Matematik B, HHX

August 2016

CAS: *Nspire, GeoGebra og Excel*

Opgave 1: Gennemsnittet udregnes ved at addere antallet af oplysninger og dele med oplysningernes sum.

$$\overline{x} = \frac{3+4+1+12+9+14+17+0+5+15}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

Det viser sig, at gennemsnittet for alle arbejdes sygedage er 8.

Opgave 2: Ligningen har løsningen $x = 0$, da $0 \cdot (2 \cdot 0 - 8) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, hvilket er sandt. Da nulreglen er anvendt, og man ser at $x = 0$ er en løsning, så tjekkes $2x - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$, som så er løsningen.

Opgave 3: Man kan bestemme den mængde produktion af varer, ved at løse ligningen $C(x) = 25000$, så

$$25x + 5000 = 25000 \Leftrightarrow 25x = 20000 \Leftrightarrow x = \frac{20000}{25} = 800$$

Så der skal produceres 800 varer for, at omkostninger er 25000kr.

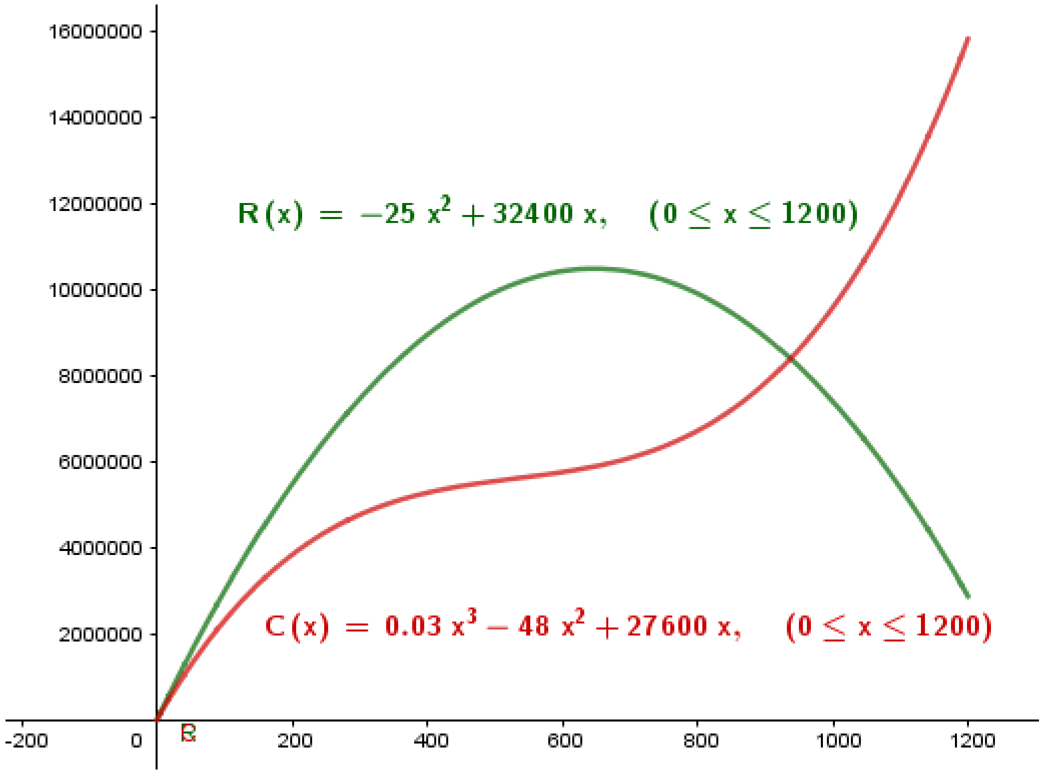
Opgave 4: Den differentierede funktion af $f(x)$ bestemmes. Her er $f'(x) = 3x^2 + 10x - 3$, så indsættes $x = 1$ og man får $f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 - 3 = 10$, da tallet er positivt for $x = 1$, så følger det, at tangentens hældningskoefficient i det pågældende punkt er positiv.

Opgave 5: I nedenstående punkter har man:

- Definitionsmængden er defineret i intervallet: $-2 \leq x < 9$. (Eller $dm(f) = [-2; 9[$.)
- Fortegnet for a er negativt, da grafen er konkav. Da $f(x)$ har skæring i den positive side af y-aksen, så er c positiv.
- Funktionen $f(x)$ har skæring to steder på x-aksen, så er d positiv.
- Værdimængden er defineret i intervallet $-9 \leq f(x) \leq 9$. (Eller $vm(f) = [-9; 9]$.)

Opgave 6: Der er oplyst nogle funktioner.

a) I GeoGebra tegnes $R(x)$ og $C(x)$.



b) $DB(x) = R(x) - C(x)$, så er

$$\begin{aligned} DB(x) &= -25x^2 + 32400x - (0.03x^3 - 48x^2 + 27600x) \\ &= -25x^2 + 32400x - 0.03x^3 + 48x^2 - 27600x \\ &= -0.03x^3 + 23x^2 + 4800x \end{aligned}$$

Hvor $0 \leq x \leq 1200$.

c) **Linje 1:** $DB(x)$ differentieres

Linje 2: Der opstilles en ligning mht. x.

Linje 3: Løsningsformlen for et andengradspolynomium anvendes.

Linje 4: Løsningerne fra ligningen $DB'(x) = 0$ skrives op.

Linje 5: Da $x = 600$ er defineret i intervallet, og ved funktionsanalyse er $x = 600$ den største værdi.

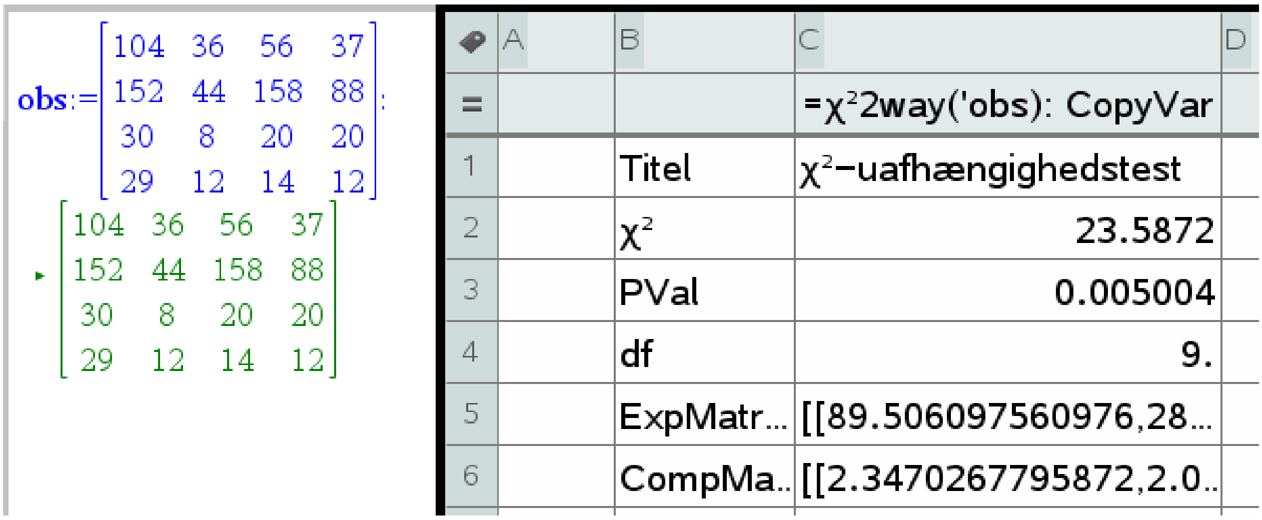
Linje 6: $x = 600$ indsættes i $DB(x)$ og udregnes.

Opgave 7: Her anvendes Excel samt den tilhørende fil.

a) I Excel laves en pivottabel, og som simplificeres i nedenstående tabel.

	Afstand	Infrastruktur	Parkeringsforhold	Velkendt butik	**Total**
Bil	104	36	56	37	233
Cykel	152	44	158	88	442
Gående	30	8	20	20	78
Kollektiv trafik	29	12	14	12	67
Total	315	100	248	157	**820**

b) **Nulhypotesen:** Der er ingen sammenhæng mellem valg af transportmiddel og svar på spørgeskemaet. I Nspire foretages en χ^2-test.



Her er p-værdien mindre end 5%, og dermed afvises nulhypotesen. Der er altså sammenhæng mellem transportmiddel og svaret på spørgeskemaet.

Opgave 8: En forbruger foretager sig nogle lån.

a) Den kvartårlige ydelse vil være

$$y = 300\,000 \cdot \frac{0.02}{1 - 1.02^{-16}} = 22095.038$$

Så den kvartårlige ydelse er 22095.038kr.

b) Renteudgiften for de 4 år er $R = 16 \cdot 22095.038 - 300000 = 53520.608$kr.

c) Denne overlades til læseren. Man kan evt. sammenligne renteudgifterne, og se, hvilken der bedst kan betale sig.

<u>Opgave 9:</u> Her anvendes Nspire samt den tilhørende fil.

a) Der foretages en binomialtest. Man kan i Nspire skrive:

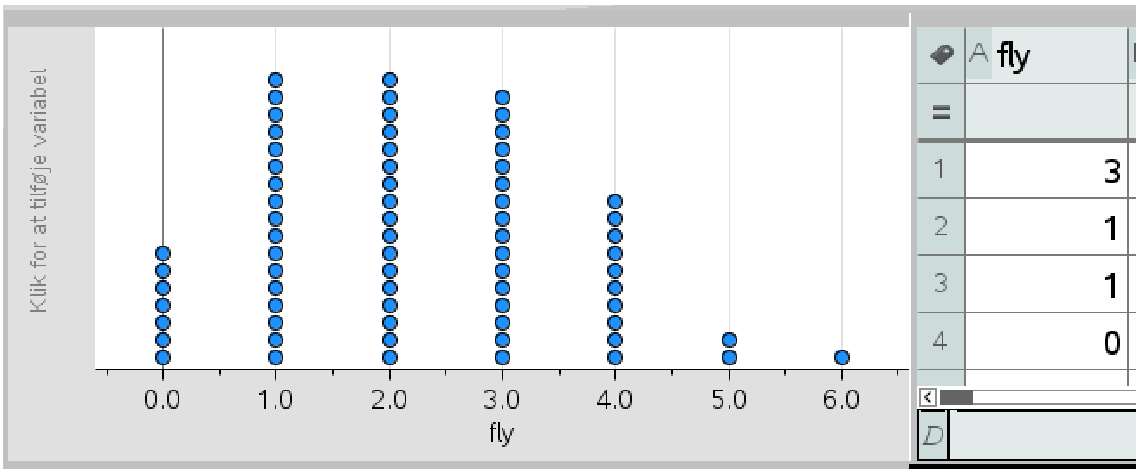
binomPdf(14,0.15,0)

Alternativt kan man regne det i hånden, man får

$$P(X=0)=\frac{14!}{0!\cdot(14-0)!}\cdot(0.15)^0\cdot(1-0.15)^{14-0}=0.1028$$

Så sandsynligheden for, at der er en dag med 0 forsinkelser er 10.28%

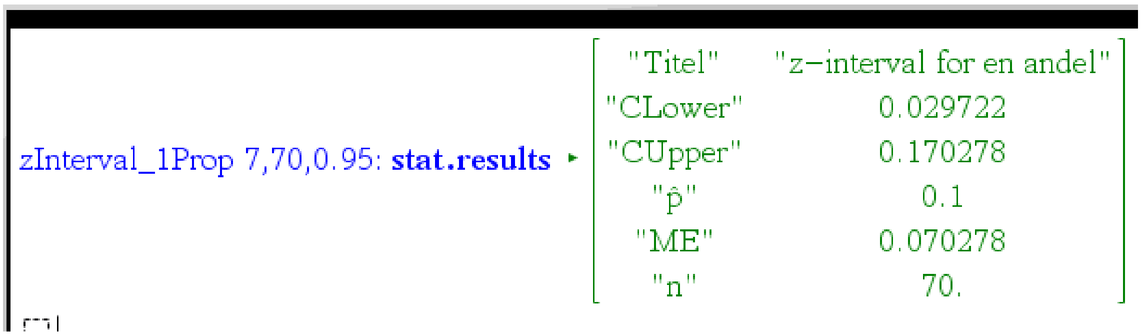
b) I Nspire kan man indsætte oplysningerne fra Excel, og lave et prikplot.



Andelen af de fly der er forsinket må være

$$\frac{7}{70}=0.10$$

c) I Nspire bestemmes et konfidensinterval på 95%, man har



Man ser, at den nedre grænse er 2.972% og den øvre er 17.028%, så det ligger i dette interval.

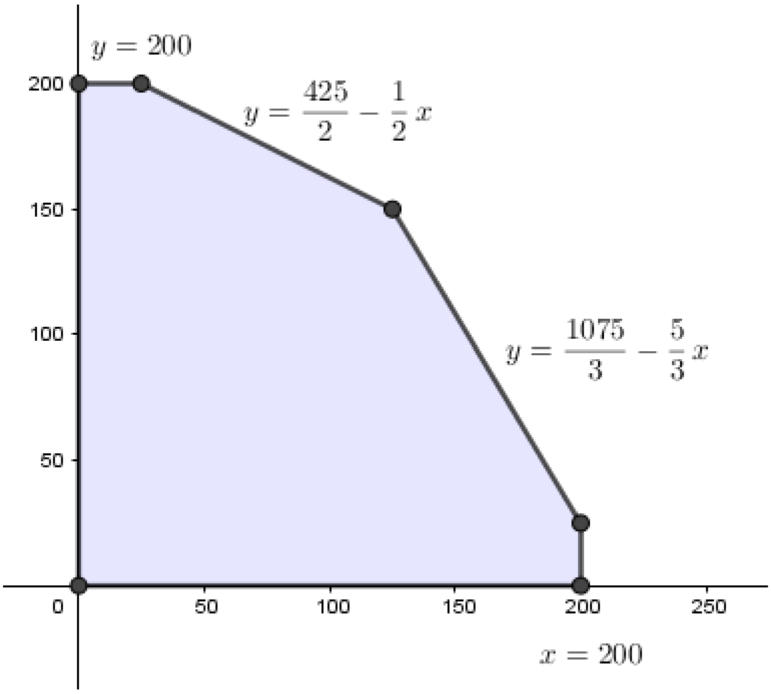
Opgave 10A: Funktioner af flere variable.

a) Forskriften aflæses ud fra oplysningerne, og hermed er forskriften

$$f(x, y) = 800x + 1000y$$

Her er x antallet af MT-ADV2 og y er antallet MT-UM1.

b) Skemaet anvendes, og i GeoGebra tegnes området.



Hjørnemetoden anvendes. I GeoGebra aflæses punkterne.

$A(0; 0)$, $B(0; 200)$, $C(25; 200)$, $D(125; 150)$, $E(200; 25)$, $F(200; 0)$

Hermed er

$$f(0; 0) = 800 \cdot 0 + 100 \cdot 0 = 0$$
$$f(0; 200) = 800 \cdot 0 + 100 \cdot 200 = 200000$$
$$f(25; 200) = 800 \cdot 25 + 100 \cdot 200 = 220000$$
$$f(125; 150) = 800 \cdot 125 + 100 \cdot 150 = 250000$$
$$f(200; 25) = 800 \cdot 200 + 100 \cdot 25 = 185000$$
$$f(200; 0) = 800 \cdot 200 + 100 \cdot 0 = 160000$$

Hermed er punktet D den der giver det største dækningsbidrag, dvs. der skal produceres 125 MT-ADV2 og 150 MT-UM1 for, at dækningsbidraget er på 250 000kr.

Opgave 10B:

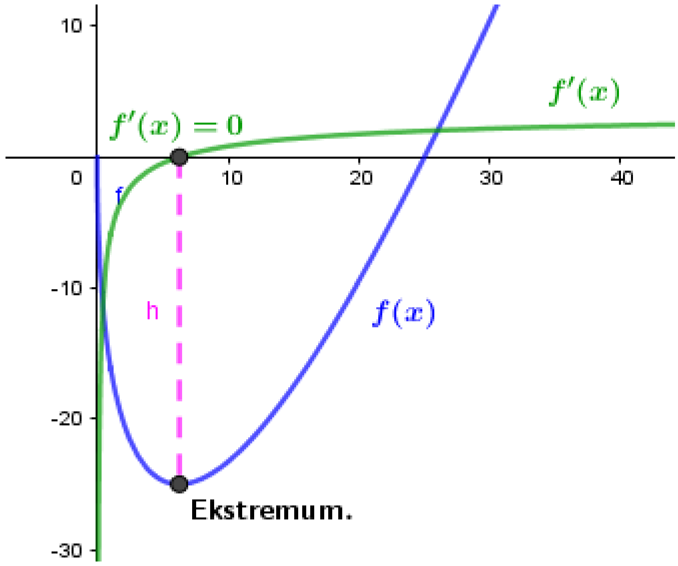
a) Funktionen differentieres. Man får

$$f'(x) = 4 - \frac{10}{x^{1/2}}$$

Løses ligningen $f'(x) = 0$ fås

$$4 - \frac{10}{x^{1/2}} = 0 \Leftrightarrow \frac{10}{x^{1/2}} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{x^{1/2}} = \frac{4}{10} \Leftrightarrow x^{1/2} = \frac{10}{4} \Leftrightarrow x = \frac{100}{16} = \frac{25}{4}$$

Denne værdi er netop det søgte ekstremum. I GeoGebra tegnes $f(x)$ og $f'(x)$.



b) Her løses ligningen $f'(x) = -6$, så er

$$4 - \frac{10}{x^{1/2}} = -6 \Leftrightarrow \frac{10}{x^{1/2}} = 10 \Leftrightarrow x^{1/2} = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

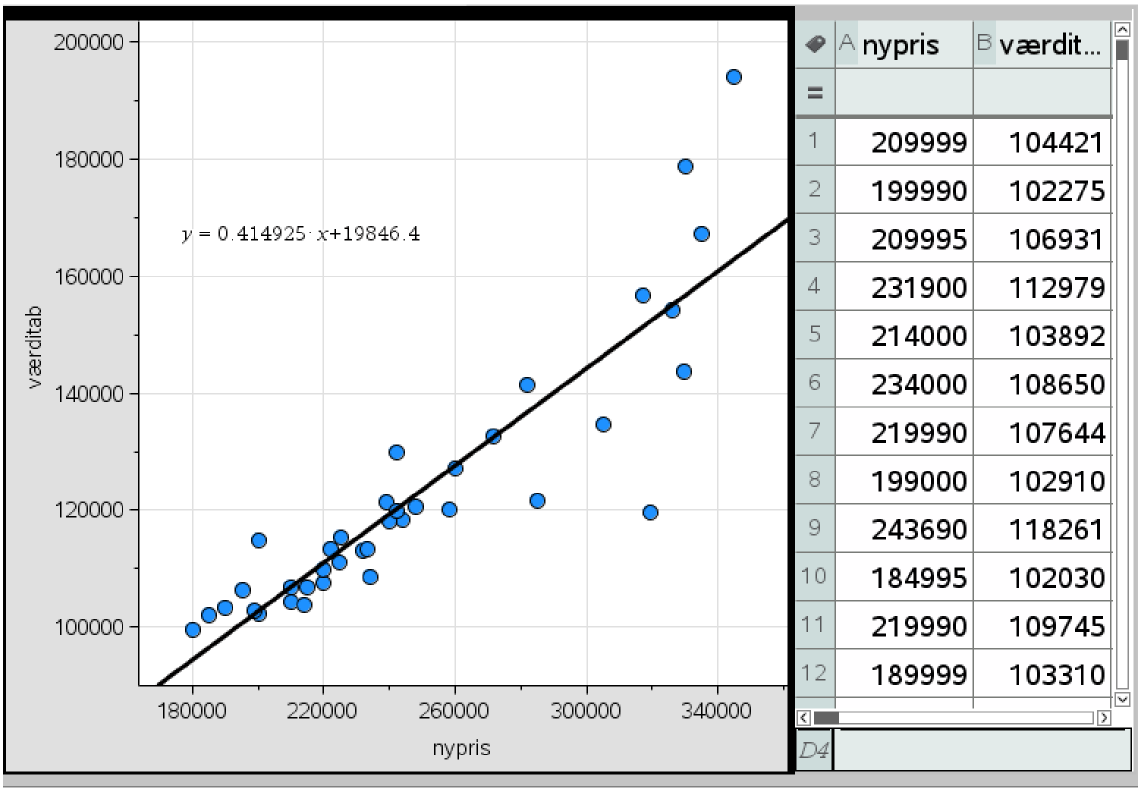
Dernæst bestemmes $f(1) = -16$, så er

$$t = -6(x-1) - 16 = -6x + 6 - 10 = -6x - 10$$

Så tangenten skærer i y-aksen ved punktet $P(0; -10)$.

<u>**Opgave 10C:**</u> Her anvendes Nspire samt den tilhørende fil.

a) I Nspire indlæses filen, og man anvender regression.



Hermed er forskriften

$$y = 0.414925x + 19846.4$$

Som er den bedste rette linje igennem alle punkterne.

b) Her løses ligningen

$$\begin{aligned}
&0.414925x + 19846.4 = 180000 \Leftrightarrow \\
&0.414925x = 160153.6 \Leftrightarrow \\
&x = \frac{160153.6}{0.414925} = 385982.045 \approx 386000
\end{aligned}$$

Ifølge modellen vil prisen for en ny bil, hvis værditab er på 180000kr, være 386000kr.