. évfolyam)

15. Ideális polimer lánc két végén adott irányú, állandó nagyságú feszítő erő hat. Határozzuk meg a lánc két végének átlagos négyzetes távolságát adott hőmérsékletű környezetben és diszkutáljuk az eredményt. (Az ideális polimer lánc nagyszámú, egyforma, a végei körül szabadon forgó monomer egységből áll.)

(IV.,V. évfolyam)

16. Kvantummechanikai eloszlásfüggvényre (sűrűségoperátor) vonatkozó egyenlet az operátorokra érvényes mozgásegyenletekből

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\big[\mathbf{a}, \mathbf{H}\big],$$
$$t = i\hbar\beta \qquad , \qquad \beta = 1/kT$$

helyettesítéssel nyerhető.

a./ Határozzuk meg a propagátorfüggvényt a harmonikus oszcillátorra koordináta-reprezentációban!

b./ Felhasználva a formális helyettesítést adjuk meg a normált sűrűségoperátort!

c./ $\hbar \to 0$ határátmenettel számítsuk ki a klasszikus eloszlásfüggvényt!

d./ A b./ eredményt felhasználva mutassuk meg, a Planck-formula érvényes az energia átlagértékére!

(IV.,V. évfolyam)

17. L hosszúságú, R sugarú, viszkózus folyadékkal telt hengert hossztengelye mentén t szöggyorsulással forgatni kezdünk.
Milyen lesz a folyadék áramlása? Hogyan áramlik a folyadék hasonlóan forgatott gömb belsejében?

(III.,IV.,V. évfolyam)

18. Végtelen hosszú, R sugarú, ideális vezető hengerre elektromágneses síkhullámot bocsájtunk, melynek hullámszámvektora merőleges a henger tengelyére. A beeső síkhullámban az elektromos térerősségvektor párhuzamos a henger tengelyével.
Határozzuk meg a kialakuló térerősséget és az áramsűrűséget a henger felületén, valamint a hengerben folyó teljes áramerősséget! Mekkora az elektromágneses hullámokra a differenciális és a teljes szórási hatáskeresztmetszet?

(III.,IV.,V. évfolyam)

19. A múlt században javasoltak egy színes fényképezési eljárást, melynek lényege a következő:
Üveglapra felhordunk rendkívül finomszemcsés emulzióréteget. Az emulzió felőli oldalt vékony higanyréteggel borítjuk be, ami tükröző felületet alkot. Expozíciókor az üveg felőli oldalt világítjuk meg. Előhívás után a lemart higanyréteget vigyük fel újra és fehér fénnyel megvilágítva a lemezt, megjelenik a színes kép. Magyarázzuk meg a jelenséget!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

20. Sűrű rácsot nézünk. Néha úgy tűnik, mintha az közelebb lenne a valódi távolságánál. Miért?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

21. Ha egy buszjegyet vízszintes helyzetből elejtünk hosszabb tengelye körül pörögve, ferdén esik le. Miért? Becsüljük meg a forgás szögsebességének nagyságát!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

22. Nyusziléggömböt fújunk fel, a fülek kicsik maradnak. Miért?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

23. Nitrogénfürdőbe helyezett átlátszó falú termoszban folyékony héliumot úgy hűtenek, hogy a párolgó héliumot igen gyorsan elszívják. Milyen jelei vannak annak, hogy a hélium már szuperfolyékony állapotban van?

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)

24. A kis emberke idegesen gyűrögette az újságot. Arca zöld volt a rémülettől.
- Tönkretettek bennünket! - motyogta. Aztán átadta a lapot. A cím szinte ordított: "ÜZENNEK A KIS ZÖLD EMBERKÉK" .
A Tau Murci csillag irányából értelmes eredetű jeleket fogtak fel a tudósok! Ismeretlen lények a π számjegyeit sugározzák felénk, szépen, sorjában. Már a kétezredik számjegynél tartanak. Most már nincs kétség!
Kérdően néztem a kis emberre. Mit akar ez tőlem?
- Nézze, én a "Kis Zöld Emberkék Létét Tagadó Társulat"-tól jöttem. Mentsen meg!
- De hogyan?
- Találjon ki valami természetes, érti természetes magyarázatot erre az egészre.
Mint a forgó neutroncsillagokat a pulzárokra, vagy valami hasonló fizikus huncutságot.
- De milyen formában jött a jel? Hányas számrendszerben? Milyen sugárzás hozta?
- Annyit tudok én is, ami az újságban van. Ezeket a firkászokat nem érdeklik a részletek. Mindegy is. Legyen kettes vagy tizes számrendszer. A sugárzásokhoz meg maga ért. Nekem ma délig kell a válasz. Publikálni akarjuk a világsajtóban: A fizikusok megmagyarázták, kis zöld emberkék nélkül. Maga sem fog rosszul járni. Szóval ma délben. Rendben?
A naptárra néztem. 1981. november 9-et mutatott.
Segítsetek!

(II.,III.,IV.,V. évfolyam)